

Lidia FEDOROWICZ

Jan FEDOROWICZ

Jerzy WÓJCIK

## PRZYBLIŻONA ANALIZA STATYCZNA PERFOROWANYCH ŚCIAN USZTYWIAJĄCYCH WYSOKIE BUDYNKI

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono algorytm obliczania perforowanych ścian usztywniających wysokie budynki, w którym zastosowano metodę sztywnych elementów skończonych. Dla zredukowania wielkości układów równań wprowadzono wielospójne superelementy tarczowe o wyznaczonych w pracy zastępczych charakterystykach sztywnościowych.

### 1. WSTĘP

W analizie pracy statycznej budynków wysokich szczególnie istotny jest problem obliczania ścian-tarcz osłabionych otworami okiennymi lub drzwiowymi. Rzędami takich otworów osłabione są z reguły ściany usztywniające, a często także nośne. Ściany te w przypadku obciążeń działających w ich płaszczyźnie pracują jako tarcze wielospójne. Uzyskanie rozwiązania ścisłego tego zadania jest praktycznie nieosiągalne, tym bardziej, że w przypadku ścian prefabrykowanych istnienie złączy powoduje dodatkowe zachwianie regularności pola na-przeżeń.

W chwili obecnej przy obliczaniu ścian tego typu przyjmuje się najczęściej trzy schematy statyczne:

- 1) schemat jednolitego pręta wspornikowego [1,2],
- 2) schemat ramy wielokondygnacyjnej [1,2],
- 3) schemat pasm pionowych z ciągłymi połączeniami zastępującymi nadproża [3.4].

Wymienione zastępcze schematy statyczne pozwalają na określenie sił wewnętrznych w ścianach z dość dobrym przybliżeniem, o ile rzeczywisty układ spełnia odpowiednie warunki założeń tych metod. Przykładowo: metodę wspornika, posługującą się wzorami wytrzymałości pręta zginanego, stosować można jedynie do obliczeń monolitycznych lub prefabrykowanych zespołów, o prętowych proporcjach wymiarów, w których perforacja jest znikoma, a połączenia mogą być trak-

towane jako niepodatne na działanie sił ścinających. Metoda ramowa z kolei lepiej odwzorowuje pracę ścian o stosunkowo dużych wymiarach otworów w porównaniu z wymiarami pasów międzyotworowych.

Metodą pasmową można natomiast efektywnie rozwiązać jedynie układy o perforacji regularnej pionowymi rzędami otworów okiennych lub drzwiowych. Przedstawiony w niniejszej pracy algorytm postępowania przy obliczaniu ścian usztywniających, oparty na statycznej wersji metody sztywnych elementów skończonych (SES) [5,6], obejmuje wszystkie przypadki geometrii ściany i obciążenia. Jest zatem ogólniejszy i nadaje się do analizy ścian usztywniających o dowolnej perforacji i dowolnym skokowym przebiegu zmian grubości. Pozwala on na określenie zarówno przemieszczeń, jak również sił wewnętrznych w ścianie wielkopłytkowej, w której modelu obliczeniowym uwzględniono rzeczywistą odmienną cech fizycznych, występujących w niej złączy. Przedstawiony w pracy sposób dyskretyzacji oraz sposób określania zastępczych cech sprężystych więzów modelu pozwala na przeprowadzanie analizy statycznej dużych układów ściannowych przy zastosowaniu mikrokomputera.

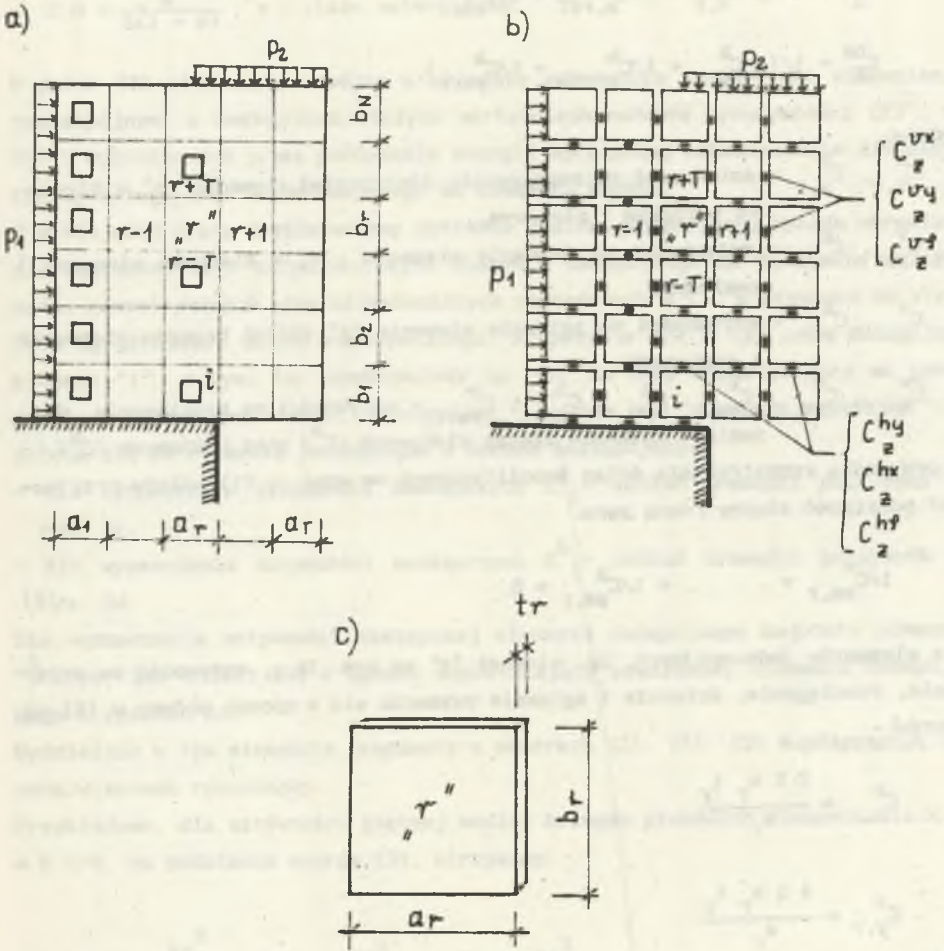
## 2. ZAŁOŻENIA. MODELOWANIE ŚCIAN WIELOSPÓJNYCH. CHARAKTERYSTYKI WIĘZÓW SPRĘŻYSTYCH

Rozpatruje się prostokątne i perforowane prostokątnymi otworami ściany-tarcze podparte w sposób dowolny i obciążone w swoich płaszczyznach środkowych (rys. 1). Zakłada się, że materiał tarczy jest liniowo sprężysty. Na ścianę nakłada się prostokątną siatkę dyskretną ([5] i [7]), dzielącą układ na dwu- i jednospójne prostokątne podobszary. W przypadku ścian wielkopłytkowych linie podziału powinny przebiegać wzdłuż złączy prefabrykatów. Zakłada się, że w obrębie każdego oczka siatki dyskretnej grubość ściany i cechy fizyczne materiału są stałe.

Obliczeniowy model statyczny ściany buduje się, zastępując wydzielone oczkami siatki dyskretnej elementy odkształcalne elementami sztywnymi połączonymi ze sobą więzami sprężystymi (rys. 1b) Poszczególnym więzom modelu przypisuje się trzy cechy sprężyste: sztywność na rozciąganie  $C_Z^{vx}$ ,  $C_Z^{hy}$ , sztywność na ścinanie  $C_Z^{vy}$ ,  $C_Z^{hx}$ , oraz sztywność na zginanie  $C_Z^{vf}$ ,  $C_Z^{hp}$  (rys. 1b) obliczone ze wzorów:

$$C_Z^{vx} = 1 / (1/C_{x,r}^v + 1/C_{x,r\pm 1}^v + 1/C_{xs,r}^v),$$

$$C_Z^{vy} = 1 / (1/C_{y,r}^v + 1/C_{y,r\pm 1}^v + 1/C_{ys,r}^v),$$



Rys. 1.

$$\begin{aligned}
 C_Z^{v\varphi} &= 1/(1/C_{\varphi,r}^v + 1/C_{\varphi,r\pm I}^v + 1/C_{\varphi S,r}^v), \\
 C_Z^{hy} &= 1/(1/C_{y,r}^h + 1/C_{y,r\pm I}^h + 1/C_{yS,r}^h), \\
 C_Z^{hx} &= 1/(1/C_{x,r}^h + 1/C_{x,r\pm I}^h + 1/C_{xS,r}^h), \\
 C_Z^{h\varphi} &= 1/(1/C_{\varphi,r}^h + 1/C_{\varphi,r\pm I}^h + 1/C_{\varphi S,r}^h),
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:

- $C_{x,r}^v, C_{y,r}^h$  - sztywności na rozciąganie (ściskanie) elementu "r" w kierunku poziomym i pionowym,  
 $C_{y,r}^v, C_{x,r}^h$  - sztywności na ścinanie elementu "r" w kierunku pionowym i poziomym,  
 $C_{\varphi,r}^v, C_{\varphi,r}^h$  - sztywności na zginanie elementu "r" wzdłuż brzegów pionowych i poziomych,  
 $C_{xS,r}^v, C_{yS,r}^v, C_{\varphi S,r}^v, C_{yS,r}^h, C_{xS,r}^h, C_{\varphi S,r}^h$  - sztywności na rozciąganie, ścinanie i zginanie złączy pionowych ( $C_{\varphi}^v$ ) oraz poziomych ( $C_{\varphi}^h$ ).

W przypadku rozpatrywania ścian monolitycznych we wzorach (1) należy przyjmować podatność złączy równą zeru:

$$1/C_{xS,r}^v = \dots = 1/C_{\varphi S,r}^h = 0. \tag{2}$$

Dla elementów jednospójnych, np. element "r" na rys. 1b,c, sztywność na ścisnienie, rozciąganie, ścinanie i zginanie wyznacza się w sposób podany w [5] wg wzorów:

$$\begin{aligned}
 C_{x,r}^v &= \frac{2 E b_r t_r}{a_r}, \\
 C_{y,r}^v &= \frac{4 G b_r t_r}{a_r}, \\
 C_{\varphi,r}^v &= \frac{E b_r^3 t_r}{6 a_r}, \\
 C_{y,r}^h &= \frac{2 E a_r t_r}{b_r}, \\
 C_{x,r}^h &= \frac{4 G a_r t_r}{b_r}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$C_{\varphi, r}^h = \frac{E a_r^3 t_r}{6 b_r}$$

gdzie:

$$E, G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \nu - \text{stałe materiałowe.}$$

W pracy [7] elementy dwuspójne w układzie zastępczym zastępowano elementami jednospójnymi o zastępczych stałych wartościach modułów sprężystości  $(E)^Z$ , i  $(G)^Z$ , wyznaczonych przez porównanie energii sprężystej odkształcenia elementu rzeczywistego oraz odpowiadającego mu elementu modelu.

W niniejszej pracy przedstawiony zostanie pewien przybliżony sposób określania charakterystyk sztywnościowych elementu dwuspójnego na podstawie zależności geometrycznych przy niezmiennych wartościach  $E$  i  $G$  w stosunku do stałych sprężystości układu rzeczywistego. Rozpatruje się w tym celu dwuspójny element "1" z rys. 1a, wyodrębniony na rys. 2a oraz odpowiadający mu geometrią i materiałem element jednospójny " $\hat{1}$ " (rys. 2b). Element dwuspójny "1" dzieli się na elementy jednospójne w sposób następujący:

- dla wyznaczenia sztywności zastępczych  $C_{i,1}^V$  - wzdłuż krawędzi pionowych - rys. 2c,
- dla wyznaczenia sztywności zastępczych  $C_{i,1}^h$  - wzdłuż krawędzi poziomych - rys. 2d.

Dla wyznaczania sztywności zastępczej elementu dwuspójnego najpierw element " $\hat{1}$ " (rys. 2b) dzieli się w sposób odpowiadający podziałowi elementu dwuspójnego z rysunku 2c.

Wydzielone w tym elemencie fragmenty o numerach (2), (5), (3) współpracują ze sobą w sposób równoległy.

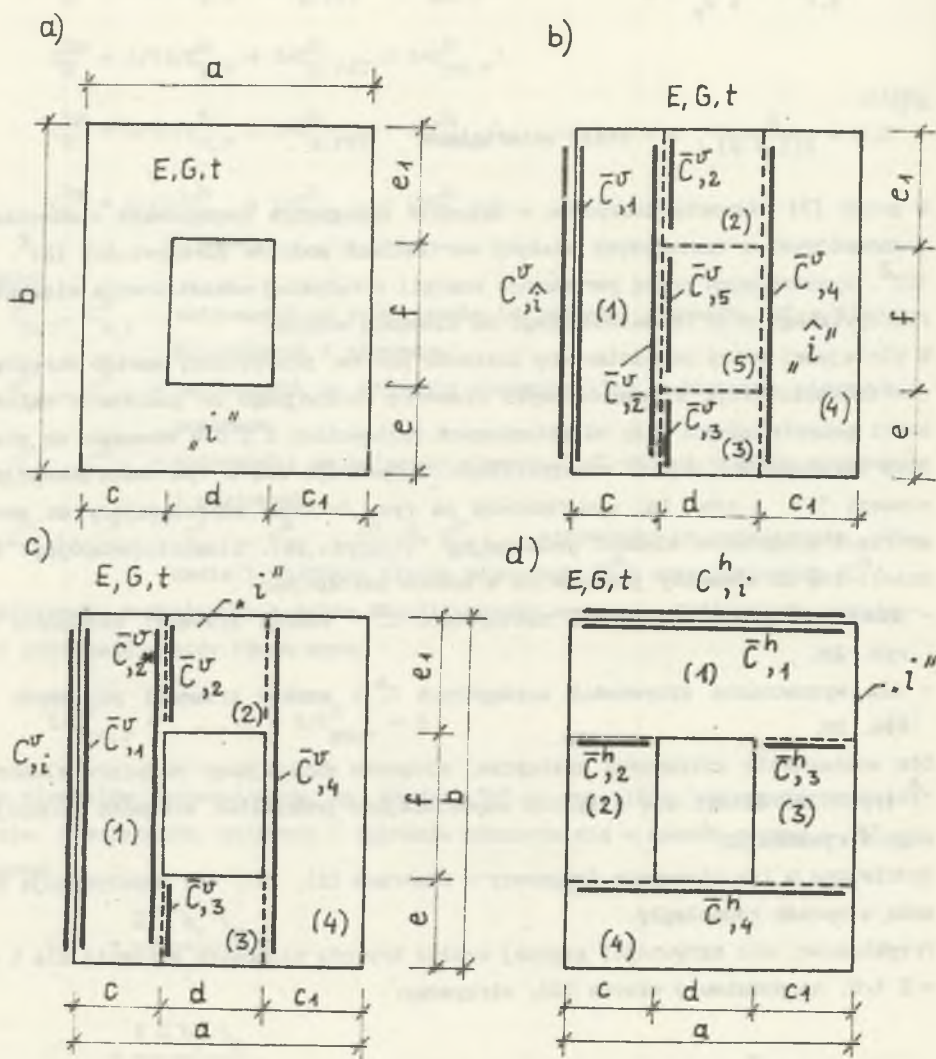
Przykładowo, dla sztywności giętnej wzdłuż brzegów pionowych elementu dla  $k = E t/6$ , na podstawie wzorów (3), otrzymamy:

$$\bar{C}_{\varphi,2}^v = \frac{ke_1^3}{d}, \quad \bar{C}_{\varphi,5}^v = \frac{kf^3}{d}, \quad \bar{C}_{\varphi,3}^v = \frac{ke_3^3}{d} \quad (4)$$

a dla elementu równoważnego całkowitej powierzchni tych podobszarów:

$$\bar{C}_{\varphi,2}^v = \frac{k b^3}{d} \quad (5)$$

Przyrównując sumę sztywności elementów (2), (5) i (3) ze sztywnością elementu równoważnego całkowitej powierzchni tych podobszarów otrzymamy:



- $j$  - numer podobszaru elementu „ $i$ ”  
 $\bar{C}_{j,j}^v, \bar{C}_{j,j}^h$  - sztywności na ściskanie, ścinanie i zginanie dla podobszaru o numerze „ $j$ ” elementu „ $i$ ”  
 $C_{j,i}^v, C_{j,i}^h$  - sztywności na ściskanie, ścinanie i zginanie elementu „ $i$ ”

Rys. 2

$$\bar{C}_{\varphi, \bar{2}}^v = \gamma_1 \sum_j \bar{C}_{\varphi, j}^v, \quad (j = 2, 3, 5), \quad (6)$$

gdzie:

$$\gamma_1 = \frac{b^3}{e^3 + f^3 + e_1^3}. \quad (7)$$

Tak więc wobec szeregowej współpracy elementów o numerach (1), (4) i elementu pokrywającego powierzchnię obszarów (2), (5), (3) (rys. 2b), zastępcza sztywność na zginanie elementu jednospójnego "1" wzdłuż brzegów pionowych wynosi:

$$C_{\varphi, 1}^v \wedge = \frac{1}{\frac{1}{\bar{C}_{\varphi, 1}^v} + \frac{1}{\bar{C}_{\varphi, \bar{2}}^v} + \frac{1}{\bar{C}_{\varphi, 4}^v}}. \quad (8)$$

Uwzględniając fakt, że w elemencie dwuspójnym z rys. 2c w miejscu elementu (5) z rys. 2b występuje otwór, cechą zastępczą  $\bar{C}_{\varphi, 2^*}^v$  obszaru z rys. 2c, odpowiadającego powierzchni elementów (2), (5), (3) z rys. 2b, można również zapisać jako:

$$\bar{C}_{\varphi, 2^*}^v = \gamma_2 \bar{C}_{\varphi, \bar{2}}^v, \quad (9)$$

gdzie:

$$\gamma_2 = \frac{b^3 - f^3}{b^3}. \quad (10)$$

Przyjmując oznaczenie

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = \frac{b^3 - f^3}{e^3 + f^3 + e_1^3}, \quad (11)$$

ze wzoru (6) do (11) otrzymamy:

$$\bar{C}_{\varphi, 2^*}^v = \gamma \sum_j \bar{C}_{\varphi, j}^v \quad (j = 2, 3, 5), \quad (12)$$

a sztywność na zginanie elementu dwuspójnego (rys. 2c) wzdłuż brzegów pionowych określona w sposób analogiczny do (8) wyniesie:

$$c_{\varphi,1}^v = \frac{1}{\frac{1}{\bar{c}_{\varphi,1}^v} + \frac{1}{r \sum_j \bar{c}_{\varphi,j}^v} + \frac{1}{\bar{c}_{\varphi,4}^v}} \quad (j = 2, 5, 3). \quad (13)$$

Postępując w sposób analogiczny otrzymać można wzory na pozostałe sztywności wzdłuż brzegów pionowych elementu "1". Wzory te można zapisać łącznie w postaci:

$$c_{,1}^v = \frac{1}{\frac{1}{\bar{c}_{,1}^v} + \frac{1}{r \sum_j \bar{c}_{,j}^v} + \frac{1}{\bar{c}_{,4}^v}} \quad (j = 2, 3, 5), \quad (14)$$

gdzie:

$$r = \begin{cases} \frac{b-f}{b} & \text{- dla sztywności na ściskanie i ścinanie,} \\ \frac{b^3 - f^3}{e^3 + f^3 + e_1^3} & \text{- dla sztywności na zginanie.} \end{cases} \quad (15)$$

Dzieląc teraz element jednopójny z rys. 2b w sposób odpowiadający podziałowi elementu z rys. 2d i powtarzając przedstawione obliczenia otrzymamy wzory określające zastępcze sztywności elementu dwuspójnego "1" wzdłuż brzegów poziomych

$$c_{,1}^h = \frac{1}{\frac{1}{\bar{c}_{,1}^h} + \frac{1}{\varphi \sum_j \bar{c}_{,j}^h} + \frac{1}{\bar{c}_{,4}^h}} \quad (j = 2, 5, 3); \quad (16)$$

gdzie:

$$\varphi = \begin{cases} \frac{a-d}{a} & \text{- dla sztywności na ściskanie i ścinanie,} \\ \frac{a^3 - d^3}{c^3 + d^3 + c_1^3} & \text{- dla sztywności na zginanie.} \end{cases} \quad (17)$$

Zbudowany w ten sposób model obliczeniowy (rys. 1b) rozwiązuje się metodą przemieszczeń w sposób podany w [5].



Przedstawiony w pracy algorytm budowy modelu obliczeniowego i obliczania charakterystyk sztywnościowych elementów dwuspójnych zastosowano do opracowania programu w języku Basic o nazwie S-T/86 na mikrokomputer ZX Spektrum +. Szczegółowy opis oraz listing programu i sposób przygotowania danych, a także postać otrzymywanych wyników przedstawiono w pracy WÓJCIKA <sup>1)</sup>.

W celu zbadania dokładności otrzymywanych wyników przeprowadzono analizę numeryczną 34 wybranych ścian perforowanych dla różnych obciążeń. Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń dla dwóch ścian, ilustrujące dokładność analizy statycznej przeprowadzonej sposobem przedstawionym w pracy.

### 3. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

#### 3.1. Przykład 1

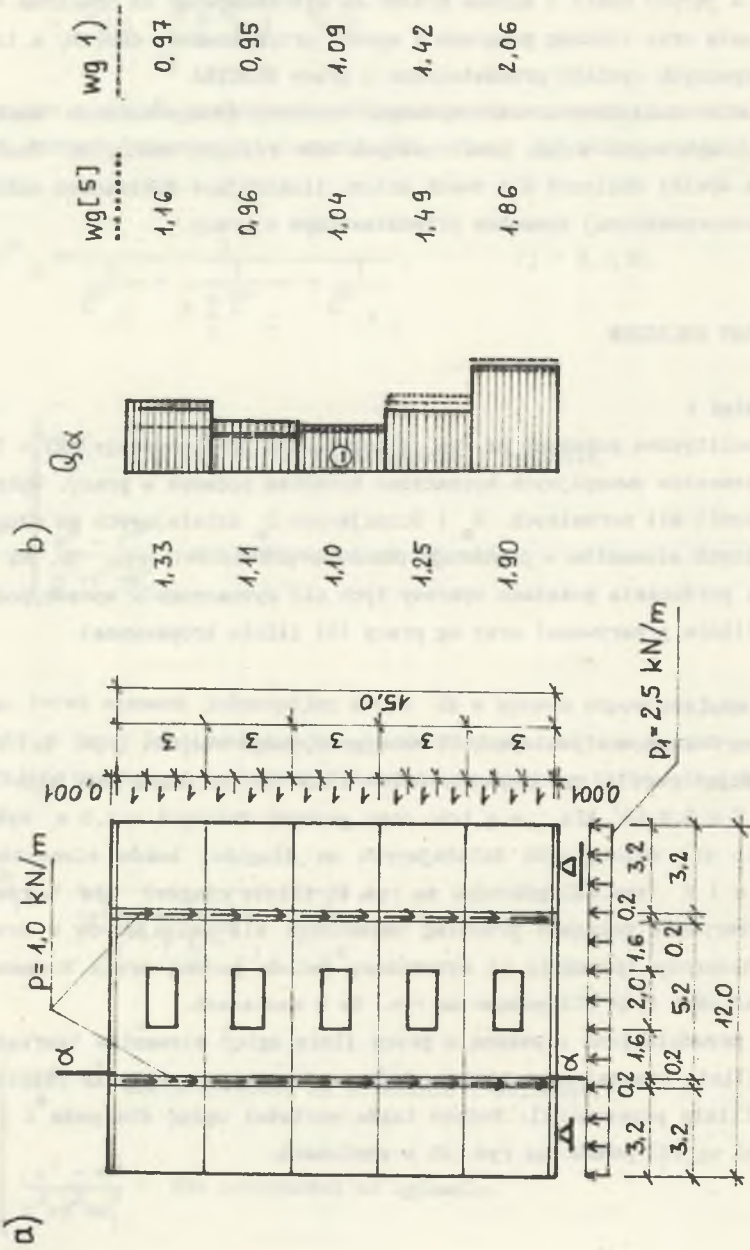
Ścianę monolityczną pokazaną na rys. 3 rozwiązano przy podziale  $N \times T = 7 \times 5$ . Sztywności elementów dwuspójnych wyznaczono sposobem podanym w pracy. Wykresy średnich wartości sił normalnych  $N_\alpha$  i ścinających  $Q_\alpha$  działających na długości poszczególnych elementów w przekroju pionowym przedstawia rys. 3b. Na rysunku tym dla porównania pokazano wykresy tych sił wyznaczone w sposób podany w pracy [7] (linie przerywane) oraz wg pracy [5] (linie kropkowane).

#### 3.2. Przykład 2

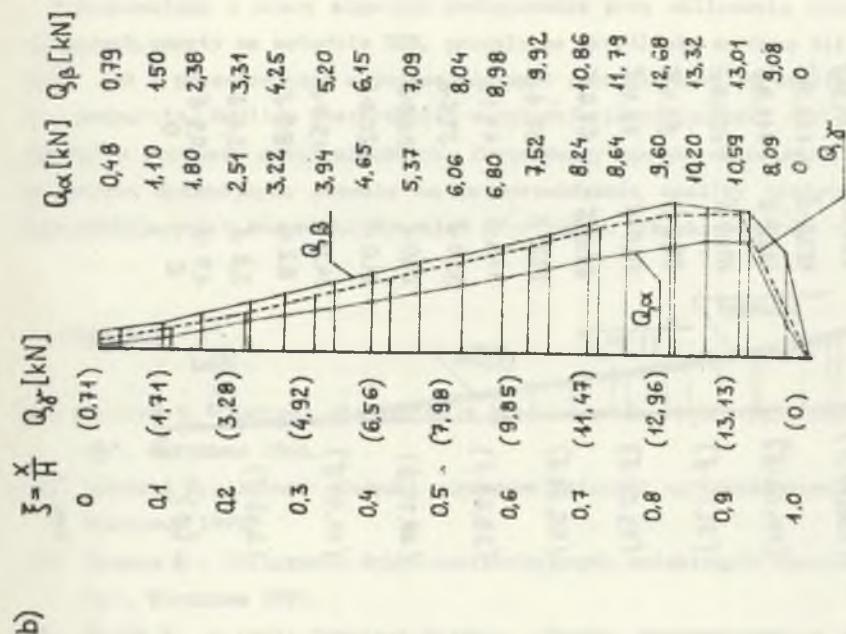
Monolityczną ścianę usztywniającą 17 kondygnacyjnego budynku (rys. 4a) rozwiązano, stosując podział na elementy  $N \times T = 18 \times 3$ . Do obliczeń przyjęto:  $q = 1,0 \text{ kN/m}$ ,  $E = 3,0 \cdot 10^7 \text{ kPa}$ ,  $\nu = 1/6$  oraz grubość ściany  $t = 1,0 \text{ m}$ . Wykresy i wartości sił ścinających działających na długości boków elementów w przekrojach  $\alpha$  i  $\beta$  (rys. 4a) pokazano na rys. 4b (linie ciągłe). Dla porównania linią przerywaną pokazano przebieg zmienności sił ścinających w środku rozpiętości nadproży (przekrój  $\gamma$ ) wyznaczony metodą podaną przez Rosmana w pracy [3]. Wartości tych sił podano na rys. 4b w nawiasach.

Na rysunku 5 przedstawiono uzyskaną w pracy linię ugięć elementów tworzących pasma 1 i 3 (linia ciągła) oraz linię ugięć wyznaczoną na podstawie rozwiązań Rosmana [3] (linia przerywana). Podano także wartości ugięć dla pasm 1 i 3. Wartości ugięć wg [3] podano na rys. 4c w nawiasach.

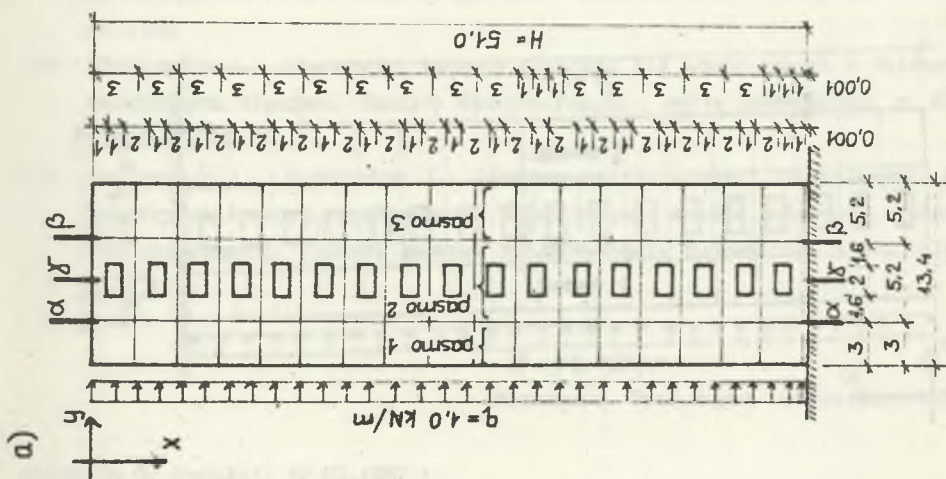
<sup>1)</sup> J. WÓJCIK: Obliczanie ścian perforowanych metodą sztywnych elementów skończonych. Praca magisterska, Zakład Mechaniki Budowli IKB Pol. Śl. Gliwice 1986.

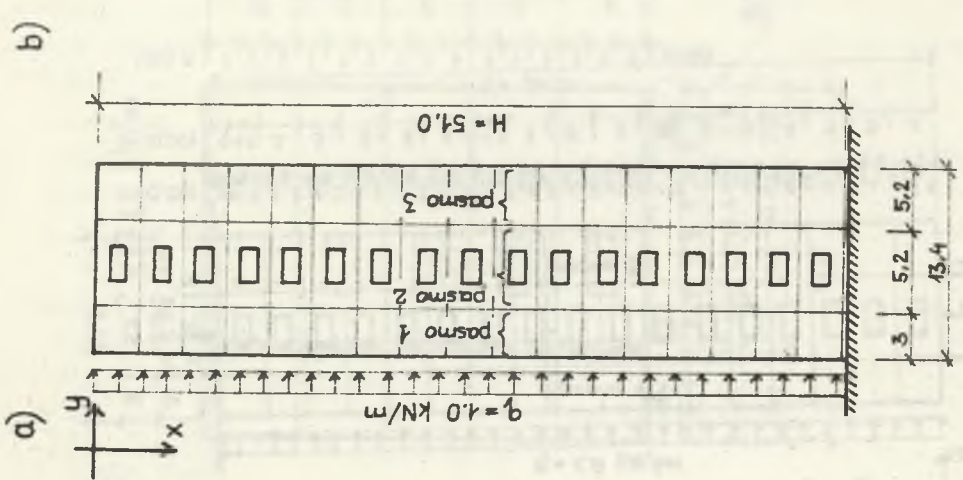


Rys. 3



Rys. 4





b)

$\xi = \frac{x}{H}$	$(M, N)$	$y_i$ pasmo 1 [m]	$y_i$ pasmo 2 [m]
0	(44.9, 27.5)	145.7.5	145.5.5
0.1	(130.17.5)	134.5.5	134.3.5
0.2	(111.01.5)	123.2.5	123.0.5
0.3	(91.94.5)	112.0.5	111.8.5
0.4	(73.25.5)	100.8.5	100.6.5
0.5	(55.32.5)	89.6.5	89.4.5
0.6	(38.68.5)	78.6.5	78.4.5
0.7	(18.74.5)	67.8.5	67.6.5
0.8	(11.47.5)	57.3.5	57.1.5
0.9	(3.43.5)	47.3.5	47.1.5
4.0	(0)	37.8.5	37.6.5
		29.0.5	28.8.5
		21.0.5	20.8.5
		14.0.5	13.8.5
		8.2.5	8.0.5
		3.8.5	3.6.5
		1.0.5	0.9.5
		0	0

$f = 151.3.5$

$\delta = \frac{30}{E}$

$w_1$ ,  $w_2$

Rys. 5

#### 4. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony w pracy algorytm postępowania przy obliczaniu ścian usztywniających, oparty na metodzie SES, pozwala na określenie zarówno sił wewnętrznych, jak i przemieszczeń w badanej ścianie z uwzględnieniem dowolnych warunków podparcia. Możliwe jest również uwzględnienie odmienności cech fizycznych złączy w ścianach wielkopłytowych. Zastosowany sposób określania sztywności elementów dwuspójnych pozwala na przeprowadzanie analizy statycznej ścian usztywniających w budynkach wysokich przy użyciu mikrokomputerów.

#### LITERATURA

- [1] Lewicki B.: Budynki mieszkalne z prefabrykatów wielkowymiarowych. "Arkady", Warszawa 1964.
- [2] Lewicki B., i inni: Budynki wznoszone metodami uprzemysłowionymi. "Arkady" Warszawa 1979.
- [3] Rosman R.: Obliczanie ścian usztywniających osłabionych otworami, "Arkady", Warszawa 1971.
- [4] Rojik V., i inni: Panelove objekty. Zasady konstruovani a provadeni. SNTL, Praha 1974.
- [5] Fedorowicz L.: Metoda sztywnych elementów skończonych analizy statycznej monolitycznych i prefabrykowanych ścian budynku. Praca doktorska, Gliwice 1982.
- [6] Fedorowicz L.: Iteracyjne badanie rozkładu sił wewnętrznych w ścianach osłabionych złączami. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., seria Budownictwo, z. 60, Gliwice 1985.
- [7] Fedorowicz L., Fedorowicz J.: Zastosowanie tarczowego superelementu do analizy statycznej perforowanych ścian budynku metodą sztywnych elementów skończonych. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., seria Budownictwo z. 70, Gliwice 1991.

Recenzent: Prof. zwyczaj. Otton Dąbrowski

Wpłynęło do Redakcji 31.03.1987 r.

**ПРИБЛИЖЕННЫЙ СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОЕМНЫХ ДИАФРАГИ ЗДАНИЙ  
БОЛЬШОЙ ЭТАЖНОСТИ**

**Р е з ю м е**

В статье представлено вычислительный алгоритм расчета проемных диафрагм многоэтажных зданий методом конечных жестких элементов. Для приведения численности системы алгебраических уравнений приняты суперэлементы в виде многосвязных дисков для даются способ определения заместительных жестких характеристик.

**APPROXIMATE STATIC ANALYSIS OF THE PERFORATED  
STIFFENING WALLS IN TALL BUILDINGS**

**S u m m a r y**

The algorithm of static analysis of perforated walls stiffening tall buildings with application of the Finite Stiff Elements Method is presented. In order to reduce the number of systems of equations multiply connected disc elements have been introduced with substitutionary stiffness characteristics determined in this work.