ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991
Seria: BUDOWNICTWO z. 70 Nr kol.1071

Lidia FEDOROWICZ
Jan FEDOROWICZ

ZASTOSOWANIE SUPERELEMENTU TARCZOWEGO DO ANALIZY STATYCZNEJ PERFOROWANYCH ŚCIAN BUDYNKU METODĄ SZTYWNYCH ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono sposób tworzenia i wykorzystania dwuspójnego superelementu tarczowego do analizy statycznej perforowanych ścian budynku metodą SES.

1. WPROWADZENIE

W procesie projektowania budynków o konstrukcji ścianowej, niezależnie od rodzaju przyjętego modelu obliczeniowego, pojawia się każdorazowo problem określania sił wewnętrznych w ścianach poddanych obciążeniom działającym w ich płaszczyznach środkowych. Zarówno ściany usztywniające, jak i nośne budynku osłabione są z reguły szeregiem otworów okiennych lub drzwiowych, a w przypadku budynków wielkopłytowych również złączami technologicznymi. Ponieważ uzyskanie ścisłego rozwiązania analitycznego tego zadania jest praktycznie nieosiągalne, do określania sił wewnętrznych stosuje się bądź to sposoby przybliżone (metoda wspornikowa, ramowa, pasmowa) [1,2,3,4], bądź też metody numeryczne (metoda odkształcalnych elementów skończonych (OES), sztywnych elementów skończonych (SES), różnic skończonych (RS)). Dokładność uzyskiwanych wyników metodami przybliżonymi zależna jest w zasadzie od adekwatności ich założeń z rzeczywistym układem statycznym. Metody numeryczne (OES,SES,RS) pozwalają na uzyskanie rozwiązań o dużej dokładności. Wymagają jednak rozwiązania dużych układów równań liniowych, a więc i korzystania w trakcie obliczeń z emc o dużej pamięci, co zwiększa zarówno czas, jak i koszt obliczeń statycznych. W niniejszej pracy przedstawiono sposób wykorzystania sztywnego superelementu tarczowego do obliczeń statycznych wielospójnych ścian wielkopłytowych przy wykorzystaniu metody SES w wersji statycznej [5,6,7]. Sposób ten, operując elementami dwuspójnymi, pozwala na znaczną redukcję liczby równań liniowych, a tym samym na przeprowadzanie obliczeń statycznych dużych układów ścianowych przy zastosowaniu średniej wielkości maszyn obliczeniowych.

2. ZAŁOŻENIA. OBLICZENIOWY MODEL METODY SES W WERSJI STATYCZNEJ DLA ŚCIAN - TARCZ

W pracy [5] rozpatruje się prostokątną perforowaną ścianę-tarczę podpartą w sposób dowolny i obciążoną siłami działającymi w jej płaszczyźnie środkowej (rys. 1a). Zakłada się, że materiał tarczy jest liniowo sprężysty. Na ścianę nakłada się siatkę określającą linie podziału ściany na elementy prostokątne o wymiarach boków $b_i \times a_i$ (rys. 1b). Przyjmuje się, że linie zmiany grubości, kontury otworów oraz linie przebiegu złączy między elementami wielkopłytowymi pokrywają się z liniami podziału nałożonej siatki dyskretnej. W wersji statycznej metody SES zastępczy schemat obliczeniowy ściany tworzy się zastępując odkształcalne prostokątne podobszary wydzielone oczkami siatki - elementami nieodkształcalnymi, połączonymi między sobą sprężystymi więzami. Każdej z więzi sprężystych modelu przypisuje się trzy cechy fizyczne: sztywność na rozciąganie C_Z^{vx}, C_Z^{hy}, sztywność na ścinanie C_Z^{vy}, C_Z^{hx} oraz sztywność na zginanie $C_Z^{v\varphi}$, $C_Z^{h\varphi}$. Przykładowo sztywność więzu na ścinanie między elementami "i" oraz "i+1" (rys. 1c) wg [5] wynosi:

$$C_Z^{vy} = 1 \left[\frac{1+\nu}{2Eb_i} \left(\frac{a_i}{t_i} + \frac{a_{i+1}}{t_{i+1}} \right) + 1/C^v_{ys,i} \right] \tag{1}$$

gdzie:

E, ν - stałe materiałowe,

$C^v_{sy,i}$ - sztywność złącza na ścinanie.

Otrzymany w ten sposób model obliczeniowy rozwiązuje się metodą przemieszczeń. Przypisując każdemu elementowi sztywnemu trzy stopnie swobody (przesunięcie poziome "u", przesunięcie pionowe v, kąt obrotu φ) układ równań rozwiązujących zadanie ma postać:

$$[K]\,\{U\} = \{Q\}, \tag{2}$$

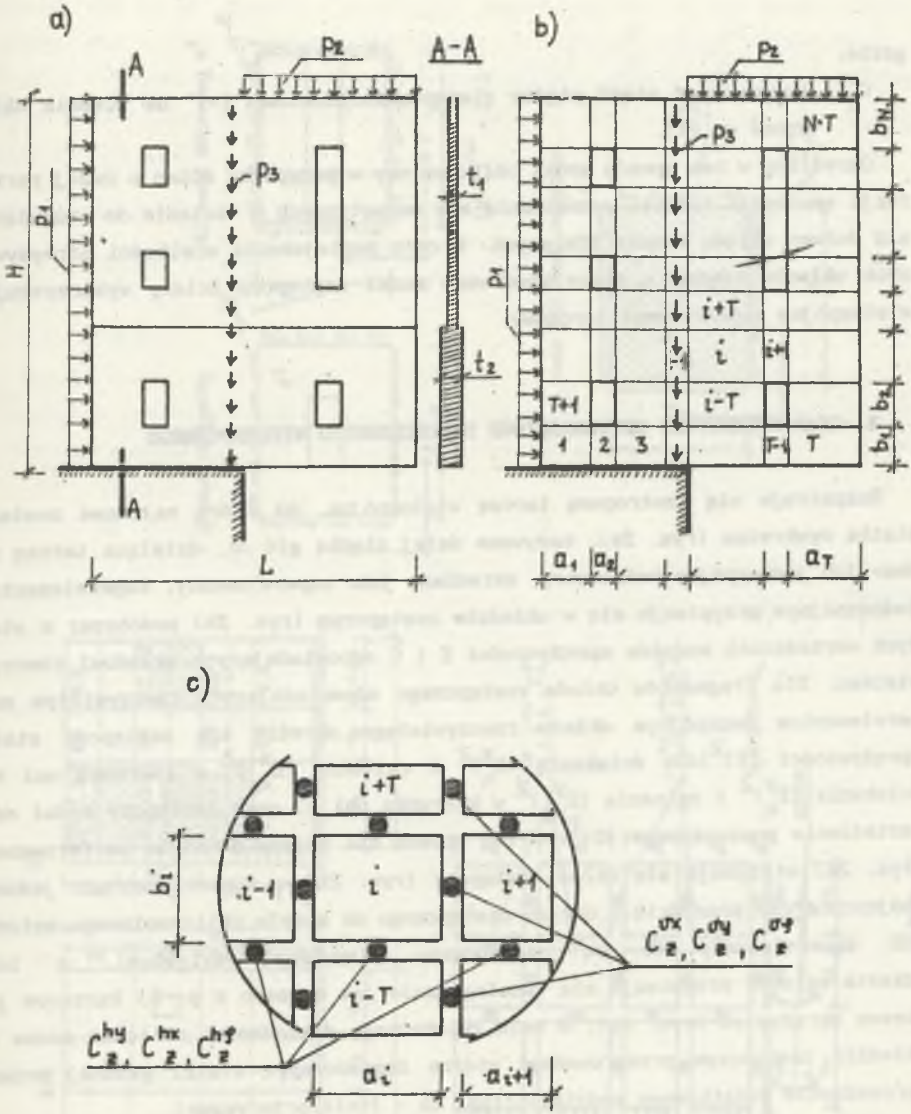
gdzie:

[K] - macierz sztywności układu,

{U} - wektor poszukiwanych przemieszczeń,

{Q} - wektor obciążeń układu.

Rozwiązanie układu (2) pozwala na określenie sił wzajemnego oddziaływania na siebie poszczególnych elementów sztywnych modelu. Przykładowo, siła styczna działania elementu "i+1" na element "i" (rys, 1c) wyraża się wzorem:


a)
A
Pz
A-A
p3
p1
H
t1
t2
A
L
b)
Pz
p3
N·T
bN
p1
i+T
i
i-1
i+1
i-T
T+1
1
2
3
T-1
T
b2
b1
a1
a2
aT
c)
i+T
i-1
i
i+1
i-T
bi
ai
ai+1

Rys. 1

$$T_{i+1,i} = C_Z^{vy} \left[\vartheta_{i+1} - \vartheta_i + 0,5\ (\varphi_i \cdot a_i + \varphi_{i+1} \cdot a_{i+1}) \right], \tag{3}$$

gdzie:

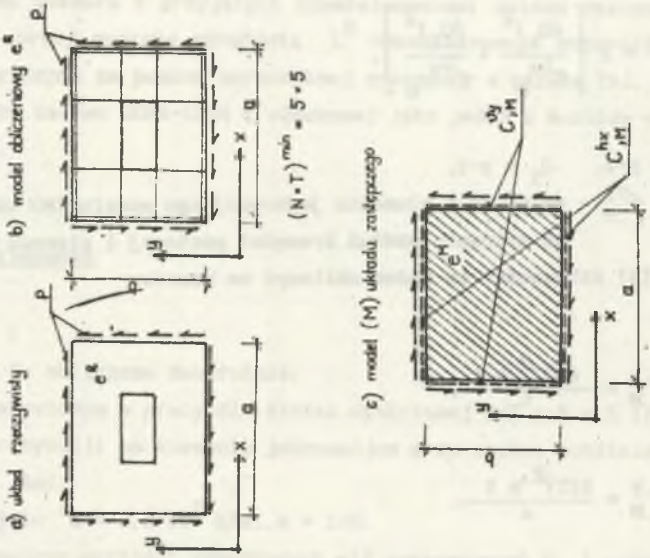
C_Z^{vy} - sprężystość więzi między elementami "i" oraz "i+1" na ścianie obliczone wg (1).

Określony w ten sposób model obliczeniowy w przypadku ścian o dużej perforacji sprowadza zadanie wyznaczenia sił wewnętrznych w ścianie do rozwiązania dużego układu równań liniowych. W celu zmniejszenia wielkości otrzymywanych układów równań w pracy zbudowano model zastępczy ściany wykorzystując wielospójny superelement tarczowy.

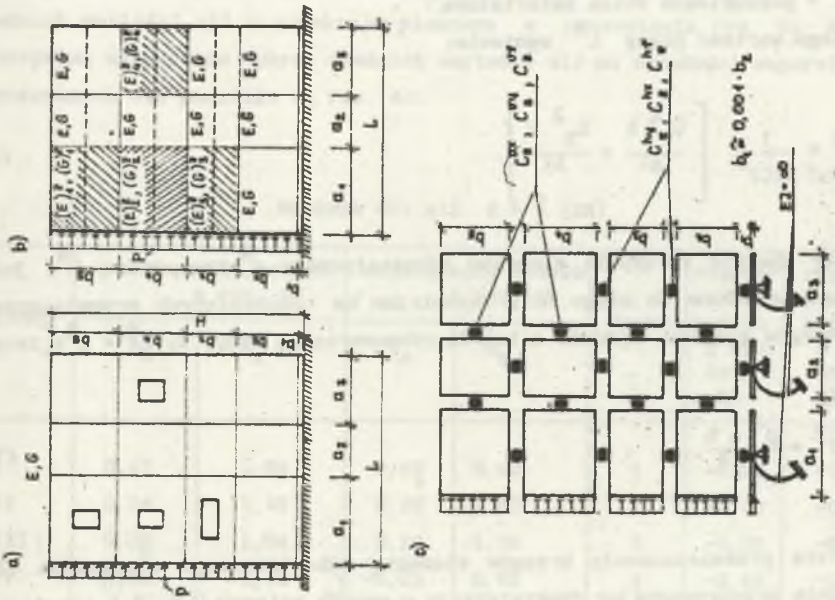
3. CHARAKTERYSTYKI SZTYWNOŚCIOWE SUPERELEMENTU WIELOSPÓJNEGO

Rozpatruje się izotropową tarczę wielospójną, na którą nałożona została siatka dyskretna (rys. 2a), nazywana dalej siatką główną, dzieląca tarczę na dwu- lub jednospójne podobszary, określane jako superelementy. Superelementom jednospójnym przypisuje się w układzie zastępczym (rys. 2b) podobszar o stałych wartościach modułów sprężystości E i G odpowiadających układowi rzeczywistemu. Dla fragmentów układu zastępczego odpowiadających rzeczywistym superelementom dwuspójnym układu rzeczywistego określa się zastępcze stałe sprężystości $(E)^Z$(dla ściskania $(E_n^x)^Z$ i zginania $(E_{zg}^x)^Z$ w kierunku osi x, ściskania $(E_n^y)^Z$ i zginania $(E_{zg}^y)^Z$ w kierunku osi y) oraz zastępczy moduł odkształcenia postaciowego $(G)^Z$. W ten sposób dla ściany dowolnie perforowanej (rys. 2a) otrzymuje się układ zastępczy (rys. 2b) o superelementach jednospójnych. Przy przejściu z układu zastępczego do modelu obliczeniowego metody SES superelementy te są zastępowane elementami sztywnymi, a ich odkształcalność przypisuje się (analogicznie jak opisano w p. 2) łączącym je więzom sprężystym (rys. 2c). W celu zwiększenia dokładności obliczeń można w układzie zastępczym przeprowadzać wtórne zagęszczenie siatki głównej przez wprowadzenie dodatkowego podziału (rys. 2b - linie przerywane).

Zgodnie z teorią równowartości [8] najogólniejszym kryterium adekwatności układu zastępczego względem układu rzeczywistego jest równość całkowitej energii sprężystej odkształcenia obu układów. W celu określenia zastępczych stałych materiałowych $(E)^Z$ i $(G)^Z$ w układzie zastępczym rozpatruje się dwa podobszary: superelement dwuspójny układu rzeczywistego e^R (rys.3a) oraz jednospójny modelu obliczeniowego e^M (rys. 3c),poddane działaniu tych samych obciążeń podstawowych: równomiernemu ściskaniu, czystemu ścinaniu i zgniataniu.


a) układ rzeczywisty
b) model obliczeniowy
c) model (M) układu zastępczego
$(N \cdot T)^{min} = 5 \cdot 5$

Rys. 3


a)
b)
c)
E,G
$b_q \approx 0{,}001 \cdot b_z$
$EJ = \infty$

Rys. 2

Przykładowo: dla ścinania (rys. 3) praca L^M sił zewnętrznych na przemieszczeniach elementu modelu (M) układu zastępczego (rys. 3c) wynosi:

$$L^M = 2\left[\frac{(Q_1)^2}{C^{hx}_{,M}} + \frac{(Q_2)^2}{C^{vy}_{,M}}\right], \tag{4}$$

gdzie:

$Q_1 = p \cdot a, \quad Q_2 = p \cdot b,$

$C^{hx}_{,M}, C^{vy}_{,M}$ - sztywności elementu jednospójnego modelu (M) układu zastępczego na ścinanie wzdłuż krawędzi poziomej i pionowej.

Według [5] sztywności te można obliczyć ze wzorów:

$$C^{h,x}_{,M} = \frac{4(G)^Z\, a\, t}{b}, \tag{5}$$

$$C^{v,y}_{,M} = \frac{4(G)^Z\, b\, t}{a},$$

gdzie:

$(G)^Z$ - poszukiwana stała materiałowa.

Wobec tego wartość pracy L^M wyniesie:

$$L^M = \frac{1}{2(G)^Z}\left[\frac{Q_1^2\, b}{at} + \frac{Q_2^2\, a}{bt}\right]. \tag{6}$$

Wyrażając energię sprężystą elementu odkształconego e^R przez pracę L^R, jaką wykonują przyłożone do niego siły zewnętrzne na rzeczywistych przemieszczeniach brzegów elemetu, zgodnie z teorią równowartości mamy, że $L^M = L^R$.

A zatem

$$(G)^Z = \frac{p^2\, a\, b}{t\, L^R}. \tag{7}$$

Rzeczywiste przemieszczenia brzegów elementu odkształconego e^R wyznacza się numerycznie przeprowadzając dyskretyzację w sposób opisany w p. 2 i rozwiązując otrzymany model obliczeniowy e^R (rys. 3b) dla odpowiednich obciążeń.

W analogiczny sposób określa się pozostałe wartości zastępczych stałych sprężystości $(E^x_n)^Z$, $(E^y_n)^Z$, $(E^x_{zg})^Z$, $(E^y_{zg})^Z$.

Wyznaczone w ten sposób zastępcze stałe materiałowe $(E)^Z$ i $(G)^Z$ wprowadza się do wyrażeń na sztywności więzów modelu SES, w którym elementy sztywne pokrywają się co do obszaru z przyjętymi superelementami układu zastępczego i rzeczywistego. W pracy energię sprężystą L^R odkształconego superelemenu e^R określa się numerycznie za pomocą opracowanej procedury o nazwie TAJ, napisanej w języku Algol na emc ODRA-1204 i włączonej jako jeden z modułów do programu MSET-1 [9].

4. PRZYKŁADY LICZBOWE

4.1. *Przykład 1*

Ścianę z rys. 4a obliczono dwukrotnie:

- sposobem przedstawionym w pracy dla siatki dyskretnej NxT = 5 x 5 (rys.4b),
- dokonując dyskretyzacji na elementy jednospójne przy siatce podziału NxT = = 30 x 10 (rys. 4c).

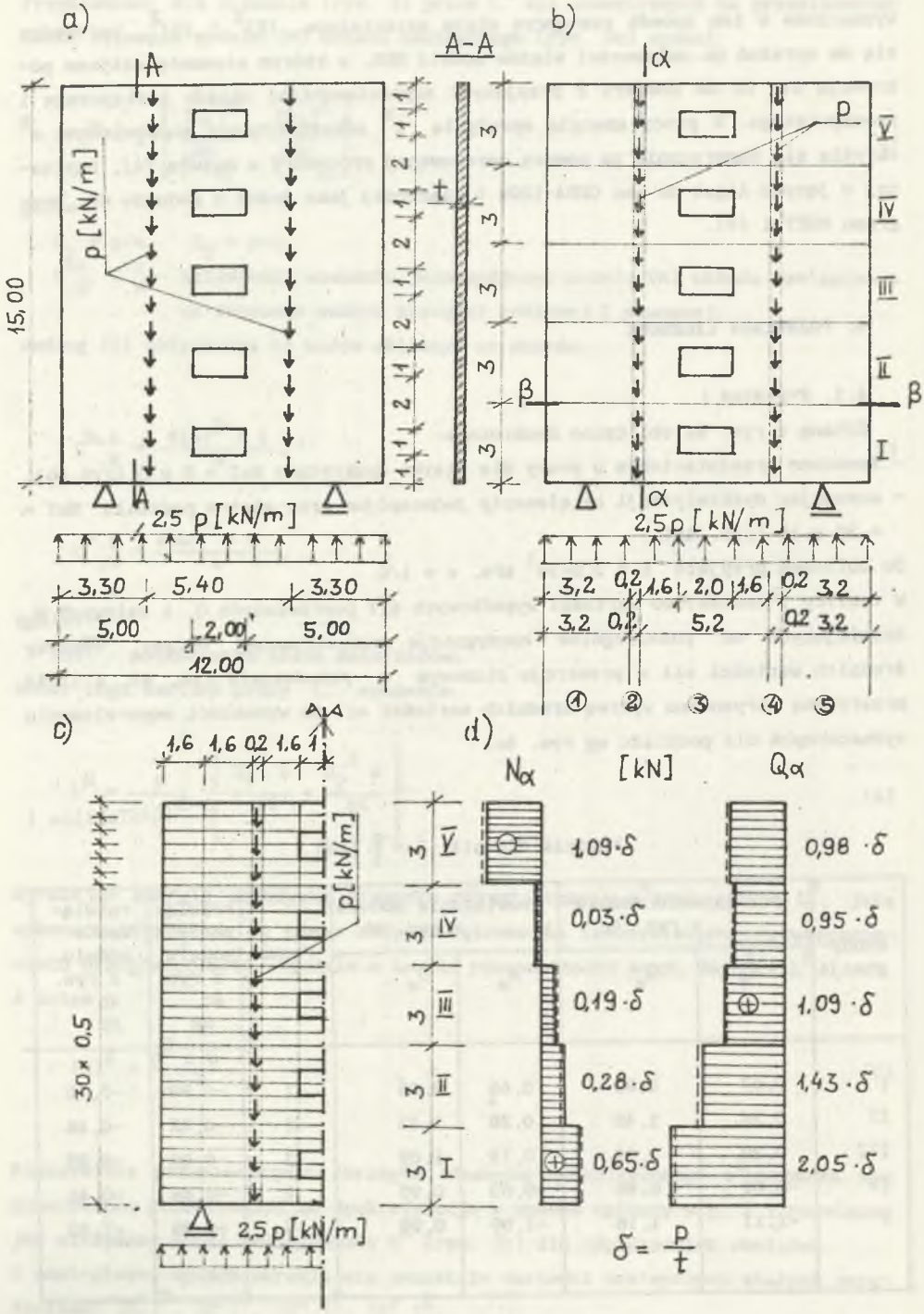
Do obliczeń przyjęto $E = 3{,}0 \cdot 10^7$ kPa, $\nu = 1/6$.

W tablicy 1 zestawiono wartości wypadkowych sił poprzecznych Q_i i osiowych N_i działających na poszczególne kondygnacje rozpatrywanej ściany. Wykresy średnich wartości sił w przekroju pionowym α przedstawia rys. 4d, a linią przerywaną narysowano wykres średnich wartości sił na wysokości superelementu wyznaczonych dla podziału wg rys. 4c.

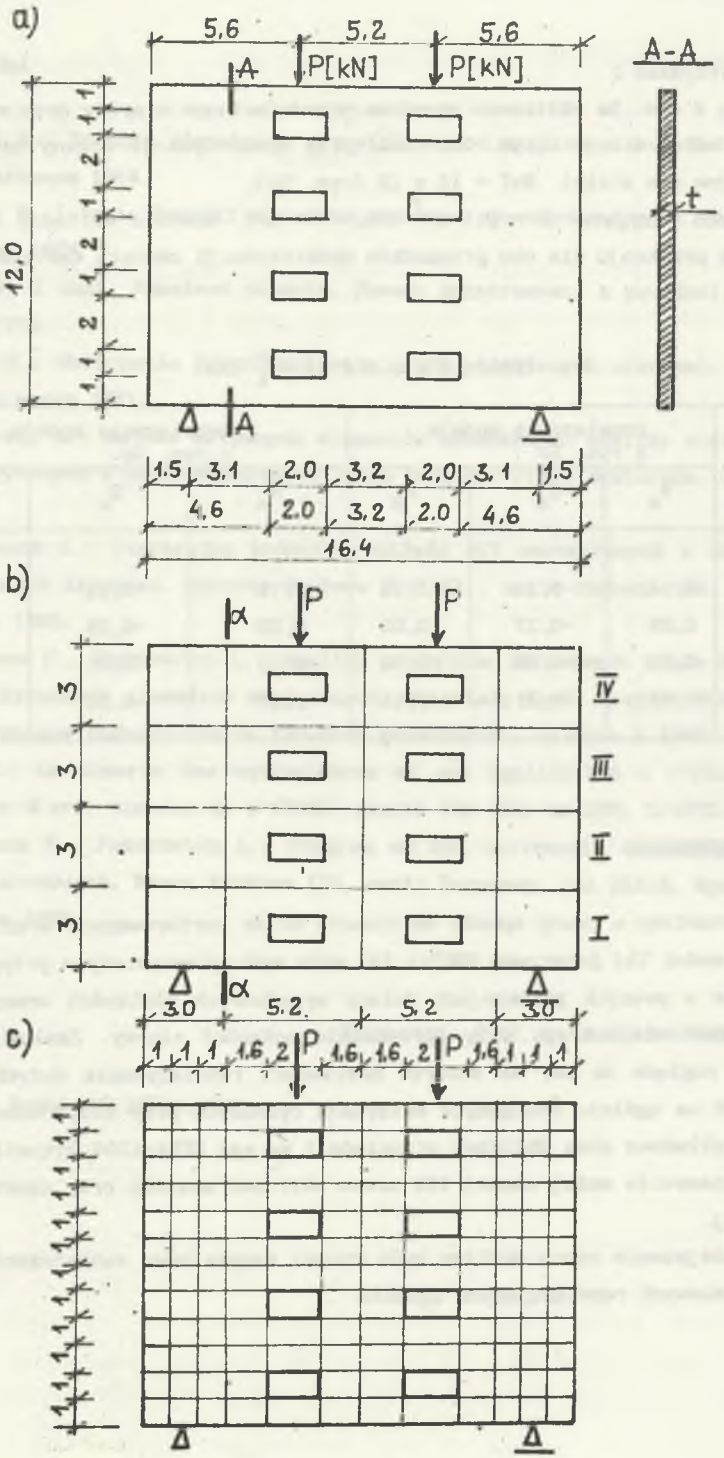
Tablica 1

Mnożnik dla sił $\delta = \frac{P}{t}$ [kN]

kondygnacja	rozwiązanie modelu z rys. 4c		rozwiązanie modelu z rys. 4b		Pasmo	rozwiązanie modelu z rys. 4c $N\beta$	rozwiązanie modelu z rys. 4b $N\beta$
	N_α	Q_α	N_α	Q_α			
I	0,67	1,86	0,65	2,05	1	-6,98	-7,10
II	0,26	1,48	0,28	1,43	2	-0,48	-0,46
III	0,20	1,04	0,19	1,09	3	-9,08	-8,89
IV	-0,02	0,96	-0,03	0,95	4	-0,48	-0,46
V	-1,11	1,16	-1,09	0,98	5	-6,98	-7,10


a)
b)
A-A
p [kN/m]
15,00
2,5 p [kN/m]
3,30
5,40
3,30
5,00
2,00
5,00
12,00
3,2
0,2
1,6
2,0
1,6
0,2
3,2
5,2
c)
d)
1,6 1,6 0,2 1,6 1
30 × 0,5
Nα
[kN]
Qα
1,09·δ
0,03·δ
0,19·δ
0,28·δ
0,65·δ
0,98 ·δ
0,95 ·δ
1,09 ·δ
1,43 ·δ
2,05 ·δ
δ = p/t

Rys. 4


a)
5,6
5,2
5,6
A-A
A
P[kN]
P[kN]
t
12,0
1,1
2
1
2
1
2
1,1
A
1,5
3,1
2,0
3,2
2,0
3,1
1,5
4,6
2,0
3,2
2,0
4,6
16,4
b)
α
P
P
3
3
3
3
IV
III
II
I
α
3,0
5,2
5,2
3,0
c)
1
1
1
1,6
2
P
1,6
1,6
2
P
1,6
1
1
1

Rys. 5

4.2. *Przykład 2*

Ścianę z rys. 5a obliczono sposobem przedstawionym w pracy przy siatce podziału NxT = 4 x 4 (rys. 5b) oraz przy dyskretyzacji ściany na elementy jednospójne dla siatki NxT = 12 x 12 (rys. 5c).
Do obliczeń przyjęto $E = 3{,}0 \cdot 10^7$ kPa, $\nu = 1/6$. Średnie wartości sił w zaznaczonym przekroju dla obu przypadków dyskretyzacji zawiera tablica 2.

Tablica 2

Mnożnik dla sił $\delta = \frac{p}{t}$ [kN]

kondygnacja	rozwiązanie modelu z rys. 5c			rozwiązanie modelu z rys. 5b		
	N_α	Q_α	N_β	N_α	Q_α	N_β
I	0,14	-0,24	0,14	0,15	-0,24	0,14
II	0,05	-0,27	0,05	0,05	-0,25	0,05
III	-0,04	-0,28	-0,04	-0,03	-0,26	-0,04
IV	-0,15	-0,21	-0,15	-0,17	-0,25	-0,15

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony w pracy sposób obliczania ścian perforowanych wraz z poszerzonym o moduł TAJ programem MSET-1 [9] może być wykorzystany w przypadku poszukiwania w pewnych przekrojach ściany wypadkowych wielkości wewnętrznych. Może to mieć miejsce np. przy sprawdzaniu nośności złączy. Zasługuje on na uwagę ze względu na to, że stwarza możliwości rozwiązywania dużych układów ścianowych na ogólnie dostępnych maszynach cyfrowych przy małym czasie obliczeń. Przykładowo czas obliczeń przykładu 1 na emc ODRA-1204 wynosił około 7 min, co stanowiło mniej więcej 15% czasu obliczeń maszyny przy dyskretyzacji klasycznej.
Takie zmniejszenie czasu możliwe było dzięki radykalnemu zmniejszeniu układu równań liniowych rozwiązujących zadanie.

LITERATURA

[1] Lewicki B.: Budynki mieszkalne z prefabrykatów wielkowymiarowych. "Arkady", Warszawa 1964.

[2] Lewicki B. i inni: Budynki wznoszone metodami uprzemysłowionymi. "Arkady" Warszawa 1979.

[3] Roijk V. i inni: Panelove objekty. Zasady konstruovani a povadeni. SNTL, Praha 1974.

[4] Rosman R.: Obliczanie ścian usztywniających osłabionych otworami. "Arkady", Warszawa 1971.

[5] Fedorowicz L.: Metoda sztywnych elementów skończonych analizy statycznej monolitycznych i prefabrykowanych ścian budynku. Praca doktorska, Gliwice 1982.

[6] Fedorowicz L.: Iteracyjne badanie rozkładu sił wewnętrznych w ścianach osłabionych złączami. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria Budownictwo, z. 60, Gliwice 1985.

[7] Andermann F., Fedorowicz L.: Analiza statyczna tarczowych ścian budynku metodą sztywnych elementów skończonych. Materiały Konf. Naukowo-Technicznej "Problemy budownictwa na terenach górniczych", Gliwice X.1978.

[8] Absi E.: La theorie des equivalences et son application a l'etude des ouvrages d'art. Annales de l'ITBTP, sierie TMC 153, nr 298, X/1972.

[9] Andermann F., Fedorowicz L.: Program na EMC obliczania wielkopłytowych ścian tarczowych. Prace Naukowe ITB, seria Rozprawy, rok XXXIX, Wyd. ITB, Warszawa 1984.

Recenzent: Prof.zwycz. Otton Dąbrowski

Wpłynęło do Redakcji 31.03.1987 r.

ПРИМЕНЕНИЕ СУПЕРЭЛЕМЕНТА В ВИДЕ ДИСКА К СТАТИЧЕСКОМУ РАСЧЕТУ ПЕРФИРОВАНЫХ СТЕН ЗДАНИЙ МЕТОДОМ ЖЕДСКИХ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Р е з ю м е

В работе дается способ создавания и испальзования суперэлемента в виде двухсвязнного диска к статическому расчету перфированных стен зданий методом SES.

APPLICATION OF DISC SUPERELEMENT FOR STRUCTURAL ANALYSIS OF PERFORATED STIFFENING WALLS OF BUILDINGS BY THE FINITE STIFF ELEMENTS METHOD

S u m m a r y

In this work a method of constituting and applying a two connected disc superelement is presented useful for structural analysis of perforated walls by the FSEM.