

Tadeusz SKOCZKOWSKI  
Marian KALUS

Instytut Elektrotechniki  
Teoretycznej i Przemysłowej  
Politechniki Śląskiej

#### MODEL ANALOGOWY FALOWNIKA RÓWNOLEGŁEGO ZASILAJĄCEGO NAGRZEWNICĘ INDUKCYJNĄ

**Streszczenie.** W artykule omówiono model analogowy tyrystorowego falownika równoległego prądu zasilającego nagrzewnicę indukcyjną. Podano charakterystyczne cechy nagrzewnic indukcyjnych jako odbiorników energii elektrycznej. Podano opis matematyczny pracy falownika i jego układu regulacji. Przedstawiono model analogowy samego falownika i jego kaskadowego regulatora mocy. Modelowanie przeprowadzono dla algorytmu stałego kąta i stałego czasu wyłączenia tyrystorów. Przeprowadzono modelowanie rozruchu falownika oraz określono niezbędne warunki do poprawnego startu układu. Wyznaczono charakterystyki statyczne falownika określające zależności napięć, prądów i mocy czynnej w funkcji dobroci obwodu obciążenia. Podano wybrane przebiegi prądów i napięć w stanie quasi-ustalonym i przy rozruchu.

#### 1. Wstęp

Nagrzewnica indukcyjna stanowi dla źródła zasilania szczególny rodzaj odbiornika. Cechami charakterystycznymi nagrzewnic indukcyjnych jako odbiorników energii elektrycznej są:

- ciągłe zmiany wartości  $R, L$  obciążenia w trakcie procesu nagrzewania,
- nieliniowy charakter obciążenia, zwłaszcza przy nagrzewaniu ferromagnetyków, wynikający z zależności parametrów nagrzewnicy od temperatury, pola elektromagnetycznego i częstotliwości,
- dzięki niskiemu współczynnikowi mocy wzbudnika wymagana jest kompensacja mocy biernej poprzez włączenie baterii kondensatorów, co prowadzi do powstania obwodu rezonansowego RLC o stosunkowo wysokiej dobroci  $Q = 2,5 \dots 20$ ,
- dzięki dużej dobroci  $Q$  impedancja obciążenia widziana przez źródło może zmieniać się gwałtownie w odpowiedzi na małe zmiany w obciążeniu wzbudnika lub częstotliwości, cecha ta bardzo niekorzystna przy zasilaniu z generatorów elektromaszynowych jest zazwyczaj bardzo użyteczna przy zasilaniu z generatorów tyrystorowych, które pracując w pobliżu częstotliwości rezonansowej dostarczają maksymalną moc do obciążenia.

Parametry nagrzewnic indukcyjnych do topienia, hartowania i do nagrzewania skrótnego metali o mocy 25...250 kW charakteryzują zazwyczaj następujące wielkości:

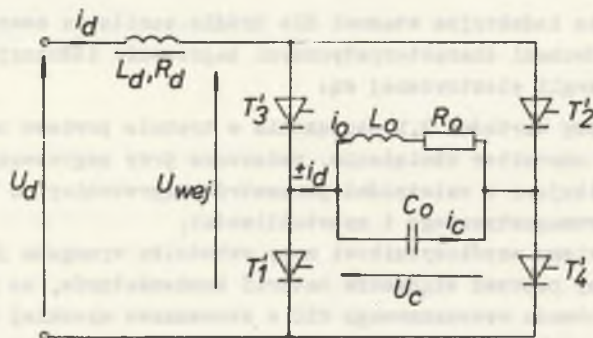
- impedancja zastępcza  $Z_z = 0,4 \dots 0,8 \Omega$
- współczynnik mocy  $\cos \varphi = 0,1 \dots 0,5$
- częstotliwość pracy  $f = 500 \dots 10000 \text{ kHz}$

Zasady działania, budowa i metody projektowania klasycznych urządzeń energoelektronicznych, w tym również falowników stosowanych do zasilania nagrzewnic indukcyjnych są dobrze znane z literatury [1,2,3,5]. Prace te jednak w większości nie uwzględniają przedstawionej powyżej specyfiki nagrzewnic indukcyjnych, umożliwiając stwierdzenie poprawności pracy w wybranym punkcie pracy określonym przez wartości  $L_o, R_o$  nagrzewnicy. Proces projektowania powinien obejmować cały zakres możliwych obciążeń falownika ze szczególnym uwzględnieniem stanów dynamicznych, np. rozruchu, zmian obciążenia przy wprowadzaniu lub opuszczaniu wzbudnika przez wsad, zwarciu itp.

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie modelu analogowego falownika równoległego zasilającego nagrzewnicę indukcyjną jako skutecznego narzędzia analizy pracy falownika w szerokim zakresie obciążeń.

## 2. Model analogowy falownika prądu

Model analogowy falownika równoległego zbudowano na podstawie schematu ideowego przedstawionego na rys. 1.



Rys. 1. Schemat ideowy falownika równoległego

Fig. 1. Schematic diagram of the parallel inverter

Falownik równoległy opisują następujące równania:

$$U_d - L_d \frac{di_d}{dt} - i_d R_d \pm U_{wej}(t) = 0 \quad (1)$$

$$\pm i_d = i_o - i_c \quad (2)$$

$$U_c = \frac{1}{C_o} \int i_c dt \quad (3)$$

$$U_c = L_o \frac{di_o}{dt} + i_o R_o \quad (4)$$

Schemat modelu analogowego falownika prądu otrzymany na podstawie równań (1 ... 4) przedstawiono na rys. 2.

Równania opisujące stan dynamiczny zamodelowanego regulatora kaskadowego mają postać [4] :

- obwód regulacji prądu

$$U_s(t) = K_{RI} \left\{ \frac{1}{T_{ZI}} \int [U_{ZI}(t) - U_{pI}(t)] dt + [U_{ZI}(t) - U_{pI}(t)] \right\} \quad (5)$$

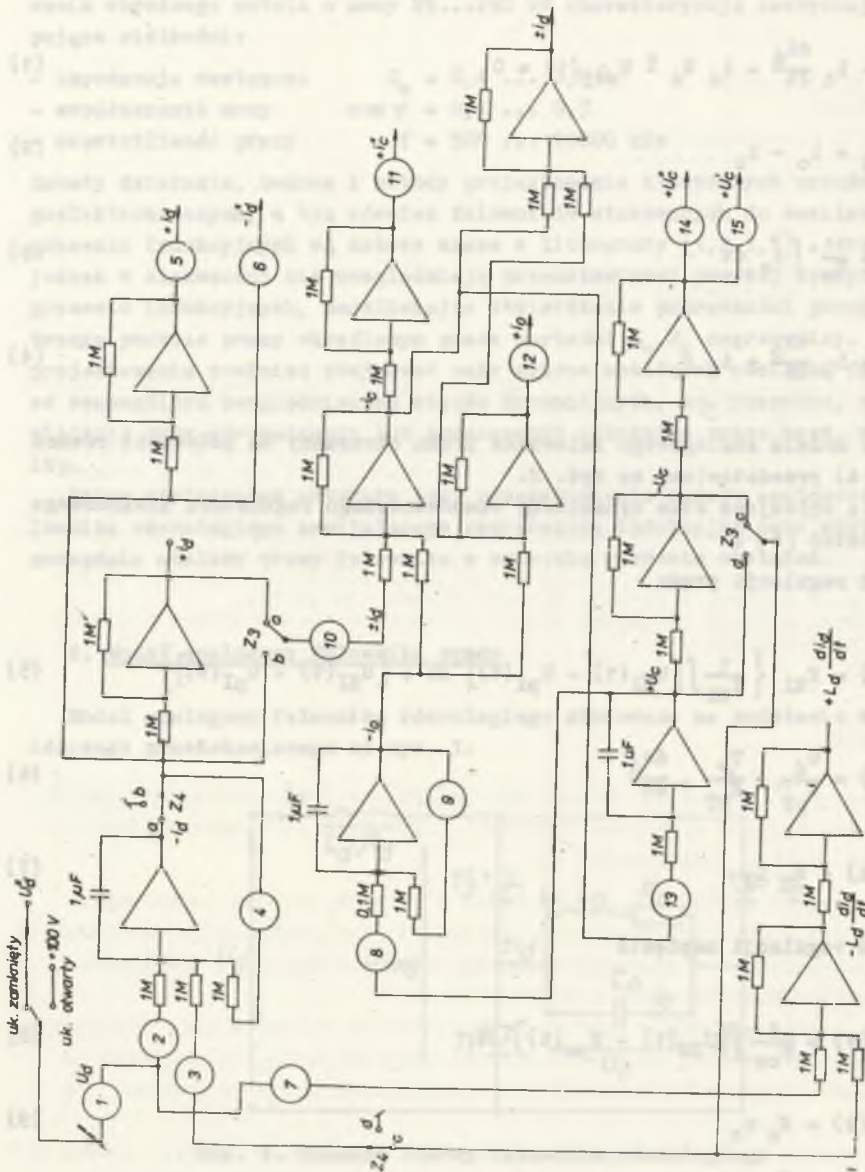
$$U_s(t) = \frac{u_d}{K_{pI}} - \frac{T_{\mu}}{K_{pI}} \cdot \frac{du_d}{dt} \quad (6)$$

$$U_{pI}(t) = K_I i_d \quad (7)$$

- obwód regulacji napięcia

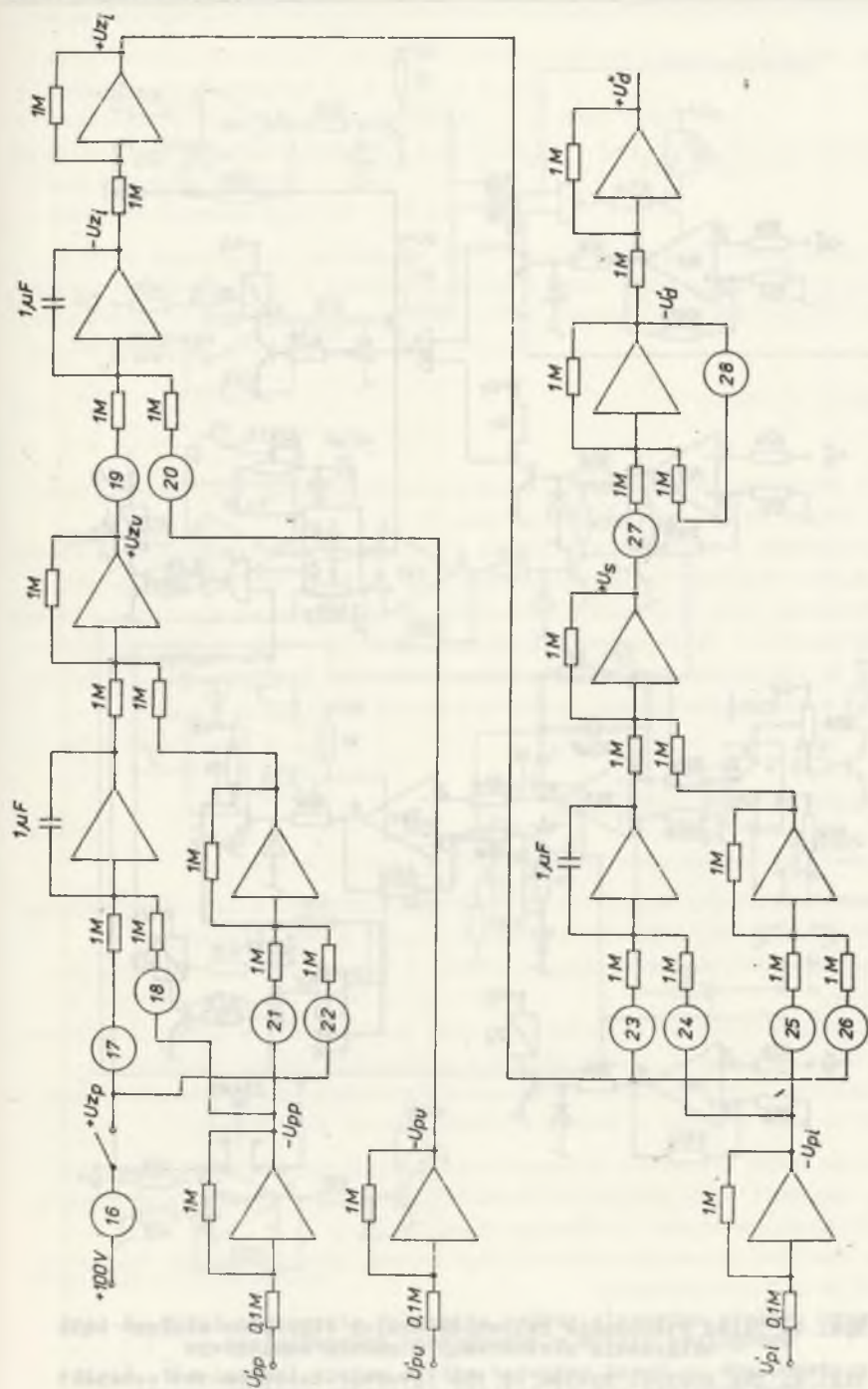
$$U_{ZI}(t) = \frac{1}{T_{cu}} \int [U_{ZU}(t) - U_{pu}(t)] dt \quad (8)$$

$$U_{pu}(t) = K_u u_o \quad (9)$$

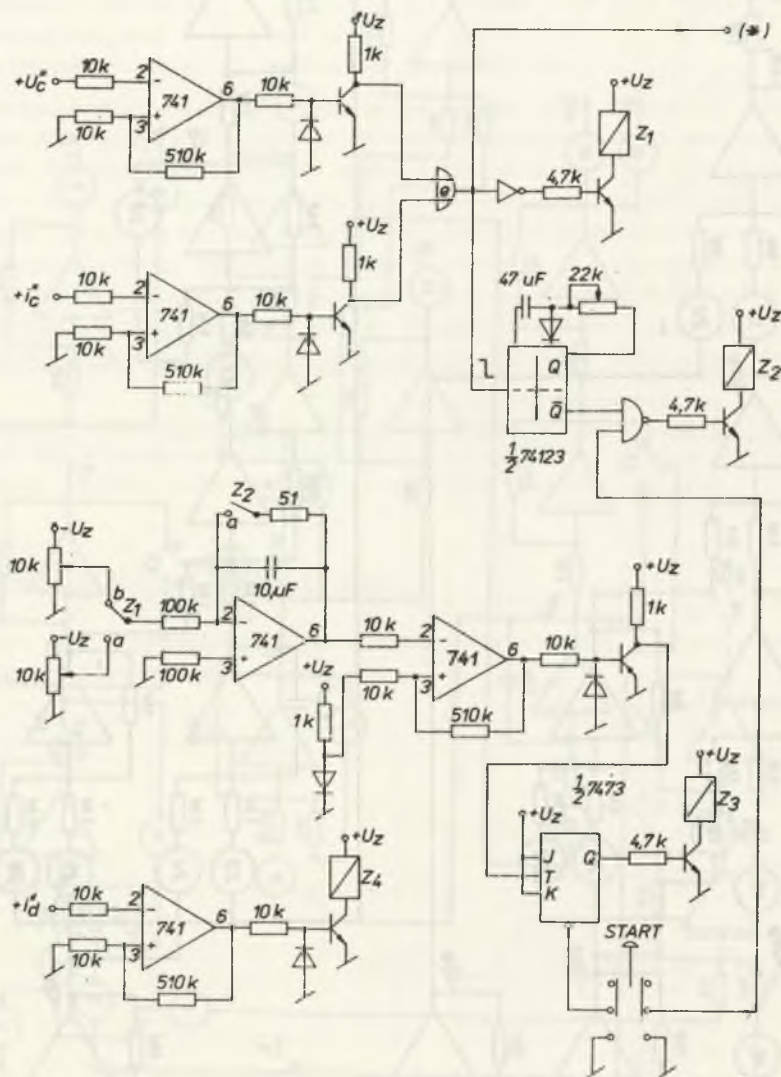


Rys. 2. Schemat modelu analogowego falownika  
Fig. 2. Analogue model of the inverter



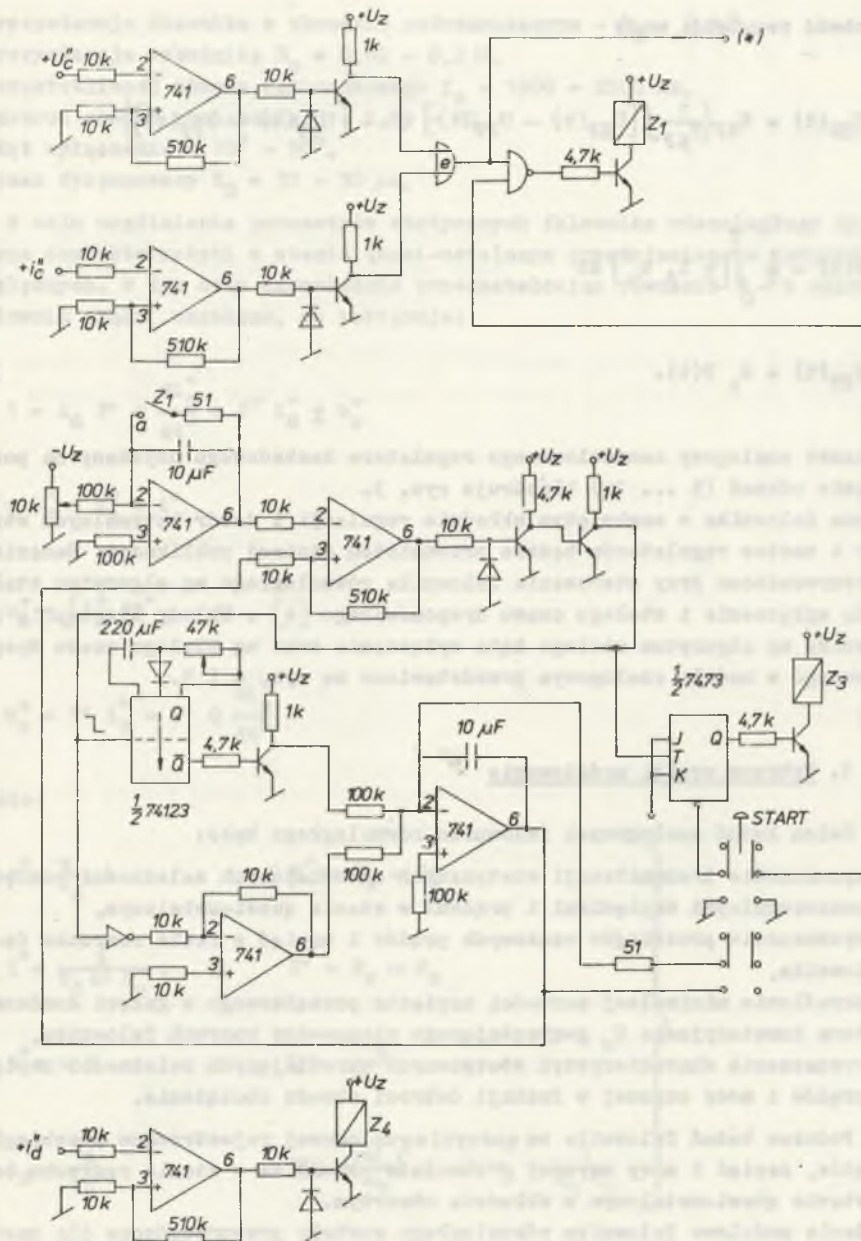


Rys. 3. Schemat modelu analogowego regulatora kaskadowego mocy  
 Fig. 3. Analogue model of the power cascade governor



Rys. 4. Układ sterowania falownika według algorytmu stałego kąta wyłączenia zastosowany w modelu analogowym

Fig. 4. The control system of the inverter based on the constant turn-off angle principle applied in the analogue model



Rys. 5. Układ sterowania falownika według algorytmu stałego czasu dysponowanego zastosowany w modelu analogowym

Fig.5. The control system of the inverter based on the constant turn-off time principle applied in the analogue model

- obwód regulacji mocy

$$U_{ZU}(t) = K_{RP} \left\{ \frac{1}{T_{ZF}} \int [U_{ZP}(t) - U_{PP}(t)] dt + [U_{ZP}(t) - U_{PP}(t)] \right\} \quad (10)$$

$$P(t) = \frac{1}{T} \int_0^T [\pm i_d u_o] dt \quad (11)$$

$$U_{PP}(t) = K_p P(t). \quad (12)$$

Schemat analogowy zamodelowanego regulatora kaskadowego uzyskany na podstawie równań (5 ... 12) ilustruje rys. 3.

Praca falownika w zamkniętym układzie regulacji i dobór optymalnych struktur i nastaw regulatorów będzie przedmiotem osobnej publikacji. Badania przeprowadzono przy sterowaniu falownika równoległego wg algorytmu stałego kąta wyłączenia i stałego czasu dysponowanego [4]. Układy sterowania falownika wg algorytmu stałego kąta wyłączenia oraz wg stałego czasu dysponowanego w modelu analogowym przedstawiono na rys. 4 i 5.

### 3. Wybrane wyniki modelowania

Celem badań analogowych falownika równoległego było:

- wyznaczenie transmitancji statycznych określających zależności pomiędzy poszczególnymi napięciami i prądami w stanie quasi-ustalonym,
- wyznaczenie przebiegów czasowych prądów i napięć w fazie rozruchu falownika,
- określenie minimalnej wartości napięcia początkowego w gałęzi kondensatora komutacyjnego  $C_o$  gwarantującego niezawodny rozruch falownika,
- wyznaczenie charakterystyk statycznych określających zależności napięć, prądów i mocy czynnej w funkcji dobroci obwodu obciążenia.

Podczas badań falownika na maszynie analogowej rejestrowano przebiegi prądów, napięć i mocy czynnej w obwodzie wzbudnika w stanie rozruchu oraz w stanie quasi-ustalonym w układzie otwartym.

Badania modelowe falownika równoległego zostały przeprowadzone dla następujących danych wejściowych:

- maksymalne napięcie prostownika tyrystorowego -  $U_{d_{max}} = 400$  V,
- indukcyjność dławnika w obwodzie pośredniczącym falownika  
 $L_d = 0, 1, 1, 0, 10$  mH,



- rezystancja dławnika w obwodzie pośredniczącym -  $R_d = 0,1 \Omega$ ,
- rezystancja wzбудnika  $R_o = 0,02 - 0,2 \Omega$ ,
- częstotliwość obwodu rezonansowego  $f_o = 1000 - 2000 \text{ Hz}$ ,
- dobroć obwodu obciążenia  $Q = 1,73 - 20$ ,
- kąt wyłączenia =  $10^\circ - 90^\circ$ ,
- czas dysponowany  $t_D = 30 - 90 \mu\text{s}$ ,

W celu uogólnienia parametrów statycznych falownika równoległego wyznaczone charakterystyki w stanie quasi-ustalonym przedstawiono w jednostkach względnych. W tym celu odpowiednio przekształcając równania 1 - 4 opisujące falownik prądu, uzyskano, co następuje:

$$1 = A_d P^* Q \frac{di_d^*}{dt^*} + P^* i_d^* \pm u_c^* \quad (13)$$

$$\pm i_d^* = i_o^* + i_o^* \quad (14)$$

$$u_c^* = \int i_o^* dt^* \quad (15)$$

$$u_c^* = P^* i_o^* + P^* Q \frac{di_o^*}{dt^*} \quad (16)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} u^* &= \frac{U}{U_d}, & P^* &= R_d \omega C_o \\ i^* &= \frac{1}{U_d \omega C_o}, & P^* &= R_o \omega C_o \\ t^* &= \omega t, & Q &= \frac{\omega L_o}{R_o} \\ A_d &= \frac{L_d}{L_o}, & P^* Q &= \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 & \omega_o^2 &= \frac{1}{L_o C_o} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

oraz dodatkowe równania:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{om}^2 R_o - \text{moc czynna wydzielona w obwodzie wzбудnika} \quad (18)$$

$$p^* = \frac{1}{2} i_{om}^*{}^2 P^* \quad (19)$$

$$p^* = \frac{P}{U_d^2 \omega C_o} \quad (20)$$

moc czynna wyrażona  
w jednostkach względnych

$$p^* = 1 \cdot I_d^* \quad (21)$$

- równanie wiążące wielkości względne  
mocy czynnej  $p^*$  z prądem  $I_d^*$  w obwo-  
dzie pośredniczącym falownika

Na rys. 6,7 przedstawiono przebiegi  $u_c$ ,  $i_c$ ,  $i_o$ ,  $i_d$ ,  $u_{Ld}$ ,  $\pm i_d$  w stanie quasi-ustalonym falownika w układzie otwartym dla danych wejściowych:

rys. 6 - parametry obwodu rezonansowego

Dane A

$$L_o = 55,1 \cdot 10^{-6} \text{H}, \quad R_o = 0,2 \Omega,$$

$$f = 1000 \text{ Hz}, \quad C_o = 460 \mu\text{F},$$

$$X_o = 0,346 \Omega, \quad \cos \varphi = 0,5,$$

$$Q = 1,73, \quad Z_o = 0,4 \Omega,$$

- parametry falownika

$$L_d = 1 \text{ mH}, \quad R_d = 0,1 \Omega, \quad U_d = 300 \text{ V},$$

$$\delta = 40^\circ$$

rys. 7 - parametry obwodu rezonansowego takie same jak na rys. 6.

Dane B - przypadek pracy przerywanej

- parametry falownika

$$L_d = 0,1 \text{ mH}, \quad R_d = 0,1 \Omega, \quad U_d = 100 \text{ V},$$

$$\delta = 40^\circ$$

Rys. 8,9 przedstawiają przebiegi czasowe napięcia  $U_c$  i prądu  $i_c$  w gałęzi kondensatora komutacyjnego  $C_o$  oraz prądu  $i_d$  w obwodzie pośredniczącym w fazie rozruchu falownika w układzie otwartym dla następujących danych wejściowych:

rys. 8 - parametry obwodu rezonansowego

Dane C

$$L_o = 31,8 \cdot 10^{-6} \text{H}, \quad R_o = 0,02 \Omega,$$

$$f = 2000 \text{ Hz}, \quad C_o = 199 \mu\text{F},$$

$$X_o = 0,399 \Omega, \quad \cos \varphi = 0,05,$$

$$Q = 20, \quad Z_o = 0,4 \Omega,$$

- parametry falownika równoległego

$$L_d = 1 \text{ mH}, \quad R_d = 0,1 \Omega, \quad U_d = 100 \text{ V}, \\ \delta = 49^\circ$$

- warunki początkowe

a) prądu na dławiku  $L_d$

$$\frac{I_{dp}}{I_{dm}} = 0$$

b) napięcia na kondensatorze  $C_o$

$$\frac{U_{cp}}{U_{cm}} = 0,1$$

rys. 9  
Dane D

- parametry obwodu rezonansowego

$$L_o = 55,1 \cdot 10^{-6} \text{ H}, \quad R_o = 0,2 \Omega, \\ f = 1000 \text{ Hz}, \quad C_o = 460 \mu\text{F}, \\ X_o = 0,346 \Omega, \quad \cos \varphi = 0,5, \\ Q = 1,73, \quad Z_o = 0,4 \Omega,$$

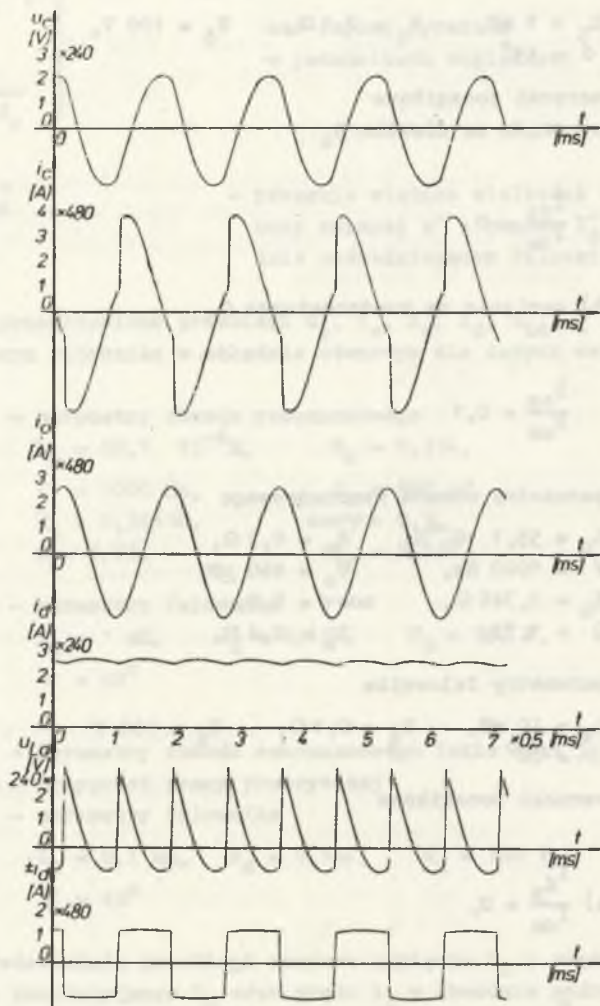
- parametry falownika

$$L_d = 10 \text{ mH}, \quad R_d = 0,1 \Omega, \quad U_d = 100 \text{ V} \\ \delta = 40^\circ$$

- warunki początkowe

a)  $\frac{I_{dp}}{I_{dm}} = 0,$

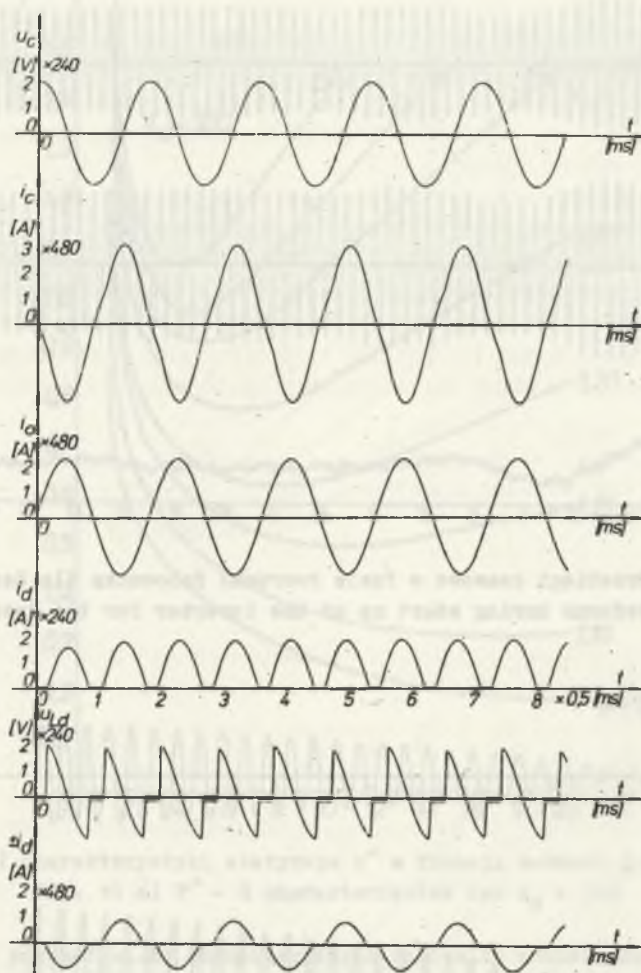
b)  $\frac{U_{cp}}{U_{cm}} = 0,1,$



Rys. 6. Przebiegi czasowe w falowniku w stanie quasi-ustalonym dla danych A

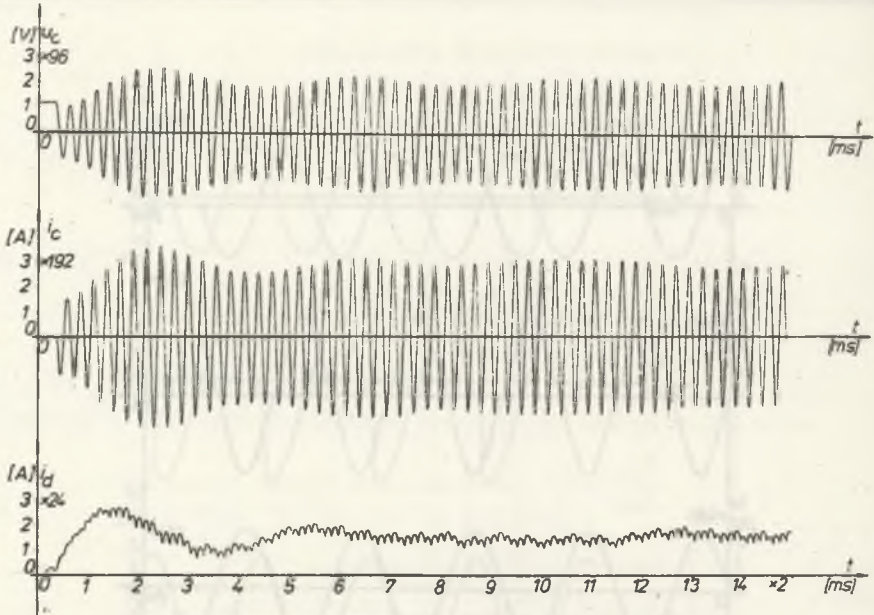
Fig. 6. Waveforms in the inverter in a quasi-steady state for the data set A



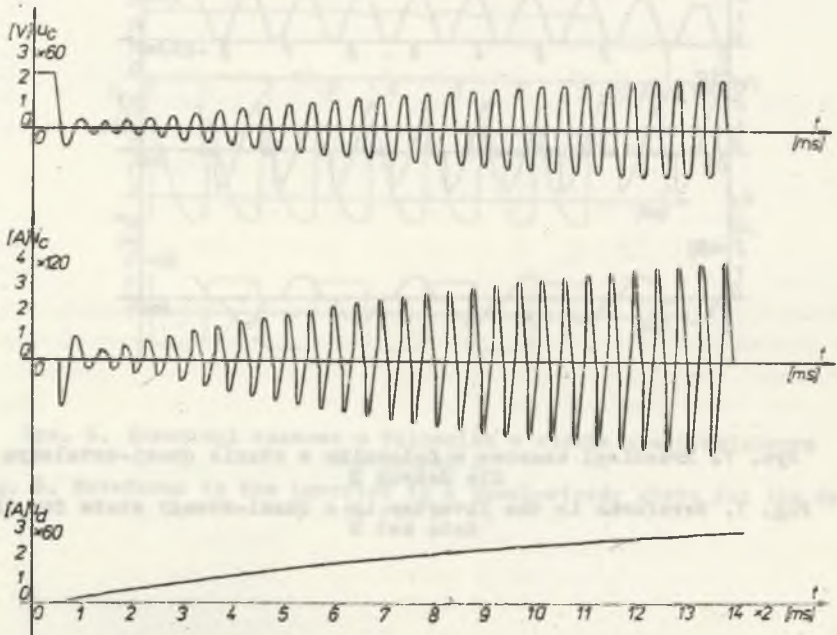


Rys. 7. Przebiegi czasowe w falowniku w stanie quasi-ustalonym dla danych B

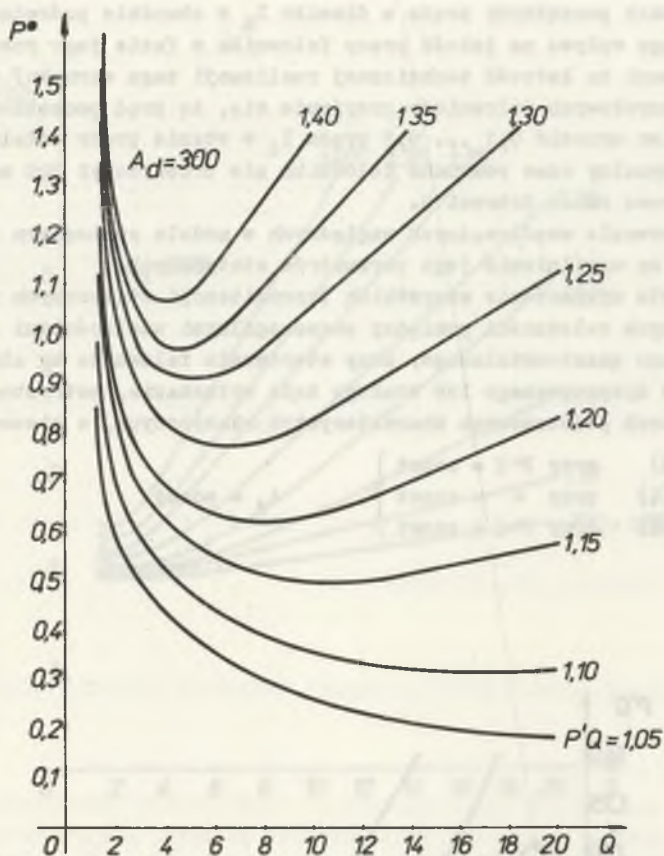
Fig. 7. Waveforms in the inverter in a quasi-steady state for the data set B



Rys. 8. Przebiegi czasowe w fazie rozruchu falownika dla danych C  
 Fig. 8. Waveforms during start up of the inverter for the data set C



Rys. 9. Przebiegi czasowe w fazie rozruchu falownika dla danych D  
 Fig. 9. Waveforms during start up of the inverter for the data set D



Rys. 10 a). Charakterystyki statyczne  $p^*$  w funkcji dobroci  $Q$  dla  $A_d = 300$   
 Fig. 10 a)  $P^* - Q$  characteristics for  $A_d = 300$

Na rys. 10 przedstawiono charakterystyki falownika równoległego wyrażone w jednostkach względnych mocy czynnej  $p^*$  dla  $P'Q = \text{const}$ , współczynnika odstrojenia  $P'Q$  od częstotliwości rezonansowej dla  $\delta = \text{const}$ , napięcia szczytowego kondensatora komutacyjnego  $U_{cm}$  dla  $P'Q = \text{const}$  w funkcji dobroci obwodu obciążenia falownika (wzbudnika) dla parametru  $A_d = 300$ .

Badania analogowe falownika prądu pozwoliły wysunąć następujące wnioski:

1. Wartość indukcyjności dławika  $L_d$  w obwodzie pośredniczącym falownika zapewniająca minimalną pulsację prądu  $i_d$  zawiera się w granicach od 2 - 10 mH.

2. Niezawodny rozruch falownika prądu dla szerokiego zakresu zmian dobroci  $Q$  zapewnia wstępne podładowanie kondensatora komutacyjnego  $C_0$  napięciem początkowym o wartości większej od  $0,2 U_{cm}$  ( $U_{cm}$  - maksymalne dopuszczalne napięcie kondensatora komutacyjnego  $C_0$ ).

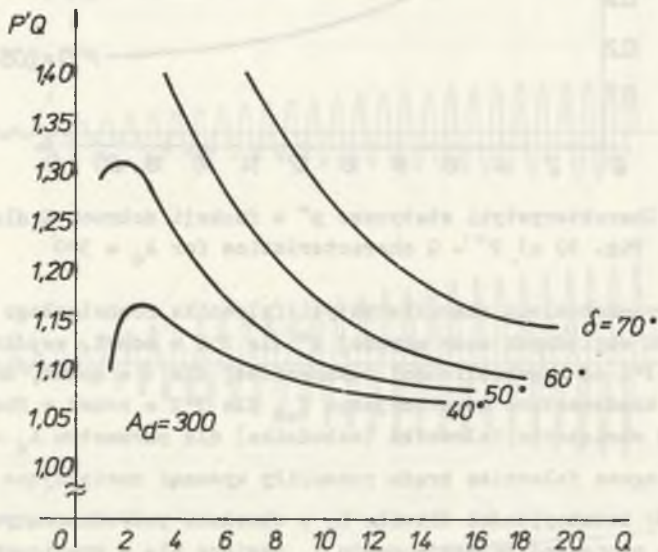
3. Warunek początkowy prądu w dławiku  $I_d$  w obwodzie pośredniczącym nie ma większego wpływu na jakość pracy falownika w fazie jego rozruchu. Niemniej z uwagi na łatwość technicznej realizacji tego warunku, w rozwiązaniach przemysłowych falowników przyjmuje się, że prąd początkowy w dławiku  $I_{dp}$  powinien wynosić 0,1 ... 0,3 prądu  $I_d$  w stanie pracy ustalonej.

4. Maksymalny czas rozruchu falownika nie przekroczył 100 ms dla szerokiego zakresu zmian dobroci  $Q$ .

5. Stosowanie współrzędnych względnych w modelu analogowym falownika pozwoliło na uogólnienie jego parametrów statycznych.

6. W celu wyznaczenia wszystkich transmitancji statycznych falownika określających zależności pomiędzy poszczególnymi wielkościami elektrycznymi dla stanu quasi-ustalonego, przy sterowaniu falownika wg algorytmu stałego czasu dysponowanego lub stałego kąta wyłączania, potrzebna jest znajomość trzech podstawowych charakterystyk statycznych, a mianowicie:

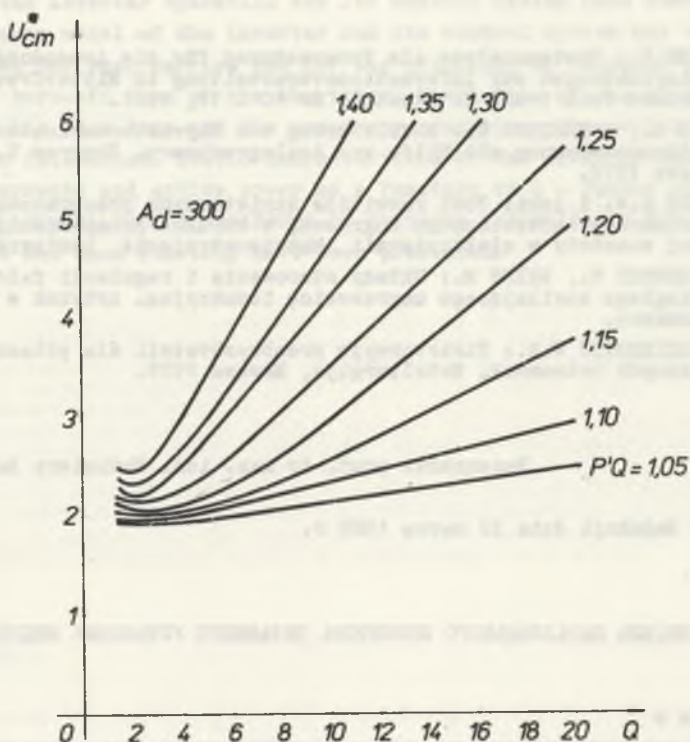
$$\left. \begin{array}{l} - p^* = f(Q) \quad \text{przy } P^*Q = \text{const} \\ - P^*Q = f(Q) \quad \text{przy } \delta = \text{const} \\ - U_{cm}^* = f(Q) \quad \text{przy } P^*Q = \text{const} \end{array} \right\} A_d = \text{const}$$



Rys. 10 b) Charakterystyki statyczne  $P^*Q$ ,  $U_{cm}^*$  w funkcji dobroci  $Q$  dla  $A_d = 300$

Fig. 10 b)  $P^*Q - Q$  and  $U_{cm}^* - Q$  characteristics for  $A_d = 300$





Rys. 10 c) Charakterystyki statyczne  $P'Q$ ,  $U_{cm}^*$  w funkcji dobroci  $Q$  dla  $A_d = 300$

Fig. 10 c)  $P'Q - Q$  and  $U_{cm}^* - Q$  characteristics for  $A_d = 300$

#### 4. Podsumowanie

Metoda modelowania analogowego pozwala szybko przeanalizować poprawność pracy falownika równoległego w całym zakresie spodziewanych obciążeń zarówno w stanach quasi-ustalonych, jak i dynamicznych. Jej wadą jest duży nakład pracy związany z przygotowaniem układu sterowania modelu oraz przyjmowanie stałych wartości  $R_o$ ,  $L_o$  obciążenia. Obecną tendencją jest modelowanie układów elektrotermicznych na podstawie obwodowego modelu źródła zasilania i polowego modelu obciążenia.

## LITERATURA

- [1] BRENNER E.: Systemanalyse als Voraussetzung für die Anwendung moderner Einrichtungen zur Informationsverarbeitung in Mittelfrequenz - Umrichtern Teil 1 und 2. Elektrik nr 10 i 11, 1981.
- [2] CONRAD H., SCHNEIDER G.: Modellierung von Thyristorumrichtern für Induktionserwärmung mit Hilfe von Analogrechnern. Kongres U.I.E., Warszawa 1972.
- [3] DONSKOJ A.W. i inni: Puti razvitija tiristornych preobrazowatelej dla ustanowok indukcionnogo nagriewa, w książce Primienienije tokow vysokoj czastoty w elektrotermii, Maszynostrojenie, Leningrad 1968.
- [4] SKOCZKOWSKI T., KALUS M.: Układy sterowania i regulacji falownika równoległego zasilającego nagrzewnicę indukcyjną. Artykuł w tym samym numerze.
- [5] WOSKRESIENSKIJ W.W.: Tiristornyje preobrazowateli dla pitanijsa indukcionnych ustanowok, Metallurgija, Moskwa 1979.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Kazimierz Zakrzewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 22 marca 1989 r.

#### АНАЛОГОВАЯ МОДЕЛЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ИНВЕРТОРА ПИТАЮЩЕГО УСТАНОВКУ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

##### Р е з ю м е

В статье рассмотрена аналоговая модель тиристорного параллельного инвертора тока, питающего установку индукционного нагрева. Представлены свойства индукционных установок как потребителей электрической энергии. Дано математическое описание работы инвертора и его системы регулирования. Представлена аналоговая модель инвертора и его каскадный регулятор мощности. Моделирование проведено по алгоритму постоянного угла и постоянного времени зашпирания тиристоров. Проведено моделирование пуска инвертора и определены пусковые параметры, обеспечивающие надёжный пуск. Определены статические характеристики инвертора, определяющие зависимости напряжений, токов и активной мощности в функции добротности цепи нагрузки. Приведены некоторые диаграммы токов и напряжений для квазистационарного и пускового режимов работы.

#### ANALOGUE MODEL OF A PARALLEL INVERTER SUPPLYING AN INDUCTION HEATER

##### S u m m a r y

In this paper analogue model of a thyristor parallel inverter supplying induction heater has been described. Some features of induction heaters

as electrical energy receivers have been given. The mathematical description of the inverter operation and its control system have been presented. The analogue model of the inverter and its control system has been shown. Simulation has been carried out for the principle of constant angle and constant turn-off time of the thyristor. Simulation of the starting of the inverter has been done and the necessary conditions for reliable start-up have been determined. Static characteristic of the inverter describing voltages, currents and active power as a function of Q - factor of the load have been shown. Chosen waveforms of currents and voltages for a quasi-steady state and when starting have been presented.

W niniejszym artykule przedstawiono opis działania i matematyczny opis inwertera i jego układu sterowania. Wykazano model analogowy inwertera i jego układu sterowania. Wykonano symulację dla zasady stałego kąta i stałego czasu wyłączenia tyrystora. Symulację startu inwertera wykonano i wyznaczyliśmy warunki konieczne do niezawodnego startu. Wykazano charakterystykę statyczną inwertera, opisującą napięcia, prądy i moc czynną w funkcji czynnika Q obciążenia. Wykazano wybrane przebiegi prądów i napięć w stanie quasi-stacjonarnym i przy startowaniu.

WYKAZ

W pracy [1], [2], [3], [4] przedstawiono matematyczny opis inwertera i jego układu sterowania. Wykazano model analogowy inwertera i jego układu sterowania. Wykonano symulację dla zasady stałego kąta i stałego czasu wyłączenia tyrystora. Symulację startu inwertera wykonano i wyznaczyliśmy warunki konieczne do niezawodnego startu. Wykazano charakterystykę statyczną inwertera, opisującą napięcia, prądy i moc czynną w funkcji czynnika Q obciążenia. Wykazano wybrane przebiegi prądów i napięć w stanie quasi-stacjonarnym i przy startowaniu.