

Maria BOJARSKA-KOWALIK

Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej  
Politechniki Śląskiej

WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA WARUNKU  
NIEZNIKSZTAŁCAJĄCEGO PRZENOSZENIA SYGNAŁU  
BINARNEGO PSEUDOPRZYPADKOWEGO I SZUMU BIAŁEGO  
DOLNOPASMOWEGO PRZEZ PRZETWORNIKI POMIAROWE TYPU INERCYJNO-OSCYLACYJNEGO

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono eksperymentalną weryfikację warunku niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe. W tym celu wyznaczono pomiarowo funkcje autokorelacji i funkcje widmowej gęstości mocy sygnałów stochastycznych na wejściu i wyjściu elektrycznych analogów przetworników pomiarowych I i II rzędu. Przy wyznaczaniu tych funkcji zmieniano stosunek częstotliwości granicznej sygnału stochastycznego do częstotliwości granicznej przetwornika. Sygnał wejściowy elektrycznego analogu przetwornika pomiarowego miał postać sygnału binarnego pseudoprzypadkowego i szumu białego dolnopasmowego. Spełnienie warunku niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe zapewnia identyczność postaci funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika.

Do oceny przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe można stosować następujące wskaźniki jakości [1,2,3] :

- normowany błąd średni kwadratowy  $\varepsilon^2(t)_n$ ,
- błąd przetworzenia wariancji  $\Delta_D$ ,
- korelacyjną dobroć przenoszenia sygnałów  $\rho_{xy}(0)$ .

W artykule [2] wykazano, że optymalne wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych, zapewniające minimalne zniekształcenia przenoszonego sygnału stochastycznego, zawierają się w granicach:

- dla przetworników I rzędu

$$\omega_{gs} T \leq 0,1$$

przy czym

$\omega_{gs}$  - pulsacja graniczna sygnału stochastycznego,

$T$  - stała czasowa przetwornika,

- dla przetworników II rzędu

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_0} \leq 0,1$$

$$0,4 \leq \xi < 0,7$$

przy czym:

$\omega_0$  - pulsacja drgań swobodnych, nietłumionych przetwornika

$\xi$  - tłumienie względne przetwornika,

- dla przetworników III rzędu

$$\frac{\omega_{GB}}{\omega_0} \leq 0,1 \quad \omega_0 T \leq 0,1 \quad 0,4 \leq \xi \leq 0,7.$$

Sformułowano także warunek niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe w postaci [3]:

$$\frac{\omega_{GB}}{\omega_{GA}} \leq 0,1 \quad \text{dla } A=0,9 - 1/\sqrt{2} \quad (1)$$

przy czym:

$\omega_{GB}$  - pulsacja graniczna sygnału stochastycznego spełniająca równanie

$$\int_0^{\omega_{GB}} P_x(\omega) d\omega = 0,9 \int_0^{\infty} P_x(\omega) d\omega,$$

$P_x(\omega)$  - funkcja widmowej gęstości mocy sygnału stochastycznego,

$\omega_{GA}$  - pulsacja graniczna przetwornika pomiarowego, gdzie

$$A = \frac{G(j\omega_{GA})}{G(0)}$$

$G(j\omega)$  - transmitancja widmowa przetwornika pomiarowego.

Przy wyprowadzaniu warunku (1) oraz optymalizacji parametrów podstawowych przetworników założono, że przetwornik pomiarowy przenosi sygnał stochastyczny bez zniekształceń. Jeżeli zachodzi:

$$|\Delta_D| \leq 0,02, \quad \overline{\varepsilon^2(t)}_D \leq 0,04, \quad \varphi_{xy}(0) \geq 0,98 \quad (2)$$

Czy założone, dopuszczalne wartości wskaźników jakości zapewniają brak zniekształceń wielkości charakteryzujących zmienność przenoszonych sygnałów stochastycznych w czasie? Jak wpływa niespełnienie warunku niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki na przebieg tych wielkości?

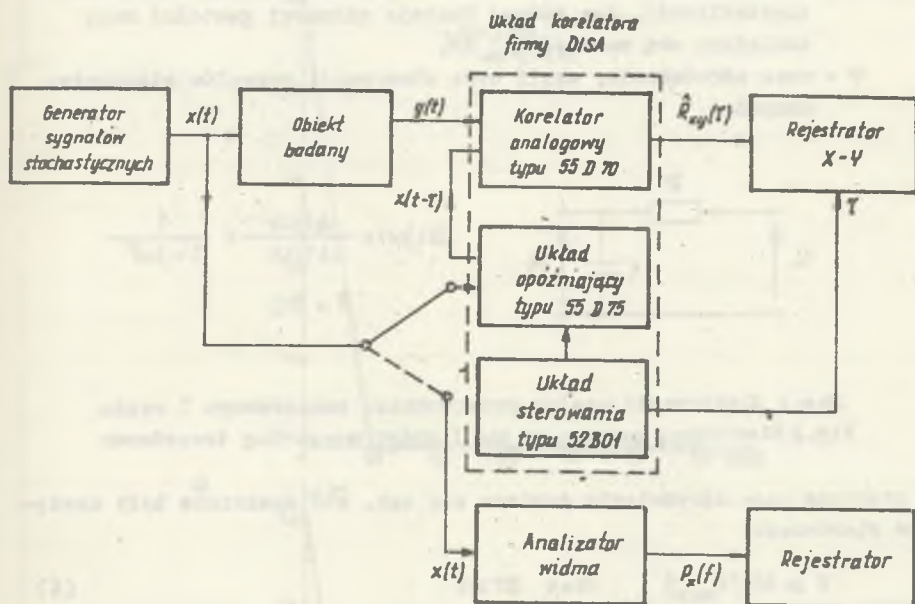
Do opisu zmienności sygnału stochastycznego w czasie stosuje się funkcję autokorelacji i funkcję widmowej gęstości mocy tego sygnału [4]. Funkcje te wyrażają się zależnościami:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (3)$$

przy czym  $x(t)$  - sygnał stochastyczny,

$$P_x(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f} \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t, f, \Delta f) dt \right] \quad (4)$$

urisy czym  $x(t, f, \Delta f)$  - składowa sygnału stochastycznego zawarta w przedziale częstotliwości od  $f$  do  $f + \Delta f$ .



Rys.1 Schemat układu pomiarowego

Fig.1 Block diagram of measurement system

W celu weryfikacji wyników uzyskanych drogą analityczną wyznaczono funkcje autokorelacji i funkcje widmowej gęstości mocy sygnałów stochastycznych na wejściu i wyjściu elektrycznych analogów przetworników pomiarowych I i II rzędu.

Układ pomiarowy przedstawiono na rys.1. Niedokładność użytego korelatora analogowego firmy DISA (typ 55D70) wynosi  $\pm 2\%$  wartości wyjściowej. Skończony przedział czasu obserwacji sygnałów stochastycznych, wskutek czego możliwa jest tylko estymacja funkcji korelacji, powoduje powstanie błędu statystycznego. Jednak odpowiedni dobór parametrów analizy w korelatorze prowadzi do pomijalnie małych błędów statystycznych estymacji funkcji korelacji.

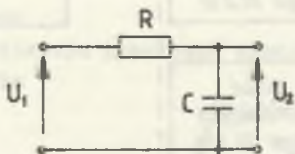
Dla dowolnego opóźnienia  $\tau$  względny błąd skuteczny estymatora funkcji korelacji można wyrazić zależnością

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2BT}} \sqrt{1 + \frac{Rx^2(\tau)}{Rx^2(0)}} \quad (5)$$

przy czym:

B - ekwiwalentna szerokość pasma częstotliwości sygnału, czyli częstotliwość, dla której funkcja widmowej gęstości mocy zmniejsza się o 3 dB,

T - czas uśredniania, czyli czas obserwacji sygnałów stochastycznych.



$$G(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

$$T = RC$$

Rys.2 Elektryczny analog przetwornika pomiarowego I rzędu  
Fig.2 Electrical analog of the I order measuring transducer

W praktyce czas uśredniania dobiera się tak, aby spełnione były następujące nierówności

$$T \gg 10 |\tau_{\max}| \quad \text{oraz} \quad BT \gg 5 \quad (6)$$

Przykładowo: w przypadku wyznaczania funkcji autokorelacji sygnału szumu białego o  $B = 2 \cdot 10^4$  Hz, przy  $T = 10$  s i  $\tau_{\max} = 10^{-4}$  s względny błąd skuteczny estymatora funkcji autokorelacji wynosi  $\varepsilon = 0,005$  ( $\tau_{\max}$  - zakres opóźnień). Także dobór szybkości perlustracji ma wpływ na niekształcenia przebiegu funkcji korelacji. Zalecany minimalny czas analizy  $T_g$ , wynikający z ograniczenia szybkości perlustracji przy ciągłej zmianie czasu opóźnienia, powinien wynosić:

$$T_g \geq \frac{4T\tau_{\max}}{h} \quad (7)$$

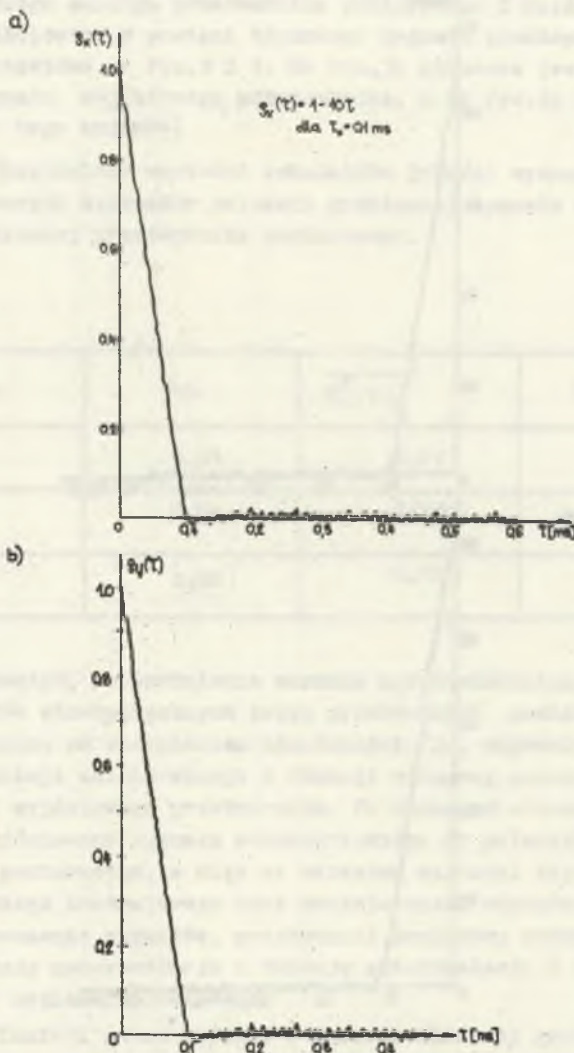
przy czym:

T - czas uśredniania,

h - pożądana rozdzielczość,

$\tau_{\max}$  - zakres opóźnień

Przykładowo: dla  $\tau_{\max} = 10^{-3}$  s,  $h = 2 \cdot 10^{-5}$  s i  $T = 10$  s powinno być  $T_g \geq 2000$  s. przyjęto  $T_g = 2700$  s.



Rys. 3 Unormowana funkcja autokorelacji:

a) sygnału wejściowego przetwornika I rzędu w postaci SBPS

b) sygnału wyjściowego przetwornika I rzędu dla

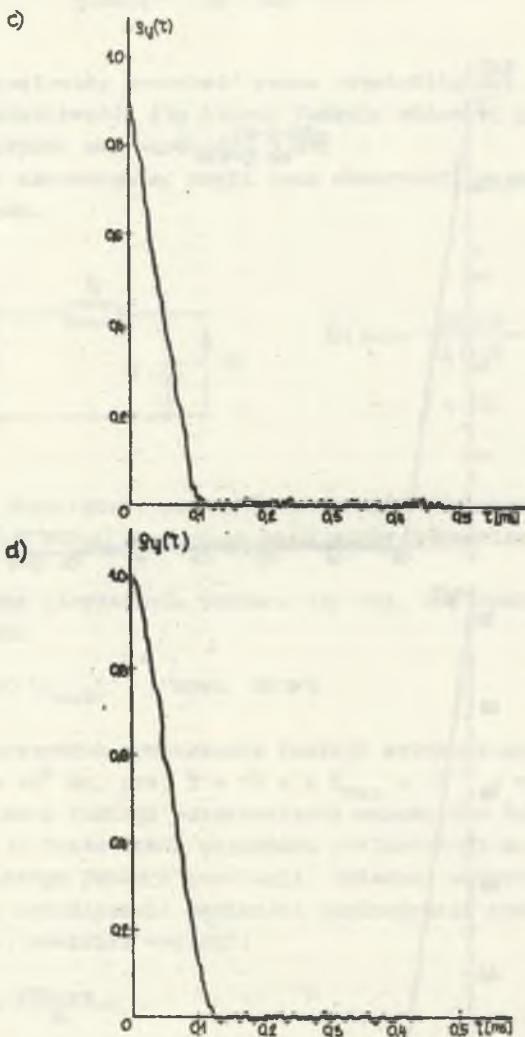
$$\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$$

Fig. 3 Normalized autocorrelation function:

a) of the binary pseudorandom signal used as an input signal of the I order transducer

b) of the output signal of the I order transducer for

$$\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$$



Rys.3 Unormowana funkcja autokorelacji:

c) sygnału wyjściowego przetwornika I rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,5$

d) sygnału wyjściowego przetwornika I rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 1$

Fig.3 Normalized autocorrelation function:

c) of the output signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,5$

d) of the output signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 1$

Przebiegi funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy dla elektrycznego analogu przetwornika pomiarowego I rzędu (rys.2) i sygnału wejściowego w postaci binarnego sygnału pseudoprzypadkowego (SBPS) przedstawiono na rys.3 i 4. Na rys.3a pokazana jest funkcja autokorelacji sygnału wejściowego przetwornika, a na rys.4a funkcja widmowej gęstości mocy tego sygnału.

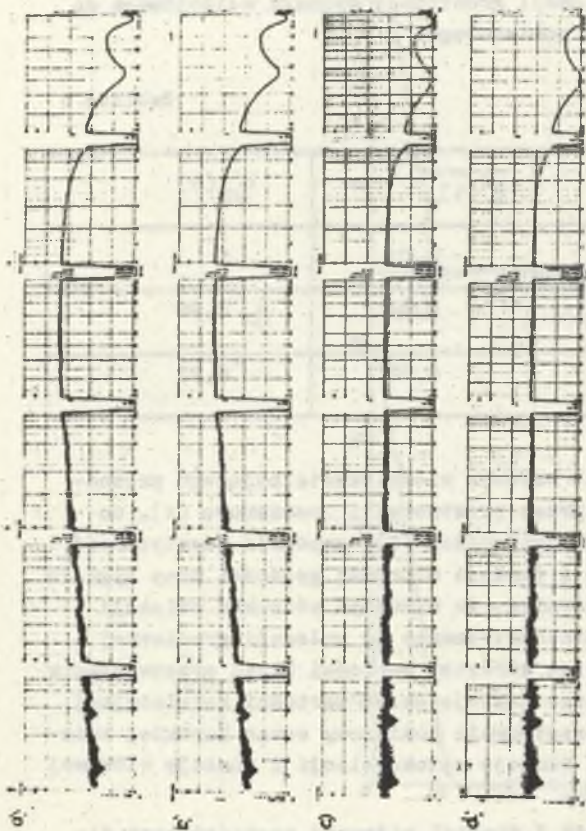
W tabelicy zestawiono wartości wskaźników jakości wyznaczone pomiarowo dla rozpatrywanych stosunków pulsacji granicznej sygnału wejściowego do pulsacji granicznej przetwornika pomiarowego.

Tabela 1

$\omega_{gs}/\omega_{g0,9}$	$\Delta_D$	$\overline{\epsilon^2(t)}_n$	$\rho_{xy}(0)$
0,1	0,01	0,01	1
0,5	0,04	0,04	0,98
1	0,08	0,08	0,95

Należy zauważyć, że spełnienie warunku niezniekształcającego przeniesienia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe (1), co jest równoznaczne ze spełnieniem nierówności (2), zapewnia identyczność przebiegów funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika. Ze wzrostem stosunku pulsacji granicznej wejściowego sygnału stochastycznego do pulsacji granicznej przetwornika pomiarowego, a więc ze wzrostem wartości błędu przetwarzania i błędu średniego kwadratowego oraz zmniejszeniem wartości korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów, przetwornik pomiarowy coraz bardziej zniekształca funkcję autokorelacji i funkcję autokorelacji i funkcję widmowej gęstości mocy sygnału wejściowego.

Przebiegi funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy dla elektrycznego analogu przetwornika pomiarowego II rzędu (rys.5.) i sygnału wejściowego w postaci szumu białego dolnopasmowego przedstawione są na rys.6 i rys.7. Na rys.6a pokazana jest funkcja autokorelacji sygnału wejściowego przetwornika, a na rys.7a funkcja widmowej gęstości mocy tego sygnału.



Rys. 4 Widmowa gęstość mocy:

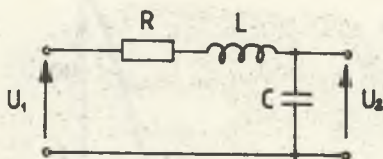
- a) sygnału wejściowego przetwornika I rzędu w postaci SBPS dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,15$
- b) sygnału wyjściowego przetwornika I rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 1$
- c) of the binary pseudorandom signal used as an input signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,15$
- d) of the output signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 1$

Fig. 4 Spectral power density function:

c) of the binary pseudorandom signal used as an input signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,15$

d) of the output signal of the I order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 1$





$$G(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} =$$

$$= \frac{1}{1 + j2\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

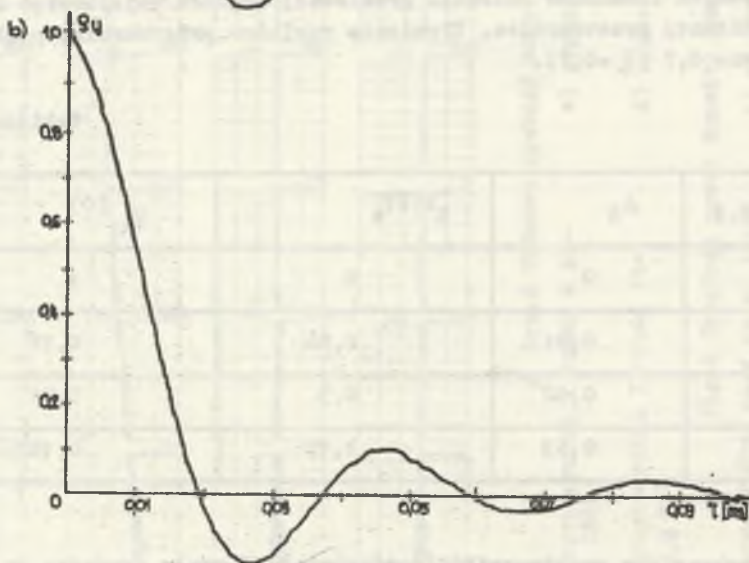
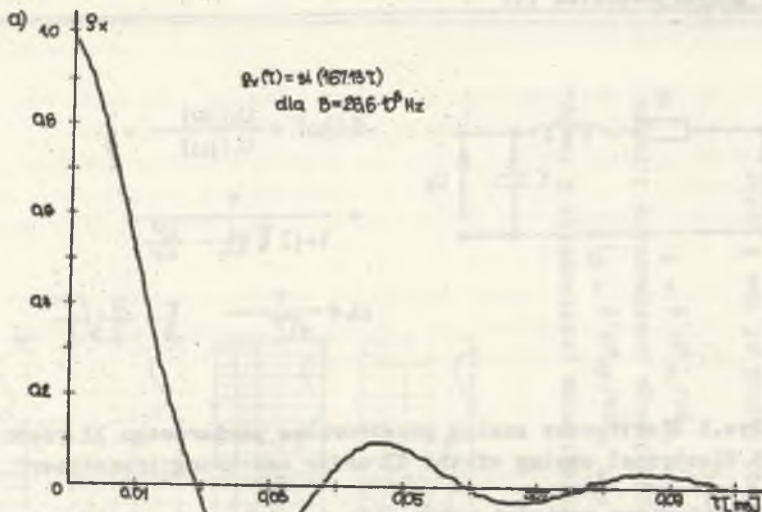
Rys.5 Elektryczny analog przetwornika pomiarowego II rzędu  
Fig.5 Electrical analog of the II order measuring transducer

W tabelicy 2 zestawiono wartości wskaźników jakości wyznaczone pomiarowo dla rozpatrywanych stosunków pulsacji granicznej sygnału wejściowego do pulsacji granicznej przetwornika. Tłumienie względne przetwornika pomiarowego jest równe 0,7 ( $\xi = 0,7$ ).

Tabelica 2

$\omega_{gn}/\omega_{g0,9}$	$\Delta_D$	$\overline{\xi^{-2}(\tau)}_n$	$\rho_{xy}(0)$
0,1	0	0	1
0,44	0,01	0,06	0,97
0,9	0,02	0,3	0,84
4,4	0,63	1,15	0,15

Wyniki uzyskane dla przetworników pomiarowych II rzędu prowadzą do wniosków analogicznych z uzyskanymi dla przetworników I rzędu. Spełnienie warunku niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe zapewnia identyczność przebiegów funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika. Warunek ten jest szluszny dla przetworników I, II i III rzędu, przy czym należy zauważyć, że dla przetworników oscylacyjnych II rzędu i przetworników III rzędu klasy 1A najkorzystniejsze wartości tłumienia względnego zawierają się w granicach  $\xi = 0,5 - 0,7$ . Wynika to z wpływu tłumienia względnego na szerokość pasma przenoszenia przetwornika.



Rys.6 Unormowana funkcja autokorelacji:

a) sygnału wejściowego przetwornika II rzędu w postaci szumu białego dolnopasmowego

b) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla

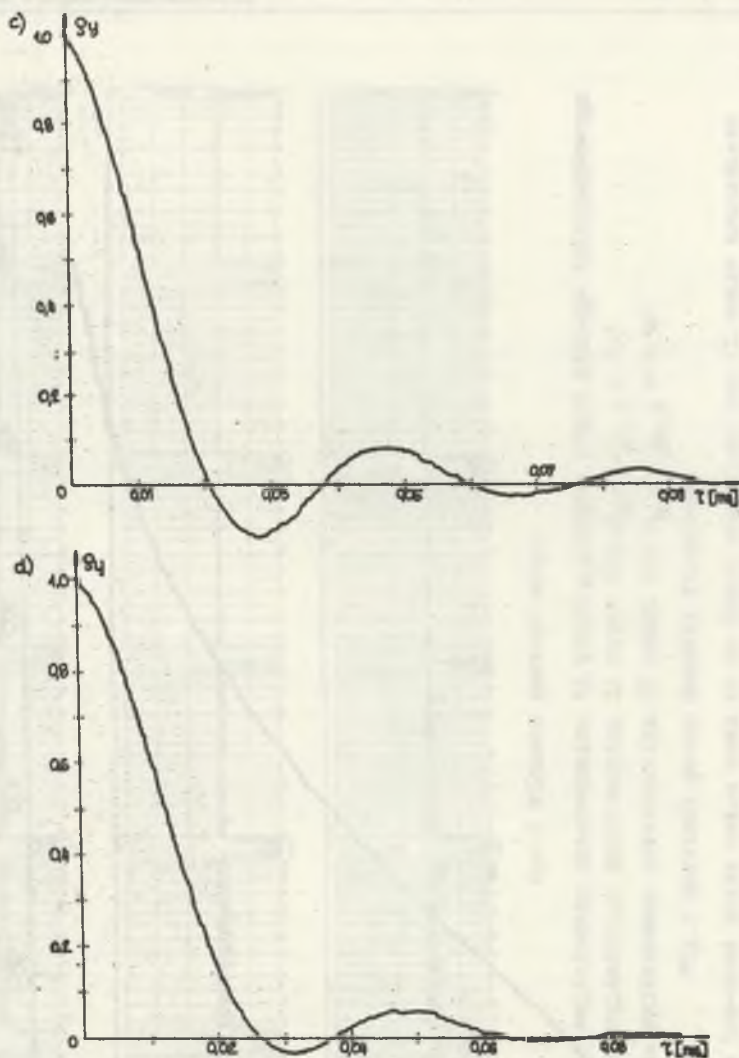
$$\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$$

Fig.6 Normalized autocorrelation function:

a) of the low-band white noise used as an input signal of the II order transducer

b) of the output signal of the II order transducer for

$$\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$$

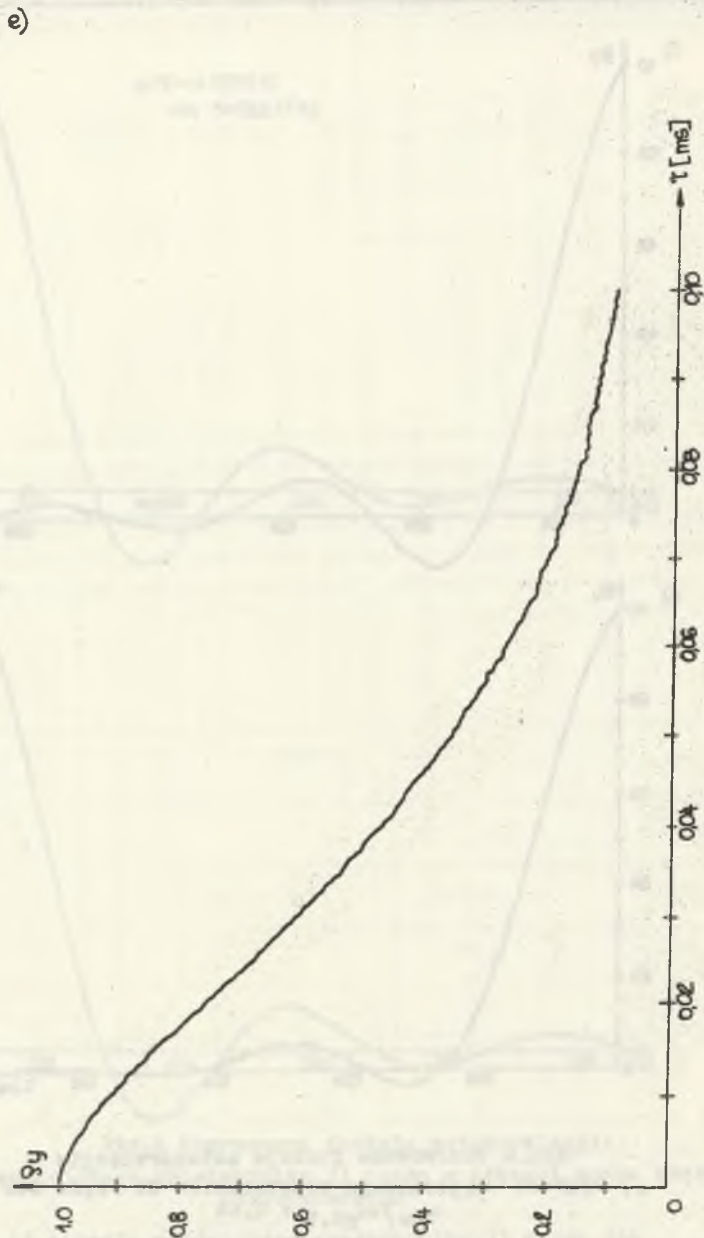


Rys.6 Unormowana funkcja autokorelacji

- c) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  
 $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,44$
- d) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  
 $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,9$

Fig.6 Normalized autocorrelation function:

- c) of the output signal of the II order transducer for  
 $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,44$
- d) of the output signal of the II order transducer for  
 $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,9$

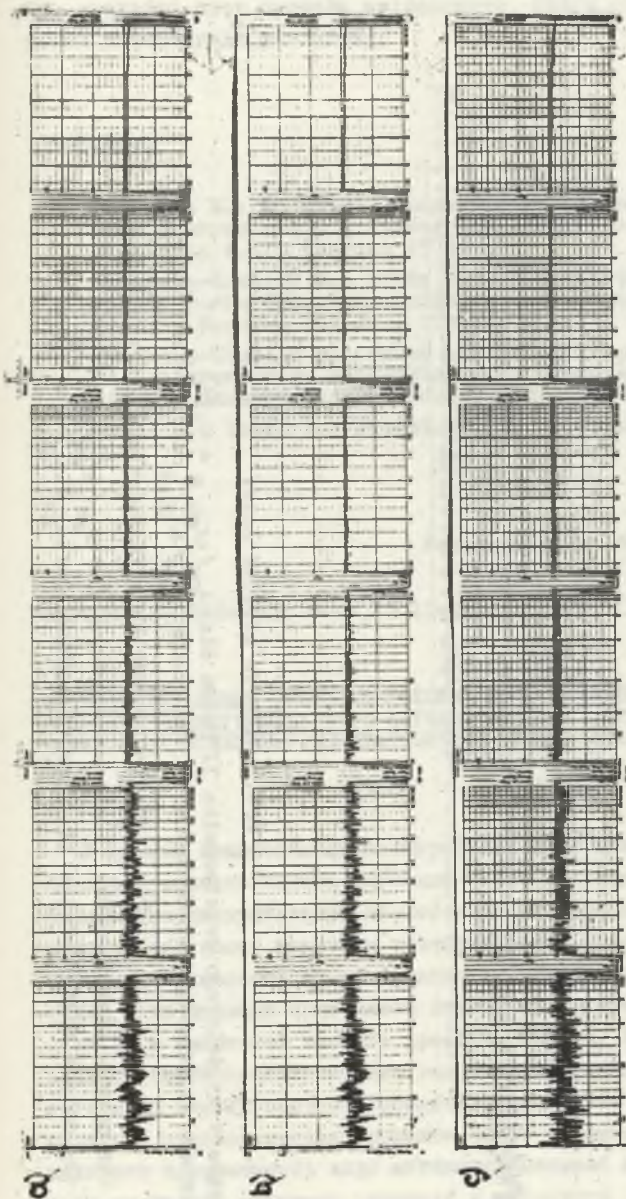


Rys.6 Unormowana funkcja autokorelacji:

e) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  $\omega_{gn}/\omega_{g0,9} = 4,4$

Fig.6 Normalised autocorrelation function:

e) of the output signal of the II order transducer for  $\omega_{gn}/\omega_{g0,9} = 4,4$

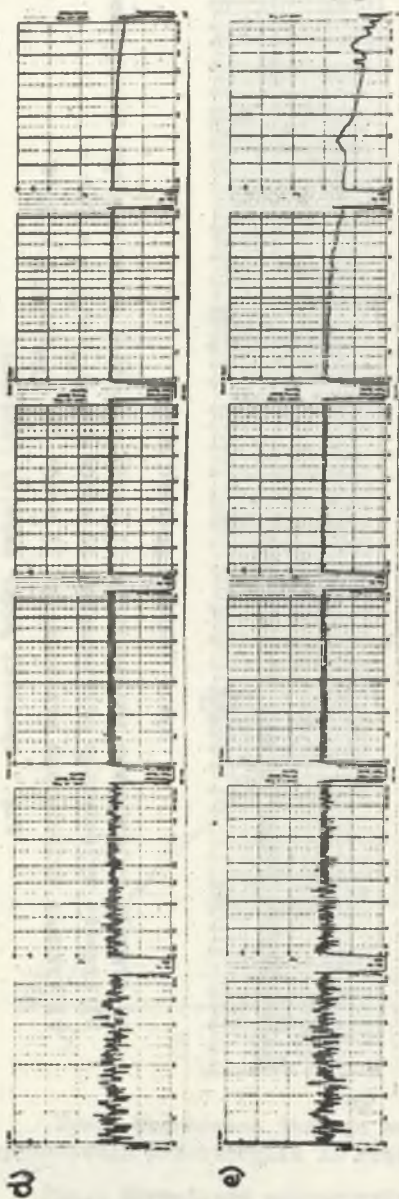


Rys.7 Widmowa gęstość mocy:

- a) sygnału wejściowego przetwornika II rzędu w postaci szumu białego dolnopasmowego  
 b) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$   
 c) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,44$

Fig.7 Spectral power density function:

- a) of the low-band white noise used as an input signal of the II order transducer  
 b) of the output signal of the II order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,1$   
 c) of the output signal of the II order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,44$



Rys. 7 Widmowa gęstość mocy:

- d) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,9$   
 e) sygnału wyjściowego przetwornika II rzędu dla  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 4,4$
- Fig. 7 Spectral power density functions:  
 d) of the output signal of the II order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 0,9$   
 e) of the output signal of the II order transducer for  $\omega_{gs}/\omega_{g0,9} = 4,4$

A im szersza jest pasmo przenoszenia, tym szerszy jest przedział widma gęstości mocy sygnału wejściowego, które nie zostanie zniekształcone przez przetwornik pomiarowy.

## LITERATURA

- [1] Bojarska M.: Parametry charakteryzujące przenoszenie sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. Elektryka z.62. Gliwice 1979.
- [2] Bojarska-Kowalik M.: Dobór wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych przy przenoszeniu sygnałów stochastycznych. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z.71, Gliwice 1981.
- [3] Bojarska-Kowalik M., Wpływ szerokości pasma przenoszenia przetwornika pomiarowego na zniekształcenia przenoszonych sygnałów stochastycznego. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z.108, Gliwice 1989.
- [4] Hagel R., Łatka A.: Metrologia stochastyczna. Gliwice 1982.

Recensent: dr. hab. inż. Roman Rymaszewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 24 listopada 1988r.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА УСЛОВИЯ НЕИСКАЖЕННОГО ПЕРЕНОСА ПСЕВДОСЛУЧАЙНОГО БИНАРНОГО СИГНАЛА И БЕЛОГО ШУМА НИЖНЕЙ ПОЛОСЫ ЧЕРЕЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИНЕРЦИОННО-ОСЦИЛЛЯТОРНОГО ТИПА**

**Р е з ю м е**

В статье представлена экспериментальная проверка условия неискаженного переноса стохастических сигналов через измерительные преобразователи. Определены измерительным способом автокорреляционные функции и спектральные функции плотности мощности стохастических сигналов на входе и выходе электрических аналогов измерительных преобразователей I и II ряда. При определении этих функций изменялось отношение граничной частоты стохастического сигнала к граничной частоте преобразователя. Входной сигнал электрического аналога преобразователя имел вид псевдослучайного бинарного сигнала и белого шума нижней полосы. Удовлетворительность недеформирующего условия переноса стохастических сигналов через измерительные преобразователи обеспечивает идентичность вида автокорреляционной функции и спектральной функции плотности мощности входного и выходного сигнала преобразователя.

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE CONDITION ENSURING THE  
NON-DISTORTING TRANSFER OF BINARY PSEUDORANDOM SIGNAL AND  
LOW-BAND WHITE NOISE BY OSCILLATORY-INERTIAL MEASURING TRANSDUCERS

S u m m a r y

The paper presents the experimental verification of the condition ensuring the non-distorting transfer of stochastic signals by measuring transducers. Therefore autocorrelation functions and spectral power density functions of stochastic signals have been measured at inputs and outputs of the electrical analogs of the I and II order measuring transducers. Stochastic signal measuring transducer limit frequency ratio has been changed when determining these functions. Binary pseudorandom signal and low-band white noise have been used as the input signals of the electrical analogs of measuring transducers. If the condition ensuring the non-distorting transfer of stochastic signals by measuring transducers is fulfilled then the autocorrelation functions of the transducer input signal and the transducer output signal are identical. The spectral power density functions of the transducer input signal and the transducer output signal are identical as well.