ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: GÓRNICTWO z. 122 Nr kol. 742

Jan KOSZELSKI

RÓWNOLEŻNIKOWE SIŁY UOGÓLNIONE W PŁASZCZU WIELOLINOWEGO KOŁA PĘDNEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono znane metody wyznaczania równoleżnikowych momentów zginających i równoleżnikowych sił błonowych. Podano przykład liczbowy i porównano różne wyniki obliczeń teoretycznych oraz porównano wyniki teoretyczne z wynikami doświadczalnymi. Uproszczono równanie na obliczanie równoleżnikowych momentów.

1. WSTĘP

Do sił uogólnionych, które bierze się pod uwagę w obliczeniach stereomechanicznych płaszcza wielolinowego koła pędnego zalicza się: momenty południkowe i momenty równoleżnikowe oraz błonowe siły południkowe i błonowe siły równoleżnikowe. Momenty południkowe zginają tworzące płaszcza, a momenty równoleżnikowe zginają okręgi płaszcza. Kierunek sił południkowych jest zgodny z kierunkiem tworzących płaszcza, natomiast kierunek sił równoleżnikowych jest styczny do okręgów płaszcza. Momenty równoleżnikowe zostały zdeterminowane przez O.Popowicza [3], a później przez L.F.Ševčenkę [5]. Równoleżnikowe siły błonowe wyznaczono w sposób doświadczalny [1], przy czym można je obliczyć równaniami Timoshenki [4] wyprowadzonymi dla kołowo-liniowego obciążenia płaszcza, a także równaniami podanymi przez Ševčenkę [5].

Wyznaczenie południkowych sił uogólnionych było tematem pracy [2]. Natomiast w niniejszej pracy przedstawiono wyznaczanie równoleżnikowych sił uogólnionych w płaszczu wielolinowego koła pędnego różnymi znanymi dotychczas metodami i na przykładzie liczbowym, a także przy porównaniu wyników teoretycznych z wynikami doświadczalnymi.

Rozważania dotyczą płaszcza gładkiego, a stosowana terminologia jest objaśniona w pracy [1].

2. MOMENTY RÓWNOLEŻNIKOWE WEDŁUG POPOWICZA

Momenty równoleżnikowe M_r dla płaszcza gładkiego [3]:

$$M_{r(1/2,\alpha)} = -0,132\ Z \sqrt{\frac{g}{R}} \Big[0,0096\ l^2 \frac{g}{R} \sqrt{\frac{g}{R}} \cos\alpha - \frac{1 - 8\cos 3\alpha}{22,62} \Phi_{3(1/2)} +$$

$$+ \frac{1 - 24\cos 5\alpha}{117,58} \Phi_{5(1/2)} - \frac{1 - 48\cos 7\alpha}{332,5} \Phi_{7(1/2)} + \ldots\Big], \qquad (1)$$

gdzie:

α - kąt mierzony od symetralnej dzielącej łuk obciążenia,

Φ - funkcja położenia dana wzorem,

$$\Phi_{n(1/2)} = \frac{\mathrm{Sh}\, m_n l - \sin m_n l}{\mathrm{Ch}\, m_n l - \cos m_n l}, \qquad (2)$$

g - grubość płaszcza,

$$l = \frac{L}{R},$$

L - odległość między podporami płaszcza,

$$m_n = \frac{n}{2,62} \sqrt{\frac{g(n^2-1)}{R}},$$

$n = 2i + 1$, dla $i = 1,2,3,4 \ldots$

Z - naciąg liny.

W równaniu (1) w nawiasie klamrowym występują wyrazy utworzone z iloczynów trzech szeregów: funkcji położenia, przemiennego i trygonometrycznego. Uwaga ta nie dotyczy pierwszego wyrazu zawartego w nawiasie.

Funkcja położenia $\Phi_{n(1/2)}$ jest szybko zbieżna do jedności i dla $n > 11$ można przyjąć jej wartość za stałą.

Ciąg wyrazów szeregu przemiennego

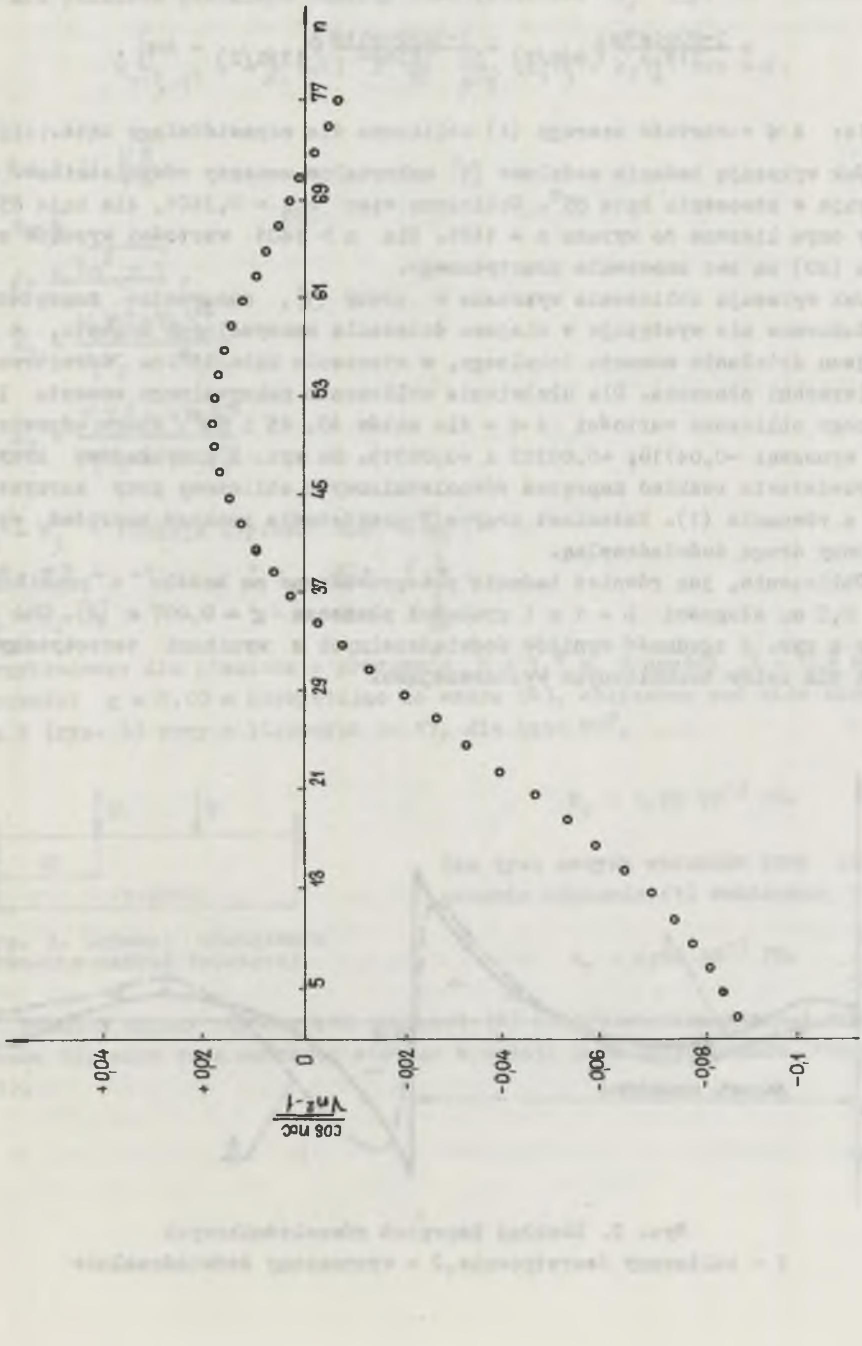
$$-\frac{1}{22,62} + \frac{1}{117,58} - \frac{1}{332,5} + \ldots \frac{1}{(\sqrt{n^2-1})^3} \sin\frac{\pi n}{2} \ldots \qquad (3)$$

szybko dąży do zera, a więc szereg jest zbieżny. Do obliczeń wytrzymałościowych wystarczy przyjąć wyrazy szeregu (3) do $n = 11$.

Wyrazy szeregu trygonometrycznego

$$\frac{\cos 3\alpha}{22,62} - \frac{24\cos 5\alpha}{117,58} + \frac{46\cos 7\alpha}{332,5} \ldots \frac{(n^2-1)\cos n\alpha}{(\sqrt{n^2-1})^3} \ldots \qquad (4)$$

tworzą szereg składający się z sum cząstkowych dodatnich i ujemnych, które przedstawiono na rys. 1. Szereg (4) jest niezależny od wymiarów geometrycznych płaszcza i wystarczy go raz obliczyć dla danego kąta α, a wówczas równanie (1) przyjmie postać:



Rys. 1. Wartości wyrazów szeregu (4) dla kąta α = 85°

$$M_{r(1/2,\alpha)} = -0{,}132\ Z\sqrt{\frac{g}{R}}\Big[0{,}00916\ l^2\ \frac{g}{R}\sqrt{\frac{g}{R}}\cos\alpha - \frac{1-8\cos 3\alpha}{22{,}62}\Phi_{3(1/2)} +$$

$$+ \frac{1-24\cos 5\alpha}{117{,}58}\Phi_{5(1/2)} - \frac{1-48\cos 7\alpha}{332{,}5}\Phi_{7(1/2)} + \tag{5}$$

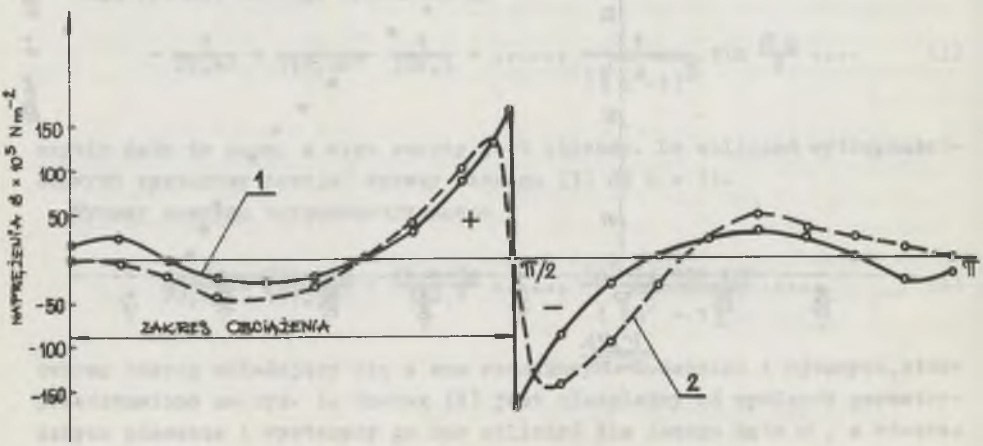
$$+ \frac{1-80\cos 9\alpha}{719{,}9}\Phi_{9(1/2)} - \frac{1-120\cos 11\alpha}{1313}\Phi_{11(1/2)} - A\alpha\Big],$$

gdzie: $A\alpha$ – wartość szeregu (4) obliczona dla odpowiedniego kąta.

Jak wykazują badania modelowe [1] maksymalne momenty równoleżnikowe występują w otoczeniu kąta 85°. Obliczono więc $A_{85} = 0{,}3101$, dla kąta 85°, przy czym liczono do wyrazu $n = 1401$. Dla $n > 1401$ wartości wyrazów szeregu (20) są bez znaczenia praktycznego.

Jak wykazują obliczenia wykonane w pracy [1], maksymalne naprężenie zredukowane nie występuje w miejscu działania maksymalnego momentu, a w miejscu działania momentu lokalnego, w otoczeniu kąta 45° na wewnętrznej powierzchni płaszcza. Dla ułatwienia obliczenia maksymalnego momentu lokalnego obliczono wartości $A\alpha$ – dla kątów 40, 45 i 50°, które odpowiednio wynoszą: $-0{,}04718$; $+0{,}00313$ i $+0{,}08315$. Na rys. 2 przykładowo krzywa 1 przedstawia rozkład naprężeń równoleżnikowych obliczony przy korzystaniu z równania (1). Natomiast krzywa 2 przedstawia rozkład naprężeń wyznaczony drogą doświadczalną.

Obliczenia, jak również badania przeprowadzono na modelu o promieniu $R = 0{,}5$ m, długości $L = 1$ m i grubości płaszcza $g = 0{,}007$ m [1]. Jak wynika z rys. 2 zgodność wyników doświadczalnych z wynikami teoretycznymi jest dla celów technicznych wystarazająca.



Rys. 2. Rozkład naprężeń równoleżnikowych
1 – obliczony teoretycznie, 2 – wyznaczony doświadczalnie

3. MOMENTY ROWNOLEŻNIKOWE WEDŁUG ŠEVČENKI

Dla płaszcza gładkiego momenty równoleżnikowe M_r [5]:

$$M_{r(\xi,\alpha)} = -\sum (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{2P}{\pi} \frac{Rn^2}{\beta^2\gamma} (k_1'\bar{\psi}_3 + k_2'\tilde{\psi}_4) \cos n\alpha , \tag{6}$$

gdzie:

$$\beta = 1,31 \sqrt{\frac{R}{g}},$$

$$P = \frac{Z}{R},$$

$$\gamma = \frac{n\sqrt{n^2-1}}{2};$$

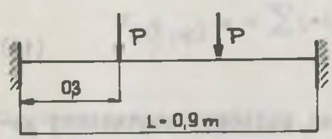
$$k_1' = \frac{\psi_1\psi_1^* + \psi_3\psi_1^*}{\psi_1\psi_2 + 4\psi_3\psi_4} \tag{7}$$

$$k_2' = \frac{\psi_2\psi_1^* + 4\psi_4\psi_3^*}{\psi_1\psi_2 + 4\psi_3\psi_4} \tag{8}$$

$\psi_1 - \psi_4$ – funkcje Kryłowa dla $\gamma\frac{L}{2R}$,
$\psi_1^* - \psi_3^*$ – " – " – dla $\gamma\frac{L}{6R}$,
$\tilde{\psi}_3 - \tilde{\psi}_4$ – " – " – dla $\gamma\frac{L}{3R}$.

Przykładowo: dla płaszcza o promieniu R = 1,5 m, długości L = 0,9 m i grubości g = 0,02 m korzystając ze wzoru (6), obliczono pod siłą skupioną P (rys. 3) przy n liczonych do 17, dla kąta 80^0,

$$M_r = 3,98\ 10^{-3}\ PR. \tag{9}$$



Rys. 3. Schemat obciążenia płaszcza wzdłuż tworzącej

Dla tych samych warunków przy zastosowaniu równania (1) obliczono

$$M_r = 4,33\ 10^{-3}\ PR. \tag{10}$$

Różnice między obliczonymi wynikami (9) i (10) są nieznaczne i wynoszą około 8%, przy czym wartości większe wypadają przy zastosowaniu równania (1).

4. SIŁY RÓWNOLEŻNIKOWE

Błonowe siły równoleżnikowe N_r występujące w płaszczu wielolinowego koła pędnego można teoretycznie wyznaczyć równaniami Timoshenki [4]:

$$N_r = -\frac{E\,g}{R}\,W\,; \tag{11}$$

gdzie:

$$W = \frac{Pe^{-\beta x}}{8\beta^3 D}\,(\sin\beta_1 x + \cos\beta_1 x), \tag{12}$$

$$D = \frac{E\,g^3}{12(1-\vartheta^2)}\,. \tag{13}$$

Po podstawieniu (13) do (12) i (12) do (11):

$$N_r = \frac{\beta_1 PR}{2}\,e^{-\beta_1 x}\,(\sin\beta_1 x + \cos\beta_1 x); \tag{14}$$

$$\beta_1 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\vartheta^2)}{g^2\,R^2}}\,; \tag{15}$$

e - podstawa logarytmów naturalnych,
x - odległość od przyłożonej siły,
ϑ - liczba Poissona,
$P = \frac{Z}{R}$.

Dla $x = 0$

$$N_r = -\frac{\beta_1 PR}{2}\,. \tag{16}$$

Równanie (11) zostało wyprowadzone dla powłoki walcowej obciążonej kołowo-linowo w dostatecznej odległości od punktu podparcia. Natomiast w płaszczu wielolinowego koła pędnego występuje obciążenie zbliżone do liniowego i na połowie koła. Powstaje pytanie, czy równania 11-16 są adekwatne dla obciążenia płaszcza. W badaniach opisanych w pracy [1] zmierzono siły równoleżnikowe występujące na łuku obciążenia, na łuku nieobciążonym sił nie zauważono. Stąd wniosek, że równania (11-16) pod względem jakościowym są słuszne. Dla płaszcza o grubości $g = 0{,}02$ m, promieniu $r = 1{,}5$ m i długości $L = 0{,}9$ m przy zastosowaniu (16),

$$N_{rm} = -0{,}0372\ PR = -5{,}58\ P. \tag{17}$$

Według Ševčenki

$$N_r = -\frac{Eg}{R} w(\xi), \tag{18}$$

gdzie:

E - moduł Younga

$w(\xi)$ składa się z dwóch członów.

Jeden człon

$$w_1(\xi) = \frac{4PR\beta}{Eg} \cdot \frac{\Phi_3\Phi_3^* - \Phi_2\Phi_4^*}{\Psi_1\Psi_2 + \Psi_3\Psi_4} = \frac{4PR\beta}{Eg} K_3, \tag{19}$$

przedstawia ugięcie jednakowej wartości na łuku obciążenia powłoki.

Φ_{1-4} funkcje Kryłowa dla argumentu $\frac{L}{2R}$.

$$\Phi_1 = -14{,}5; \quad \Phi_2 = -9{,}15; \quad \Phi_3 = -1{,}91; \quad \Phi_4 = 2{,}66. \tag{20}$$

Φ_{3-4}^* funkcje dla argumentu $\beta \frac{L}{3R}$

$$\Phi_3^* = 1{,}832; \quad \Phi_4^* = 1{,}7063 \tag{21}$$

Dla płaszcza o parametrach: g = 0,02 m; L = 0,09 m i R = 1,5 m wartości funkcji Kryłowa przebiega według (20) i (21), a

$$W_1 = \frac{0{,}416\ PR\beta}{Eg}$$

Druga składowa napięcia przebiega według funkcji cosinusów

$$W_{2(\xi,\varphi)} = -\sum(-1)^{\frac{(n-1)}{2}} \frac{2P}{\pi} \frac{R\,n^3}{E\,g\beta^3} (K_1'\tilde{\Psi}_3 + K_2'\tilde{\Psi}_4) \cos n\varphi. \tag{22}$$

Dla omawianego przykładu

$$W_{2(\xi,\varphi)} = 2{,}15 \frac{PR}{Eg}$$

Siła maksymalna

$$N_{rm} = -\frac{Eg}{R}(W_1 + W_2) = -\frac{Eg}{R}\left(0{,}416 \times \frac{PR\beta}{Eg} + 2{,}15\frac{PR}{Eg}\right) = -6{,}9\ P. \tag{23}$$

Obliczona wzorem (16) siła N_{rm} (17) jest około 20% zaniżona w porównaniu do siły N_{rm} (23) obliczonej wzorami (18-22).

5. WNIOSKI

1. Z przykładu podanego w tekście wynika, że maksymalne momenty równoleżnikowe obliczone metodą Popowicza i metodą Ševčenki różnią się nieznacznie, około 8 %.
2. Między maksymalnymi siłami równoleżnikowymi, obliczonymi równaniem Timoshenki i równaniem Ševčenki, dla przykładu podanego w tekście zachodzi różnica rzędu 20%.

LITERATURA

[1] Koszelski J.: Badania stanu naprężenia powłoki walcowej wielolinowego koła pędnego maszyny wyciągowej. Praca doktorska, Główny Instytut Górnictwa, Katowice 1973.

[2] Koszelski J.: Południkowe siły uogólnione w płaszczu wielolinowego koła pędnego. Praca oddana do druku.

[3] Popowicz O.: Maszyny wyciągowe, bębny i koła pędne. Politechnika Śląska, Gliwice 1964.

[4] Timoshenko S.P. i Woynowsky-Krieger S.: Teoria płyt i powłok. Arkady, Warszawa 1962.

[5] Ševčenko F.L.: Pribliżennyj rasčet oboločki podemnoj masiny MK-3,25x4. Razrabotka mestorożdenij poleznych iskropaemych, nr 29, 153 Izdatelstwo "Technika", Kijów 1972.

Wpłynęło do Redakcji 7.05.1982 r.

Recenzent: Doc. dr inż. Tadeusz Zmysłowski

ШИРОТНЫЕ ОБОБЩЕННЫЕ СИЛЫ В КОЖУХЕ МУЛЬТИЛИНЕЙНОГО ПРИВОДНОГО ШКИВА

Р е з ю м е

В работе представлены известные методы определения широтных изгибающих моментов и широтных оболочных сил. Дан численный пример и сравнены разные результаты теоретических расчетов, а также сравнены теоретические и опытные результаты. Сокращены уравнения расчета широтных моментов.

GENERALIZED PARALLEL FORCES IN THE JACKET OF MULITILINEAR KOEPE PULLEY

S u m m a r y

The paper presents well-known methods of calculating parallel bending moments and parallel membrane forces. A numerical example is given and various results of theoretical calculations are compared. Also theoretical results were compared with experimental ones. An equation for calculating parallel moments is reduced.