ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z. 113 Nr kol. 983

Marek BRODZKI
Marian PASKO
Magdalena UMIŃSKA-BORTLICZEK
Janusz WALCZAK

ORTOGONALNY ROZKŁAD PRĄDU ODBIORNIKA DWUZACISKOWEGO ZASILANEGO NAPIĘCIEM ODKSZTAŁCONYM, W PRZESTRZENI SOBOLEWA

Streszczenie. Niniejsza praca jest kontynuacją pracy [1]. W artykule przeprowadzono rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym na trzy wzajemnie ortogonalne składniki względem iloczynu skalarnego w przestrzeni Sobolewa $W^1_{2,\alpha}(0;T)$ i podano ich interpretacje fizykalne.
Zdefiniowano nowe pojęcia mocy związane z ortogonalnym rozkładem prądu odbiornika.

1. Wstęp

Artykuł niniejszy stanowi kontynuację pracy [1]. W pracy tej, w wyniku przeprowadzonej minimalizacji wskaźnika jakości prądu odbiornika, ujmującego równocześnie ocenę strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiornika oraz ocenę odkształceń przebiegu prądu, przy ograniczeniu równościowym na moc czynną doprowadzoną do odbiornika, wyróżnionego składową prądu odpowiedzialną za całkowity przesył mocy czynnej P. Składową tę nazwano aktywną i określono wzorem:

$$a^i_s = {}_o I^{\Delta}_{s\,o} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta_k \; {}_s U_k \; {}_e G_k \exp(jk\omega(.)) =$$

$$= {}_a I_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{\infty} U_k \; {}_e G_k \exp(jk\omega(.)), \tag{1}$$

gdzie:

$$U_k = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T u(t) \exp(-jk\omega t)dt, \qquad k \geqslant 1 \;, \tag{2}$$

$$\Delta_k = \left(\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 (k\omega)^2 + \alpha_2 (k\omega)^4 + \ldots + \alpha_\alpha (k\omega)^{2l}}\right)^{-1}, \tag{3}$$

$$ {}_{s}U_k = \frac{1}{\Delta_k} U_k = \nabla_k U_k , \tag{4}$$

$$ {}_{e}G_k = \frac{P}{\nabla_k^2 \sum\limits_{h=0}^{\infty} \left(\frac{|U_h|^2}{\nabla_h^2}\right)} , \tag{5}$$

$\alpha_k \geqslant 0$ dla $k \geqslant 1$; $\alpha_0 > 0$

l - maksymalny rząd pochodnej występującej w normie przestrzeni $W^{l}_{2,\alpha}(0;T)$,

${}_{a_s}i \in W^{l}_{2,\alpha}(0;T)$.

Zagadnienie kompensowalności niepożądanego składnika prądu odbiornika równego $(i - {}_{a_2}i)$ stanowi motywację do poszukiwań innych składowych prądu odbiornika (oprócz składowej ${}_{a_s}i$) wzejemnie ortogonalnych.

2. Rozkład ortogonalny prądu odbiornika

Załóżmy podobnie jak w pracy [1], że funkcje prądu i oraz napięcia u odbiornika jednofazowego należą do przestrzeni $W^{l}_{2,\alpha}(0;T)$, odbiornik znajduje się w jednym stanie prądowo-napięciowym i jest opisany ciągiem admitancji:

$$Y_k = G_k + jB_k, \quad k \in (0,1,2,\ldots,), \qquad B_0 = 0 . \tag{6}$$

Zakładamy również, że moc czynna doprowadzona do odbiornika jest stała i równa wartości zadanej P. Całkowity prąd odbiornika określa wzór:

$$i = G_0 U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{\infty} (G_k + jB_k) U_k \exp(jk\omega(\cdot)). \tag{7}$$

Zdefiniujmy prąd:

$$i - {}_{a_s}i = (G_0 - {}_{e}G_0) U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{\infty} (G_k + jB_k - {}_{e}G_k) U_k \exp(jk\omega(\cdot)). \tag{8}$$

Prąd przedstawiony wzorem (8) można przedstawić w postaci wzoru:

$$i - {}_{a_s}i = {}_{r_s}i + {}_{s_s}i \,. \tag{9}$$

Prądy ${}_{r_s}i$, ${}_{s_s}i \in W^1_{2,\alpha}(0;T)$ określają wzory:

$${}_{r_s}i = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty} jB_k\, U_k \exp(jk\omega(\cdot)), \tag{10}$$

$${}_{s_s}i = (G_o - {}_{e}G_o)U_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty}(G_k - {}_{e}G_k)U_k \exp(jk\omega(\cdot)). \tag{11}$$

Prąd ${}_{r_s}i$ nazywamy prądem reaktancyjnym. Prąd ten jest kompensowalny z dowolną dokładnością w sensie użytej normy za pomocą skończonej liczby elementów L, C.

Prąd ${}_{s_s}i$ nazywamy prądem rozproszenia; można go interpretować jako prąd częstotliwościowego rozrzutu konduktancji odbiornika G_k wokół konduktancji ${}_{e}G_k$ (por. wzór (5)).

W celu wykazania wzajemnej ortogonalności składników prądu odbiornika i (${}_{a_s}i$, ${}_{r_s}i$, ${}_{s_s}i$) wykorzystujemy wzór (por. [1]):

$$(f|g)_W = \mathrm{Re}\sum_{k=0}^{\infty} \nabla_k^2 F_k\, G_k^* \,. \tag{12}$$

Symbol G_k^* oznacza liczbę zespoloną sprzężoną z liczbą G_k. Wykorzystując powyższy wzór oraz wzory (1), (10), (11), mamy:

$$({}_{a_s}i\,|\,{}_{r_s}i)_W = \mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty} \nabla_k^2\, U_k\, {}_{e}G_k\, (-jB_k)U_k^* =$$

$$= \mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty}\nabla_k^2\, |U_k|^2\, {}_{e}G_k(-jB_k) = 0 \,, \tag{13}$$

$$({}_a i_s \,|\, {}_s i_s)_W = \mathrm{Re}\sum_{k=0}^{\infty}\nabla_k^2\, U_k\; {}_eG_k(G_k - {}_eG_k)U_k^* = \sum_{k=0}^{\infty}\nabla_k^2|U_k|^2\; {}_eG_k(G_k - {}_eG_k) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\nabla_k^2|U_k|^2 \frac{P}{\nabla_k^2\sum\limits_{h=0}^{\infty}\frac{|U_h|^2}{\nabla_h^2}}\left(G_k - \frac{P}{\nabla_k^2\sum\limits_{h=0}^{\infty}\frac{|U_h|^2}{\nabla_h^2}}\right) = \frac{P}{\sum\limits_{h=0}^{\infty}\frac{|U_h|^2}{\nabla_h^2}}(P - P) = 0 \tag{14}$$

$$({}_r i_s | {}_s i_s)_W = \mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty}\nabla_k^2(jB_k)U_k(G_k - {}_eG_k)U_k^* =$$

$$= \mathrm{Re}\sum_{k=1}^{\infty}\nabla_k^2(jB_k)\,|U_k|^2(G_k - {}_eG_k) = 0\,. \tag{15}$$

Z powyższych wzorów wynika, że prądy ${}_a i_s$, ${}_r i_s$, ${}_s i_s$ są wzajemnie ortogonalne. Porównując dla tego samego odbiornika opisanego tym samym ciągiem admitancji Y_k, $k \in \{0,1,\ldots\}$ oraz znajdującego się w tym samym stanie prądowo-napięciowym, składowe ortogonalne prądu wyróżnione drogą:

- minimalizacji funkcjonału $(\| \quad \|_W)^2$ [1], [2],
- minimalizacji funkcjonału $(\| \quad \|_{L_2})^2$ [3]; należy stwierdzić, że:

  składowe ${}_a i$ oraz ${}_a i_s$ mają różną postać i transportują całkowitą moc czynną do odbiornika.

  Składowa ${}_a i$ odtwarza kształt napięcia zasilającego u, ze współczynnikiem proporcjonalności ${}_eG$, zatem stopień odkształcenia tego prądu (w odniesieniu do napięcia) jest taki sam.

  Odkształcenie składowej ${}_a i_s$ od przebiegu sinusoidalnego w porównaniu ze składową ${}_a i$ przy tym samym napięciu zasilającym jest znacznie mniejsze.

- Składowe reaktancyjne ${}_r i$, ${}_r i_s$ mają taką samą postać, skąd wynika, że możliwości LC kompensacji w obydwu przypadkach są takie same,
- Składowe ${}_s i$, ${}_s i_s$ posiadają różną postać.

Zakładając, że składowe ${}_s i$ i ${}_s i_s$ są przynajmniej częściowo kompensowalne w szerszej klasie elementów (aktywne, parametryczne, nieliniowe), należy zauważyć, że prąd wypadkowy dopływający do odbiornika przy kompensacji prądu ${}_s i_s$ będzie znacznie mniej odkształcony (mniejszy udział wyższych harmonicznych) niż przy kompensacji prądu ${}_s i$ wyrażonego wzorem:

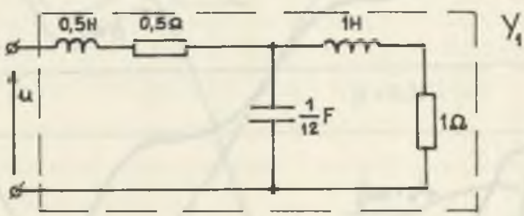
$$ {}_{s}i = (G_{o} - G_{e})U_{o} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{\infty} (G_{k} - G_{e})\, U_{k} \exp(jk\omega(\cdot)), \qquad (16) $$

gdzie:

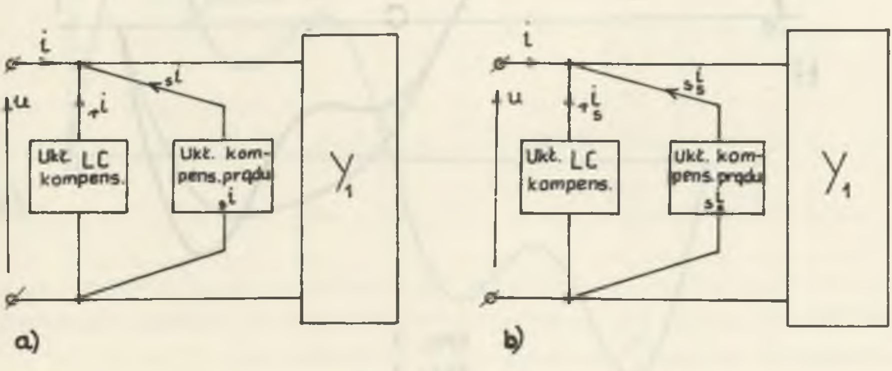
$$ G_{e} = \frac{P}{(\|u\|_{L_2})^2} . $$

Stwierdzenie to ilustrujemy poniższym przykładem.

P.1. Do odbiornika Y (rys. 1) o danych dla lepszego porównania zaczerpniętych z pracy [3, s. 91] - dołączono układy kompensujące składową reaktancyjną ${}_{r}i$ oraz ${}_{s}i$ (w sensie minimalizacji funkcjonału $(\| \ \|_{L_2})^2$ (rys. 2a)) oraz:
do tego samego odbiornika Y (rys. 1) - dołączono układy kompensujące składową reaktancyjną ${}_{r}i_{s}$ oraz składową ${}_{s}i_{s}$ (w sensie minimalizacacji funkcjonału $(\| \ \|_{W})^2$ (rys. 2b)).



Rys. 1
Fig. 1



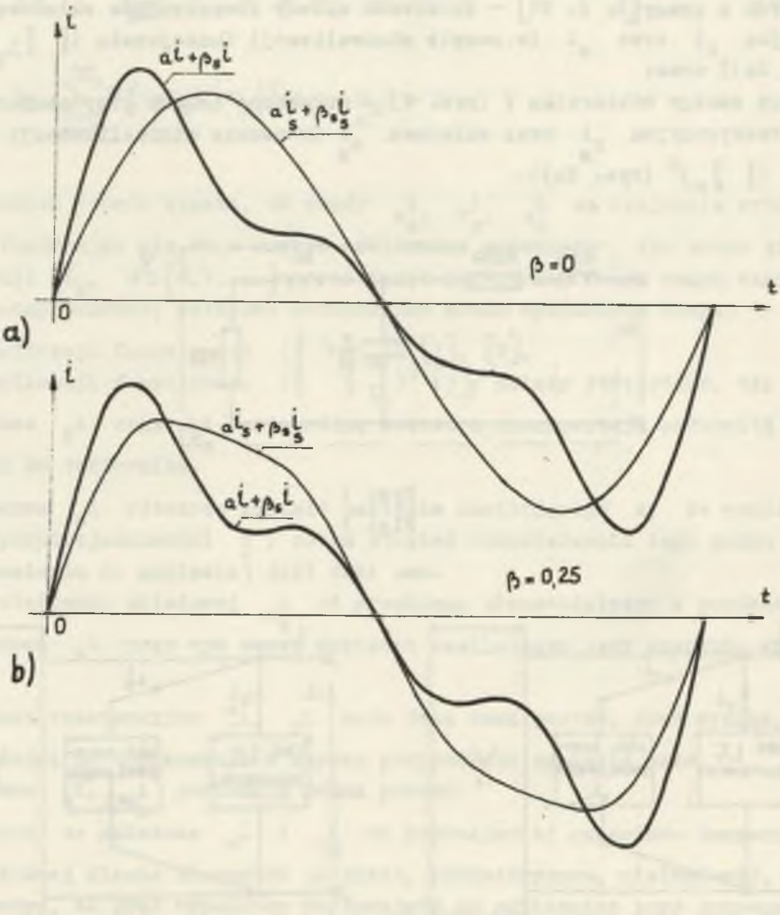
Rys. 2
Fig. 2

Obliczono składowe ortogonalnego rozkładu prądu i w obydwu przypadkach i stwierdzono, że: dla min $\left(\| \ \|_{L_2}\right)^2$:

$$_a i = 3{,}63 \sin(\cdot) + 1{,}815 \sin 2(\cdot) + 1{,}09 \sin 3(\cdot),$$

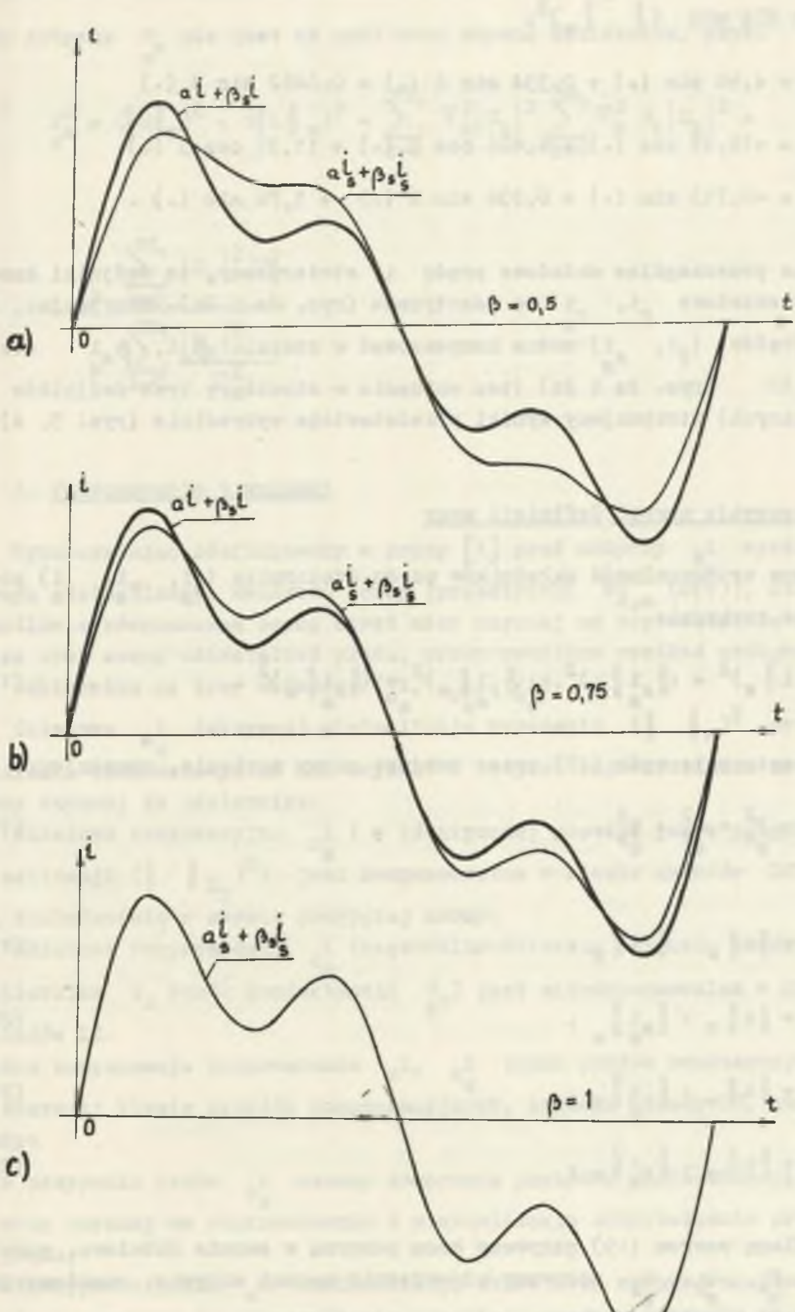
$$_r i = -10{,}49 \cos(\cdot) + 6{,}406 \cos(\cdot) + 11{,}37 \cos 4(\cdot),$$

$$_s i = 0{,}256 \sin(\cdot) - 0{,}945 \sin 2(\cdot) + 0{,}719 \sin 3(\cdot),$$



Rys. 3

Fig. 3



i
$a\dot{i} + \beta_s i$
$a\dot{i}_s + \beta_s i_s$
$\beta = 0,5$
t
a)
0
i
$a\dot{i} + \beta_s i$
$a\dot{i}_s + \beta_s i_s$
$\beta = 0,75$
t
b)
0
i
$a\dot{i}_s + \beta_s i_s$
$\beta = 1$
t
0
c)

Rys. 4
Fig. 4

natomiast dla min $(\| \quad \|_w)^2$:

$$ {}_{a}i_{s} = 4{,}68 \sin (\cdot) + 0{,}334 \sin 2 (\cdot) + 0{,}0462 \sin 3 (\cdot) $$

$$ {}_{r}i_{s} = -10{,}49 \cos (\cdot) + 6{,}406 \cos 2 (\cdot) + 11{,}37 \cos 3 (\cdot) $$

$$ {}_{s}i_{s} = -0{,}793 \sin (\cdot) + 0{,}536 \sin 2 (\cdot) + 1{,}76 \sin (\cdot) . $$

Porównując poszczególne składowe prądu i, stwierdzamy, że dwójniki kompensujące składowe ${}_{r}i$, ${}_{r}i_{s}$ są identyczne (rys. 2a i 2b). Przyjmując, że każdy z prądów $({}_{s}i, {}_{s}i_{s})$ można kompensować w stopniu $\beta\,{}_{s}i$, $\beta\,{}_{s}i_{s}$ dla $\beta \in \langle 0; 1\rangle$ (rys. 2a i 2b) (bez wnikania w strukturę tych dwójników kompensujących) otrzymujemy wyniki przedstawione wykreślnie (rys. 3, 4).

3. Propozycje nowych definicji mocy

Wykazana ortogonalność składników prądu odbiornika $({}_{a}i_{s}, {}_{r}i_{s}, {}_{s}i_{s})$ powoduje, że zachodzi:

$$ (\| i \|_w)^2 = (\| {}_{a}i_{s} \|_w)^2 + (\| {}_{r}i_{s} \|_w)^2 + (\| {}_{s}i_{s} \|_w)^2 . \tag{17} $$

Mnożąc obustronnie wzór (17) przez kwadrat normy napięcia, uzyskujemy:

$$ {}_{s}S_m^2 = {}_{s}P_a^2 + {}_{s}Q_r^2 + {}_{s}Q_s^2 , \tag{18} $$

gdzie:

$$ {}_{s}S_m = \| u \|_w \cdot \| i \|_w , \tag{19} $$

$$ {}_{s}P_a = \| u \|_w \cdot \| {}_{a}i_{s} \|_w , \tag{20} $$

$$ {}_{s}Q_r = \| u \|_w \cdot \| {}_{r}i_{s} \|_w , \tag{21} $$

$$ {}_{s}Q_s = \| u \|_w \cdot \| {}_{s}i_{s} \|_w , \tag{22} $$

Moc określoną wzorem (19) nazywamy mocą pozorną w sensie Sobolewa, podobnie moce ${}_{s}P_a$, ${}_{s}Q_r$, ${}_{s}Q_s$ nazywamy odpowiednio mocami aktywną, reaktancyjną, rozproszenia w sensie Sobolewa.

Moc aktywna ${}_{s}P_{a}$ nie jest na ogół mocą czynną odbiornika, gdyż:

$$ {}_{s}P_{a}^{2} = (\|u\|_{w})^{2} \cdot (\|i\|_{w})^{2} = \sum_{k=0}^{\infty} \nabla_{k}^{2} |U_{k}|^{2} \sum_{k=0}^{\infty} \nabla_{k}^{2}\, G_{k} |U_{k}|^{2} = $$

$$ = P^{2} \frac{\sum\limits_{k=0}^{\infty} |U_{k}|^{2} \nabla_{k}^{2}}{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{|U_{k}|^{2}}{\nabla_{k}^{2}}} . \tag{23} $$

4. Podsumowanie i wnioski

Wykorzystując zdefiniowany w pracy [1] prąd aktywny ${}_{a}i_{s}$ wyróżniony drogą minimalizacji kwadratu normy (przestrzeni $W^{1}_{2,\alpha}$ (0;T)), która to umożliwia równoczesną ocenę strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiornika oraz ocenę odkształceń prądu, przeprowadzono rozkład ortogonalny prądu odbiornika na trzy składowe (${}_{a}i_{s}$, ${}_{r}i_{s}$, ${}_{s}i_{s}$).

Składowa ${}_{a}i_{s}$ (aktywna) minimalizuje wyrażenie $(\| \ \|_{w})^{2}$ przy ograniczeniu równościowym na moc czynną P i jest odpowiedzialna za przesył mocy czynnej do odbiornika.

Składowa reaktancyjna ${}_{r}i_{s}$ (o identycznej postaci jak w przypadku minimalizacji $(\| \ \|_{L_{2}})^{2}$) jest kompensowalna w klasie układów LC z dowolną dokładnością w sensie przyjętej normy.

Składowa rozproszenia ${}_{s}i_{s}$ (częstotliwościowego rozrzutu konduktancji odbiornika G_{k} wokół konduktancji ${}_{e}G_{k}$) jest niekompensowalna w klasie układów LC.

Pełna kompensacja rozproszenia ${}_{s}i$, ${}_{s}i_{s}$ (oraz prądów reaktancyjnych) w szerszej klasie układów kompensacyjnych, aniżeli układy LC, umożliwiałaby:

- w przypadku prądu ${}_{s}i_{s}$ zadany kompromis pomiędzy minimalizacją strat mocy czynnej na doprowadzeniu i minimalizacją odkształcenia przebiegu prądu,
- w przypadku prądu ${}_{s}i$ minimalizację strat mocy czynnej na doprowadzeniu bez wpływu na odkształcenie przebiegu prądu w stosunku do napięcia zasilającego (por. wykresy rys. 3, 4).

LITERATURA

[1] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI - SPETO Gliwice-Wisła, 1988 oraz Z.N. Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 113. Gliwice 1991.

[2] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Analiza właściwości energetycznych układów dwuzaciskowych o przebiegach odkształconych z uwagi na właściwy wybór wskaźników jakości. Opracowanie CPBR 5.7, Gliwice 1987.

[3] Czarnecki L.: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. ZN Politechniki Śląskiej Elektryka z. 91. Gliwice 1984.

[4] Czarnecki L.: Power Theories of Periodic Nonsinusoidal Systems. Rozprawy Elektrotechniczne z. 3-4 1985.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

Wpłynęło do redakcji dnia 30 maja 1988 r.

ОРТОГОНАЛЬНОЕ - В НЕКОТОРОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА - РАЗЛОЖЕНИЕ ТОКА ПРИЕМНИКА В ВИДЕ ДВУХПОЛЮСНИКА К КОТОРОМУ ПРИВОДИТСЯ НЕСИНУСОИДАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Р е з ю м е

В работе, в соответствии с работой [1], дается ортоготальное разложение несинусоидального тока приемника в виде двухполюсника. Питание этого двухполюсника - несинусоидальное напряжение. Разложение тока по взвимно ортогональным слагаемым дается в смысле свойств скалярного произведения в пространстве Соболева $W^1_{2,\rho}(0;T)$. Дается также физическая интерпретация этих слагаемых несинусоидального тока приемника. На базе ортогонального разложения несинусоидального тока выводятся новые формулы и определения мощности для однофазных электрических систем.

ORTHOGONAL DECOMPOSITION OF THE CURRENT OF THE TWO-TERMINAL RECEIVER SUPPLIED WITH NONSINUSOIDAL PERIODIC VOLTAGE IN THE SOBOLEV'S SPACE

S u m m a r y

This paper is the continuation of [1]. The decomposition of the current of the two-terminal receiver supplied with nonsinusoidal periodic voltage, into three orthogonal components in relation to scalar product

in the Sobolev's space $W^1_{2,\alpha}(0;T)$ has been done and their physical interpretations have been given.

The new notions of power connected with the orthogonal decomposition have been defined.