ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z. 113 Nr kol. 983

Krystyna STEC

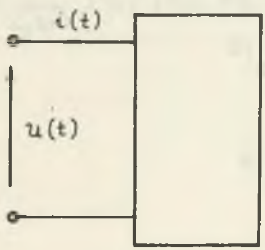
# PROPOZYCJA ROZKŁADU MOCY W UKŁADACH Z OKRESOWYMI PRZEBIEGAMI NIESINUSOIDALNYMI

Streszczenie. W artykule przedstawiono propozycję nowego rozkładu mocy w układach liniowych z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi. Proponuje się rozkład mocy pozornej $|S| = |U||I|$ na cztery składowe wytworzone przez dwie ortogonalne składowe prądu pobieranego przez układ. Moce te oznaczono $P$, $P_d$, $Q$ i $Q_d$, przy czym $P$ jest mocą czynną, a $Q$ mocą bierną Budeanu. Prąd, który związany jest z poborem przez układ mocy czynnej, powoduje również pobór mocy $P_d$. Natomiast prąd związany z mocą bierną wytwarza również moc $Q_d$. Składowa $P_d$ bywa czasem oznaczona $Q_s$ [1].
W pracy podano wzór na wprowadzoną nową składową mocy $Q_d$ oraz uzasadniono potrzebę wprowadzenia nowego rozkładu mocy. Proponowany rozkład porównano z lansowanym ostatnio rozkładem mocy L. Czarneckiego [1]. Pokazano przykłady układów, w których proponowany rozkład mocy zapewnia uzyskanie bardziej pełnego obrazu stanu energetycznego układu.
Wykazano, jaka część mocy pozornej $|S|$ może zostać skompensowana za pomocą pasywnego dwójnika reaktancyjnego.

Istnieje wiele koncepcji teorii mocy dla układów z niesinusoidalnymi przebiegami okresowymi. Liczni autorzy proponują różne rozkłady mocy na składowe [1][2].

Wady większości z tych rozkładów omówione zostały w pracy L. Czarneckiego [1].

W proponowanym rozkładzie moc pozorną $|S| = |U||I|$ rozbija się na cztery składowe: $P$, $Q$, $P_d$, $Q_d$, gdzie: $P$ jest mocą czynną, a $Q$ jest mocą bierną (Budeanu).




Rys. 1
Fig. 1

Rozpatrzmy pasywny dwójnik liniowy pokazany na rys. 1. Dwójnik ten jest zasilany napięciem

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} |U_{km}| \sin(k\omega t + \alpha_k)$$

oraz pobiera prąd

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} |I_{km}| \sin(k\omega t + \alpha_k + \varphi_k).$$

Prąd ten można rozdzielić na dwie ortogonalne składowe [3]:

$$i_G(t) = \sum_{k=1}^{\infty} |U_{km}| G_k \sin(k\omega t + \alpha_k)$$

oraz

$$i_B(t) = \sum_{k=1}^{\infty} |U_{km}| B_k \cos(k\omega t + \alpha_k)$$

gdzie $G_k$ oznacza konduktancję, a $B_k$ susceptancję dwójnika dla k-tej harmonicznej.

Ponieważ

$$i(t) = i_G(t) + i_B(t)$$

oraz

$$\int_0^T i_G(t) i_B(t) dt = 0$$

mamy

$$|I|^2 = |I_G|^2 + |I_B|^2$$

oraz

$$|S|^2 = |S_G|^2 + |S_B|^2$$

gdzie

$$|S_G| = |U||I_G| \quad i \quad |S_B| = |U||I_B|$$

Wiadomo, że

$$|S|^2 \geqslant P^2 + Q^2$$

oraz

$$|S_G|^2 \geqslant P^2 \tag{1}$$

i

$$|S_B|^2 \geqslant Q^2$$

Z zależności (1) widać, że prąd $i_G(t)$ powoduje pobieranie przez układ mocy czynnej $P$ oraz dodatkowo pewnej mocy, którą oznaczono $P_d$, a prąd $i_B(t)$ jest odpowiedzialny za pobór mocy biernej (Budeanu) oraz pewnej mocy, dla której przyjęto oznaczenie $Q_d$. Moce $P_d$ i $Q_d$ można wyznaczyć porównując moce $|S_G|$ i $P$ oraz $|S_B|$ i $Q$.
Moc $P_d$ jest tożsama z mocą $Q_s$ [1] i można ją wyrazić wzorem:

$$P_d^2 = |S_G|^2 - P^2 = \frac{1}{2} \sum_{\substack{k,n=1 \\ k \neq n}}^{\infty} |U_k|^2 |U_n|^2 (G_k - G_n)^2 \tag{2}$$

Jeżeli we wzorze (2) dla wszystkich $k$ i $n$ mamy $G_k = G_n$, to moc $P_d = 0$ i prąd $i_G(t)$ ma taki sam kształt jak napięcie (nie jest odkształcony).
Podobnie jak $P_d$ można również wyznaczyć moc $Q_d$.
Ponieważ

$$Q_d^2 = |S_B|^2 - Q^2$$

oraz

$$|S_B|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} |U_k|^4 B_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k,n=1}^{\infty} |U_k|^2 |U_n|^2 (B_k^2 + B_n^2)$$

i

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} |U_k|^2 B_k$$

a więc

$$Q^2 = \sum_{k=1}^{\infty} |U_k|^4 B_k^2 + \sum_{k,n=1}^{\infty} |U_k|^2 |U_n|^2 B_k B_n$$

wobec tego

$$Q_d^2 = \frac{1}{2} \sum_{k,n=1}^{\infty} |U_k|^2 |U_n|^2 (B_k - B_n)^2 \qquad (3)$$

Suma $P_d^2 + Q_d^2 = K^2$, gdzie K jest tzw. mocą odkształcenia w rozkładzie Budeanu.

Moc K nie powinna być jednak rozpatrywana jako jedna moc, ponieważ jej składowe mają różny sens fizyczny. Moc $P_d$ ma charakter mocy wydzielanej na elemencie rezystancyjnym, a moc $Q_d$ ma charakter mocy wydzielanej na elemencie reaktancyjnym.

Moc $P_d$ może być uważana za całkowitą miarę odbiegania kształtu prądu $i_G(t)$ od kształtu napięcia $u(t)$. Natomiast moc $Q_d$ może być wskaźnikiem tylko jednej z przyczyn odkształcenia prądu $i_B(t)$ względem napięcia $u(t)$, tzn. zmiany susceptancji w funkcji częstotliwości. Druga przyczyna, którą jest przesunięcie każdej z harmonicznych prądu $i_B(t)$ o $\frac{\pi}{2}$ nie wpływa na $Q_d$. $Q_d$ nie może być więc uważana za moc odkształcenia.

Moc $|S_B|$ jest tożsama z mocą $Q_r$ w rozkładzie L. Czarneckiego, o której to mocy autor twierdzi, że jest kompensowalna równolegle włączonym dwójnikiem pasywnym.

Ze wzoru (3) widać jednak, że np. całkowita kompensacja k-tej harmonicznej prądu $i_B(t)$ powoduje kompensację k-tej składowej mocy biernej Q (Budeanu). Nie kompensuje natomiast żadnej ze składowych mocy $Q_d$. Składowe te mogą wzrastać, jeżeli przed kompensacją $B_k B_n > 0$, a maleją gdy przed kompensacją $B_k B_n < 0$. Moc $|S_B|^2 = Q^2 + Q_d^2$.

Ponieważ kompensowalne są tylko moce bierne poszczególnych harmonicznych, nie można w ogóle mówić o kompensowalności mocy $|S_B|(Q_r)$.

Moc ta nie dostarcza żadnych informacji przydatnych przy doborze dwójnika kompensacyjnego.

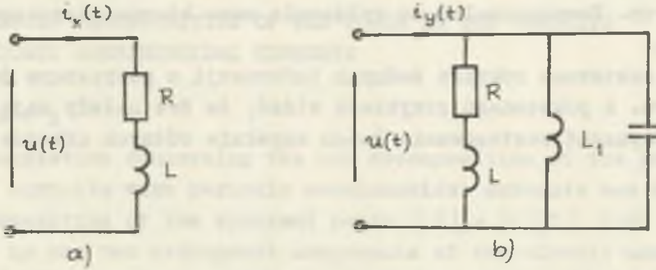
Jako przykład rozpatrzmy dwójniki pokazane na rys. 2a i 2b.

Dwójniki te zasilane są napięciem

$$u(t) = |U_{1m}| \sin(\omega t + \alpha_1) + |U_{2m}| \sin(2\omega t + \alpha_2)$$

Wartości elementów w tych układach spełniają zależności:

$$G = \frac{4G}{5}\ ;\quad L = \frac{R}{\omega}\ ;\quad L_1 = \frac{5R}{4\omega}$$




Rys. 2
Fig. 2

W tabeli 1 podano zależności między konduktancjami (susceptancjami) poszczególnych harmonicznych.

Tabela 1

| k | Układ a | Układ b |
|---|---|---|
| 1 | $G_1$ | $G_1$ |
| 1 | $B_1$ | $B_1$ |
| 2 | $G_2$ | $G_2$ |
| 2 | $B_2$ | $-B_2$ |

Z wartości tych widać, że w obu układach jednakowe są wartości skuteczne składowych prądów $|I_G|$ i $|I_B|$. Równe są również moce P, $P_d$ i $|S_B|(Q_r)$. Różne są natomiast moce Q i $Q_d$ (tabela 2).

Tabela 2

| Moc | Układ a | Układ b |
|---|---|---|
| Q | $\|U_1\|^2 B_1 + \|U_2\|^2 B_2$ | $\|U_1\|^2 B_1 - \|U_2\|^2 B_2$ |
| $Q_d^2$ | $\|U_1\|^2 \|U_2\|^2 (B_1 - B_2)^2$ | $\|U_1\|^2 \|U_2\|^2 (B_1 + B_2)^2$ |

## Podsumowanie

Rozłożenie mocy $|S_B|$ na dwie składowe Q i $Q_d$ pozwoliło stwierdzić, że moc $|S_B|$ nie jest kompensowalna za pomocą równolegle dołączanych dwójników pasywnych. Kompensowalne są wyłącznie moce bierne poszczególnych harmonicznych.
Moc $|S_B|$ nie dostarcza również żadnych informacji o potrzebnym dwójniku kompensacyjnym. Z pokazanego przykładu widać, że dwa układy mające tę samą moc $|S_B|$ mogą wymagać zastosowania dwóch zupełnie różnych układów kompensacyjnych.

## LITERATURA


[1] L.S. Czarnecki: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej seria Elektryka, nr 91 1984.

[2] Z.J. Nowomiejski: Moc i energia elektryczna w układach elektryoznych o dowolnych ustalonych przebiegach, ibid nr 77 1983.

[3] W. Shepherd, P. Zakikhani: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, vol. 19 no 9 Sept. 1972.

[4] W. Shepherd, P. Zakikhani: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems, ibid vol. 120 no 7, July 1973.


Recenzent: Doc. dr hab. inż. Maciej Siwozyński

Wpłynęło do redakcji dnia 12 maja 1988 r.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ МОЩНОСТИ В ЦЕПЯХ С НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМИ ПЕРЕДИЧЕСКИМИ ТОКАМИ


Р е з ю м е

Дано предложение нового разложения мощности в электрических линейных целях с переодическими несинусоидальными токами. Предлагается разложение полной мощности $|S| = |U||I|$ на четыре слагаемых, возникающих из двух слагаемых тока проходящего через цепь. Эти мощности обозначены P, P , и $Q_d$. Мощность P это активная мощность, мощность Q – реактивная Будеану Ток связанный с активной мощностью производит тоже мощность $P_d$, а ток связанный с реактивной мощностью производит также мощность $Q_d$. Слагаемое $P_d$ обозначается также $Q_s$ [1] .

В статье дана формула для новой слагаемой мощности $Q_d$ и доказана необходимость нового разложения мощности. Представленное разложение сравнено с разложением мощности Л. Чарнецкого [1]. Псказаны примеры цепей, в которых представленное разложение мощности дает лучшую информацию об энергетическом состоянии цепи. Указано, которая часть польной мощности может быть компенсирована реактивным двухполюсником.

THE SUGGESTED DECOMPOSITION OF THE POWER IN THE CIRCUITS WITH PERIODIC NONSINUSOIDAL CURRENTS

S u m m a r y

The suggestion concerning the new decomposition of the power in linear electric circuits with periodic nonsinusoidal currents has been presented. The decomposition of the apparent power $|S| = |U||I|$ into four components produced by the two orthogonal components of the circuit current has been suggested. The power components has been denoted $P$, $P_d$, $Q$ and $Q_d$, where $P$ is the active power, and $Q$ is the reactive power in a Budeanu sense. The current producing the active power produces also the power $P_d$, and the current producing the reactive power produces also the power $Q_d$. The component $P_d$ is sometimes denoted $Q_s$ [1].
The formula for the calculation of the new power component $Q_d$ has been given and the need for the introduction of the new decomposition of the power has been proved.
The suggested decomposition of the power has been compared with the one suggested by L. Czarnecki [1]. The examples of the circuits in which the suggested decomposition gives more information about the energetic state of the circuit have been presented.
It has been also shown what part of the apparent power $|S|$ can be compensated by means of the reactive two-terminal network.