

Jan CHOJCAN

Lucjan KARWAN

NIEZMIENNIKI WRAŻLIWOŚCI W OBWODACH SKOLIGAONYCH

Streszczenie. Rozszerzono właściwości obwodów podobnych o związki między wrażliwościami transmitancji na zmiany parametrów tych obwodów.

Rozpatrzono dwie klasy obwodów podobnych, mianowicie: obwody skoli-gacone z inwersją impedancji oraz skoli-gacone z konwersją impedancji i przeanalizowano związki między wrażliwościami w tych obwodach. Otrzymano zależności pomiędzy wrażliwościami czterech typów transmi-tancji. Wrażliwości transmitancji względem identycznie położonych impedancji w obwodach skoli-gaconych z inwersją impedancji są ze sobą związane przez uogólnioną inwersję. Natomiast dla obwodów sko-li-gaconych z konwersją impedancji te wrażliwości są równe dla każde-go z czterech typów transmitancji. Zależności te można nazwać - w od-różnieniu od niezmienniczych właściwości sum wrażliwości - niezmienniczymi właściwościami składników wrażliwości (szczegółowymi niezmiennikami) w obwodach podobnych.

Podano przykład liczbowy i zwrócono uwagę na możliwości praktycznego wykorzystania szczegółowych niezmienników wrażliwości.

1. Wstęp

W pracach prof. Zagajewskiego dotyczących teorii podobieństwa obwodów wyróżnione są cztery typy podobieństwa obwodów elektrycznych, mianowicie:

- Ia - obwody dualne z inwersją impedancji,
- Ib - obwody dualne z konwersją impedancji,
- IIa - obwody skoli-gacone z inwersją impedancji,
- IIb - obwody skoli-gacone z konwersją impedancji.

Przez podobieństwo Autor rozumie "ścisłą zależność między określonymi właściwościami dwóch obwodów" [2]. W pracach prof. Zagajewskiego są podane następujące właściwości obwodów podobnych:

- 1^o - związki między prądami,
- 2^o - związki między napięciami,
- 3^o - związki między transmitancjami obwodów podobnych.

Ponieważ "wrażliwość jest immanentną cechą obwodu, tak jak transmitancja" [4], należy do teorii podobieństwa dodać związki między wrażliwościami w tych obwodach. Ten kierunek badań, zainspirowany pracami prof. Zaga-

jewskiego, został zapoczątkowany w pracach [6] i [3]. Zauważmy, że obwody skoliigacone są podklasą obwodów dołączonych [6].

W pracy rozpatrywane są obwody skoliigacone z inwersją i konwersją impedancji. Obwody takie podlegają ogólnej zasadzie podobieństwa obwodów elektrycznych i znane są dla nich zależności między prądami, napięciami i transmitancjami [1, 2]. Rozważania w niniejszej pracy pozwalają określić związki między wrażliwościami transmitancji względem odpowiadających sobie gałęzi obwodów skoliigaconych i można je uważać za naturalne rozszerzenie podanych w pracach [1] i [2] zależności dotyczących transmitancji. Uzyskane wyniki są uzupełnieniem pracy [3], w której przeprowadzono podobne rozważania dotyczące wrażliwości obwodów dualnych z inwersją i konwersją impedancji.

Rozważmy kolejno wrażliwości dla dwóch klas obwodów podobnych:

- obwodów skoliigaconych (topologicznie jednakowych) z inwersją impedancji

$$z'_j z''_j = z_1^2 \quad (1)$$

gdzie z_1 jest impedancją inwersji, z'_j impedancją gałęzi j' obwodu oryginalnego, z''_j impedancją identycznie położonej gałęzi j'' w obwodzie skoliigaconym,

- obwodów skoliigaconych (topologicznie jednakowych) z konwersją impedancji

$$\frac{z'_j}{z''_j} = A \quad (2)$$

gdzie A jest stałą konwersji.

2. Obwody skoliigacone z inwersją impedancji

Obwody o identycznej strukturze (topologii) mają macierze impedancyjne o tej samej strukturze. Stąd:

$$K'_{uu} = \frac{u_2}{u_1} = f(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n) \quad (3)$$

$$K''_{uu} = \frac{u_2}{u_1} = f(z''_1, \dots, z''_j, \dots, z''_n) \quad (4)$$

gdzie K'_{uu} odnosi się do obwodu oryginalnego, K''_{uu} do obwodu z nim skoliigaconego.

Uwzględniając we wzorze (4) zależność (1) mamy:

$$K''_{uu} = f(z_1^2/z'_1, \dots, z_1^2/z'_j, \dots, z_1^2/z'_n).$$

Ponieważ transmitancja napięciowa jest funkcją jednorodną stopnia zerowego, więc:

$$K''_{uu} = f(1/z'_1, \dots, 1/z'_j, \dots, 1/z'_n). \quad (5)$$

Przekształcenie zależności (3) w (5) jest nazywane uogólnioną inwersją [1] i oznaczane następująco:

$$K''_{uu} = i(K'_{uu}). \quad (6)$$

Zatem na ogół transmitancje napięciowe obu obwodów będą różne. Przejdźmy teraz do wrażliwości transmitancji napięciowych w obu obwodach.

Wprowadzając następujące oznaczenia dla wrażliwości transmitancji w pierwszym obwodzie względem impedancji gałęzi j' :

$$\begin{aligned} S_{z'_j}^{K'_{uu}} &= \frac{\partial f(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n)}{\partial z'_j} \frac{z'_j}{f(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n)} = \\ &= \frac{z'_j}{f(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n)} \quad z'_j = h(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n), \end{aligned} \quad (7)$$

Obliczamy wrażliwości w drugim obwodzie względem identycznie położonej impedancji w gałęzi j'' :

$$S_{z''_j}^{K''_{uu}} = \frac{\partial f(z''_1, \dots, z''_j, \dots, z''_n)}{\partial z''_j} \frac{z''_j}{f(z''_1, \dots, z''_j, \dots, z''_n)}. \quad (8)$$

Uwzględniając inwersję impedancji $z''_j = z_1^2/z'_j = z_1^2 Y'_j$ mamy:

$$S_{z''_j}^{K''_{uu}} = \frac{\partial}{\partial z_j} f(z_1^2 Y'_1, \dots, z_1^2 Y'_j, \dots, z_1^2 Y'_n) \frac{z_1^2 Y'_j}{f(z_1^2 Y'_1, \dots, z_1^2 Y'_n)}.$$

Ale f jest funkcją jednorodną stopnia zerowego, więc:

$$\begin{aligned} S_{z_j''}^{K''_{uu}} &= \frac{\partial}{\partial z_j''} f(Y'_1, \dots, Y'_j(z_j''), \dots, Y'_n) \frac{z_j^2 Y'_j}{f(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n)} = \\ &= \frac{\partial f(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n)}{\partial Y'_j} \frac{z_j^2 Y'_j}{z_j^2 f(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n)} = \\ &= \frac{g(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n)}{f(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n)} Y'_j = h(Y'_1, \dots, Y'_j, \dots, Y'_n) = \\ &= h(1/z'_1, \dots, 1/z'_j, \dots, 1/z'_n) = i\{h(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n)\}. \end{aligned}$$

Zatem:

$$S_{z_j''}^{K''_{uu}} = i(S_{z_j'}^{K'_{uu}}). \quad (9)$$

Wrażliwości transmitancji napięciowych względem identycznie położonych impedancji w obu obwodach są podobnie jak transmitancje związane przez uogólnioną inwersję. Podobnie można wykazać, że dla transmitancji prądowych:

$$K''_{II} = \frac{I_2''}{I_1''} = i(K'_{II}) \quad (10)$$

$$S_{z_j''}^{K''_{II}} = i(S_{z_j'}^{K'_{II}}). \quad (11)$$

Dla transadmitancji mamy:

$$K''_{UI} = \frac{I_2''}{U_1''} = \frac{1}{z_1} i(K'_{UI}) \quad (12)$$

$$S_{z_j''}^{K''_{UI}} = i(S_{z_j'}^{K'_{UI}}). \quad (13)$$

Podobnie dla transimpedancji:

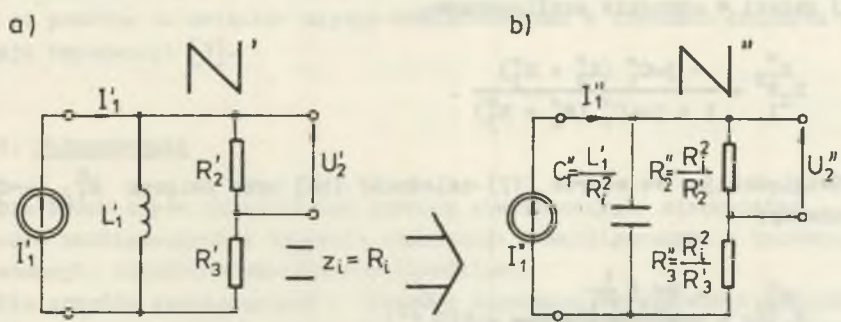
$$K''_{IU} = \frac{U''_2}{I''_1} = z_i^2 i(K'_{IU}) \quad (14)$$

$$S_{z_j''}^{K''_{IU}} = i(S_{z_j'}^{K'_{IU}}) \quad (15)$$

Zwróćmy uwagę, że zależności (9), (11), (13), (15) są analogiczne do zależności między wrażliwościami obwodów dualnych z konwersją impedancji [3].

Przykład

Sprawdźmy słuszność zależności (15) wrażliwości transimpedancji dla obwodu podstawowego N' przedstawionego na rys. 1a oraz obwodu z nim skoliiganego z inwersją impedancji dla impedancji inwersji $z_i = R_1$, na zmianę parametru pierwszej gałęzi.



Rys. 1. Obwód podstawowy N' (a) i skoliiganony z nim z inwersją impedancji obwód N'' (b) dla impedancji inwersji $z_i = R_1$

Fig. 1. The basic network N' (a) and the affined network with impedance inversion N'' (b) (impedance inversion $z_i = R_1$)

Obwód skoliiganony N'' przedstawiono na rys. 1b. Transimpedancja obwodu podstawowego N' równa się:

$$K'_{IU} = \frac{j\omega L_1' R_2'}{j\omega L_1' + R_2' + R_3'}$$

natomiast transimpedancja obwodu skolięganego N'' określona jest zależnością:

$$K''_{IU} = \frac{R'_2}{1 + j\omega C''_1 (R''_2 + R''_3)} \quad (16)$$

gdzie:

$$C''_1 = \frac{L'_1}{R'_2}, \quad R''_2 = \frac{R'_2}{R'_1}, \quad R''_3 = \frac{R'_2}{R'_3}.$$

Wrażliwość transimpedancji obwodu oryginalnego względem parametru pierwszej gałęzi:

$$S_{L'_1}^{K''_{IU}} = \frac{R'_2 + R'_3}{j\omega L'_1 + R'_2 + R'_3}$$

Natomiast wrażliwość podobnej transimpedancji względem parametru pierwszej gałęzi w obwodzie skolięganym:

$$S_{C''_1}^{K''_{IU}} = \frac{-j\omega C''_1 (R''_2 + R''_3)}{1 + j\omega C''_1 (R''_2 + R''_3)}. \quad (17)$$

Uwzględniając we wzorze (17) zależność (16) oraz związek $S_{1/x}^K = -S_x^K$ otrzymamy:

$$S_{1/C''_1}^{K''_{IU}} = \frac{\frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R'_3}}{\frac{1}{j\omega L'_1} + \frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R'_3}} = 1(S_{L'_1}^{K''_{IU}}). \quad (18)$$

3. Obwody skolięgane z konwersją impedancji

Rozpatrzmy na przykład wrażliwości transadmitancji względem odpowiadających sobie impedancji gałęzi j' oraz j'' :

$$S_{z'_j}^{K''_{UI}} = \frac{z''_j}{K''_{UI}(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n)} \frac{\partial}{\partial z''_j} K''_{UI}(z'_1, \dots, z'_j, \dots, z'_n).$$

Uwzględniając konwersję impedancji $z_j'' = \frac{z_j'}{A}$ oraz zależności między transmitancjami obwodów skoliigaonych z konwersją impedancji $K_{UI}'' = A K_{UI}'$, gdzie A - stała konwersji impedancji mamy:

$$\begin{aligned} S_{z_j''}^{K_{UI}''} &= \frac{z_j'}{A^2 K_{UI}'(z_1', \dots, z_j', \dots, z_n')} \frac{\partial}{\partial z_j''} (AK_{UI}'[z_1', \dots, z_j'(z_j''), \dots, z_n']) = \\ &= \frac{z_j'}{A^2 K_{UI}'(z_1', \dots, z_j', \dots, z_n')} A \frac{\partial K_{UI}'(z_1', \dots, z_j', \dots, z_n')}{\partial z_j'} A = \\ &= \frac{z_j'}{K_{UI}'(z_1', \dots, z_j', \dots, z_n')} \frac{\partial K_{UI}'(z_1', \dots, z_j', \dots, z_n')}{\partial z_j'} = S_{z_j'}^{K_{UI}'} \end{aligned} \quad (19)$$

Podobnie można wykazać równość wrażliwości trzech pozostałych rodzajów transmitancji względem odpowiadających sobie gałęzi. Zwróćmy uwagę, że użyte zależności dla wrażliwości obwodów skoliigaonych z konwersją impedancji są podobne do związków między wrażliwościami w obwodach dualnych z inwersją impedancji [3].

4. Podsumowanie

Dla dwóch typów podobieństwa obwodów elektrycznych, mianowicie: obwodów skoliigaonych z inwersją impedancji i skoliigaonych z konwersją impedancji, określono związki wrażliwościowe.

Dla obwodów skoliigaonych z inwersją impedancji wrażliwości transmitancji względem parametrów identycznie położonych gałęzi są związane przez uogólnioną inwersję, tj. $S_{z_j''}^{T''} = i(S_{z_j'}^T)$, gdzie T oznacza jedną z czterech

transmitancji K_{UU} , K_{II} , K_{IU} , K_{UI} . Otrzymana zależność jest podobna do zależności między wrażliwościami w obwodach dualnych z konwersją impedancji

Dla obwodów skoliigaonych z konwersją impedancji analogiczne wrażliwości są sobie wprost równe, tj. $S_{z_j''}^{T''} = S_{z_j'}^T$, podobnie jak w obwodach dualnych

z inwersją impedancji. Uzyskane rezultaty dla tych dwóch typów podobieństwa obwodów można by nazwać niezmienniczymi właściwościami składników sumy wrażliwości, w odróżnieniu od znanych niezmienniczych własności całej sumy wrażliwości [4-8], obowiązujących dla szerszej klasy obwodów.

Podane w pracy niezmiennicze właściwości składników sumy wrażliwości obwodów podobnych można wykorzystać do określania optymalnych struktur, np. układów generacyjnych.

LITERATURA

- [1] Zagajewski T.: General Principles of Similarity of Electric Networks, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Techn., 20 (1972), p. 417.
- [2] Zagajewski T.: Ogólne zasady podobieństwa obwodów elektrycznych, Arch. Elektr., T. XXII, Z. 2, 1973.
- [3] Chojcan J., Karwan L.: Wrażliwości obwodów dualnych, Mat. X, KKTOiUE, Gdańsk, 1987, s. 289-294.
- [4] Geher K.: Teoria tolerancji i wrażliwości układów elektronicznych, WNT, Warszawa 1976.
- [5] Fidler J.K.: Some topics in network sensitivity, Pr. Nauk. ITiA Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1977.
- [6] Chojcan J.: Niektóre problemy wrażliwości wyższych rzędów układów elektronicznych, ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka Z. 88, Gliwice 1987.
- [7] Tadeusiewicz M., Tworko M.: Obliczanie wrażliwości drugiego rzędu nieliniowych obwodów elektrycznych, Mat. X SPETO, Wisła 1987, s. 293-302.
- [8] Chojcan J., Karwan L.: Wrażliwości wyższych rzędów względem częstotliwości, Mat. X SPETO, Wisła 1987, s. 303-308.
- [9] Chojcan J., Karwan L.: Wrażliwości obwodów skoligaconych, Mat. XI SPETO Wisła 1988, s. 345-349.

Recenzent: doc. dr inż. Zdzisław Trzaska

Wpłynęło do redakcji dnia 20 maja 1988 r.

ИНВАРИАНТЫ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В АФФИННЫХ ЦЕПЯХ

Р е з ю м е

Работа посвящена инвариантом чувствительности в аффинных цепях с инверсией и конверсией импедансов.

Для каждого типа подобия получены связи между чувствительностями трансмитансов четырех типов. Чувствительности трансмитансов соответствующих друг другу элементов аффинных цепей с инверсией импеданса связаны общей инверсией. В цепях аффинных с конверсией импеданса эти чувствительности равны для четырех типов трансмитанса.

SENSITIVITY INVARIANTS IN AFFINED NETWORKS

S u m m a r y

The features of similar networks have been extended by the relations between transmittance sensitivities to the changes in these networks parameters.

Two types of similar networks have been discussed, viz, the affined networks with impedance inversion and the affined ones with impedance conversion; the relations between sensitivities in these networks have been analysed.

The relations between sensitivities of four types of transmittance have been obtained.

Transmittance sensitivities in relation to identically situated impedances of the affined networks with impedance inversion are related to one another through a generalized inversion whereas for the affined networks with impedance conversion these sensitivities are equal for each of the types of transmittance.

The relations may be called, as opposed to invariant features of sensitivities totals, the invariant features of sensitivity components (detailed invariants) in affined networks.

A numerical example has been given and our attention has been drawn to possibilities of practical use of the detailed invariants of sensitivity.