

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

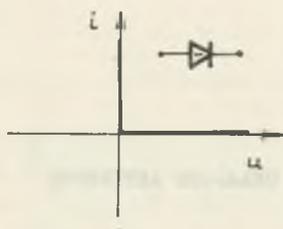
POJAWIANIE SIĘ ELEMENTÓW OSOBLIWYCH W IDEALNYCH UKŁADACH AKTYWNYCH

Streszczenie. Przedstawiono różne przypadki pojawiania się elementów osobliwych w idealnych układach aktywnych, w tym również innych niż nullator i norator. Posiadają one charakterystyki zawierające oprócz linii krzywych także obszary ciągłe, płaszczyzny prądowo-napięciowej lub jej izolowane punkty. Powstają one na bazie idealnych elementów diodowych jako dwójników nieliniowych. Opisano pewne czwórniki aktywne zawierające dwa źródła sterowane, a charakteryzujące się zerową kolumną współczynników w opisujących je macierzach łańcuchowych odwrotnych. Własności tych czwórników pozwalają na modelowanie niektórych osobliwości. Pokazano przykład syntezy generatora harmonicznego z wykorzystaniem jednego z takich czwórników oraz podano jego realizację praktyczną z zastosowaniem wzmacniaczy operacyjnych.

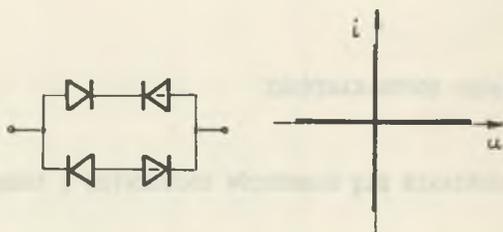
1. Wprowadzenie

Jakkolwiek od wprowadzenia przez Carlina i Youla [1] do teorii obwodów aktywnych pojęcia podstawowych elementów osobliwych mają już blisko 30 lat, nie docenia się ważności tych elementów nie tyle w obliczeniowej praktyce inżynierskiej, ile w teoretycznym opisie sieci aktywnych i częstości ich pojawiania się w modelach teoretycznych. Powszechnie pojęcie elementu osobliwego wiązane jest jedynie z elementami typu nullator i norator (także nullor), lecz już Davies [2] dołączył do nich także przerwę i zwarcie. O wiele dalej poszedł Chua [3], rozszerzając pojęcie osobliwości na wszystkie dwójniki bezinercyjne zawierające w swoich charakterystykach na płaszczyźnie prąd - napięcie oprócz linii krzywych także części obszarów ciągłych płaszczyzny lub jej izolowane punkty. Kontynuując to rozumowanie, do zbioru elementów osobliwych można zatem także wprowadzić idealne źródła autonomiczne jako przesunięte na płaszczyźnie u -i przerwy i zwarcia [5], przesunięty nullator jako izolowany punkt w dowolnym miejscu tej płaszczyzny [5], idealne elementy diodowe [6] jako złożone z części charakterystyk przerwy i zwarcia, w tym także "diodę ujemną" (rys. 1) oraz powstały z idealnych diod "norator bezmocowy" o charakterystyce podanej na rys. 2.

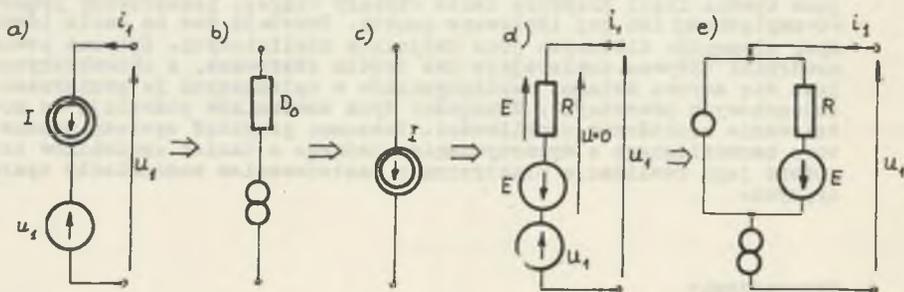
Norator bezmocowy pojawia się także w aktywnych sieciach nieliniowych z analogowymi układami mnożącymi, co pokazano w pracy [8]. Chociaż znaczenie praktyczne analizy i syntezy liniowych układów aktywnych, w których



Rys. 1
Fig. 1



Rys. 2
Fig. 2



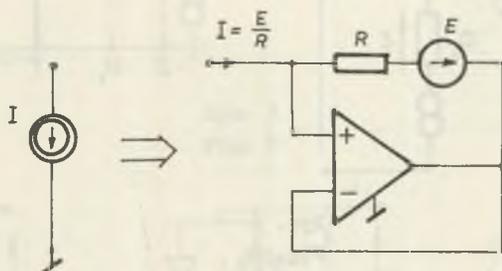
Rys. 3
Fig. 3

para nullator i norator odegrała dużą rolę w modelowaniu jej podstawowych układów [9], stopniowo maleje i przechodzi do klasyki teorii obwodów na skutek wypierania jej przez dyskretne przetwarzanie sygnałów, jednak bloki łączące te dwa rodzaje układów nadal zawierają wzmacniacze operacyjne oraz przede wszystkim idealne komutatory (klucze), które można opisywać w ogólności jako zmienne w czasie elementy osobliwe [4]. Szczególnie wyraźnie widać to na przykładzie układów przełącznikowo-kondensatorowych [7] oraz przełącznikowo-rezystancyjnych [10].

Wprowadzenie elementów osobliwych było konsekwencją potrzeby opisu idealnych układów aktywnych, ale także zachodzi zjawisko odwrotne, założenie istnienia na przykład idealnego źródła napięciowego sterowanego napięciem implikuje pojawienie się elementów osobliwych. Przykład tego zjawiska przedstawia rys. 3.

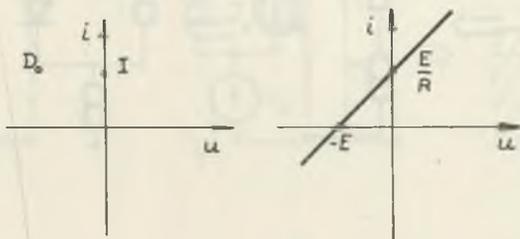
Na rysunku tym dwójnik b) równoważny dwójnikowi a) zawiera elementy osobliwe norator i źródłator (rys. 5) o charakterystyce punktowej [5], która jest równoważna punktowi $i_1 = E/R$ na charakterystyce dwójnika aktywnego E oraz połączonego szeregowo rezystora R dla uzyskania wymuszonego napięcia $u = 0$.

Przykład ten ilustruje możliwość zamodelowania autonomicznego źródła prądowego za pomocą źródła napięciowego i rezystancji. Praktyczny układ realizujący to zjawisko przedstawia rys. 4. Podobnie w układzie z rys. 6a) pojawiają się trzy źródłatory przedstawione jako punkty D_1 , D_2 i D_3 na rys. 6b).



Rys. 4

Fig. 4



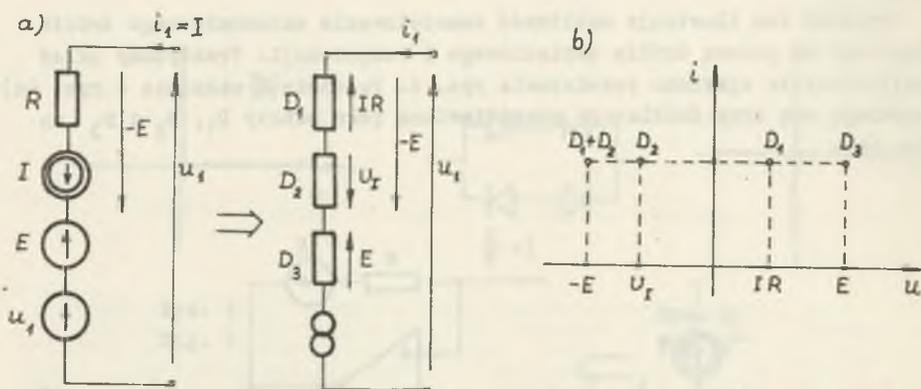
Rys. 5

Fig. 5

Wprowadzenie w tych układach idealnego elementu diodowego pozwala uzyskiwać osobliwości o charakterystykach będących częścią płaszczyzny $u-i$. I tak półpłaszczyznę dla prądów dodatnich modeluje układ z rys. 7, w którym pojawia się element osobliwy D_0 , a który można nazwać zwarcie dodatnim.

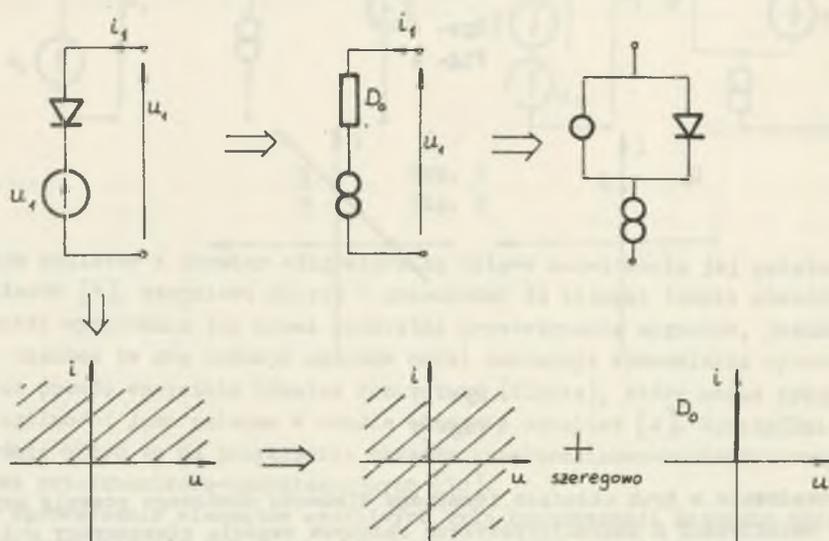
Wprowadzając dodatkowo autonomiczne źródło prądowe I (rys. 8) uzyskuje się półpłaszczyznę przesuniętą o wartość I , co w konsekwencji pozwala łatwo uzyskać charakterystykę w kształcie pasa o szerokości I_1 do I_2 (rys. 9).

Na podstawie pokazanych układów diodę ujemną z rys. 1 można zamodelować w układzie dwu źródeł sterowanych w sposób pokazany na rys. 10.



Rys. 6

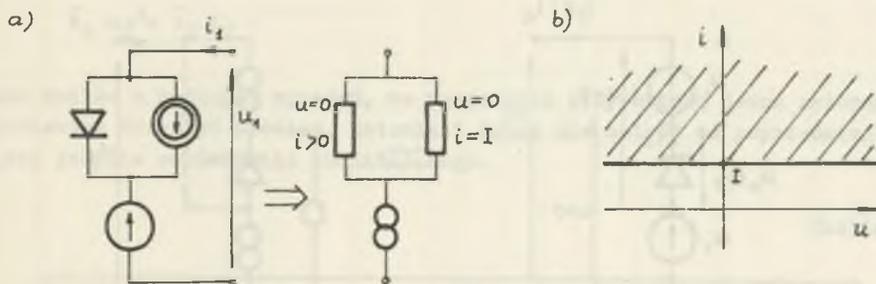
Fig. 6



Rys. 7

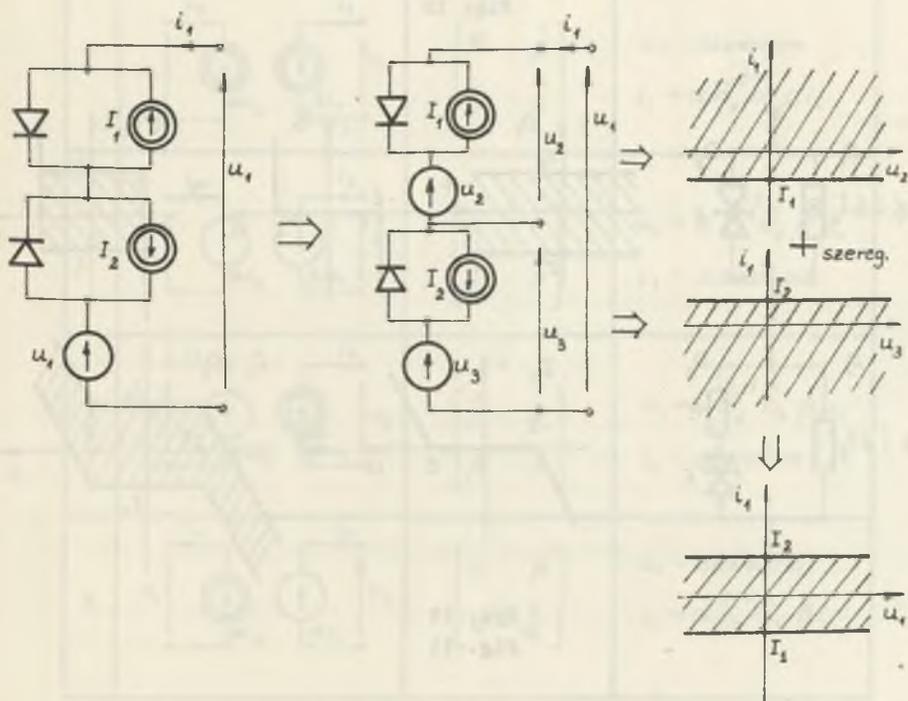
Fig. 7

Łączenie przytoczonych układów z dowolnymi dwójnikami nieliniowymi pozwala uzyskiwać osobliwości o bardzo różnorodnych kształtach charakterystyk będących wycięciami o ograniczonej i nieograniczonej powierzchni z płaszczyzny u - i (przykłady pokazano na rys. 11a i b).



Rys. 8

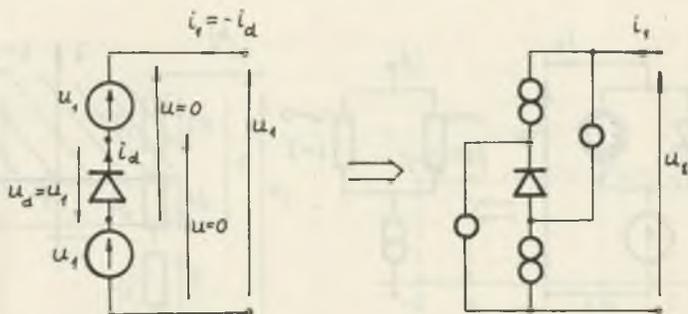
Fig. 8



Rys. 9

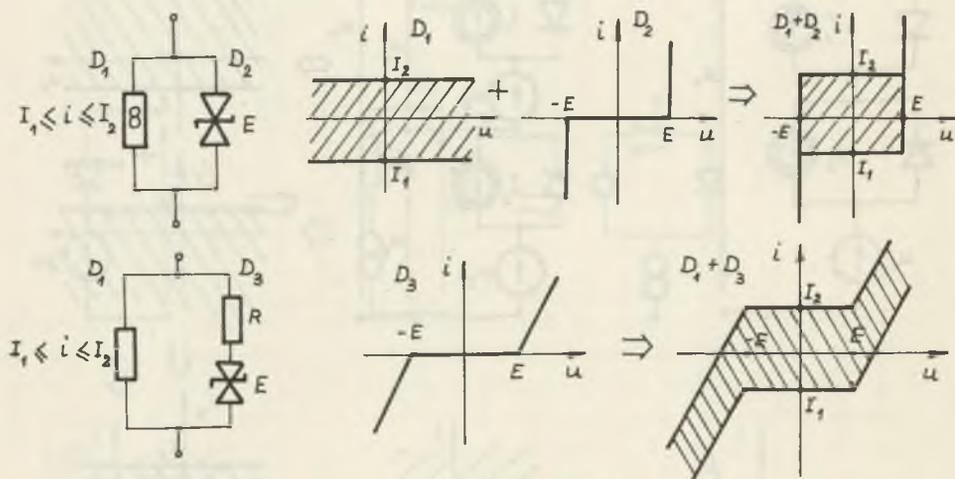
Fig. 9

Jak wynika z przytoczonych kilku przykładów, bezinercyjne elementy osobliwe stanowią obszerną klasę dwójników, którą należałoby uważać za ogólniejszą od klasycznych dwójników rezystancyjnych, a które zgodnie z definicjami Chua'y [3] zawierają także w swoich charakterystykach obszary ciągle lub izolowane punkty.



Rys. 10

Fig. 10



Rys. 11

Fig. 11

2. Pewne czwórniki aktywne o właściwościach osobliwych

W tabelicy 1 przedstawione są czwórniki aktywne charakteryzujące się zerową kolumną w opisujących je macierzach łańcuchowych odwrotnych. Nie są one ujmowane w klasyfikacjach klasycznej teorii układów aktywnych [9] jako nie mające praktycznego zastosowania. Czwórniki te jednak nadają się dobrze do modelowania pewnych osobliwości. W tabelicy 1 podano wyrażenia na zmienne zaciskowe wejściowe tych czwórników przy założeniu, że są one obciążone dwójnikami opisanymi ogólnym równaniem operatorowym typu:

$$\hat{a}_2 u_2 = \hat{b}_2 i_2 . \quad (1)$$

Jak wynika z podanych wyrażeń, we wszystkich przypadkach jedna zmienna zaciskowa może być dowolna, natomiast druga nie zależy od poprzedniej, lecz jedynie od dwójnika obciążającego.

Tablica 1

L.p.	Schemat	Macierz lancuchowa odwrotna	u_1, i_1 dla obciążenia dwójnikiem D_2
1		$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha} \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$	u_1 - dowolne $i_1 = \alpha \hat{a}_2^{-1} \hat{b}_2 \beta i_2$
2		$\begin{bmatrix} \beta & 0 \\ \frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$	$u_1 = \alpha \hat{b}_2^{-1} \hat{a}_2 \beta u_2$ i_1 - dowolne
3		$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}$	$u_1 = \alpha \hat{a}_2^{-1} \hat{b}_2 \beta u_2$ i_1 - dowolne
4		$\begin{bmatrix} 0 & \beta \\ 0 & \frac{1}{\alpha} \end{bmatrix}$	u_1 - dowolne $i_1 = \alpha \hat{b}_2^{-1} \hat{a}_2 \beta i_2$

3. Przykładowe modele osobliwości

Dla przykładu rozpatrywane będą różne przypadki pracy układu z p. 2 w tabeli 1. I tak, jeżeli założymy $\alpha \hat{b}_2^{-1} \hat{a}_2 \beta = k$, wtedy:

$$u_1 = \hat{k} u_1 . \quad (2)$$

Stąd, jeśli przyjąć $\hat{k} = 1$, to u_1 może być dowolne i układ na zaciskach wejściowych widziany jest jako norator, natomiast dla $\hat{k} \neq 1$, aby (2) było spełnione, u_1 może być tylko równe 0 i układ jest zwarciem. Aby \hat{k} było równe 1 dla β bezwymiarowego i $\alpha = R$, dwójnik obciążający D_2 z równania (2) musi być równy konduktancji o wartości:

$$G_2 = \frac{1}{\beta R} . \quad (3)$$

Ogólnie dla dwójnika D_2 jako nieliniowej konduktancji określonej wielomianem o miejscach zerowych U_{ok} zachodzi:

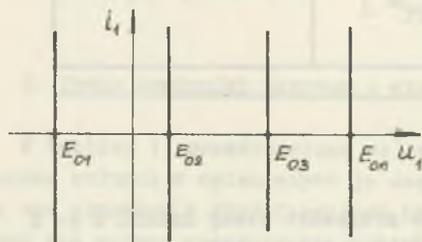
$$i_2 = a \prod_{k=1}^n (u_2 - U_{ok}) . \quad (4)$$

Wtedy:

$$u_1 = a \alpha \prod_{k=1}^n (\beta u_1 - U_{ok}) . \quad (5)$$

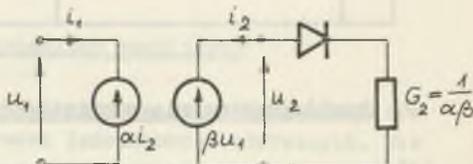
Rozwiązaniem tego równania są miejsca zerowe E_{o1} do E_{on} . Zatem cały układ na wejściu będzie widziany jako dwójnik osobliwy, którego prąd może być dowolny, a napięcie przyjmować tylko wartość E_{o1} , E_{o2} do E_{on} (rys. 12).

Szczególnymi przypadkami obciążenia nieliniowego mogą być: układ z idealną diodą (rys. 13) o charakterystyce podanej na rys. 14 oraz układ z obciążeniem o charakterystyce odcinkami liniowej, której pewna część ma nachylenie $1/\alpha\beta$ (rys. 15), w wyniku czego otrzymuje się układ o charakterystyce w kształcie pasa pokazanego na rys. 16.



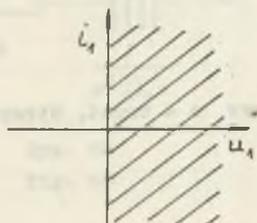
Rys. 12

Fig. 12

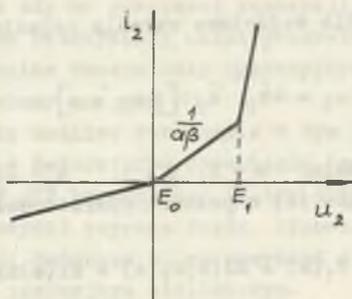


Rys. 13

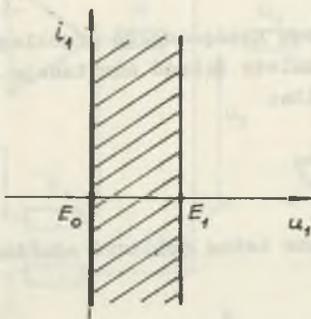
Fig. 13



Rys. 14
Fig. 14



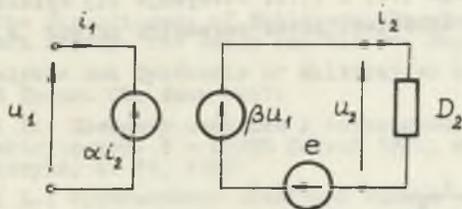
Rys. 15
Fig. 15



Rys. 16
Fig. 16

4. Synteza generatora harmonicznego jako inercyjnego układu osobiwego

Rozpatrywany będzie tak jak poprzednio układ 2 z tabelicy 1, obciążony w sposób podany na rys. 17.



Rys. 17
Fig. 17

Napięcie wejściowe określa relacja:

$$u_1 = \alpha \hat{b}_2^{-1} \hat{a}_2 [\beta u_1 + e]. \quad (6)$$

Zakładając $\alpha = R$, $\beta = 1$, $\hat{b}_2^{-1} \hat{a}_2 = Y(s)$ oraz $e = \text{const}$, otrzymuje się równanie (6) w postaci operatorowej jako:

$$U_1(s) = RY(s)U_1(s) + RY(s)E(s) \quad (7)$$

co po przekształceniach daje:

$$U_1(s) = R \frac{Y(s)E(s)}{1 - RY(s)}. \quad (8)$$

Aby układ był generatorem napięciowego przebiegu harmonicznego o pulsacji ω i amplitudzie U_m , należy dobrać admitancję $Y(s)$ tak, aby transformata napięcia u_1 wynosiła:

$$U_1(s) = U_m \frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad (9)$$

Z relacji (8) i (9) można zatem obliczyć admitancję $Y(s)$, którą określa wzór:

$$Y(s) = \frac{1}{R} \cdot \frac{U_m}{E + U_m} \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{E}{E + U_m} \omega^2}. \quad (10)$$

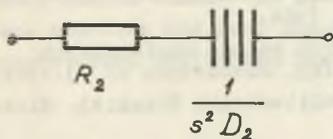
Odpowiada jej dwójnik $Y_2(s)$ z rys. 18 (zawierający FDNR), określony relacją:

$$Y_2(s) = \frac{1}{R_2} \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{R_2 D_2}}. \quad (11)$$

Stąd porównując relacje (10) i (11), otrzymuje się wyrażenia na wartość amplitudy i pulsacji określone przez parametry układu R , E , R_2 , D_2 :

$$U_m = E \frac{1}{\frac{R_2}{R} - 1} \quad (12)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{R_2 D_2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R}{R_2}}. \quad (13)$$

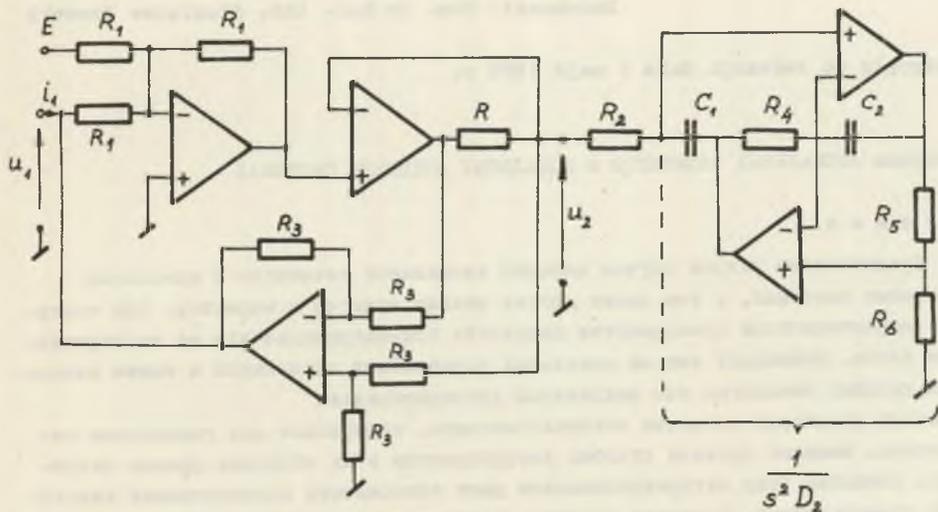


Rys. 18

Fig. 18

Opierając się na powyższej koncepcji, zamodelowano rzeczywisty układ generatora z zastosowaniem wzmacniaczy operacyjnych przedstawiony na rys. 19.

Wydaje się możliwe otrzymanie w tym układzie także generatorów przebiegów innych kształtów niż harmoniczny (w tym także prawieokresowych) poprzez dobór odpowiedniej admitancji dwójnika D_2 na przykład o charakterze inercyjnym nieliniowym.



Rys. 19

Fig. 19

LITERATURA

- [1] Carlin H.Ĺ., Youla D.C.: Network synthesis with negative resistors. Proc. IRE, May 1961.
- [2] Davies A.C.: The Significance of Nullators, Norators and Nullors in Active - network Theory. The Radio and Electr. Engin. Nov. 1967.
- [3] Chua L.O.: Analysis and Synthesis of Multivalued Memoryless Nonlinear Networks. IEEE Trans. CT, June 1967.
- [4] Topór-Kamiński L.: Elementy osobliwe i rozszerzenie pojęcia komutacji w obwodach elektrycznych. V - SPETO Ustroń 1981, oraz ZN Politechniki Śląskiej, Elektryka, z. 79, 1982.
- [5] Topór-Kamiński L.: Wprowadzenie idealnych źródeł autonomicznych i źródłatora do zbioru elementów osobliwych. ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka, z. 71, 1983.

- [6] Topór-Kamiński L.: Diodowe elementy osobliwe. VI - SPETO Ustroń 1983, ZN Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 88, 1984.
- [7] Topór-Kamiński L.: Analiza obwodów osobliwych metodą macierzowych formuł boolowskich. ZN. Politechniki Śląskiej, Automatyka z. 73.1984
- [8] Topór-Kamiński.: Mnożniki impedancji. ZN Politechniki Śląskiej. Elektryka, z. 107. 1988.
- [9] Mitra S.K.: Analysis and Synthesis of Linear Active Newworks. Jon Wiley, Inc. New York 1969.
- [10] Pasko M., Topór-Kamiński L.: Rezystancyjno-przełącznikowe dwójniki elektryczne. ZN Politechniki Śląskiej. Elektryka z. 98, 1985.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Stanisław Osowski

Wpłynęło do redakcji dnia 5 maja 1988 r.

ЯВЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ИДЕАЛЬНЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ

Р е з ю м е

Представлены разные случаи явлений аномальных элементов в идеальных активных системах, в том числе других нежели нулятор и норматор. Они содержат характеристики пространства плоскости ток-напряжение или ее изолированные точки. Возникают они на идеальных управляемых источниках а также идеальных диодных элементах как нелинейных двухполюсников.

Описаны некоторые активные четырехполюсники, содержащие два управляемые источника, имеющие нулевой столбец коэффициентов в их обратных цепных матрицах. Свойства этих четырехполюсников дают возможность моделирования некоторых аномальностей. Приведен пример синтеза гармонического генератора с применением одного из этих четырехполюсников а также практическое осуществление его с применением операционных усилителей.

APPEARANCE OF SINGULAR ELEMENTS IN IDEAL ACTIVE SYSTEMS

S u m m a r y

Various cases of appearance of singular elements in ideal active systems, including also the other than nullator and norator, have been presented. They have the characteristics comprising apart from curves also continuous domains of current - voltage plane or its isolated points. They are originated being based on ideal diode elements as non-linear two-terminal network. Some active four-terminal networks containing two controlled sources and characterized by zero coefficient column in the string inverse matrices describing them have been presented. Properties of those four-terminal networks enable modelling of some singularities.

An example of harmonic generator synthesis using one of such four-terminal networks has been presented and its practical realization applying operational amplifiers has been described.

Wojciech Jankowski
Instytut Techniki Elektronicznej

WYKONANIE SYNTETYZATORA HARMONICZNEGO
Z UŻYCIEM SIATEK CZYNNYCH CZYNNYCH

Przedstawiono przykład syntezy generatora harmonicznych przy użyciu jednej z takich czterech-terminalnych sieci czynnych. Opisano również praktyczną realizację takiego generatora przy użyciu wzmacniaczy operacyjnych.

W 1972

W niniejszym artykule przedstawiono przykład syntezy generatora harmonicznych przy użyciu jednej z takich czterech-terminalnych sieci czynnych. Opisano również praktyczną realizację takiego generatora przy użyciu wzmacniaczy operacyjnych.