

Marian PASKO

Lesław TOPÓR-KAMIŃSKI

MODELOWANIE NIELINIOWYCH FUNKCJI NIEMONOTONICZNYCH
W KLASIE UKŁADÓW REZYSTANCYJNO-PRZEŁĄCZNIKOWYCH

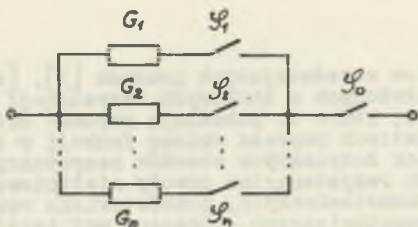
Streszczenie. Oplerając się na wcześniejszych pracach [3], [4] dotyczących analizy dwójników złożonych z liniowych rezystancji oraz idealnych przełączników (kluczy), które to pozwalają uzyskać układy rezystancyjne o zmiennych parametrach poprzez zmianę funkcji φ sterujących kluczami oraz na pracach dotyczących obwodów rezystancyjno-przełącznikowych modelujących rezystancyjne obwody nieliniowe o charakterystykach nieliniowych monotonicznych, przedstawiono realizacje funkcji nieliniowych niemonotonicznych. Pokazano możliwość realizacji niemonotonicznych funkcji nieliniowych w układach zawierających liniowe rezystancje, wzmacniacze operacyjne oraz idealne klucze przełączane funkcjami okresowymi. Jeżeli stany pewnych przełączników będą sterowane sygnałem proporcjonalnym do wybranych zmiennych zaciskowych, uzyskuje się funkcje nieliniowe, w układzie współrzędnych o wartościach uśrednionych za pewien okres czasu. W pracy przedstawiono dwie metody: z funkcją okresową o zmiennym przesunięciu fazowym impulsu sterującego oraz z zastosowaniem konduktancji sterowanych dwu przeciwnych znaków. Przedstawiono obliczeniowe przykłady projektowania układów praktycznych.

1. Wstęp

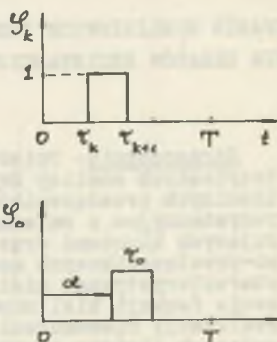
Jednym z częstych sposobów uzyskiwania nieliniowych charakterystyk w obwodach elektrycznych jest modelowanie ich za pomocą układów parametrycznych sterowanych niektórymi wewnętrznymi zmiennymi zaciskowymi tych obwodów [1], [2], [5]. Obecnie znanych jest wiele sposobów realizacji układów o sterowanych parametrach z zastosowaniem takich elementów jak tranzystor polowy lub różnego typu analogowe układy mnożące. W układach tych zarówno parametry, jak i sygnały zmieniają się w sposób ciągły [5], [7]. Zastosowanie idealnego przełącznika (klucza) elektrycznego realizującego uproszczoną funkcję mnożenia pozwala także budować układy o parametrach sterowanych sygnałami dyskretnymi. Uzyskanie nieliniowych funkcji dla sygnałów ciągłych wymaga jedynie uśredniania sygnałów wyjściowych za pewien okres czasu [4]. Dodatkową ważną obecnie zaletą układów przełącznikowych jest możliwość zastosowania ich jako stopni wiążących układy ciągłe z dyskretnymi [6].

2. Metoda dwójnika RS z funkcją sterującą o zmiennej fazie

Na rys. 1 przedstawiona jest proponowana struktura dwójnika rezystancyjno-przełącznikowego $g(t)$ złożona z "n" równoległych gałęzi RS, w których przełączniki włączane są zgodnie z funkcjami φ_k o postaci stałej względem zadanego okresu T, natomiast funkcja φ_0 sterująca kluczem szeregowym względem wszystkich gałęzi jest zmieniana sygnałem zewnętrznym x.



Rys. 1
Fig. 1



Rys. 2
Fig. 2

Konduktancję dwójnika z rys. 1 opisuje relacja:

$$g(t) = \varphi_0 \sum_{k=1}^n G_k \varphi_k. \quad (1)$$

Wartość średnia tej konduktancji za okres T wynosi:

$$G = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T (\varphi_0 \sum_{k=1}^n G_k \varphi_k) dt. \quad (2)$$

Zakładając, że długość τ_0 impulsu φ_0 jest stała, natomiast zmienia się jego położenie względem początku okresu T proporcjonalnie do sygnału x, wartość średnia konduktancji G będzie jego funkcją, czyli:

$$G(\alpha) = \frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\alpha + \tau_0} g(t) dt, \quad (3)$$

gdzie: $\alpha = kx$.

W celu ułatwienia teoretycznej i praktycznej realizacji układu zakłada się, że funkcje φ_k są impulsami także o szerokości τ_0 , rozmieszczonymi w odległościach będącymi wielokrotnościami τ_0 w stosunku do początku okresu T , czyli:

$$\lambda_k = k\tau_0. \quad (4)$$

Mając na uwadze, że między momentami α i $\alpha + \tau_0$ może zaistnieć tylko jeden punkt przełączenia funkcji φ_k , $\bar{G}(\alpha)$ można zapisać w postaci:

$$\bar{G}(\alpha) = \frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\lambda_k} g(t) dt + \frac{1}{T} \int_{\lambda_k}^{\alpha + \tau_0} g(t) dt. \quad (5a)$$

Uwzględniając konduktancje gałęziowe G_{k-1} i G_k , wykonując całkowania oraz porządkując względem zmiennej α , otrzymuje się:

$$\bar{G}(\alpha) = \frac{1}{T} [\alpha(G_k - G_{k-1}) - \lambda_k(G_k - G_{k-1}) + \tau_0 G_k]. \quad (5b)$$

Konduktancja ta ma zatem postać funkcji liniowej o parametrach zależnych od dwu kolejno włączanych konduktancji gałęziowych.

Wartości $\bar{G}(\alpha)$ dla punktów λ_k zależą jedynie, na podstawie wzoru (5b), od wartości konduktancji w gałęzi $k+1$ otwieranej kluczem φ_{k+1} dla przebiegu czasu λ_k do λ_{k+1} , gdyż podstawiając $\alpha = \lambda_k$ otrzymuje się:

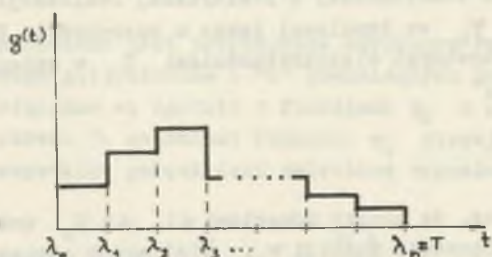
$$\bar{G}(\lambda_k) = \frac{\tau_0}{T} G_k. \quad (6a)$$

Stąd wprost można wyliczyć wartości konduktancji gałęziowych G_k zakładając podział okresu na n taktów o długości τ_0 , a relacja (6) przyjmuje postać:

$$\bar{G}(\lambda_k) = \frac{1}{n} G_k. \quad (6b)$$

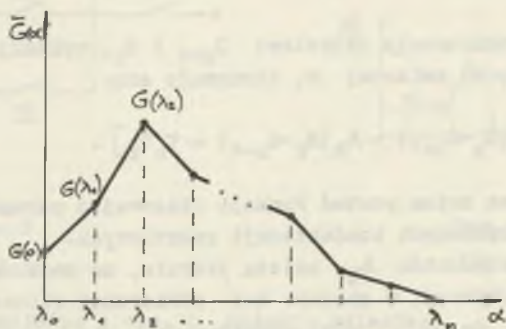
Fakt ten upraszcza dobór elementów układu ze zmiennym położeniem impulsu φ_0 w stosunku do układów ze zmienną szerokością φ_0 przedstawionych w pracy [4]. Między momentami λ_k przełączeń funkcji φ_k konduktancja $g(t)$ przyjmuje wartości stałe, ma zatem postać czasowej funkcji schodkowej (rys. 3)

Wartość średnia tej konduktancji zgodnie z relacją (5b) ma charakter funkcji odcinkami liniowej w zależności od zmiennej α (rys. 4).



Rys. 3

Fig. 3



Rys. 4

Fig. 4

Aby funkcja ta była ciągła (brak skoków), sąsiednie proste opisane wzorami (5b) winny przecinać się w punktach przełączeń λ_k . Prosta sąsiednią do opisanej wzorem (5b) jest prosta wyrażona równaniem:

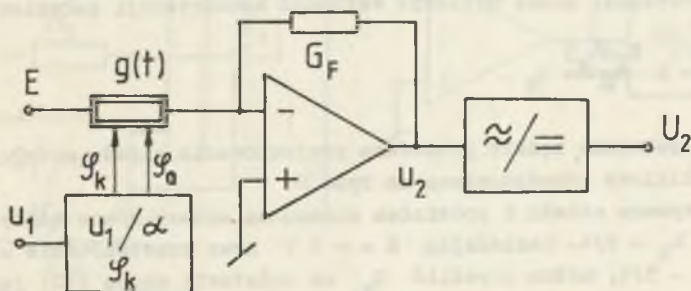
$$\begin{aligned} \bar{G}(\alpha) &= \frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\lambda_{k+1}} g(t) dt + \frac{1}{T} \int_{\lambda_{k+1}}^{\alpha + \tau_0} g(t) dt = \\ &= \frac{1}{T} G_k (\lambda_{k+1} - \alpha) + \frac{1}{T} G_{k+1} (\alpha + \tau_0 - \lambda_{k+1}) . \end{aligned}$$

Wstawiając $\alpha = \lambda_k$ i na podstawie tego, że $\tau_0 = \lambda_{k+1} - \lambda_k$ otrzymuje się:

$$\bar{G}(\lambda_k) = \frac{1}{T} G_k (\lambda_{k+1} - \lambda_k) + \frac{1}{T} G_{k+1} [-(\lambda_{k+1} - \lambda_k) + \tau_0] = \frac{1}{T} G_k \tau_0$$

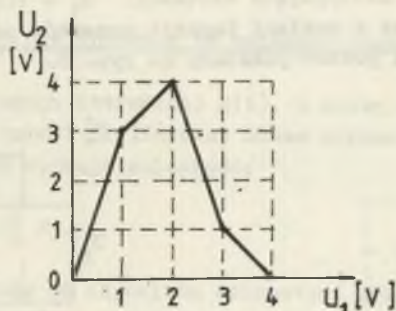
co jest zgodne z wynikiem otrzymanym dla prostej (5b) wyrażonym relacją (6).

Ze względu na to, że wartość konduktancji dla określonej wielkości tej zmiennej jest zależna tylko od konduktancji włączanych w przedziale od α do $\alpha + \tau_0$ może ona być funkcją niemonotoniczną. Praktyczny układ modelujący nieliniową funkcję napięciowo-napięciową $u_2 = f_{II}(u_1)$ z zastosowaniem konduktancji $g(t)$ pokazano na rys. 5.



Rys. 5

Fig. 5



Rys. 6

Fig. 6

Blok u_1/α przetwarza wartość napięcia u_1 na położenie impulsu φ_0 . Napięcie wyjściowe ma wartość:

$$u_2 = - E \frac{g(\alpha)}{G_F} . \tag{7}$$

Uwzględniając wzory (5), (6) otrzymuje się:

$$\bar{u}_2(\alpha) = - E \left(\frac{\alpha}{T} \cdot \frac{G_k - G_{k-1}}{G_F} + \frac{\lambda_k}{T} \cdot \frac{G_{k-1} - G_k}{G_F} + \frac{\tau_0}{T} \cdot \frac{G_k}{G_F} \right) . \tag{8}$$

Natomiast dla momentów czasowych $\alpha = \lambda_k$ na podstawie wzoru (6b) otrzymuje się

$$\bar{U}_2(\lambda_k) = -E \frac{1}{n} \cdot \frac{G_k}{U_F}, \quad (9)$$

z której to relacji można wyliczyć wartości konduktancji gałęziowych jako:

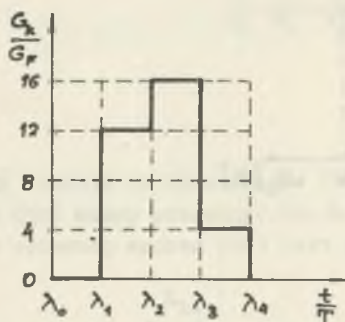
$$G_k = -n \frac{U_2(\lambda_k)}{E} G_F. \quad (10)$$

Przykładowo pokazana będzie procedura projektowania układu modelującego funkcję nieliniową przedstawioną na rys. 6.

Funkcja ta wymaga układu z podziałem okresu na cztery równe takty, czyli $T_0 = \lambda_{k+1} - \lambda_k = T/4$. Zakładając $E = -1$ V oraz przetwarzanie u_1 jako $\alpha = u_1 \cdot T/4$, można określić G_k na podstawie wzoru (10) jako:

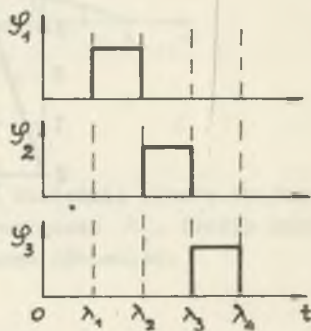
$$G_k = 4G_F \bar{U}_2(\lambda_k)$$

co w przykładzie daje następujące wartości: $G_1 = 12G_F$, $G_2 = 16G_F$, $G_3 = 4G_F$ przedstawione w postaci funkcji momentów przełączeń λ_k na rys. 7. Funkcje sterujące mają postać pokazaną na rys. 8.



Rys. 7

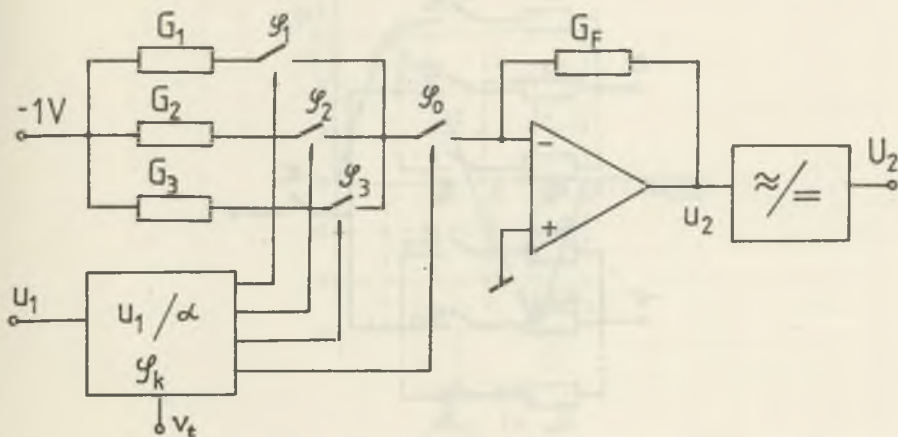
Fig. 7



Rys. 8

Fig. 8

Układ praktyczny realizujący funkcję z rys. 6 może ostatecznie przyjąć postać pokazaną na rys. 9, gdzie V_t jest sygnałem zadającym okres funkcji przełączających φ .



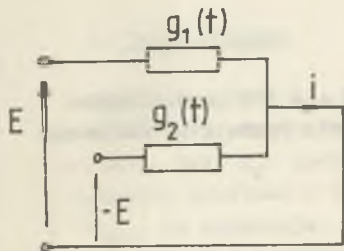
Rys. 9
Fig. 9

3. Realizacja funkcji nieliniowych ze zmiennym znakiem

Zmianę znaku konduktancji sterowanej $g(t)$, a zatem także zmianę znaku modelowanej przez nią funkcji nieliniowej można uzyskać w układzie trójnikowym z rys. 10, który opisuje zależność:

$$i = [\varepsilon_1(t) - \varepsilon_2(t)] E . \tag{11}$$

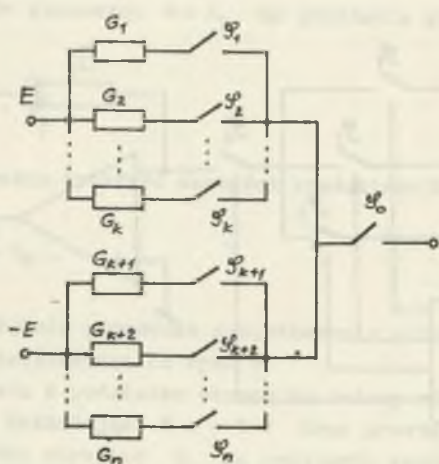
Zależność ta dla elementów RS odpowiada schematowi przedstawionemu na rys. 11, w którym występuje k konduktancji w gałęzi dodatniego napięcia i $n-k$ w gałęzi ujemnego napięcia zasilającego. Konduktancje te odpowiadają ilości punktów przegięcia o dodatnich i ujemnych wartościach modelowanej funkcji nieliniowej.



Rys. 10
Fig. 10

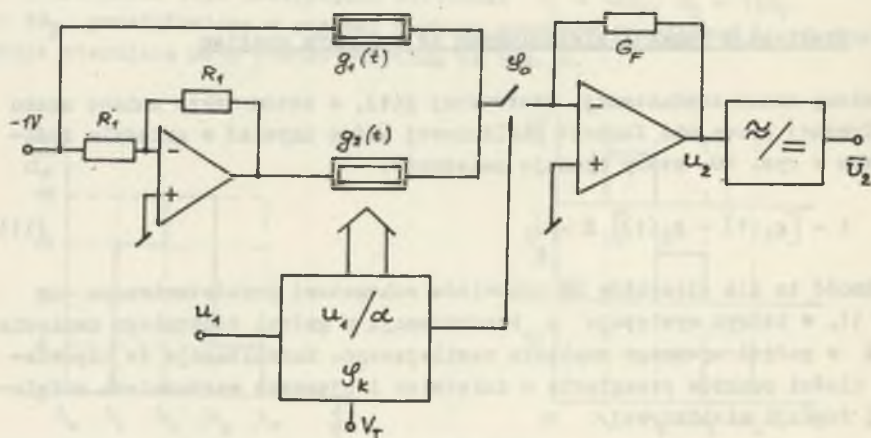
Praktyczne zastosowanie tego sposobu prowadzi do układu przedstawionego na rys. 12, podobnego do układu z rys. 5. Realizacja dwójników $\varepsilon_1(t)$ i $\varepsilon_2(t)$ może być przeprowadzona zarówno metodą zmiennej szerokości impulsu, jak i zmiennej fazy funkcji sterującej φ_0 .

Przykładowo przedstawiona będzie realizacja funkcji nieliniowej niemonotonicznej o częściowo ujemnej charakterystyce pokazanej na rys. 13. Funkcja ta wymaga układu z podziałem okresu na pięć równych taktów



Rys. 11

Fig. 11

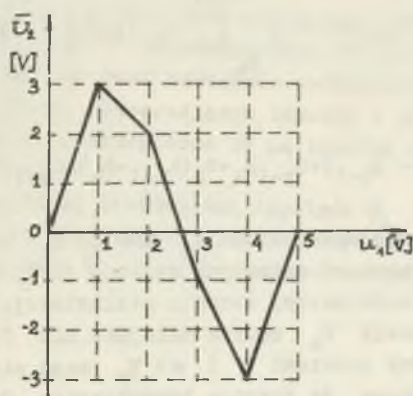


Rys. 12

Fig. 12

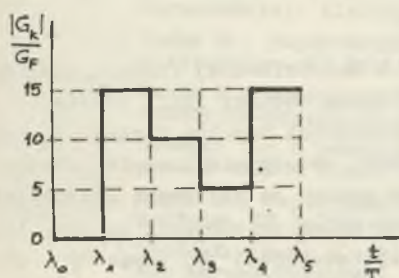
o długości: $\tau_0 = \lambda_k - \lambda_{k-1} = T/5$. Zakładając $E = -1$ V oraz liniowe przetwarzanie $u_1 \rightarrow \alpha$, można określić na podstawie wzoru (10) wartości konduktancji w gałęziach:

$$G_k = 5G_F \bar{U}_2(\lambda_k)$$



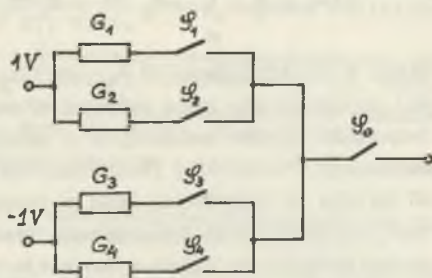
Rys. 13

Fig. 13



Rys. 14

Fig. 14



Rys. 15

Fig. 15

Dla rozpatrywanej nieliniowości otrzymuje się wartości: $G_1 = 15 G_F$, $G_2 = 10 G_F$, $G_3 = -5 G_F$, $G_4 = -15 G_F$, są one przedstawione w postaci funkcji na rys. 14, Układ realizujący jest podany na rys. 15.

4. Uwagi końcowe

Jeżeli długość τ_0 impulsu φ_0 nie będzie równa dokładnie $\lambda_k - \lambda_{k-1}$, to wystąpią błędy (zniekształcenia) w odwzorowywaniu zadanej funkcji nieliniowej. Gdy τ_0 będzie większe od T/n , to: $\tau_0 = (\lambda_{k+1} - \lambda_k) + \Delta\tau$, a pomiędzy punktami α i $\alpha + \tau_0$ będą dwa punkty przełączenia kluczy λ_k i λ_{k+1} , co spowoduje, że średnia konduktancja (5b) będzie zależna od trzech wartości konduktancji gałęziowych G_{k-1} , G_k i G_{k+1} i przyjmie postać:

$$\bar{G}(\alpha) = \frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\lambda_k} G_{k-1} dt + \frac{1}{T} \int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}} G_k dt + \frac{1}{T} \int_{\lambda_{k+1}}^{\alpha + \tau_0} G_{k+1} dt. \quad (12)$$

Stąd:

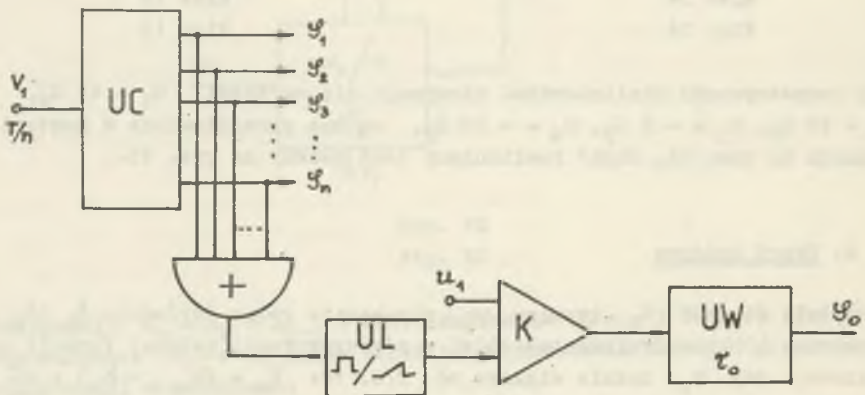
$$T\bar{G}(\alpha) = \alpha(G_{k+1} - G_{k-1}) + G_{k-1}\lambda_k + G_k(\lambda_{k+1} - \lambda_k) + G_{k+1}(\tau_0 - \lambda_{k+1}). \quad (13)$$

Oznacza to, że w przedziałach od $\lambda_k - \Delta\tau$ do λ_k pojawiać się będą odcinki linii prostych różnych od opisanych relacją (5b), wprowadzając odchyłki od zadanych wartości modelowanej funkcji nieliniowej.

Analogicznie jeżeli τ_0 będzie mniejsze niż T/n , to: $\tau_0 = (\lambda_{k-1} - \lambda_k) - \Delta\tau$, a między punktami α i $\alpha + \tau_0$ mogą się nie pojawić momenty przełączeń, co oznacza, że średnia konduktancja $G(\alpha)$ będzie wtedy zależeć jedynie od jednej konduktancji gałęziowej, czyli:

$$\bar{G}(\alpha) = \frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\alpha + \tau_0} G_k dt = G_k \tau_0. \quad (14)$$

Zatem w przedziałach od λ_k do $\lambda_k + \Delta\tau$ w zamodelowanej funkcji nieliniowej pojawiać się będą zniekształcające poziome odcinki linii prostej. Istnienie błędów związanych z odchyłką szerokości impulsu funkcji φ_0 od założonej równej T/n jest niekorzystną cechą metody modelowania układów RS metodą ze sterowaną fazą w stosunku do metody ze sterowaną szerokością impulsu. Możliwość powstawania tych błędów można prześledzić na rys. 16, przedstawiającym układ wytwarzający funkcje sterujące φ_k oraz φ_0 sterowaną napięciem u_1 .



Rys. 16

Fig. 16

W układzie tym blok cyfrowy UC wytwarza sygnały φ_k , które zsumowane wyznaczają długość okresu T przetwarzanego na przebieg liniowy (piłowy) przez blok UL. Przebieg ten jest następnie porównywany z napięciem sterującym u_1 w komparatorze K, wytwarzającym impulsy o zmiennej szerokości, które są przetwarzane w uniwibratorze UW na impulsy o stałej szerokości τ_0 lecz zmiennym położeniu.

Przyczyną możliwej nierówności impulsów φ_k i τ_0 jest fakt wytwarzania ich w dwu różnych blokach układu, przy czym długość τ_0 nie zależy od sygnału taktującego V_t , lecz od parametrów układu monostabilnego.

LITERATURA

- [1] Cichocki A.: Metody realizacji nieliniowych charakterystyk bezinercyjnych i ich zastosowanie do modelowania układów dynamicznych. VI KKTOiUE Gliwice 1983.
- [2] Cichocki A.: Synteza układów nieliniowych przy użyciu wzmacniaczy operacyjnych i elementów sterowanych. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektryka, z. 67, 1982.
- [3] Pasko M., Topór-Kamiński L.: Rezystancyjno-przełącznikowe dwójniki elektryczne. ZN Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 98, 1985.
- [4] Pasko M., Topór-Kamiński L.: Modelowanie nieliniowych układów rezystancyjno-przełącznikowych. Mat. IX SPETO, Wiśła 1986.
- [5] Osowski S.: O pewnych aspektach obwodów z rezystorami sterowanymi. Mat. X SPETO, Wiśła 1987.
- [6] Frycz S., Topór-Kamiński L.: Przełącznikowo-kondensatorowy układ mnożący. ZN Politechniki Śląskiej. Elektryka z. 95, 1985.
- [7] Topór-Kamiński L.: Elementy składowe rezystancyjnych aktywnych obwodów parametrycznych. III SPETO, Ustroń 1979, oraz ZN Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 68, 1980.
- [8] Smołow W., Czemiawskij E.: Gibrydnyje wyczyslitielnyje ustrojstwa s deskretno upravlaemymi parametrami. Leningrad 1977. Maszynostrojenije.
- [9] Arnout G., De Man H.J.: The use of threshold functions and Boolean-controlled network elements for macromodelling of LSI circuits. IEEE J. Solid - state Circuits. SC-13, 1978.
- [10] Gamin R.: Comments on: Digitally programmable gain amplifiers with arbitrary range of integer values. Pros. IEEE. No 5, 1981.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Andrzej Cichocki

Wpłynęło do redakcji dnia 10 maja 1988 r.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕМОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ В РЕЗИСТИВНО КЛЮЧЕВЫХ СИСТЕМАХ

Р е з ю м е

Опираясь на предыдущих статьях авторов [3], [4], касающихся анализа двухполюсников составленных из линейных резисторов и идеальных электрических ключей, допускающие получить резистивные системы с переменными коэффициентами через перемену функций управляемых работой ключей, а также относящихся к резистивно-ключевым цепям моделирующих резистивные нелинейные цепи с нелинейно-монотонными характеристиками.

В настоящей работе рассматриваются приведенные выше проблемы. Указана возможность осуществления немонотонных нелинейных функций в системах содержащих линейные резисторы, операционные усилители а также идеальные ключи переключаемые периодическими функциями.

Если состояние некоторых переключателей будет управляется сигналом пропорциональным к некоторым зажимным переменным, преобразуются нелинейные функции в системе координат с определенными значениями за некоторой период времени.

Описаны два способа: с периодической функцией с переменным фазовым перемещением управляющего импульса, а также с применением управляемых проводимостей с противоположными знаками. Представлены вычисленные примеры проектирования практических систем.

MODELLING NONLINEAR NONMONOTONIC FUNCTIONS IN THE CLASS OF RESISTIVE-SWITCH NETWORKS

S u m m a r y

On the basis of the earlier works [3], [4] concerning the analysis of the two-terminal networks with linear resistances and ideal switches which allow to obtain resistive networks having variable parameters by changing the functions controlling the switches as well as on the basis of the work concerning resistive switch networks modelling nonlinear resistive networks with monotonic nonlinear characteristics, some realizations of nonlinear nonmonotonic functions have been presented.

The possibility of the realization of nonmonotonic nonlinear functions by means of the networks containing linear resistances, operational amplifiers and ideal switches controlled by periodic functions has been shown. If the states of some switches are controlled with the signal proportional to the chosen input-output variables, the nonlinear functions are obtained in the coordinate system with average values taken for the chosen period.

The two methods has been shown: with periodic function of the variable phase shift of a control pulse and with the use of two controlled conductances with opposite signs. The examples of the practical network design have been shown.