

Jerzy KOKOTKIEWICZ

OKREŚLENIE DODATKOWYCH MOMENTÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH POWSTAJĄCYCH W CZASIE PRACY USTALONEJ SILNIKA ASYNCHRONICZNEGO KLATKOWEGO, PRZY ZASILANIU NAPIĘCIEM NIESINUSOIDALNYM PRZEMIENNIKA CZĘSTOTLIWOŚCI Z OBWODEM POŚREDNIM NAPIĘCIOWYM

Streszczenie. Silnik asynchroniczny klatkowy, zasilany poprzez statyczny przemiennik częstotliwości niesinusoidalnym napięciem o zmiennej częstotliwości, wytwarza dodatkowe momenty przemienne. Za pomocą prawa Biota-Savarta można obliczyć siły statyczne działające na wirnik i określić poszczególne występujące dodatkowe przemienne momenty elektromagnetyczne. Często jednak korzystniejsze jest obliczenie jednoczesne całosci dodatkowych momentów przemiennych, drogą rozwiązania za pomocą transformacji Laplace'a równań różniczkowych opisujących stan elektromagnetyczny silnika. Na podstawie uzyskanych w ten sposób wzorów określono hodografy kompleksorów prądu stojana i wirnika, hodografy kompleksorów strumieni skojarzonych stojana i wirnika, przebiegi czasowe prądu stojana oraz przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silnika.

1. Wprowadzenie

W napędach maszyn roboczych jako ozłon wykonawczy obecnie stosowane są głównie trójfazowe silniki prądu przemiennego asynchroniczne klatkowe. Ich prosta konstrukcja sprzyja niskim kosztom wytwarzania, a brak części przewodzących prąd podlegających zużyciu ciernemu pozwala uzyskać dużą niezawodność w pracy.

Podstawową wadą omawianych silników jest to, że pracują one ekonomicznie tylko w bardzo wąskim przedziale prędkości obrotowych, wyznaczonym przez synchroniczną prędkość obrotową oraz poślizg znamionowy wirnika.

Obecnie coraz częściej powstaje jednak konieczność zastosowania w maszynie roboczej, układu napędowego umożliwiającego ekonomiczne i bezstopniowe nastawianie w szerokich granicach prędkości i momentu obrotowego. Silniki asynchroniczne klatkowe mogą spełnić to wymaganie, jeżeli będą zasilane napięciem o nastawianej częstotliwości i amplitudzie. W tym celu pomiędzy przemysłową siecią energetyczną a silnikiem instaluje się przekształtnik, który umożliwia uzyskanie pożądaných parametrów pobieranej z sieci energii elektrycznej. Przekształtnik dla zachowania pracy silnika w stałym punkcie krzywo liniowej charakterystyki magnesowania umożliwia jednoczesną ale wzajemnie niezależną zmianę tak częstotliwości, jak i amplitudy napięcia zasilającego w sposób, jaki wymagany jest dla utrzymania stałości stosunku E_s/f_1 .

Wadą wszystkich stosowanych przemienników częstotliwości jest niesinusoidalny kształt napięcia bądź prądu zasilającego silnik, przy czym stopień odkształcenia od przebiegu sinusoidalnego jest różny i zależy na przykład od rodzaju i zasady pracy falownika, charakteru obciążenia, częstotliwości. Każde odkształcenie od przebiegu sinusoidalnego napięcia bądź prądu zasilającego powoduje powstanie w silniku asynchronicznym klatkowym dodatkowych zjawisk, w postaci na przykład dodatkowych strat oraz momentów.

Przedmiotem opracowania jest określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych, jakie powstają w czasie pracy ustalonej silnika asynchronicznego klatkowego zasilanego poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym. Stan ustalony pracy silnika rozumiany jest jako wyidealizowany (teoretyczny) stan pracy, w którym funkcje prądów, napięć i prędkości obrotowej wirnika są stałe, okresowe lub prawie okresowe. W pracy założono, że przemiennik częstotliwości ma tak dobrane indukcyjności i pojemności w obwodzie pośrednim, że prąd lub napięcie na wyjściu obwodu pośredniego nie posiada w stanie ustalonym składowej przemiennej. Przyjęto, że układ zasilania wymusza na zaciskach silnika znane z góry przebiegi napięć i prądów, co oznacza pominięcie ewentualnego oddziaływania na nie silnika.

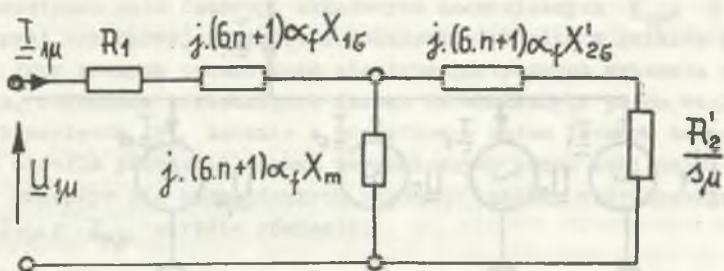
2. Określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych metoda superpozycji

Zakłada się, że przy zasilaniu silnika poprzez symetryczny przemiennik częstotliwości z falownikiem napięcia do zacisków uzwojeń silnika przyłożone jest niesinusoidalne napięcie przemienne o okresie $1/f_1$, o symetrii kształtu jednakowej dla wszystkich faz, przy czym między napięciem kolejnych faz istnieje przesunięcie w czasie o $1/3$ okresu. Symetria kształtu napięcia jest taka, że widmo nie zawiera harmonicznych parzystych, a przy zasilaniu silnika trójprzewodowo bez przewodu neutralnego, napięcie fazowe nie zawiera ponadto harmonicznych nieparzystych podzielnych przez 3.

Przy takich założeniach dotyczących kształtu napięcia fazowego wykładniczy szereg Fouriera odtwarzający to napięcie można przedstawić jako:

$$\underline{U}_1 = \sum_{\mu} \underline{U}_{\mu} \cdot e^{j\mu(2\pi f_1)t_1} \quad (1)$$

Kompleksor napięcia stojana zawiera składowe harmoniczne rzędu $\mu = (6n+1)$, o częstotliwości $f_{\mu} = f_1 \cdot \mu = f_1(6n+1)$, gdzie n może być zerem lub dowolną liczbą całkowitą dodatnią lub ujemną.



$$\omega_r = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} = \alpha_f = \frac{f_1}{f_{1N}}$$

$$\underline{Z}_{\mu} = R_1 + j\mu\alpha_f X_1 \frac{\frac{R'_2}{3\mu} + j\mu\alpha_f \sigma X'_2}{\frac{R'_2}{3\mu} + j\mu\alpha_f X'_2}$$

$$s_{\mu} = 1 - \frac{1}{\mu} (1 - s_1)$$

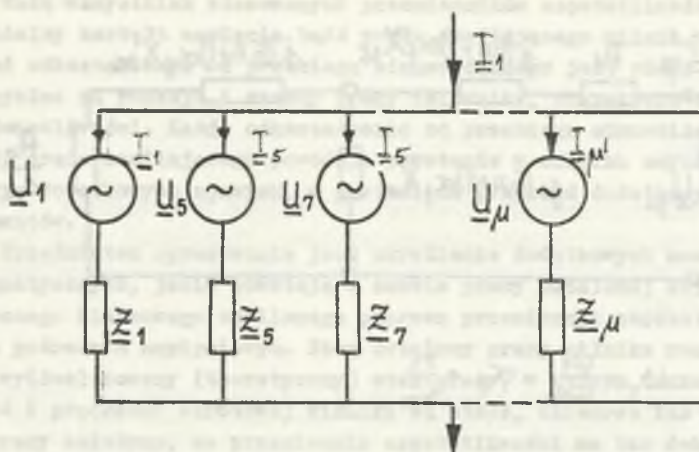
Rys. 1. Schemat zastępczy silnika asynchronicznego klatkowego zastosowany do obliczeń wyższych harmonicznych prądu

Fig. 1. Equivalent circuit of the asynchronous squirrel-cage motor used for calculations of current higher harmonics

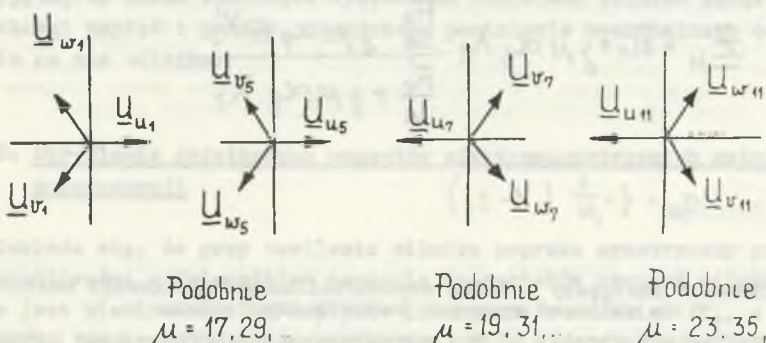
Po przyporządkowaniu zgodnie z rys. 1 harmonicznemu μ napięcia odpowiednich impedancji \underline{Z}_{μ} , można obliczyć składowe harmoniczne prądu stojana:

$$\underline{I}_{\mu} = \frac{U_{\mu}}{\underline{Z}_{\mu}} \quad (2)$$

Jeżeli silnik asynchroniczny klatkowy można uważać za obiekt liniowy, to wówczas dopuszczalne jest stosowanie zasady superpozycji. Zasada ta, przedstawiona na rys. 2, pozwala sprowadzić obliczenia, na przykład prądu w silniku, do szeregu obliczeń prądów w "silnikach harmonicznych" o impedancji \underline{Z}_{μ} , na zaciski których podaje się kolejno napięcie sinusoidalne o częstotliwości i amplitudzie poszczególnych harmonicznych wchodzących w skład odkształconego napięcia zasilania. W celu uproszczenia obliczeń



Rys. 2. Metoda superpozycji wyższych harmonicznych prądu
 Fig. 2. Superposition method of current higher harmonics



Rys. 3. Określenie początkowych kątów fazowych wyższych harmonicznych napięcia

Fig. 3. Determination of the initial phase angles of voltage higher harmonics

każdego z "silników harmonicznych" nie uwzględnia się zmian stanu nasycenia obwodu magnetycznego wywołanego pozostałymi harmonicznymi. W ten sposób dzięki metodzie superpozycji istnieje możliwość wykorzystania bez znaczących zmian metod i programów obliczeń stosowanych w projektowaniu silników asynchronicznych klatkowych zasilanych napięciem sinusoidalnym.

Całkowity prąd w uzwojeniu stojana:

$$\underline{I}_1 = \sum_{\mu}^{\pm\infty} \frac{\underline{U}_{\mu}}{\underline{Z}_{\mu}} \quad (3)$$

Położenie początkowe kąta fazowego składowych harmonicznych $\underline{U}_{u\mu}$; $\underline{U}_{v\mu}$; $\underline{U}_{w\mu}$ dla krzywej schodkowej napięcia i połączenia silnika w gwiazdę pokazuje rys. 3. Przy znanych parametrach elektromagnetycznych schematu zastępczego silnika, obliczone przesunięcie fazowe harmonicznych prądu względem harmonicznych napięcia φ_{μ} łącznie z początkowym kątem fazowym harmonicznej napięcia określa położenie fazowe harmonicznych prądu zasilania.

Wypadkowy przepływ dla harmonicznych rzędu μ układu trójfazowego prądów $\underline{I}_{u\mu}$; $\underline{I}_{v\mu}$; $\underline{I}_{w\mu}$ określa równanie:

$$\Theta_{\mu}(x_1; t) = \sum_{\nu} \Theta_{\nu\mu} \cos(\nu x \frac{\pi}{\tau_p} - \mu \omega t) \quad (4)$$

$$\Theta_{\nu\mu} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot 3 \frac{z_1}{p} \cdot \frac{\xi_{\nu}}{\nu} I \quad (5)$$

Każdy z układów trójfazowych prądów ($\underline{I}_{u\mu}$; $\underline{I}_{v\mu}$; $\underline{I}_{w\mu}$) wchodzących w zbiór harmonicznych μ odtwarzający prąd niesinusoidalny w uzwojeniach stojana powoduje powstanie podzbiorów harmonicznych ν przepływu o składzie harmonicznych takim, jaki powoduje niesinusoidalne rozłożenie okładu prądu oraz ułożenie stojana i wirnika, ponieważ podzbiory harmonicznych ν zależą od geometrii silnika. Każdy z podzbiorów harmonicznych ν składa się z harmonicznej podstawowej $\nu = 1$ wirującej z prędkością $\mu\omega_1$ oraz wyższych harmonicznych rzędu ν wirujących z prędkością $\mu\omega_1/\nu$.

W przypadku typowych silników o uzwojeniu sześciostrefowym symetrycznym z całkowitą liczbą żłobków przypadających na biegun i fazę, a więc o uzwojeniu najczęściej spotykanym, rząd harmonicznych, czyli liczba par biegunów na obwodzie, określony jest zależnością:

$$\nu = p(6g + 1) \quad g = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \quad (6)$$

Szczególnie ważny jest zbiór wszystkich harmonicznych podstawowych, a więc o $\nu = p$, ponieważ te harmoniczne ($g = 0$) są głównie odpowiedzialne za wytworzenie momentów przemiennych w silniku asynchronicznym klatkowym zasilanym poprzez przemiennik częstotliwości. Harmoniczne podstawowe okładu prądu współdziałając z głównym strumieniem magnetycznym silnika ($\mu = 1$) powodują powstanie momentów przemiennych, których wartość średnia jest równa 0. Częstotliwość pulsacji momentów przemiennych jest określona różnicą prędkości obrotowych harmonicznych okładu prądu i indukcji:

$f_{\text{przem}} = f_1 - \mu f_1 = f_1(1 - \mu)$, a ponieważ $\mu = 6n + 1$, to $f_{\text{przem}} = 6n f_1$. Oddziaływanie harmonicznych $\nu \neq p$ na silnik może nie być rozpatrywane, ponieważ spowodowane nimi zjawiska pasożytnicze winny być ograniczane przez zastosowanie odpowiednich rozwiązań przy projektowaniu silnika oraz są drugorzędne w stosunku do zjawisk wywołanych harmonicznymi $\nu = p$.

Poślizg wirnika względem harmonicznej μ określa wzór:

$$s_{p\mu} = 1 - \frac{1}{\mu}(1 - s_1) \quad (7)$$

gdzie s_1 oznacza poślizg wirnika względem harmonicznej podstawowej ($\mu = 1$) indukcji. Ponieważ w przedziale między biegiem jałowym i obciążeniem znamionowym poślizg s_1 jest bardzo mały, poślizg wirnika $s_{p\mu}$ względem wyższych harmonicznych indukcji jest zbliżony do jedności: $s_{p\mu} \approx 1 - 1/\mu \approx 1$. "Silnik wyższej harmonicznej" pracuje więc w stanie bliskim zwarcia, to znaczy w stanie, w którym dana harmoniczna jest silnie tłumiona przez prądy wirnika. Powoduje to, że prąd harmonicznej μ ($I_{p\mu}$ dla $\mu > 1$) praktycznie nie zależy od obciążenia i uwidacznia się silnie w prądzie silnika zmierzonym w stanie biegu jałowego niż w prądzie zmierzonym przy obciążeniu znamionowym. Tłumienie wyższych harmonicznych indukcji wywołanych przez harmoniczne napięcia rzędu $\mu \neq 1$ powoduje powstanie dodatkowych strat, lecz momenty indukcyjne tych harmonicznych są do pominięcia. Jednostkowe siły styczne działające na wirnik, a więc moment elektromagnetyczny silnika, można określić, jeżeli jest znany rozkład przestrzenny indukcji b_p oraz okładu prądu $a_{p\mu}$. Jednostkową siłę styczną, tj. siłę przypadającą na jednostkę powierzchni zewnętrznej wirnika, określa wzór:

$$F_t(\gamma_1; t) = b_p a_{p\mu} \quad (8)$$

Moment otrzymany po scałkowaniu tej siły po powierzchni wirnika $2\pi R l_w$ i pomnożeniu przez ramię działania R :

$$M(t) = R \int_0^{2\pi} F_t l_w R d\gamma_1 = \pi R^2 l_w B_p A_{p\mu} \cos[(1 - \mu)\omega t] \quad (9)$$

gdzie:

$$B_p = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V_1}{2.1 \xi l_w \tau_p}$$

$$A_{p\mu} = \sqrt{2} \xi \frac{3 Z_1 I_1 \mu}{p \tau_p}$$

stąd:

$$M = \frac{3}{\sqrt{2}} p I_1 V_1 \mu \quad (10)$$

Wartość momentu elektromagnetycznego przemiennego w niewielkim stopniu zależy od obciążenia, ponieważ indukcja B_p jest zwykle stała, a okład prądu $A_{p\mu}$ może jedynie ulegać niewielkim zmianom z tytułu zmian poślizgu oraz stanu nasycenia obwodu magnetycznego silnika. Ze wzoru (9) wynika,

że w przypadku falownika o modulacji szerokości impulsów, przy małej częstotliwości roboczej, częstotliwość momentów elektromagnetycznych przemiennej jest bardzo duża i należy się spodziewać, że ze względu na bezwładność wirnika ich działania nie są groźne dla silnika.

3. Określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych za pomocą równań różniczkowych będących modelem silnika

Omówiona metoda superpozycji ze względu na dużą prędkość nadaje się głównie do badań wpływu poszczególnych harmonicznych zawartych w niesinusoidalnym napięciu zasilania, na wartość amplitudy i częstotliwości dodatkowych momentów elektromagnetycznych. W badaniach stanu pracy ustalonej silnika korzystne jest określenie wpływu całości harmonicznych tworzących niesinusoidalne napięcie zasilania na powstanie dodatkowych momentów elektromagnetycznych, drogą rozwiązania równań różniczkowych będących modelem matematycznym silnika asynchronicznego klatkowego. W celu uzyskania możliwie nieskomplikowanych przydatnych do analizy zależności opisujących pracę ustaloną silnika, przyjęto następujące założenia upraszczające:

- silnik posiada budowę symetryczną,
- uzwojenia stojana i wirnika są trójfazowe symetryczne. Zwarte klatkowe uzwojenie wirnika zostaje zastąpione przez trzy symetryczne uzwojenia fazowe,
- strumienie magnetyczne wytwarzane przez poszczególne uzwojenia fazowe stojana i wirnika są sinusoidalnie rozłożone wzdłuż równomiernej szczeliny powietrznej,
- pomija się wpływ anizotropii, histerezy, zmiany nasycenia obwodu magnetycznego, wypierania prądu w przewodach uzwojenia, straty w żelazie,
- silnik pracuje bez przewodu zerowego,
- prędkość obrotową wirnika można uważać za praktycznie stałą lub stałą w wybranych przedziałach czasu.

Analiza pracy silnika oparta jest na równaniach obwodowych maszyny elektrycznej z pominięciem pojemności uzwojeń, wpływności prądów klatki wirnika oraz strumieni unipolarnych. Stosowanie w obliczeniach niezmiennego nasycenia obwodu magnetycznego oznacza że krzywa magnesowania silnika zastąpiona jest linią prostą, przechodzącą przez początek układu współrzędnych i przez punkt pracy znamionowej na charakterystyce magnesowania.

Jako model silnika asynchronicznego klatkowego przyjęto układ równań:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_x \Psi_1$$

$$0 = R_2' \underline{I}_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + j(\omega_x - \omega)\Psi_2' \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_m \\ L_m & L_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2' \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p R_e \left[-j \underline{\Psi}_2 \quad \underline{I}_2'^* \right] \quad (13)$$

Przy przyjęciu nieruchomego związanego ze stojanem układu współrzędnych; $\omega_x = 0$. W celu przeprowadzenia obliczeń w jednostkach względnych przyjęto:

$$\underline{u}_1 = \frac{U_1}{\sqrt{2} U_N}; \quad \underline{i}_1 = \frac{I_1}{\sqrt{2} I_N}; \quad r_1 = \frac{R_1 I_N}{U_N}; \quad z_N = \frac{U_N}{I_N};$$

$$\underline{\Psi}_1 = \frac{\Psi_1 \omega_N}{\sqrt{2} U_N}; \quad \underline{i}_2' = \frac{I_2'}{\sqrt{2} I_N}; \quad x_1 = \frac{L_1}{z_N / \omega_N}; \quad x_2 = \frac{L_2'}{z_N' / \omega_N};$$

$$\omega_N t = \tau; \quad \omega_r = \omega / \omega_N; \quad \beta_1 = \frac{r_1}{\sigma x_1}; \quad \beta_2 = \frac{r_2'}{\sigma x_2}.$$

Równania podstawowe w jednostkach względnych:

$$\underline{u}_1 = r_1 \underline{i}_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \quad (14)$$

$$0 = r_2' \underline{i}_2' + \frac{d\Psi_2'}{dt} - j\omega_r \Psi_2'.$$

Wprowadzając oznaczenie:

$$\sigma = 1 - \frac{x_m^2}{x_1 x_2} \quad (15)$$

można zapisać:

$$\begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_1 \sigma}; & -\frac{x_m}{x_1 x_2 \sigma} \\ -\frac{x_m}{x_1 x_2 \sigma}; & \frac{1}{x_2 \sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2' \end{bmatrix} \quad (16)$$

stąd równanie wyjściowe przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 ; -\frac{x_m}{x_2} \beta_1 \\ -\frac{x_m}{x_1} \beta_2 ; \beta_2 - j\omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}'_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Stosując transformację Laplace'a względem zmiennej ζ otrzymamy:

$$\begin{bmatrix} \underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10} \\ \underline{\Psi}'_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 + s ; -\frac{x_m}{x_2} \beta_1 \\ -\frac{x_m}{x_1} \beta_2 ; \beta_2 + s - j\omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{\Psi}}_1 \\ \underline{\tilde{\Psi}}'_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Równanie charakterystyczne:

$$D(s) = (\beta_1 + s)(\beta_2 + s - j\omega_r) - \frac{x_m^2}{x_2 x_1} \beta_2 \beta_1 = 0 \quad (19)$$

$$D(s) = s^2 + (\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r)s + \beta_2 \beta_1 \delta - j\omega_r \beta_1 = 0.$$

Pierwiastki równania charakterystycznego:

$$s_{1,2} = -\frac{\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r}{2} \pm \sqrt{\frac{(\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r)^2}{4} + (-\beta_1 \beta_2 \delta + j\omega_r \beta_1)}. \quad (20)$$

Wyznaczniki równania.

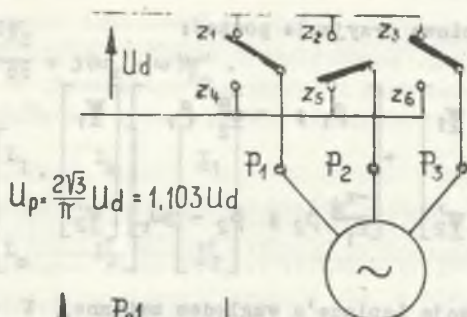
$$D_1(s) = (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10})(\beta_2 + s - j\omega_r) + \underline{\Psi}'_{20} \frac{x_m}{x_2} \beta_1 \quad (21)$$

$$D_2(s) = \underline{\Psi}'_{20}(\beta_1 + s) + \frac{x_m}{x_1} \beta_2 (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}'_{20}) \quad (22)$$

$$\underline{\tilde{\Psi}}_1 = \frac{D_1(s)}{D(s)} = (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10}) \frac{\beta_2 + s - j\omega_r}{(s - s_1)(s - s_2)} + \underline{\Psi}'_{20} \frac{\frac{x_m}{x_2} \beta_1}{(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (23)$$

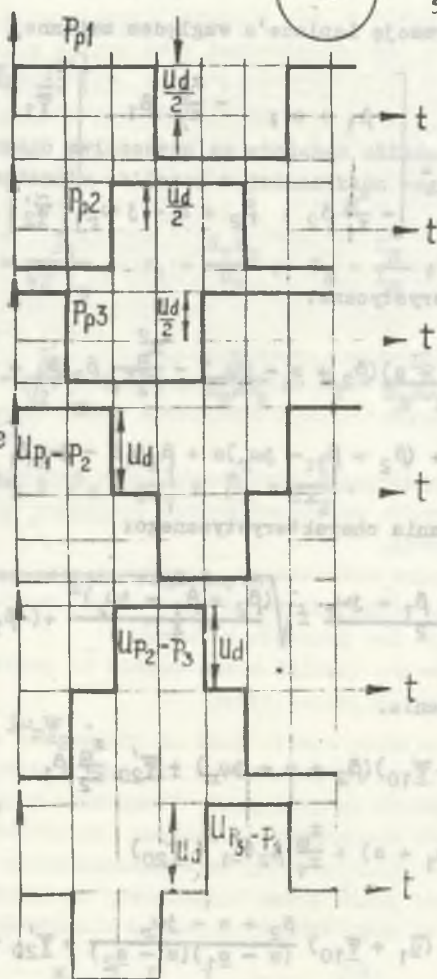
$$\underline{\tilde{\Psi}}'_2 = \frac{D_2(s)}{D(s)} = \frac{x_m}{x_1} \beta_2 (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}'_{20}) \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} + \underline{\Psi}'_{20} \frac{\beta_1 + s}{(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (24)$$

4a.



4b.

Zmiany potencjału na
zaciskach P_1, P_2, P_3 ;
w skutek przetoczeń
zaworów Z w określonym
cyklu.



4c.

Napięcie międzyprzewodowe
jako różnica potencjałów
na zaciskach silnika

Rys. 4. Przekształcenie napięcia stałego obwodu pośredniego w układ napięć trójfazowych - krzywa prostokątna

Fig. 4. Conversion of the d.c. voltage of the intermediate circuit into the three-phase voltage configuration - rectangular curve

Przy zasilaniu silnika poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym oraz połączeniu uzwojeń stojana w trójkąt, napięcie silnika określa się jako różnicę potencjałów na zaciskach P_1 ; P_2 ; P_3 (rys. 4). Dla $0 < \tau < \pi/3\omega_{r1}$ jest:

$$\underline{u}_1(\tau) = \text{const}$$

$$\underline{\tilde{u}}_1(s) = \frac{u_{11}}{s}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Z(s)}{N(s)} \right\} = \sum_{k=1}^n \frac{Z(s_k)}{N'(s_k)} e^{s_k t} \quad (25)$$

przy czym

$$N'(s_k) = N(s_k)/(s - s_k).$$

Równanie strumieni skojarzonych w postaci czasowej:

$$\underline{\Psi}_1(\tau) = \underline{u}_{11} \underline{k}_1(\tau) + \underline{\Psi}_{10} \underline{k}_2(\tau) + \underline{\Psi}'_{20} \underline{k}_3(\tau) \quad (26)$$

$$\underline{\Psi}'_2(\tau) = \underline{u}_{11} \underline{l}_1(\tau) + \underline{\Psi}_{10} \underline{l}_2(\tau) + \underline{\Psi}'_{20} \underline{l}_3(\tau) \quad (27)$$

gdzie: $\underline{k}_1(\tau)$; $\underline{k}_2(\tau)$; $\underline{k}_3(\tau)$; $\underline{l}_1(\tau)$; $\underline{l}_2(\tau)$; $\underline{l}_3(\tau)$; funkcje pomocnicze.

Wartości początkowe strumieni skojarzonych określone są przez założenie przebiegu okresowego. Mianowicie po $1/6$ okresu, a więc dla: $\tau = \pi/3\omega_{r1}$;

$$\underline{\Psi}_1\left(\tau = \frac{\pi}{3\omega_{r1}}\right) = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}_{10} \quad (28)$$

$$\underline{\Psi}'_2\left(\tau = \frac{\pi}{3\omega_{r1}}\right) = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}'_{20}.$$

Na tej podstawie:

$$\underline{u}_{11} \underline{k}_{10} + \underline{\Psi}_{10} \underline{k}_{20} + \underline{\Psi}'_{20} \underline{k}_{30} = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}_{10} \quad (29)$$

$$\underline{u}_{11} \underline{l}_{20} + \underline{\Psi}_{10} \underline{l}_{20} + \underline{\Psi}'_{20} \underline{l}_{30} = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}'_{20}$$

lub:

$$\Psi_{10} = u_{11} \frac{\frac{1}{2} k_{30} - k_{10} \frac{1}{2} - k_{10} a^2}{k_{20} \frac{1}{2} - k_{30} \frac{1}{2} + a^2 (\frac{1}{2} + k_{20}) + a} \quad (30)$$

$$\Psi'_{20} = u_{11} \frac{\frac{1}{2} k_{10} - k_{20} \frac{1}{2} - a^2 \frac{1}{2}}{k_{20} \frac{1}{2} - k_{30} \frac{1}{2} + a^2 (\frac{1}{2} + k_{20}) + a} \quad (31)$$

Znając wartości początkowe oblicza się zgodnie z opracowanymi wzorami przebiegi czasowe strumieni sprzężonych $\Psi_1(\tau)$ i $\Psi'_2(\tau)$, a następnie prądów:

$$i_1(\tau) = \frac{1}{x_1'6} \Psi_1 - \frac{x_m}{x_1 x_2'6} \Psi'_2 \quad (32)$$

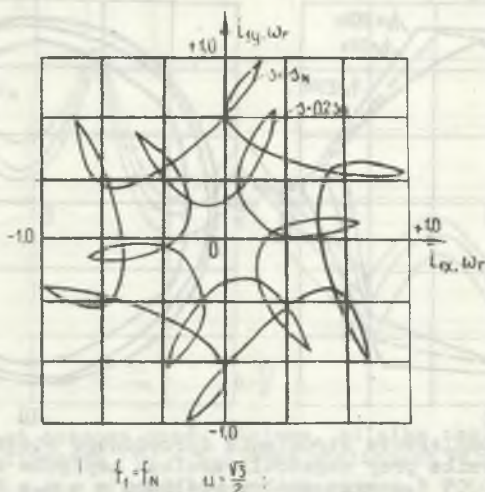
$$i_2'(\tau) = -\frac{x_m}{x_1 x_2'6} \Psi_1 + \frac{1}{x_2'6} \Psi_2 \quad (33)$$

oraz momentów elektromagnetycznych:

$$M_e = \Psi_{1x} i_{1y} - \Psi_{1y} i_{1x} \quad (34)$$

Na podstawie opracowanych wzorów dla silnika o mocy znamionowej $P_N = 5,5$ kW przy $2p = 4$ zasilanego prostokątną falą czasową napięcia obliczono i wykreślono:

- hodograf kompleksora prądu stojana przy zasilaniu napięciem o stałej częstotliwości $f = f_N$ i poślizgach wirnika: $s = s_N$; oraz $s = 0,2 s_N$, (rys. 5),
- hodograf kompleksora prądu stojana przy zasilaniu napięciem o zmiennej częstotliwości: $f = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 6),
- hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana i strumienia sprzężonego wirnika przy częstotliwościach napięcia zasilania silnika: $f = f_N$; $f = 0,1 f_N$; $f = 0,05 f_N$; oraz stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 7),
- hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy stałej częstotliwości napięcia zasilania $f_1 = f_N$ oraz poślizgach wirnika: $s = 0,2 s_N$ oraz $s = s_N$; (rys. 8),
- przebiegi czasowe prądu stojana silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f_1 = f_N$ oraz poślizgach wirnika: $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$; (rys. 9),
- przebiegi czasowe prądu stojana silnika zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,05 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 10),

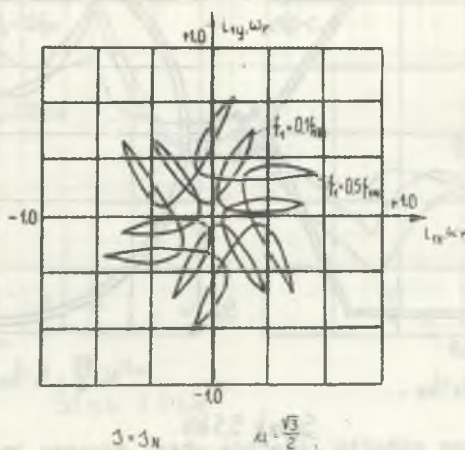


Rys. 5. Hodograf kompleksora prądu stojana silnika o mocy znamionowej 5,5 kW dla $2p = 4$ przy zasilaniu napięciem o stałej częstotliwości

$f_1 = f_N$; i poślizgach wirnika $s = s_N$ oraz $s = 0,2 s_N$

Fig. 5. Hodograph of the stator current space vector of the motor with power rating 5,5 kW for $2p = 4$ at constant frequency of supply voltage:

$f_1 = f_N$ and at rotor slips $S = s_N$ and $S = 0,2 s_N$

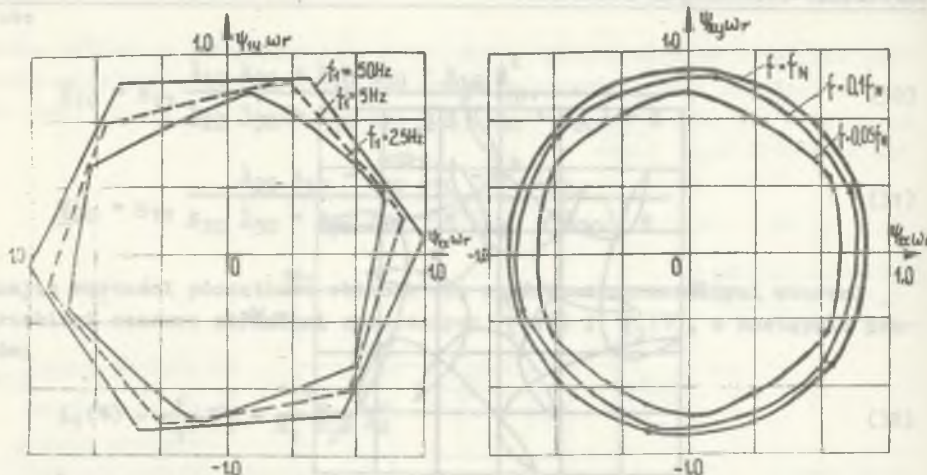


Rys. 6. Hodograf kompleksora prądu stojana silnika o mocy znamionowej 5,5 kW dla $2p = 4$ przy zasilaniu napięciem o zmiennej częstotliwości

$f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$

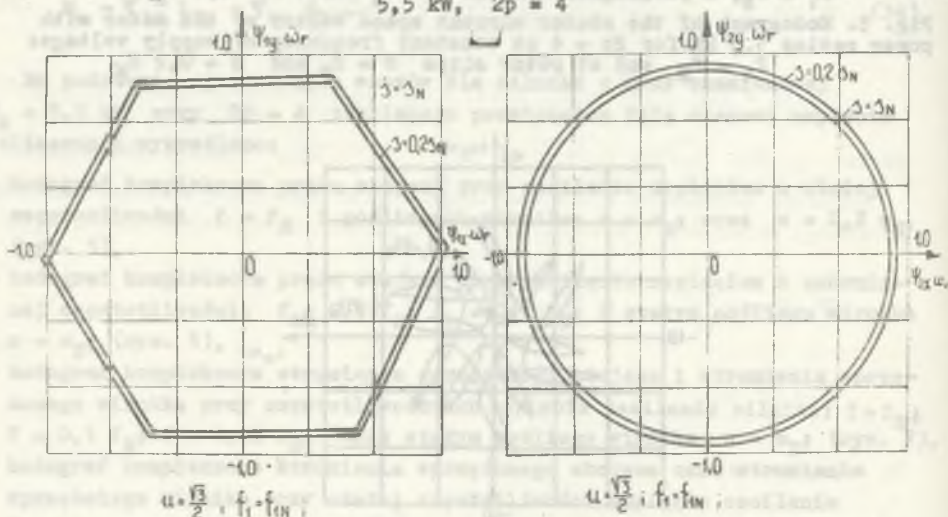
Fig. 6. Hodograph of the stator current space vector of the motor with power rating 5,5 kW for $2p = 4$ at variable frequency of supply voltage:

$f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$ and at constant rotor slip $S = s_N$



Rys. 7. Hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy częstotliwościach napięcia zasilania: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ oraz stałym poślizgu $s = s_N$ dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW; $2p = 4$

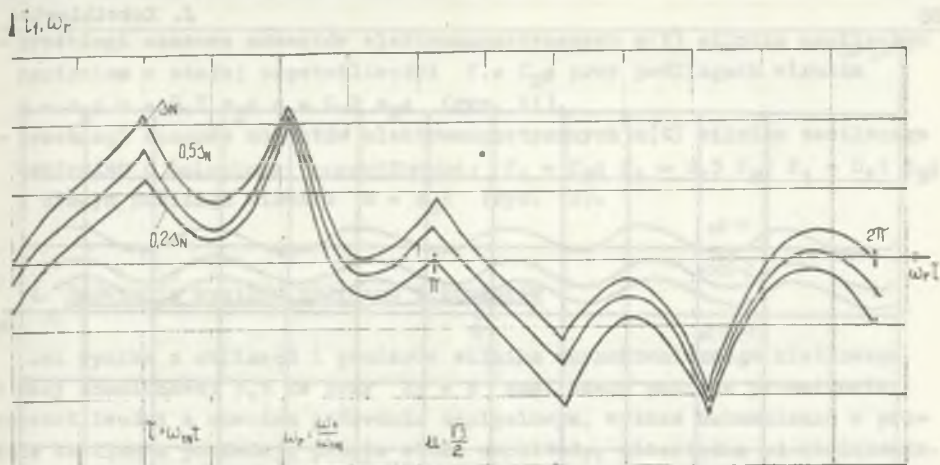
Fig. 7. Hodograph of the stator magnetic flux space vector and rotor magnetic flux space vector at frequency of supply voltage: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ and at constant slip $S = s_N$ for the motor with power rating 5,5 kW, $2p = 4$



Silnik 5,5 kW.

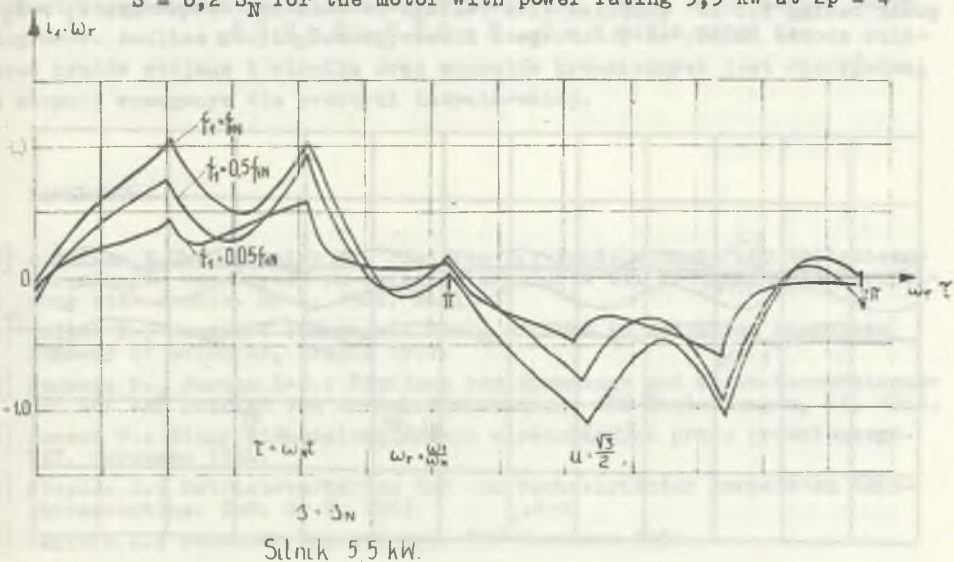
Rys. 8. Hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy stałej częstotliwości napięcia zasilania silnika $f_1 = f_N$ i poślizgach wirnika: $s = 0,2 s_N$; $s = s_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 8. Hodograph of the stator magnetic flux space vector and rotor magnetic flux space vector at constant frequency of voltage supply: $f_1 = f_N$ and rotor slips $S = 0,2 s_N$, $S = s_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



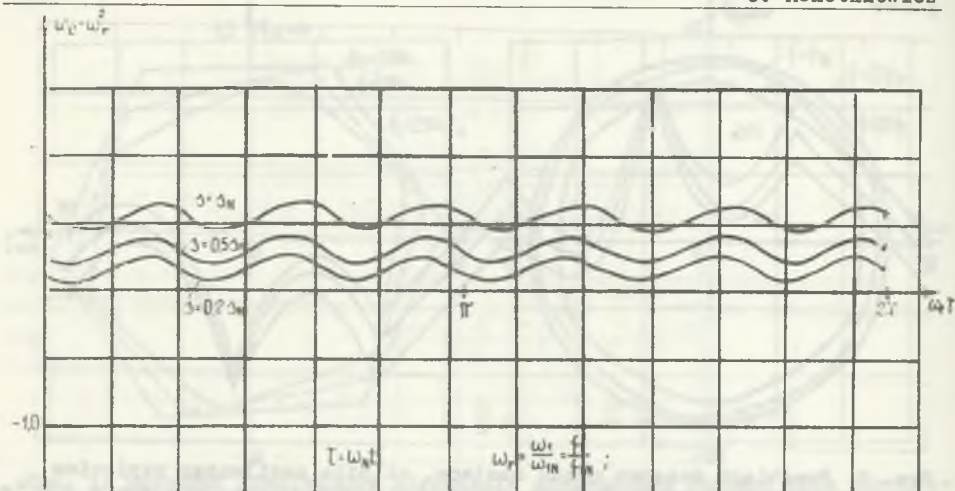
Rys. 9. Przebiegi czasowe prądu stojana, silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości: $f_1 = f_N$, oraz poślizgach wirnika $s = S_N$, $s = 0,5 S_N$, $s = 0,2 S_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 9. Time courses of the stator current of the motor supplied with voltage of constant frequency: $f_1 = f_N$ and at rotor slip $S = S_N$, $S = 0,5 S_N$, $S = 0,2 S_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



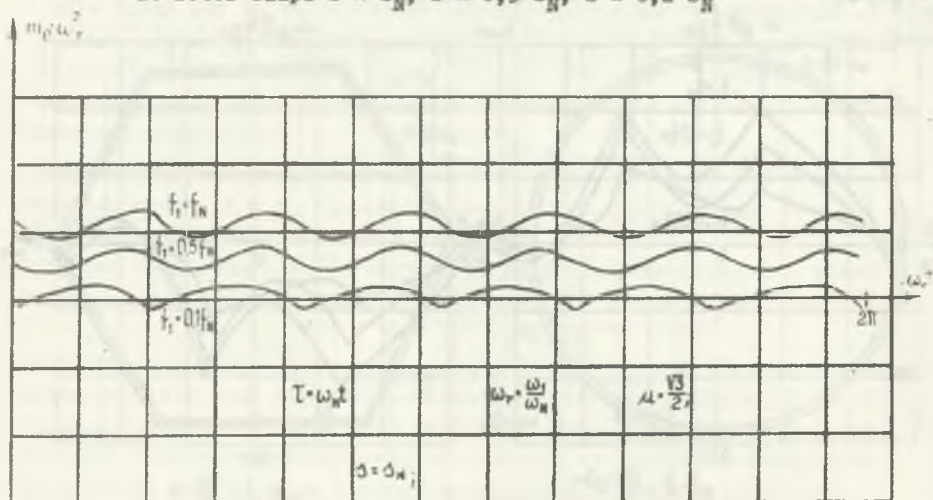
Rys. 10. Przebiegi czasowe prądu stojana, silnika zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = S_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 10. Time courses of the stator current of the motor supplied with voltage of variable frequency: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ and at constant slip of the rotor $S = S_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



Rys. 11. Przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m_e(\tau)$ silnika o mocy znamionowej 5,5 kW zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f_1 = f_N$ przy poślizgach wirnika: $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$

Fig. 11. Time courses of electromagnetic moments $m_e(\tau)$ of the motor with power rating 5,5 kW supplied with voltage of constant frequency: $f_1 = f_N$ at rotor slips $s = s_N$, $s = 0,5 s_N$, $s = 0,2 s_N$



Silnik 5,5 kW.

Rys. 12. Przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m_e(\tau)$ silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$ zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$

Fig. 12. Time courses of electromagnetic moments $m_e(\tau)$ of the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$ supplied with voltage of variable frequency: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$ and at constant rotor slip $s = s_N$

- przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m(\tau)$ silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f = f_N$; przy poślizgach wirnika $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$; (rys. 11),
- przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m(\tau)$ silnika zasilanego napięciem o zmienianej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 12).

4. Omówienie wyników obliczeń i pomiarów

Jak wynika z obliczeń i pomiarów silnika asynchronicznego klatkowego o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$ zasilanego poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym, wyższe harmoniczne w prądzie zasilania posiadają prawie stałą amplitudę, niezależną od obciążenia.

Na podstawie rysunków można stwierdzić, że przy stosowaniu falownika napięcia prędkość kątowna i amplituda kompleksora strumienia sprzężonego wirnika nie zależą od obciążenia. Również amplituda dodatkowych momentów elektromagnetycznych praktycznie nie zależy od obciążenia.

Wyniki obliczeń przebiegów czasowych prądu stojana i momentu elektromagnetycznego badanego silnika weryfikowano za pomocą odpowiednich oscylogramów. Analiza oscylogramów pozwala stwierdzić, że podana metoda obliczeń prądów stojana i wirnika oraz momentów przemiennych jest wiarygodna w stopniu wymaganym dla praktyki inżynierskiej.

LITERATURA

- [1] Andersen E.Ch., Bieniek K., Pfeiffer R.: Pendelmomente und Wellenbeanspruchungen von Drehstrom-Käfigläufermotoren bei Frequenzumrichterspeisung etz. Archiv. Bd 4, 1982, H. 1.
- [2] Heller B., Hamata V.: Harmonie Field Effects in Induction Maschines Academy of Sciences, Prague 1977.
- [3] Heumann K., Jordan K-G.: Einfluss von Spannungs und Stromüberschwingungen auf den Betrieb von Asynchronmaschinen, AEG-Mitteilungen, 54, 1964.
- [4] Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1986.
- [5] Stepina J.: Betriebsverhalten der vom Wechselrichter gespeisten Asynchronmaschine. EuM. Nr 5, 1983.
- [6] Węgrzyn S.: Rachunek operatorowy. PWN Warszawa 1955.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОБАВОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ ВОЗНИКАЮЩИХ В УСТАНОВИ-
ВШЕМСЯ РЕЖИМЕ РАБОТЫ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С БЕЛИЧЕЙ КЛЕТКОЙ ПРИ ПИТАНИИ
НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ С НАПРЯЖЕННОЙ ПРОМЕ-
ЖУТОЧНОЙ ЦЕПЬЮ

Р е з ю м е

Асинхронный двигатель с беличей клеткой питаемый через статический преобразователь частоты несинусоидальным напряжением с переменной частотой возбуждает добавочные переменные моменты. С помощью закона Биота-Саварта можно вычислить тангенциальные силы действующие на ротор и определить отдельные возникающие добавочные переменные электромагнитные моменты. Часто, однако, более полезным является одновременный расчет целого добавочных переменных моментов путем решения с помощью трансформации Лапласа дифференциальных уравнений описывающих электромагнитное состояние двигателя. На основе полученных тем способом формул, определены годографы пространственных векторов тока статора и ротора, годографы пространственных векторов связанных потоков статора и ротора, временные функции тока статора и временные функции электромагнитного момента двигателя.

DETERMINATION OF ADDITIONAL ELECTROMAGNETIC MOMENTS ARISING DURING
STABLE OPERATION OF ASYNCHRONOUS SQUIRREL - CAGE MOTOR WHEN SUPPLYING -
WITH UNSINUSOIDAL VOLTAGE - A FREQUENCY CONVERTER WITH INTERMEDIATE
VOLTAGE CIRCUIT

S u m m a r y

The asynchronous squirrel - cage motor supplied through the statical frequency converter with unsinosoidal voltage of variable frequency produces additional convertible moments. By means of Biot - Savart's law static forces acting on the rotor can be calculated and it is possible to determine particular additional convertible elektromagnetic moments.

It is often more advantageous however, to calculate simultaneously the whole of additional convertible moments through solving the differential equations that describe the motor electromagnetic state by means of Laplace transformation. On the basis of the formulas obtained in this way the hodographs of the stator and rotor current space vectors, have been determined; hodographs of the stator and rotor connected streams as well as the time courses of the stator current and time courses of the motor electromagnetic moment have been determined.