Seria: ELEKTRYKA z. 110

Bronisław DRAK

WYZNACZANIE SIŁ ELEKTRODYNAMICZNYCH DZIAŁAJĄCYCH NA CZOŁA UZWOJEŃ STOJANÓW MASZYN INDUKCYJNYCH DUŻYCH MOCY

<u>Streszczenie</u>. Przedstawiono metodę analitycznego wyznaczania sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy z wyzyskaniem elektronicznej techniki obliczeniowej. W metodzie obliczeń wyzyskano zasady wyznaczania oddziaływań elektrodynamicznych między dwoma przewodami przewodzącymi prąd elektryczny. W algorytmie obliczeń uwzględniono: wpływ prądów płynących w uzwojeniu stojana i wirnika oraz oddziaływanie pakietu stojana i obudowy maszyny na siły elektrodynamiczne w czołach uzwojenia stojana. Przy wyznaczaniu oddziaływania pakietu stojana i obudowy maszyny zastosowano metodę zwierciadlanych odbić. Przyjęty model fizyczny i matematyczny czół uzwojenia stojana uwzględnia rzeczywisty przestrzenny zarys czół cewek stojana, przy przyjęciu ich nitkowego przekroju poprzecznego i pominięciu wpływu zmiany odległości między bokami czół cewek w wyniku ich ugięć, wywołanych działaniem sił elektrodynamicznych.

## 1. Podstawy obliczeń sił elektrodynamicznych

Obliczenia sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana opiera się na metodzie wyznaczania oddziaływań elektrodynamicznych między dwoma przewodami przewodzącymi prąd elektryczny. Elementarny wektor indukcji magnetycznej dB w punkcie P (rys. 1a), wywołanej prądem iq płynącym w wycinku ds przewodu q, jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez ten punkt oraz wektor ds g, styczny do przewodu q w punkcie Q. Wypadkowy wektor indukcji magnetycznej B w punkcie P, wywołanej prądem i płynącym w przewodzie q o długości l<sub>a</sub> wyznacza zeleżność:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r i_0}{455} \int_{i_0} \frac{\left[ d\bar{s}_0 x\bar{r} \right]}{\left[ \bar{r} \right]^3}$$

4	- przenikalność magnetyczna w	próżni,
4	- współczynnik uwzględniający	przenikalność magnetyczną środowiska,
is.	- wektor elementarny, styczny	do przewodu q w punkcie Q,
F 4	- wektor o długości   r   równe	j odległości punktu Q od punktu P,
i_l	- prąd w przewodzie q, płynąc;	y zgodnie ze zwrotem wektora dā <sub>a</sub> .

1989

(1)

Nr kol. 957



Rys. 1. Oddziaływanie elektrodynamiczne między przewodami piq Fig. 1. Electrodynamic interaction between the conductors p and q

Natężenie siły elektrodynamicznej w punkcie P przewodu p, przez który płynie prąd in, wyznacza zależność:

$$\tilde{\mathbf{t}} = \mathbf{i}_{p} \left[ \mathbf{\bar{t}}_{p} \mathbf{x} \, \mathbf{\bar{B}} \right] \,. \tag{2}$$

jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez wektor t, Wektor p styczny do przewodu p w punkcie P i wektor indukcji magnetycznej w tym punkcie, a jego zwrot określa iloczyn wektorowy t x B .

W celu wyznaczenia indukcji magnetycznej oraz natężenia siły elektrodynamicznej przyjmuje się dwa nie stykające się ze sobą a dowolnie usytuowane względem układu współrzędnych  $x_1, x_2, x_3$  przewody zorientowane pią (rys. 1b), rozłożone wzdłuż linii, których współrzędne punktów opisują równania parametryczne. Położenie punktu P(x1P,x2P,x3P) na przewodzie p wyznacza wektor wodzący Tp, którego współrzędne zapisuje się w macierzach jednokolumnowych w postaci:

$$\overline{\mathbf{r}}_{p} = col(\mathbf{x}_{1p}, \mathbf{x}_{2p}, \mathbf{x}_{3p}) = col(\mathbf{x}_{wp}), w = 1, 2, 3.$$
(3)

wyznacza wektor wodzący Podobnie, położenie punktu Q na przewodzie q ro, którego współrzędne zapisuje się w postaci:

$$\overline{r}_0 = col(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = col(x_{w0}), w = 1, 2, 3$$

ī

(4)

Różnica tych wektorów jest wektorem r, wodzącym punkty Q na przewodzie q względem punktu P na przewodzie p, czyli:

$$\bar{r} = \bar{r}_{p} - \bar{r}_{q} = col(x_{wP} - x_{wQ}), w = 1,2,3$$
 (5)

a jego moduł jest równy:

$$\left| \overline{\mathbf{r}} \right| = \sqrt{\sum_{\mathbf{W}} \left( \mathbf{x}_{\mathbf{W}\mathbf{P}} - \mathbf{x}_{\mathbf{W}\mathbf{Q}} \right)^2} \,. \tag{6}$$

Elementarny wektor ds<sub>q</sub>, styczny do przewodu q w punkcie Q, ma współrzędne:

$$d\overline{s}_{q} = col(\frac{dz_{wQ}}{dq})dq$$
 (7)

Po wyzyskaniu wzorów (5) do (7) we wzorze (1), przy równoczesnym cznaczeniu przez: -  $a_{xw}$  - w-tej składowej wektora  $\left[d\bar{s}_{q} \times \bar{r}\right]$ , przy czym:

$$a_{x1} = \frac{dx_{2Q}}{dq}(x_{3P} - x_{3Q}) - \frac{dx_{3Q}}{dq}(x_{2P} - x_{2Q}),$$

$$a_{x2} = \frac{dx_{3Q}}{dq}(x_{1P} - x_{1Q}) - \frac{dx_{1Q}}{dq}(x_{3P} - x_{3Q}),$$

$$a_{x3} = \frac{dx_{1Q}}{dq}(x_{2P} - x_{2Q}) - \frac{dx_{2Q}}{dq}(x_{1P} - x_{1Q})$$
(8a)

- k<sub>Bxw</sub> - w-tej składowej odwrotności wektora zastępczej odległości przewodu q od przewodu p, wyznaczanych zależnością:

$$k_{\text{Bxw}} = \int_{q} \frac{1}{\left(\sum_{W} (x_{WP} - x_{WQ})^2\right)^{3/2}} \, dq , \qquad (8b)$$

składowe wektora indukcji magnetycznej w punkcie P, zapisuje się w postaci:

$$\overline{B} = \operatorname{col}(B_{XW}) = \frac{\mu_0 \mu_X}{4\pi} i_q \operatorname{col}(k_{BXW}) .$$
(9)

Współrzędne jednostkowego wektora t<sub>p</sub> w wyrażeniu (3) zapisuje się w postaci:

$$\overline{t}_{p} = col(t_{pxw}) = col(\frac{dx_{wP}}{dp} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sum_{w} (\frac{dx_{wP}}{dp})^{2}}}), w = 1, 2, 3.$$
(10)

Po oznaczeniu przez  $k_{pxw}$  w-tej składowej wektora  $\begin{bmatrix} \overline{t}_p & \overline{B} \end{bmatrix}$  w wyrażeniu (2), nazywanym dalej w-tym współczynnikiem kształtu przewodów p i q, przy czym:

 $k_{px1} = t_{px2} k_{Bx3} - t_{px3} k_{Bx2}$ ,  $k_{px2} = t_{px3} k_{Bx1} - t_{px1} k_{Bx3}$ ,  $k_{px3} = t_{px1} k_{Bx2} - t_{px2} k_{Bx1}$ 

składowe wektora jednostkowego natężenia siły elektrodynamicznej oblicza się według wzoru:

$$p_{xw} = \frac{\mu_{a}}{4\pi} i_p i_q k_{pxw}, w = 1,2,3$$
 (12)

W obliczeniach współczynników k<sub>pxw</sub> kształtu przewodów przyjmuje się zwrot prądów i i i<sub>q</sub> zgodnie z orientacją przewodów p i q, a w przypadku zmiany zwrotów prądów znak przed wyrażeniem na p<sub>xw</sub> określa iloczyn

# Zasady obliczeń sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych

Natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojana wyznacza się na podstawie superpozycji oddziaływań elektrodynamicznych, decydująco wpływających na wartość natężenia sił. I tak uwzględnia się:

- oddziaływanie prądów płynących w cewkach uzwojenia stojana,
- oddziaływanie prądów wirnika,
- wpływ pakietu stojana, korpusu i pokryw bocznych maszyny elektrycznej na natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana.

Przyjmuje się, że prądy stojana płyną w jednowymiarowych cewkach uzwojenia stojana oraz że prądy wirnika maszyny synchronicznej płyną w jednowymianowych uzwojeniach wirnika.

118

(11)



Rys. 2. Usytuowanie czół uzwojenia stojana i pierścienia zwierającego klatkę wirnika

 a) segment zastępczy pierścienia zwierającego, b) usytuowanie najbliższych odbić czół uzwojenia stojana i pierścienia zwierającego

Fig. 2. Mutual position of the end stator windings and the shorting ring of the squirrel - cage

a) part of the ring, b) arrangement of the nearest reflections of the end stator windings and the shorting ring

W silnikach asynchronicznych klatkowych przyjmuje się, że w czasie rozruchu tego silnika przy zerowych warunkach początkowych prądy w prętach klatki wirnika stanowią odbicie prądów cewek stojana. Przybliżenie to sprowadza się do założenia pomijalnie małego prądu magnesującego w porównaniu z prądem stojana w stanie nieustalonym, co dobrze oddaje stan pracy silnika w czasie rozruchu. Konsekwencją takiego założenia jest prąd w pierścieniu zwierającym klatke wirnika. Przyjmuje się, że prąd w pierścieniu zwierającym, wywołany oddziaływaniem prądu płynącego w jednej cewce uzwojenia stojana, płynie w wycinku pierścienia zwierającego, odpowiadającym poskokowi uzwojenia stojana (rys. 2a). W obliczeniach uwzględnia się wpływ prądów płynących w pierścieniu zwierającym oraz ich odbić względem płaszczyzny granicznej pakietu wirnika. Wpływ pakietu stojana, korpusu i pokryw bocznych maszyny elektrycznej na natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się na podstawie metody zwierciadlanych odbić. Mimo że ta metoda dotyczy przede wszystkim pól elektrostatycznych, to ze względu na jej przejrzystość jest także stosowana do prądów przemiennych 7 . Należy jednak uwzględnić wpływ prądów wirowych, które dają efekt pozornego zmniejszenia przenikalności magnetycznej materiału oraz zniekształcają obraz pola magnetycznego, powodując jego przesunięcie fazowe. W obliczeniach natężenia sił elektrodynamicznych wprowadza się współczynnik µ, uwzględniający wpływ ścian metalowych na przewody z prądem. Badania współczynnika µ. metodą podaną w pracy 3 wykazały, że w przypadku ścian stalowych oraz pakietu żelaza można przyjąć, iż te materiały nie powodują przesunięcia

fazowego prądów odbitych, a współczynnik  $\mu_r$  przyjmuje wartość 0,9 do 0,95. Przy wyznaczaniu wpływu ścian metalowych na natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana uwzględnia się najbliższe odbicia uzwojeń względem płaszczyzn granicznych (rys. 2b).

## 3. Model fizyczny czół uzwojeń maszyn indukcyjnych dużych mocy

C z o ł a d w u w a r s t w o w y c h u z w o j s ń s t o j an ó w maszyny indukcyjnej dużej mooy, ułożone na dwóch powierzchniach stożkowych dzieli się na: dolne czoła uzwojenia stojana, utworzone z czół dolnych półcewek uzwojenia oraz górne czoła uzwojenia stojana, utworzone z czół górnych półcewek uzwojenia. W przestrzeni ozół uzwojenia stojana znajdują się także prostoliniowe wysięgi żłobkowych segmentów cewek dolnej i górnej warstwy uzwojenia stojana. Między żłobkowym wysięgiem i zarysem stożkowego segmentu półcewki występuje przestrzenne wykorbienie (kolanko) cewki, wykonane według dwóch łuków (rys. 3).



Rys. 3. Model fizyczny uzwojenia stojana Fig. 3. Physical model of the stator winding

W obliczeniach współczynników k<sub>pxw</sub> kształtu czół przyjmuje się następujące uproszczenia rzeczywistego ich zarysu (rys. 3):

- czoła cewki o rzeczywistym przekroju poprzecznym zastępuje się przewodami jednowymiarowymi,
- przyjmuje się bezpośrednie przejście prostoliniowego wysięgu żłobkowego segmentu cewki w łukowy zarys segmentu stożkowego, a odcinek wysięgu żłobkowego jest równy odległości płaszczyzny granicznej pakietu stojana od punktu  $P_{wj}$  (j = d,g), w którym linia zarysu segmentu stożkowego przebija płaszczyznę wyznaczoną przez wysięg żłobkowy i oś podłużną silnika.
- zarys łukowy stożkowego segmentu półcewki przyjmuje się od punktu Pwj do osi główki cewki uzwojenia stojana,
- główkę cewki zastępuje się odcinkiem łączącym końcowe punkty P<sub>kd</sub> i P<sub>kg</sub> zarysów łukowych stożkowych segmentów półcewek.

W tak przyjętym modelu fizycznym czoła oewki uzwojenia stojana wyróżnia się pięć segmentów składowych (rys. 3), a mianowicie:

- i=1 (WG) wysięg prostoliniowy żłobkowego segmentu półcewki górnej warstwy uzwojenia,
- i=2 (EG) łukowy segment stożkowy górnej półcewki,
- i=3 (DG) odcinek zastępujący główkę cewki,
- i=4 (ED) łukowy segment stożkowy dolnej półcewki,
- i=5 (WD) wysięg prostoliniowy żłobkowego segmentu półcewki dolnej warstwy uzwojenia.

Pierścień zwierający klatkę wirnika silnika asynchronicznego zastępuje się pierścieniem nitkowym, przechodzącym przez środek ciężkości przekroju poprzecznego pierścienia. Z uwagi na krótkie wysięgi żłobkowych prętów klatki wirnika pomija się ich wpływ na siły elektrodynamiczne działające na czoła uzwojenia stojana.

U z w o j e n i e w i r n i k a maszyny synchronicznej zastępuje się nitkowymi przewodami, przechodzącymi przez środki przekrojów poprzecznych cewek uzwojenia wirnika. Pomija się <u>kuki</u> przejścia między prostoliniowymi wysięgami żłobkowych segmentów cewek a segmentami łukowymi czół cewek uzwojenia wirnika, przyjmując bezpośrednie przejście między nimi.

# 4. Model matematyczny czół uzwojeń maszyn indukcyjnych dużych mocy

Geometrię czół uzwojeń maszyn indukcyjnych oraz położenie czoła cewki uzwojenia stojana, dla którego wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych, względem pozostałych cewek uzwojenia stojana i wirnika, opisuje się związkami matematycznymi w globalnym układzie współrzędnych prostokątnych z, z, z, przyjętym w następujący sposób (rys. 4):

- początek układu współrzędnych przyjmuje się w punkcie przecięcia osi podłużnej silnika przez płaszczyznę graniczną pakietu stojana,
- oś x<sub>1</sub> przechodzi przez środek przekroju poprzecznego segmentu żłobkowego górnej półcewki uzwojenia stojana i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- oś x pokrywa się z osią podłużną silnika i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- zwrot osi x<sub>2</sub> przyjmuje się w ten sposób, aby układ współrzędnych był prawo- lub lewoskrętny i był zgodny ze skrętnością łuków stożkowych segmentów czół górnych półcewek uzwojenia.

W tak przyjętym układzie współrzędnych położenie punktów i-tego segmentu zarysu uzwojeń wyznaczają współrzędne:

 $x_{1i} = R_i \cos \beta_i$ 

 $\mathbf{x}_{2i} = \mathbf{R}_i \sin \beta_i$ 

$$x_{2i} = x_{3i} + (x_{3ki} - x_{3ni}) m_i, m_i \in \langle 0, 1 \rangle$$

dla segmentów odcinkowych, a dla segmentów łukowych:

$$x_{3i} = x_{3pi} + x_{3pi}$$

gdzie:

Ri	- rzut promienia wodzącego punktu zarysu czoła uzwojenia na
-	płaszczyznę x1-x2 układu współrzędnych,
β1	- kat między osią x, i R <sub>i</sub> ,
Xani	- współrzędna x31 początkowego punktu i-tego segmentu,
X3kt	- współrzędna x3i końcowego punktu i-tego segmentu,
X399	- współrzędna x3i punktu i-tego segmentu łukowego, zależna od
21.	kata 9

Składowe stycznej do linii zarysu czoła uzwojenia maszyny indukcyjnej w dowolnie obranym punkcie linii dla  $m_1 \in \langle 0, 1 \rangle$ , równe pochodnym składowym wektora wodzącego punktów linii zarysu, wyznaczają zależności:

$$\frac{d\mathbf{x}_{1\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} = \frac{d\mathbf{R}_{\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} \cos\beta_{\mathbf{i}} - \frac{d\beta_{\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} \mathbf{R}_{\mathbf{i}} \sin\beta_{\mathbf{i}}$$

$$\frac{d\mathbf{x}_{2\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} = \frac{d\mathbf{R}_{\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} \sin\beta_{\mathbf{i}} + \frac{d\beta_{\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} \mathbf{R}_{\mathbf{i}} \cos\beta_{\mathbf{i}}$$

$$\frac{d\mathbf{x}_{3\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} = \mathbf{x}_{3\mathbf{k}\mathbf{i}} - \mathbf{x}_{3\mathbf{p}\mathbf{i}}, \quad d\mathbf{la} \quad \mathbf{i}=1,3,5 \text{ oraz}$$

$$\frac{d\mathbf{x}_{3\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}} = \frac{d\mathbf{x}_{3\mathbf{p}\mathbf{i}}}{d\mathbf{m}_{\mathbf{i}}}, \quad d\mathbf{la} \quad \mathbf{i}=1,4.$$

(14)

(13)



Rys. 4. Model fizyczny czoła cewki uzwojenia stojana w globalnym układzie współrzędnych x<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>,x<sub>3</sub>

Fig. 4. Physical model of the end stator winding in a global coordinate system  $x_1, x_2, x_3$ 

Linię zarysu modelu fizycznego c z o ł a c e w k i u z w o j en i a s t o j a n a, usytuowaną w przyjętym układzie współrzędnych, podano na rys. 4. Linia ta jest linią zorientowaną od początkowego punktu segmentu i=1 do końcowego punktu i=5. Segmenty i=1 oraz i=5 cewek uzwojenia stojana są odcinkami równoległymi do osi  $x_3$ , wobec tego promienie  $R_i$  są stałe i wynoszą: dla i=1,  $R_1=R_{ws}$ , a dla i=5,  $R_5=R_{wd}$ . Katy  $\beta_1$ dla n-tej cewki uzwojenia stojana wyznaczają zależności:

B. Drak

- dla i=1, 
$$\beta_1 = \beta_{wg} = \frac{2\pi}{2}(n-1)$$
  
- dla i=5,  $\beta_5 = \beta_{wd} = \frac{2\pi}{2}(y_2 + n - 1)$  (15)

gdzie:  $\dot{z}$  - ilość żłobków pakietu stojana, y<sub>ż</sub> - poskok uzwojenia stojana, n = 1,2,...ż - kolejna cewka uzwojenia stojana, przy czym cewka, dla której wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych, odpowiada n=1.

Segmenty i=2 oraz i=4 są łukami leżącymi na pobocznicach stożków górnej i dolnej warstwy uzwojenia stojana. Łuk segmentu stożkowego otrzymuje się przez przestrzenny kład ewolwenty okręgu na pobocznicę stożka, przy czym ewolwentę okręgu przyjmuje się na płaszczyźnie prostopadłej do osi x, i przecinającej pobocznicę stożka w okręgu pokrywającym się z okręgiem podstawowym ewolwenty. Tak otrzymana krzywa przestrzenna, która została szczegółowo przedstawiona w pracy [2], zapewnia stałą odległość między łukami segmentów stożkowych sąsiednich cewek uzwojenie stojana. Wykorzystując własności tej krzywej oraz po oznaczeniu w poniższych zależnościach indeksem j=g, wielkości odpowiadające segmentowi i=2 a indeksem j=d, wielkości odpowiadające segmentowi i=4, otrzymuje się zależności:

$$R_{i} = R_{\rho j} = R_{e j} (\cos^{2} \gamma_{j} + \sin \gamma_{j} \sqrt{\sin^{2} \gamma_{j} + \varphi_{j}^{2}}), \ j=d,g$$
(16)

gdzie:

r<sub>j</sub> - kąt nachylenia tworzącej stożka względem osi x<sub>3</sub>,
 φ<sub>j</sub> - kąt wodzący promienia okręgu podstawowego ewolwenty (rys. 4),
 R<sub>ej</sub> - promień okręgu podstawowego ewolwenty wyznaczony zależnością:

$$R_{a1} = \frac{2(b_1 + a_1)}{2\pi}, j=d,g$$
 (17)

przy czym:

- ż liczba żłobków pakietu stojana,
  - b<sub>i</sub> szerokość cewki w części czołowej,

d; - odległość między bokami cewek w części czołowej.

Początkową wartość  $\varphi_{pj}$  kąta  $\varphi_j$  wyznacza zależność:

$$\varphi_{pj} = \frac{1}{R_{ej} \sin \gamma_j} \sqrt{(R_{wj} - R_{ej} \cos 2\gamma_j)(R_{wj} - R_{ej})}$$
(18)

a końcową wartość  $\varphi_{kj}$  kąta  $\varphi_j$  wyznacza się po obliczeniu skrajnych wartości kątów  $\Psi_{pj}$  i  $\Psi_{kj}$  (rys. 4) z zależności:

$$\Psi_{pj} = \varphi_{pj} - \operatorname{arctg} \varphi_{pj}, \quad \Psi_{kj} = \Psi_{pj} + \delta_j = \varphi_{kj} - \operatorname{arctg} \varphi_{kj}$$
(19)

11 15

gdzie 8. - kąt rozpiętości półcewki uzwojenia stojana. Z równania (19) wynika, že  $\varphi_{ki} = f(\Psi_{ki})$ . Bieżące wartości kąta  $\varphi_i$  dla górnej i dolnej warstwy czół uzwojenia stojana wyznaczają wzory:

$$\varphi_g = \varphi_{pg} + (\varphi_{kg} - \varphi_{pg}) m_2, m_2 \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$\varphi_{d} = \varphi_{kd} + (\varphi_{pd} - \varphi_{kd}) \mathfrak{m}_{4}, \mathfrak{m}_{4} \in \langle 0, 1 \rangle$$
(20)

Katy  $\beta_1 = \beta_{ei}$  dla górnej i dolnej warstwy uzwojenia wynosza:

$$\beta_{eg} = \frac{21}{2}(n-1) + (\Psi_g - \Psi_{ug})$$

$$\beta_{ed} = \frac{2\pi}{2} (y_{\pm} + n - 1) + (\Psi_d - \Psi_{kd}), \quad n=1,2,\dots,7$$
(21)

(21a) gdzie kąt  $\Psi_i = \varphi_i - \operatorname{arctg} \varphi_i$ .

Współrzędne x<sub>3%i</sub> segmentów i=2 i4 oblicza się według wzoru:

$$x_{3\varphi_{1}} = x_{3\varphi_{j}} = R_{ej} \cos \gamma_{j} (\sqrt{\sin^{2} \gamma_{j}} + \varphi_{j}^{2} - \sqrt{\sin^{2} \gamma_{j}} + \varphi_{pj}^{2})$$
 (22)

Segment i=3, zastępujący główkę cewki uzwojenia stojana, jest odcinkiem łączącym końcowy punkt P<sub>kd</sub> segmentu i=2 z początkowym punktem P<sub>pd</sub> segmentu i=4. Odcinek ten leży w płaszczyźnie przechodzącej przez 05 X ...

Promień R, dla i=3 wyznacza zależność:

$$R_3 = R_{gd} = R_{\psi kg} + (R_{\psi pd} - R_{\psi kg}) m_3, m_3 \in \langle 0, 1 \rangle$$
 (23)

gdzie promień R<sub>wkg</sub> punktu P<sub>kg</sub> oblicza się według wzoru (16) dla kąta  $\varphi_{g}$  przy m<sub>2</sub> = 1, a promień  $R_{ppd}$  oblicza się według wzoru (16) dla kata  $\varphi_d$  przy  $m_4 = 0$ . Kat β; dla segmentu i=3 wynosi:

$$\beta_3 = \beta_{gd} = \delta_g + \frac{21}{2}(n-1), \quad n=1,2,\dots 2$$

W tabeli 1 podano zestawienie wzorów do wyznaczania geometrii czół uzwojenia stojane oraz ich odbić względem płaszczyzn i powierzchni granicznych. Zestawienie wzorów pomocniczych do wyznaczania składowych stycznej do linii zarysu czół cewek uzwojenia stojana podano w tabeli 2. Wielkości A, i B,, występujące w tej tabeli, wyznaczają zależności: Fig. 5. Physics

125

improduction adjustical

I CEN doelowlante a do

(24)

(25)



Pierścień zwierający klatkę wirnika silnika asynchronicznego opisuje się w przyjętym globalnym układzie współrzędnych. Współrzędne punktów wycinka pierścienia zwierającego o promieniu  $R_{pz}$  i kącie rozpiętości  $2 \Re y_{z}^{\prime/2}$  (rys. 2a) wyznaczają równania (13), a składowe stycznej do tego łuku w dowolnie obranym punkcie wyznaczają wzory (14). Zestawienie zależności podstawowych wielkości, występujących w wyrażeniach (13) i (14), dotyczących pierścienia zwierającego, podano w tabeli 3, w której kąt:

$$\beta_{pz} = \frac{2\pi}{2}(n-1+y_{z}(1-m)), m \in \langle 0,1 \rangle$$
 (26)

przy czym n = 1,2,...,ż jest kolejną cewką stojana, której oddziaływanie na prąd w pierścieniu zwierającym uwzględnia się przy obliczaniu natężenia sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana.

W modelu fizycznym czół u zwojenia wirnika maszyny synchronicznej dwubiegunowej przyjmuje się, że chwilowe położenie osi podłużnej d wirnika względem osi fazy A stojana (rys. 5) określa kat  $\frac{\pi}{2} + \Psi + \omega t$ , przy czym kat  $\Psi$ zależy od rodzaju maszyny (silnik, prądnica) oraz od stanu jej obciążenia.



Rys. 5. Model fizyczny uzwojenia wirnika i jego położenie względem uzwojenia stojana

Fig. 5. Physical model of the rotor winding and its position in relation to the stator winding

# Tabela 1

Zestawienie wzorów wyznaczających geometrię czół uzwojenia stojana

Lp.	Położenie czół	Segment czoła-i	Wielkości						
			R <sub>i</sub>	β <sub>i</sub>	x <sub>3pi</sub>	x <sub>3ki</sub>	x <sub>3</sub> qi		
1	Czoła cewek uzwojenia stojana	1-WG	Rwg	βwg	0	s.			
		2-EG	Rg	Peg	wg		x <sub>39g</sub>		
		3-GD	Rgd	δ <sub>g</sub>	x <sub>3kg</sub>	×3pd	demon .		
		4-ED	R <sub>d</sub>	ßed	wd	-	<b>x</b> 3 <b>%</b> d		
		5-WD	Rwd	ßwg	wa	og	-		
	Odbicie czół względem pakietu stojana	1-WG	Rwg	Pwg	0	₩g	-		
2.2.4 2.2.4		2-EG	Rg	Peg	-w B		-x395		
2		3-GD	R <sub>gd</sub>	δg	x <sub>3kg</sub>	x <sub>3pod</sub>	zasetho		
		4-ED	R <sub>d</sub>	ßed	-w <sub>d</sub>	-	-x39d		
		5-WD	Rwd	Bwd	<b>-</b> ₩d	0	volucity pro		
- 1	Odbicie czół względem korpusu maszyny	1-WG	2Rs-Rwg	ßwg	0	wg	-		
		2-EG	2Rs-Rg	Peg	wg		x345		
3		3-GD	2Rs-Rgd	δg	x <sub>3kg</sub>	x <sub>3pd</sub>	and the second second		
		4-ED	2R <sub>s</sub> -R <sub>d</sub>	ßed	₩d	-	× ,9:		
		5-WD	2Rs-Rwd	Bwd	wd	0	angeneral 2011		
	Odbicie czół względem obudowy bocznej	1-WG	Rwg	βwg	<b>2</b> H	2H-w			
4		2-EG	Rg	Peg	2H-wg	- 15-52	-x395		
		3-GD	Rgd	δ <sub>g</sub>	x <sub>3kg</sub>	x <sub>3pd</sub>	- 19		
		4-ED	R <sub>d</sub>	ßed	2H-w <sub>d</sub>		-x 349d		
		5-WD	R <sub>wd</sub>	ßwd	2H-w <sub>d</sub>	2H			

B. Drak

Tabela 2

Ln.	Położenie	Segment	Pochodna				
тре	czół	czół	dR <sub>i</sub> dm <sub>i</sub>	$\frac{d\beta_i}{dm_i}$	dx <sub>3i</sub> dm <sub>1</sub>		
1	Czoła cewek uzwojenia stojana	1 <b>-</b> ₩G	0	0	Wg		
		2-EG	A <sub>g</sub> siny <sub>g</sub>	Bg	Ag costg		
		3-GD	R <sub>\verticitypd</sub> - R <sub>\verticitykg</sub>	0	x <sub>3pd</sub> - x <sub>3kg</sub>		
		4-ED	-A <sub>d</sub> sin <sub>d</sub>	-B <sub>d</sub>	-Ad costd		
		5-WD	0	0	⊸w <sub>d</sub>		
2	Odbicie czół względem pakietu stojana	1-WG	0	0	-wg		
		2-EG	A <sub>g</sub> sin7 <sub>g</sub>	Bg	-Ag costg		
		3-GD	R <sub>ppd</sub> - R <sub>pkg</sub>	0	x <sub>3pd</sub> - x <sub>3kg</sub>		
		4-ED	-A <sub>d</sub> sin7 <sub>d</sub>	-B <sub>d</sub>	A <sub>d</sub> cost <sub>d</sub>		
		5-WD	0	0	wā		
	Odbicis czół względem korpusu maszyny	1 <b>-</b> WG	0	0	Wg		
2		2-EG	-A <sub>g</sub> sin <b>y</b> g	Bg	Ag costg		
-		3-GD	R <sub>qpd</sub> - R <sub>qkg</sub>	0	x <sub>3pd</sub> - x <sub>3kg</sub>		
		4 <b>-E</b> D	A <sub>d</sub> sint <sub>d</sub>	-B <sub>d</sub>	-A <sub>d</sub> cosyd		
		5-WD	0	0	∽wd		
	Odbicie czół względem obudowy bocznej	1-WG	0	0	entry E		
4		2-EG	A <sub>g</sub> sin <b>t</b> <sub>E</sub>	Bg	-Ag cost		
		3-GD	Rypd - Rykg	0	x <sub>3pd</sub> - x <sub>3kg</sub>		
		?4-ED	-A <sub>d</sub> sin <b>%</b>	В <sub>а</sub>	-A <sub>d</sub> cos <b>y</b> <sub>d</sub>		
-	s. seles et	5-\/D	0	Ŭ	w <sub>d</sub>		

Zestawienie wzorów pomocniczych do wyznaczenia składowych stycznej do linii zarysu czół uzwojenia stojana

Tabela 3

Wielkość Usytuowanie Lp. dx 3i dR. pierścienia dβ. R Pi. x<sub>3pi</sub> x 391 dm, dm. dm. Hp ZY2 0 1 Pierścień Rpz **B**pz zwierający - PZ 2 2 -Ppz Yż -Hp 2 Odbicie 0 0 0 Rpz pierścienia - OPZ

Zestawienie wielkości i wzorów pomocniczych do wyznaczania geometrii pierścienia zwierającego klatkę wirnika

Położenie osi żłobka, w której jest ułożona górna półcewka n=1 uzwojenia stojana, względem osi prostopadłej do osi fazy A wyznacza kąt:

$$\alpha_{y\dot{z}} = \frac{\pi}{2}(q + y_{\dot{z}} - \frac{\dot{z}}{2p} - 1) .$$
 (27)

Przyjmuje się, że oś x, globalnego układu współrzędnych przechodzi przez n-tą cewkę uzwojenia stojana, której położenie względem cewki n=1 wyznacza kat:

$$n = \frac{2}{2}(n-1)$$
 (28)

Wobec tego kat po między osią X1 i osią d wirnika wynosi:

$$\beta_{\omega} = \Psi + \alpha_{v\dot{z}} - \beta_{n} + \omega t$$
 (29)

wirnika okreśn.-tej cewki uzwojenia wirnika względem osi d Położenie la kat:

$$\beta_{z} = \frac{\Upsilon_{zW}}{2} + \Upsilon_{\dot{z}}(n_{w}-1) n_{w} \in \langle 1, \dot{z}_{w} \rangle.$$
(30)

1 2W i Y'z zaznaczone są na rys. 5. Katy dla punktów poszczególnych segmentów czoła uzwojenia bieguna N Katy wirnika odpowiednio wynoszą:

$$\beta_{1} = \beta_{w1} = \beta_{\omega} + \beta_{z}$$

$$\beta_{2} = \beta_{w2} = \beta_{\omega} - \beta_{z}$$

$$\beta_{12} = \beta_{\omega} + \beta_{z} - (\gamma_{zw} - 2\gamma_{z}(n_{w} - 1))n_{1}, \quad n_{1} \in \langle 0, 1 \rangle$$
(31)

Tauela 4 aszyny synchronicznej	Pochodne	$\frac{d\beta_{\frac{1}{2}}}{dm_{1}} \qquad \frac{d_{x31}}{dm_{1}}$	0 <sup>w</sup> n <sup>w</sup>	$-(y_{ZW}^{+}+2y_{Z}^{+}(n_{W}^{-1}))$ 0	0	0 wu	$r_{Z_{W}}^{*}+2r_{D}^{*}2(n_{W}-1)$ 0	ми <sub>мм</sub>	
virnika m	4.4 (7.5)	dR. <u>i</u> dm <u>i</u>	0	0	0	0	0	0	NE ST
zwojenia v		τάξ <sub>x</sub>	ibgin at	0	0	0	0	n of	$(n_{W} = 1)$
czół u	e c	x <sub>3ki</sub>	wnw	1	0	WI	I.	0	ww + dv
ometri	cości	x <sub>3pi</sub>	0	WLIW	WIZIW	0	WII	WIIW	w <sub>rtw</sub> =
chicze ge	Wiel	ßi	βw1	Bw1-2	ßw2	π+ β <sub>w1</sub>	ßw1-2	β+β <sub>w2</sub>	
bono fi	5	н ж	Rpw	R pw	Rpw	Rpw	Rpw	Rpw	0100
lkości 1 wzo		Segment czoła wirnika	M C	-2 N	2 N	<b>-</b> 10	1-2 S	2	
μţe		Fotorenie czoł wirnika		N		124 -	ß	4-54 4-54	
(10)		Lp.	> ala	Quel (1	- Polta	145 X) -	N	Piz *	

130

B. Drak

W tabeli 4 zestawiono wielkości i wzory pomocnicze do wyznaczenia geometrii czół uzwojenia wirnika maszyny synchronicznej dwubiegunowej. Przy większej ilości biegunów maszyny należy wprowadzić związki między kątami geometrycznymi i elektrycznymi.

# 5. <u>Program obliczeń współczynników kształtu czół uzwojeń maszyn</u> indukcyjnych

Czoło cewki stojana, dla którego wyznacza się współczynniki kształtu, odpowiada przewodowi p (rys. 1b). Wielkości dotyczące tej cewki oblicza się według zależności podanych w pkt. 4 dla n=1 oraz i=1 do 5. Czoła cewek uzwojenia stojana, których wpływ uwzględnia się przy wyznaczeniu współczynników kształtu dla cewki n=1, oraz pierścień zwisrający klatkę wirnika lub czoła uzwojenia wirnika lub uzwojenie wirnika odpowiadają przewodom q (rys. 1b). Współczynniki kształtu oblicza się przez superpozycję oddziaływań poszczególnych segmentów grup uzwojenia stojana i wirnika.

# 5.1. Silniki indukcyjne asynchroniczne

W programie obliczeń współczynników kształtu czół cewek uzwojenia stojana silnika indukcyjnego asynchronicznego wykorzystuje się własności symetrycznego rozłożenia takich samych cewek uzwojenia stojana oraz przyjęte założenie, że prąd w pierścieniu zwierającym klatkę wirnika jest odbiciem prądów cewek uzwojenia stojana.

Globalny układ współrzędnych  $x_1, x_2, x_3$  przyjmuje się w ten sposób, aby oś x, przechodziła przez środek przekroju poprzecznego segmentu złobkowego jednej z górnej półcewki uzwojenia stojena, dla której wyznacza się współczynniki kształtu od poszczególnych grup cewek uzwojenia stojana i segmentów pierścienia zwierającego klatkę wirnika oraz ich najbliższych odbić względem pakietu stojana, korpusu i obudowy bocznej silnika. W obliczeniach tych przyjmuje się wstępnie, że istnieją jednokierunkowe połączenia szeregowe we wszystkich grupach cewek uzwojenia stojana (rysunek 6a). W rzeczywistym uzwojeniu stojana w sąsiednich k-tych grupach cewek połączenia te są na przemian zmienne (rys. 6b), co uwzględnia się przy sumowaniu składowych współczynników kształtu od poszczególnych cewek uzwojenia stojana. W poszczególnych grupach fazowych jest po q cewek uzwojenia stojana. Do wyznaczenia natężenia sił elektrodynamicznych działających na czoła wszystkich cewek uzwojenia stojana wyznacza się współczynniki kształtu dla każdej m-tej (m $\in \langle 1,q \rangle$ ) cewki jednej grupy fazowej. Po wyznaczeniu współczynników kształtu od wszystkich n-tych cewek (ne<1, 2> ) uzwojenia stojana dokonuje się sumowania składowych od cewek poszczególnych grup fazowych k, przy których uwzględnia się kierunek



połączeń w poszczególnych grupach cewek, sumując składowe współczynników kształtu od poszczególnych n-tych cewek uzwojenia ze znakiem + lub -

Rys. 6. Połączenia szeregowe w k-tych grupach cewek
a) jednokierunkowe, b) naprzemian zmienne
Fig. 6. Series connections in groups of coils k
a) unidirectional, b) alternating

## 5.2. Maszyny synchroniczne

Współczynniki kształtu od czół uzwojenia stojana i ich odbić względem pakietu stojana, korpusu i obudowy bocznej maszyny wyznacza się zgodnie z programem dla silników asynchronicznych. Z uwagi na przestrzenno-czasowe położenie czół uzwojenie wirnika względem czoła rozpatrywanej cewki uzwojenia stojana wpływ uzwojenia wirnika na wartość współczynników kształtu wyznacza się oddzielnie dla czoła każdej cewki uzwojenia stojana.

# 6. Nateżenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych

Siły elektrodynamiczne, działające na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych, są rozłożone w sposób ciągły wzdłuż czół uzwojenia stojana. Podstawą wyznaczenia rozkładu tych sił są wyznaczone współczynniki kształtu  $k_{pkxw}$  (w=1,2,3) od poszczególnych k-tych grup uzwojenia stojana i wirnika, prąd płynący w cewce, dla której wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych oraz prądy płynące w poszczególnych k-tych grupach cewek uzwojenia maszyny indukcyjnej. Natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się przede wszystkim dla nieustalonych stanów pracy (rozruch, zwarcia) maszyny indukcyjnej, w których są 80- do 100-krotnie większe od wartości w ustalonych stanach pracy maszyny indukcyjnej. Prądy w nieustalonych stanach pracy maszyn indukcyjnych można wyznaczyć wg pracy [6].

Natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się przez superpozycję oddziaływań prądów poszczególnych k-tych grup uzwojenia maszyny. I tak,  $px_w$ -te (w=1,2,3) składowe natężenia siły elektrodynamicznej w globalnym układzie współrzędnych  $x_1, x_2, x_3$  (rys. 1b), w dowolnie obranym punkcie i-tego segmentu czoła cewki uzwojenia stojana, są sumą oddziaływania prądów w poszczególnych k-tych grupach uzwojenia:

$$p_{XW} = \sum p_{KXW}, \quad w = 1, 2, 3$$
 (32)

przy czym poszczególne składowe od k-tych grup uzwojenia:

$$p_{kxw} = k_{pkxw} i_p i_q$$

gdzie: k<sub>piczw</sub> - w-ta składowa współczynnika kształtu od k-tej grupy uzwojenia, i<sub>p</sub> - prąd płynący w wybranej m-tej cewce k-tej grupy uzwojenia stojana, i<sub>q</sub> - prąd płynący w grupach k cewek, których wpływ uwzględnia się przy wyznaczaniu natężenia sił elektrodynamicznych.

Natężenie sił elektrodynamicznych oblicza się w punktach podziału i-tych segmentów czół cewek, w których zostały obliczone współczynniki kształtu.

W obliczeniach skutków działania sił elektrodynamicznych na czoła uzwojenia stojana maszyny indukcyjnej, w tym momentów gnących i skręcających czoła cewek, naprężeń i drgań czół, dogodniejsza jest znajomość składowych natężenia sił elektrodynamicznych w lokalnym układzie współrzędnych s<sub>1</sub>,s<sub>2</sub>,s<sub>3</sub> (rys. 7) o początku O<sub>s</sub> w dowolnie obranym punkcie P<sub>i</sub> linii modelu fizycznego czoła uzwojenia stojana. Osie współrzędnych układu lokalnego przyjmuje się w następujący sposób:

oś s3 pokrywa się ze styczną do linii zarysu czoła cewki w punkcie P1,
 osie s1 i s2 pokrywają się z głównymi osiami symetrii przekroju poprzecznego czoła cewki uzwojenia stojana płaszczyzną prostopadłą do osi s3 i przechodzącą przez punkt 0. Układ lokalny przyjmuje się prawolub lewoskrętny, zgodnie ze skrętnością układu globalnego.

Wyzyskując związki transformacji między prostokątnymi układami współrzędnych, składowe natężenia sił elektrodynamicznych w lokalnym układzie współrzędnych wyznaczają zależność:

 $\overline{\mathbf{p}} = \operatorname{col}(\mathbf{p}_{gw}) = \left[\mathbf{p}_{kgw}\right]_{kxw} \operatorname{col}(1)_{k} = \left[\mathbf{a}_{ww}\right]_{wxw} \left[\mathbf{p}_{kxw}\right]_{kxw} \operatorname{col}(1)_{k}$ 

133

-----

(33)

(34)



Rys. 7. Położenie układu lokalnego s<sub>1</sub>,s<sub>2</sub>,s<sub>3</sub> względem układu globalnego x<sub>1</sub>,x<sub>2</sub>,x<sub>3</sub>

Fig. 7. Position of local coordinate system  $s_1, s_2, s_3$  in relation to a global coordinate system  $x_1, x_2, x_3$ 

gdzie: p<sub>SW</sub> - wypadkowa w-ta składowa natężenia sił elektrodynamicznych p w lokalnym układzie współrzędnych, p<sub>KSW</sub> - w-ta składowa natężenia p w lokalnym układzie współrzędnych, uwzględniająca oddziaływanie k-tej grupy uzwojenia, p<sub>KXW</sub> - w-ta składowa natężenia p w globalnym układzie współrzędnych, uwzględniająca oddziaływanie k-tej grupy uzwojenia, a<sub>wW</sub> - współczynniki transformacji między globalnym i lokalnym układem współrzędnych, col(1)<sub>k</sub> - macierz jednokolumnowa jedynek (1) w k wierszach.

Dla segmentu i=1 współczynniki a<sub>11</sub>=a<sub>22</sub>=a<sub>33</sub>=1, a pozostałe a<sub>ww</sub>=0, dla segmentu i=5 współczynniki -a<sub>22</sub>=a<sub>11</sub>=cosβ<sub>wd</sub>, a<sub>12</sub>=a<sub>21</sub>=sinβ<sub>wd</sub>, a<sub>33</sub>=1, a pozostałe a<sub>ww</sub>=0. Natomiast dla segmentów i=2,3,4 współczynniki a<sub>ww</sub> wyznaczają zależności:

$$a_{11} = \cos\beta_{1} \cos\delta_{1}$$

$$a_{21} = \sin\beta_{1} \cos\delta_{1}$$

$$a_{31} = -\sin\delta_{1}$$
(35a)
$$a_{12} = \pm C_{1}(A_{1} \sin\beta_{1} + B_{1}R_{1}\cos\beta_{1} \sin\delta_{1})$$

$$a_{22} = \pm C_{1}(A_{1} \cos\beta_{1} - B_{1}R_{1}\sin\beta_{1} \sinc_{1})$$

$$a_{32} = \pm C_{1} B_{1} \cos\delta_{1}$$
(35b)
$$a_{13} = \pm C_{1}(A_{1} \cos\beta_{1} \sin\delta_{1} - B_{1}R_{1} \sin\beta_{1}$$

$$a_{23} = \pm C_{1}(A_{1} \sin\beta_{1} \sin\delta_{1} - B_{1}R_{1} \sin\beta_{1}$$

$$a_{33} = \pm C_{1} A \cos\delta_{1}$$
(35c)

w których:

(

$$C_{1} = \frac{1}{A_{1}^{2} + B_{1}^{2}}$$
(35d)

oraz

$$\delta_{i} = T_{j} \quad \text{dla segmentów } i=2,4, \text{ natomiast dla segmentów } i=3$$
$$tg \delta_{3} = \frac{x_{3pd} - x_{3kg}}{R_{pd} - R_{kg}}. \quad (35e)$$

Znaki górne odpowiadają segmentom i=2 i 3, a znaki dolne odpowiadają segmentowi i=4.

Dla segmentów i=2,4  $A_i$  oraz  $B_i$  oblicza się według (26), a dla i=3  $B_3=0$ , natomiast:

$$A_3 = R\varphi_{pd} - R\varphi_{kg}$$
.

Z uwagi na to, że siła elektrodynamiczna działa w płaszczyźnie prostopadłej do stycznej do linii zarysu czoła cewki uzwojenia stojana, składowa natężenia p w kierunku osi s<sub>3</sub> jest równa zero i pomija się jej obliczenie po sprawdzeniu programu obliczeń przy zastosowaniu ETO. Przedstawiona metoda wyznaczania sił elektrodynamicznych została sprawdzona w obliczeniach elektrodynamicznych czół uzwojenia stojana silnika asynchronicznego o mocy 1600 kW [5].

135

(35f)

#### LITERATURA

L'J	chronmaschinen mit digitalen Rechenmaschinen ETZ-A. B.86 1965 H.12.
[2]	Drak B.: Kształtowanie czół uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych du- żej mocy, Energetyka 1986 nr 3.
[3]	Drak B., Janik T.: Laboratorium badań specjalnych maszyn elektrycz- nych. Skrypt Uczeln. Pol. Śląskiej nr 1335, Gliwice 1987.
[4]	Drak B., Paszek W.: Siły elektrodynamiczne, naprężenia i drgania uzwo- jeń maszyn indukcyjnych dużej mocy. Przegląd Elektrotechniczny 1981 nr 7-8.
[5]	Drak B., Paszek S.: Obliczenia elektromechaniczne czół uzwojeń stoja- nów silników indukcyjnych dużych mocy. Prace Instytutu Maszyn i Urz. Elektr. Pol. Śląskiej, Gliwice 1986, nr 15.
[6]	Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1986.
[7]	Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.
[8]	Unruh F.: Felder und Stromkrafte inden Wickelköpten von Turbogenerato- ren ETZ-A Bd.84 1963 H.9.
[9]	Waseckij M.: Elektrodynamiczeskije siły siejstwujuszczije na spiralnyje prowodniki stokom. Elektriczestwo - 1987 nr 2.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Zbigniew Stein

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ УСИЛИЙ ДЕЙСТВУКЩИХ НА ЛОБЛВЫЕ ЧАСТИ ОЕМОТОК СТАТОРОВ ИНДУКЦИОННЫХ МАШИН БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

## Резюме

Представлен метод вычисления электродынамических усилий действующих на лобовые части обмоток статоров электрических синхронных и асинхронных машин с применением ЭМЦ. Вычисление электродынамических усилий основываться на методике определения электродынамических вдияний между проводниками с электрическим током. Алгоритм вычисления учитывает влияние токов обмоток статора и ротора, а текже влияние пакета статора и корпуса машины на электродынамические силы в лобовых частях обмоток статора. Электродынамические влияние пакета статора и корпуса машины определено методом зеркальных отряждении. Принятая физыческая и математическая модель обмотки статора, учитывает действительный простраственный контур катушок обмотки, при приёме нитеобразного сечения катушок и несоблюдания влияний изменения растояния между катушками под действием электродынамических усилий.

DETERMINATION OF **ELECTRODYNAMIC** FORCES ACTING ON THE END STATOR WINDINGS OF LARGE-POWER INDUCTION MACHINES

## Summary

The analytical computer - aided method of determination of electrodynamic forces acting on the end stator windings of large induction machines has been presented. The principles of determining electrodynamic interactions between two electric current conductors have been used in the calculation method.

The influence of currents flowing in the stator and rotor windings as well as the influence of the stator and machine housing on electrodynamic forces in the end stator windings have been taken into account. In order to determine the influence of the stator and machine housing on electrodynamic forces the method of mirror reflections has been employed. The assumed physical and mathematical model of the end stator windings makes allowances for real space configuration of the stator winding under assumption that all the conduktors are of infinitely small cross section and that the influence of the distance change between the end windings sides resulting from their deflections caused by electrodynamic forces can be neglected.