

Zdzisław KONOPKA  
Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

#### UWAGI O STRUKTURZE I METODZIE ANALIZY WYBRANYCH UKŁADÓW NAPĘDOWYCH POJAZDÓW TRAKCJI ELEKTRYCZNEJ

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono modele matematyczne wybranych układów napędowych lokomotyw elektrycznych, umożliwiające wyznaczenie charakterystyk statycznych i dynamicznych tych układów, z wykorzystaniem maszyny analogowej bądź cyfrowej.

#### 1. WSTĘP

Pojazdy trakcyjne napędzane są z reguły silnikami szeregowymi prądu stałego, które będąc elementami nieliniowymi są znacznie trudniejsze w analizie, aniżeli silniki ze wzbudzeniem niezależnym. W najprostszym układzie napędowym lokomotywy elektrycznej, jakim jest układ z rozrządem klasycznym, i ponadto w specyficznym stanie dynamicznym, jakim jest rozruch, przebiegi czasowe prądu i prędkości można wyznaczyć metodą analityczno-graficzną [10]. W pojazdach trakcyjnych o złożonych układach napędowych, jak np.: w lokomotywach spalinowych z przekładnią elektryczną lub pojazdach wyposażonych w układy automatycznej regulacji prędkości, przeprowadzenie analizy dynamicznej, umożliwiającej ocenę tych układów, jest żmudne i pracochłonne, ponieważ w ich strukturze znajduje się szereg elementów nieliniowych. Opis matematyczny poszczególnych elementów całego układu za pomocą równań różniczkowych liniowych jest związany z założeniem liniowości układu w otoczeniu określonego punktu równowagi układu (w stanie ustalonym). Zbudowany w ten sposób model matematyczny umożliwia analizę stabilności układu [8, 11], ocenę własności regulacyjnych układu w oparciu o sformułowane wcześniej kryterium oceny [5] bądź też syntezę optymalnych układów regulacji [7]. Odzworowanie matematyczne złożonych układów napędowych pojazdów trakcyjnych za pomocą nieliniowych równań różniczkowych i rozwiązywanie ich z wykorzystaniem analogowej lub cyfrowej techniki obliczeniowej umożliwia wyznaczenie charakterystyk statycznych, quasi-statycznych (np. zmianę prądu silnika w funkcji czasu, w stanie mechaniczne ustalonym, przy zasilaniu impulsowym), bądź dynamicznych tych ukła-

dów w całym obszarze ich dopuszczalnych zmienności [1, 9, 12]. Szereg zalet modelowania cyfrowego, a w szczególności symbolicznego, łączącego zalety analogowej i cyfrowej techniki obliczeniowej, skłania do takiej konstrukcji modeli matematycznych rozpatrywanych układów napędowych pojazdów trakcyjnych, która umożliwi bezpośredni zapis programu obliczeń dla MC, za pomocą wybranego przez programującego języka symbolicznego. Taką metodę analizy przedstawiono w niniejszym artykule.

## 2. MODEL MATEMATYCZNY UKŁADU NAPĘDOWEGO LOKOMOTYWY LUB JEDNOSTKI ELEKTRYCZNEJ

Układ napędowy lokomotywy lub jednostki elektrycznej jest odpowiednią, uzależnioną od typu pojazdu, konfiguracją połączeń silników trakcyjnych. Zatem wszelkie związki analityczne będą rozpatrywane w odniesieniu do jednego silnika. Model matematyczny silnika szeregowego prądu stałego, zapisany w postaci nieliniowych równań różniczkowych, jest w literaturze znany [1, 12], jednak dotyczy on analizy pracy silnika w pierwszej strefie regulacji prędkości. W niniejszej pracy przedstawiono model matematyczny silnika trakcyjnego, umożliwiający analizę jego pracy w obydwu strefach regulacji prędkości. Założono przy tym, że regulacja prędkości silnika w pierwszej strefie odbywa się poprzez płynną, ciągłą bądź impulsową zmianę napięcia zasilającego, natomiast w drugiej strefie poprzez zmianę stopnia wzbudzenia silnika jednym z trzech sposobów:

- 1) przez zmianę liczby zwojów uzwojenia wzbudzenia,
- 2) przez zbocznikowanie uzwojenia wzbudzenia bocznikiem czynno-indukcyjnym,
- 3) przez zbocznikowanie uzwojenia wzbudzenia impulsatorem tyrystorowym.

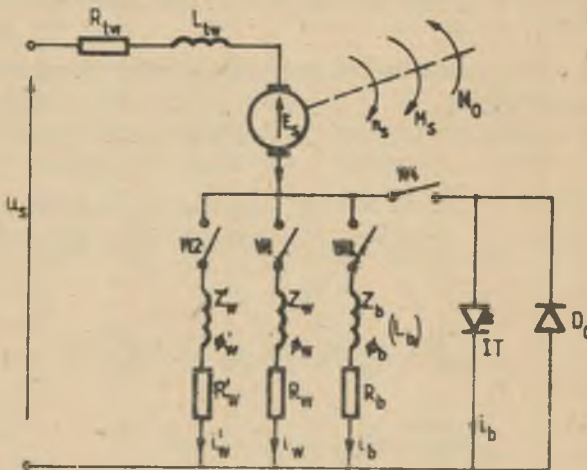
Schemat zastępczy silnika, w którym uwzględniono powyższe możliwości zmiany stopnia wzbudzenia silnika, przedstawia rys. 1.

Przy założeniu, że:

- indukcyjność twornika w funkcji prądu silnika jest stała,
- silnik jest skompensowany, a więc pomija się reakcję twornika,
- wpływ strumienia rozproszenia oraz prądów wirowych na strumień wzbudzenia jest pomijalny,

sformułowano równania opisujące stan pracy silnika.

Postać tych równań uwzględnia wymienione trzy sposoby zmiany stopnia wzbudzenia silnika trakcyjnego.



Rys. 1. Schemat zastępczy silnika trakcyjnego

2.1. Silnik trakcyjny z regulacją prędkości w II strefie poprzez zmianę liczby zwojów uzwojenia wzbudzenia

Zmianę liczby zwojów uzwojenia wzbudzenia, realizowaną w układach rzeczywistych, np. przez zwarcie części zwojów, przedstawiono schematycznie na rys. 1.

Przy włączonym wyłączniku W1 (pozostałe wyłączone) silnik pracuje z pełnym wzbudzeniem, natomiast przy włączonym wyłączniku W2 - z osłabionym wzbudzeniem.

Zakładając pełne wzbudzenie silnika oraz stosując oznaczenie występujących wielkości zgodnie z rys. 1, równania opisujące pracę silnika będą miały postać następującą:

$$U_s = C_E \Phi_w n_s + R_{tw} i_s + L_{tw} \frac{di_s}{dt} + R_w i_w + Z_w \frac{d\Phi_w}{dt} \quad (1)$$

$$M_s = C_M \Phi_w i_s \quad (2)$$

$$M_s = M_0 - M_0 - \frac{\pi}{30} J \frac{dn_s}{dt} \quad (3)$$

$$M_0 = M_{01} + M_{02} \quad (4)$$

$$M_{01} = r(n_s) \quad (5)$$

$$i_w = f(\Phi_w) \quad (6)$$

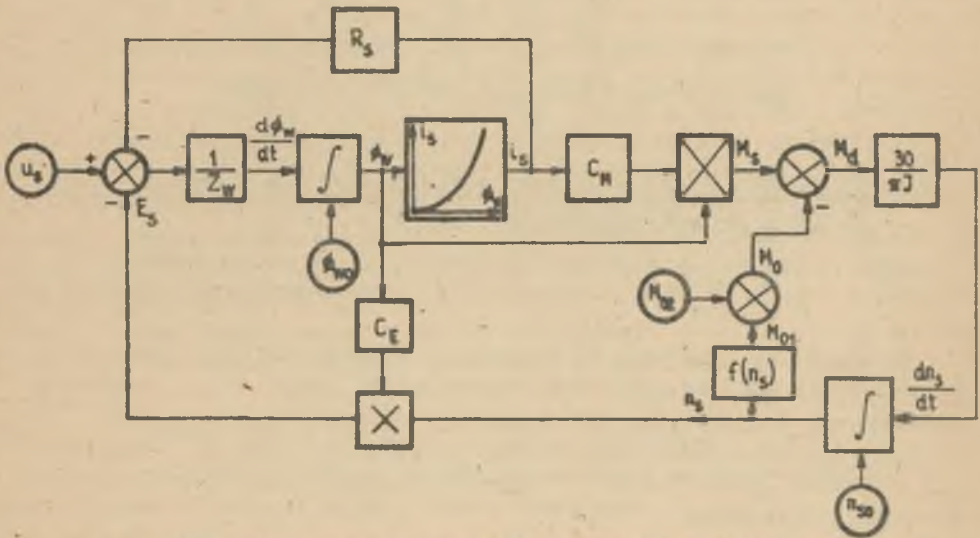
W układzie równań (1) moment obciążenia  $M_0$  przedstawiono jako sumę dwóch momentów składowych:

$M_{O1}$  - moment obciążenia zależny od prędkości (pozorowane opory ruchu zależne od prędkości),

$M_{O2}$  - moment obciążenia niezależny od prędkości (pozorowane opory ruchu zależne od profilu pionowego i poziomego (trasy)).

Pomijając w równaniu (1) indukcyjność twornika  $L_{tw}$  oraz uwzględniając, że  $i_s = i_w$ ,  $R_{tw} + R_w = R_s$ , otrzymany po przekształceniu następującą jego postać:

$$\frac{d\phi_w}{dt} = \frac{1}{Z_w} (U_s - C_E \phi_w n_s - R_s i_s) \quad (7)$$



Rys. 2. Schemat strukturalny modelu matematycznego silnika trakcyjnego

Równaniami (2) i (7) odpowiada schemat strukturalny (rys. 2), przedstawiający szereg prostych operacji, takich jak: całkowanie, dodawanie, mnożenie, dzielenie itp., które w zależności od zastosowanej techniki rozwiązywania mogą być zastąpione standardowymi blokami operacyjnymi - w przypadku modelowania analogowego, bądź też standardowymi funkcjami programowymi - w przypadku modelowania cyfrowego.

Regulację prędkości w przedstawionym modelu silnika trakcyjnego uzyskuje się przez płynną bądź skokową zmianę napięcia  $U_s$  w przypadku I strefy regulacji, oraz przez skokową zmianę liczby zwojów (od  $Z_w$  do  $Z'_w$ ) i rezystancji silnika (od  $R_s = R_{tw} + R_w$  do  $R'_s = R'_{tw} + R'_w$ ) w przypadku drugiej strefy regulacji prędkości.

## 2.2. Silnik trakcyjny z regulacją prędkości w II strefie przez zbudowanie uzwojenia wzbudzenia silnika bocznikiem czynno-indukcyjnym

Ten sposób regulacji prędkości odpowiada układowi przedstawionemu na rys. 1, przy włączonych wyłącznikach W1 i W3 oraz wyłączonych W2 i W4. Przy uproszczeniach analogicznych jak dla p. 2.1 równania opisujące pracę silnika są następujące:

$$\frac{d\phi_w}{dt} = \frac{1}{Z_w} (U_B - C_E \phi_w n_B - R_{tw} i_s - R_w i_w) \quad (8)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L_b} (Z_w \frac{d\phi_w}{dt} + R_w i_w - R_b i_b) \quad (9)$$

$$M_d = M_B - M_0 = \frac{\pi}{30} J \frac{dn_B}{dt} \quad (10)$$

$$M_B = C_M \phi_w i_s \quad (11)$$

$$M_0 = M_{01} + M_{02}; \quad M_{01} = f(n_B) \quad (12)$$

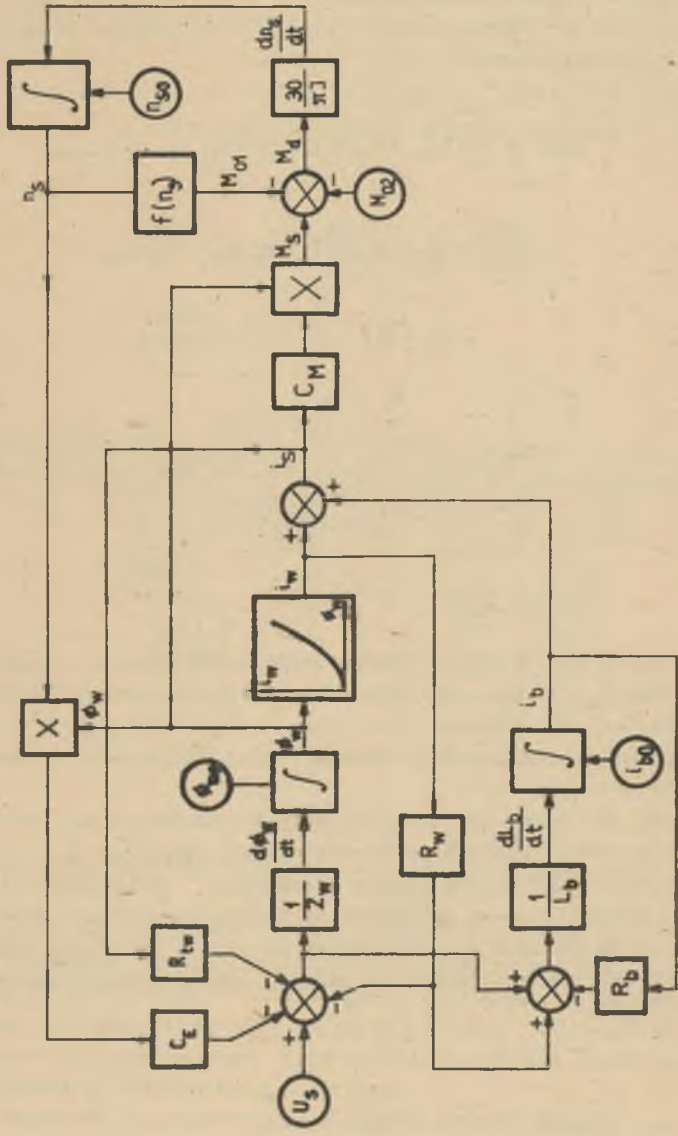
$$i_w = f(\phi_w) \quad (13)$$

$$i_s = i_w + i_b \quad (14)$$

W zależności (9) przyjęto niezmiennosc indukcyjności bocznika  $L_b$  w funkcji prądu  $i_b$ , co ma praktyczne uzasadnienie, ponieważ boczniki te pracują w stanie nienasyconym.

Schemat strukturalny modelu matematycznego opisanego równaniami (8) ÷ (14) przedstawia rys. 3.

Regulację prędkości obrotowej silnika w przedstawionym modelu silnika uzyskuje się przez płynną bądź skokową zmianę napięcia  $U_B$  - w przypadku I strefy, oraz przez skokową zmianę rezystancji bocznikującej uzwojenie wzbudzenia silnika  $R_b$  - w przypadku II strefy regulacji. Posługując się schematem strukturalnym przedstawionym na rys. 3 sporządza się model analogowy bądź cyfrowy analizowanego układu, umożliwiającą wyznaczenie żądanych przebiegów.



Rys. 3. Schemat strukturalny modelu matematycznego silnika trakcyjnego, uwzględniający regulację prędkości silnika w II strefie przez zbudowanie wzwojenia bocznikiem czynno-indukcyjnym

### 2.3. Silnik trakcyjny z płynną regulacją prędkości w II strefie przez z bocznikowanie uzwojenia wzbudzenia impulsatorem tyrystorowym

Schemat układu umożliwiającego regulację prędkości poprzez płynną zmianę stopnia wzbudzenia silnika przedstawia rys. 1 (przy włączonych wyłącznikach W1 i W4 oraz wyłączonych W2 i W3). W celu ułatwienia analizy wprowadzono dodatkowe uproszczenia, a mianowicie:

- 1) Zmianę stanu układu, spowodowaną zmianą wymuszenia lub zakłóceń, rozpatruje się dla wartości średnich prądu silnika i prądu wzbudzenia, z pominięciem pulsacji spowodowanych impulsowaniem w obwodzie wzbudzenia.
- 2) Impulsator tyrystorowy, bocznikujący uzwojenie wzbudzenia, jest reprezentowany przez zastępczą rezystancję nieliniową  $\bar{R}_b$ . Jej wartość jest funkcją współczynnika wypełnienia impulsatora  $\beta$ , natomiast nie zależy od prądu obciążenia. Wiąże się to z założeniem, że stopień wzbudzenia  $\alpha = \frac{i_w}{i_b}$  nie zależy od prądu obciążenia. Wartość  $R_b = f(\beta)$  oblicza się z zależności:

$$R_b = R_w \frac{\alpha(\beta)}{1 - \alpha(\beta)} \quad (15)$$

dla wyznaczonego przebiegu funkcji  $\alpha = f(\beta)$ .

- 3) Indukcyjność twornika jest stała, niezależna od prądu  $i_b$

Przy tych uproszczeniach model matematyczny silnika reprezentują następujące równania:

$$U_s = C_E \Phi_w n_s + R_{tw} i_s + L_{tw} \frac{di_s}{dt} + \bar{R}_b i_b \quad (16)$$

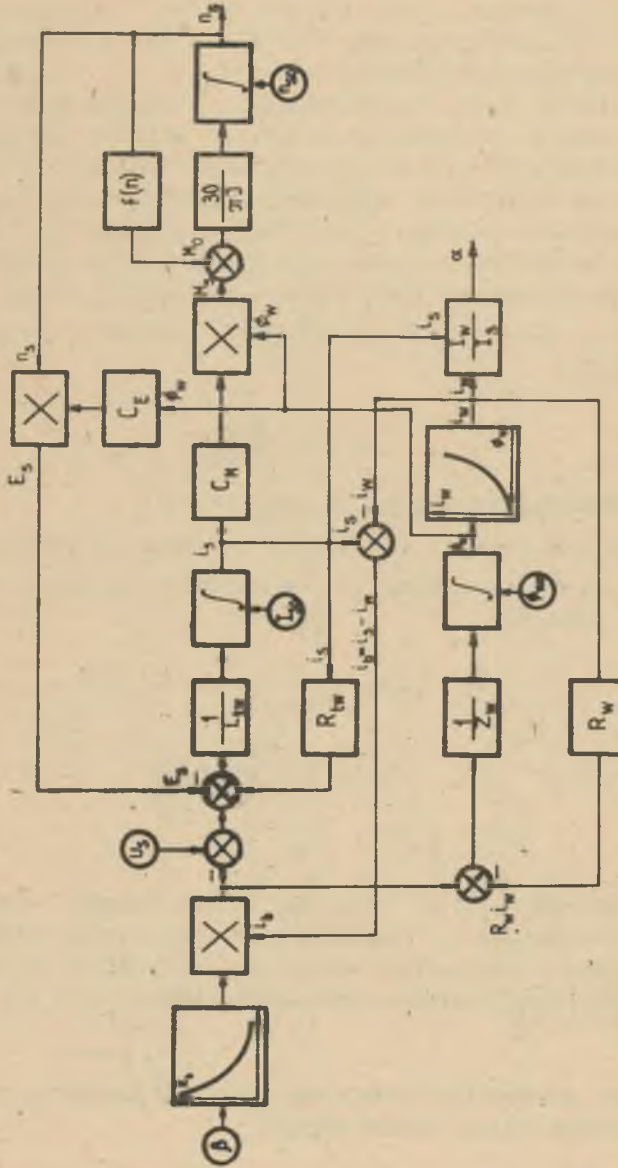
$$R_w i_w + Z_w \frac{d\Phi_w}{dt} = \bar{R}_b i_b \quad (17)$$

$$\bar{R}_b = f(\beta) \quad (18)$$

oraz równania (10), (11), (12), (13) i (14). Schemat strukturalny modelu przedstawiono na rys. 4. Regulację prędkości silnika uzyskuje się w omawianym modelu poprzez płynną zmianę napięcia - dla I strefy oraz przez płynną zmianę współczynnika wypełnienia impulsatora - dla II strefy.

### 3. MODEL MATEMATYCZNY UKŁADU AUTOMATYCZNEJ REGULACJI PRĘDKOŚCI JAZDY POJAZDÓW TRAKCJI ELEKTRYCZNEJ

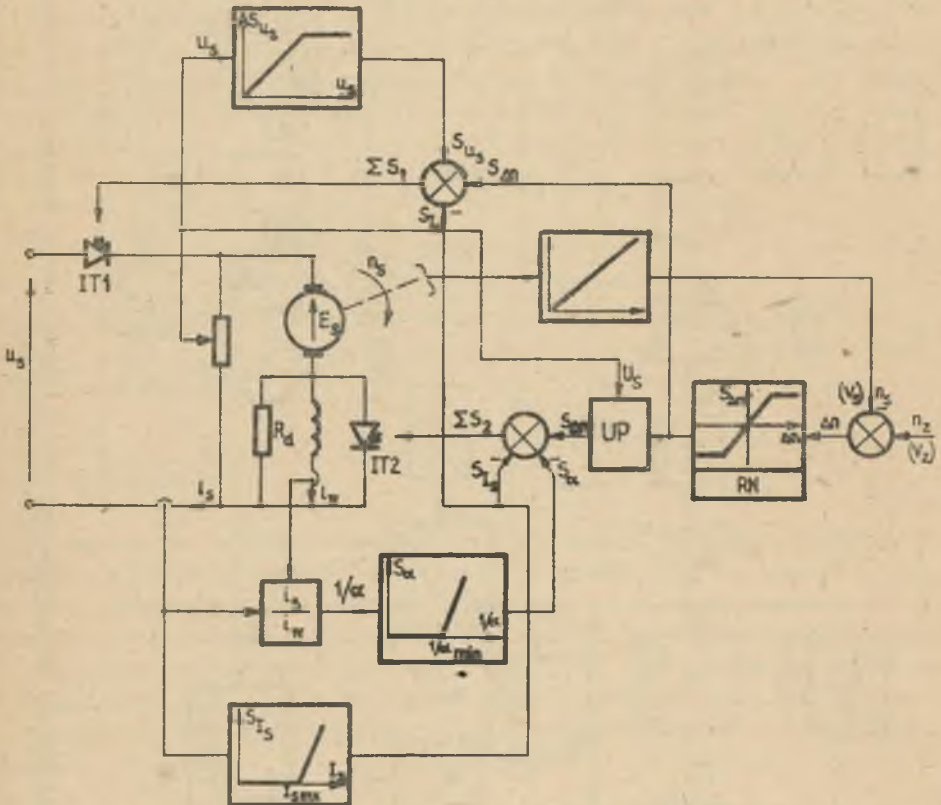
Każdy układ regulacji automatycznej składa się z obiektu regulacji oraz z odpowiedniej konfiguracji członów regulacji o znanych charakterystykach statycznych i dynamicznych - w przypadku analizy bądź poszukiwa-



Rys. 4. Schemat strukturalny modelu matematycznego silnika trakcyjnego, uwzględniający regulację prędkości silnika w II strefie przez zbcznikowanie uzwojenia wzbudzenia impulsatorem tyrystorowym

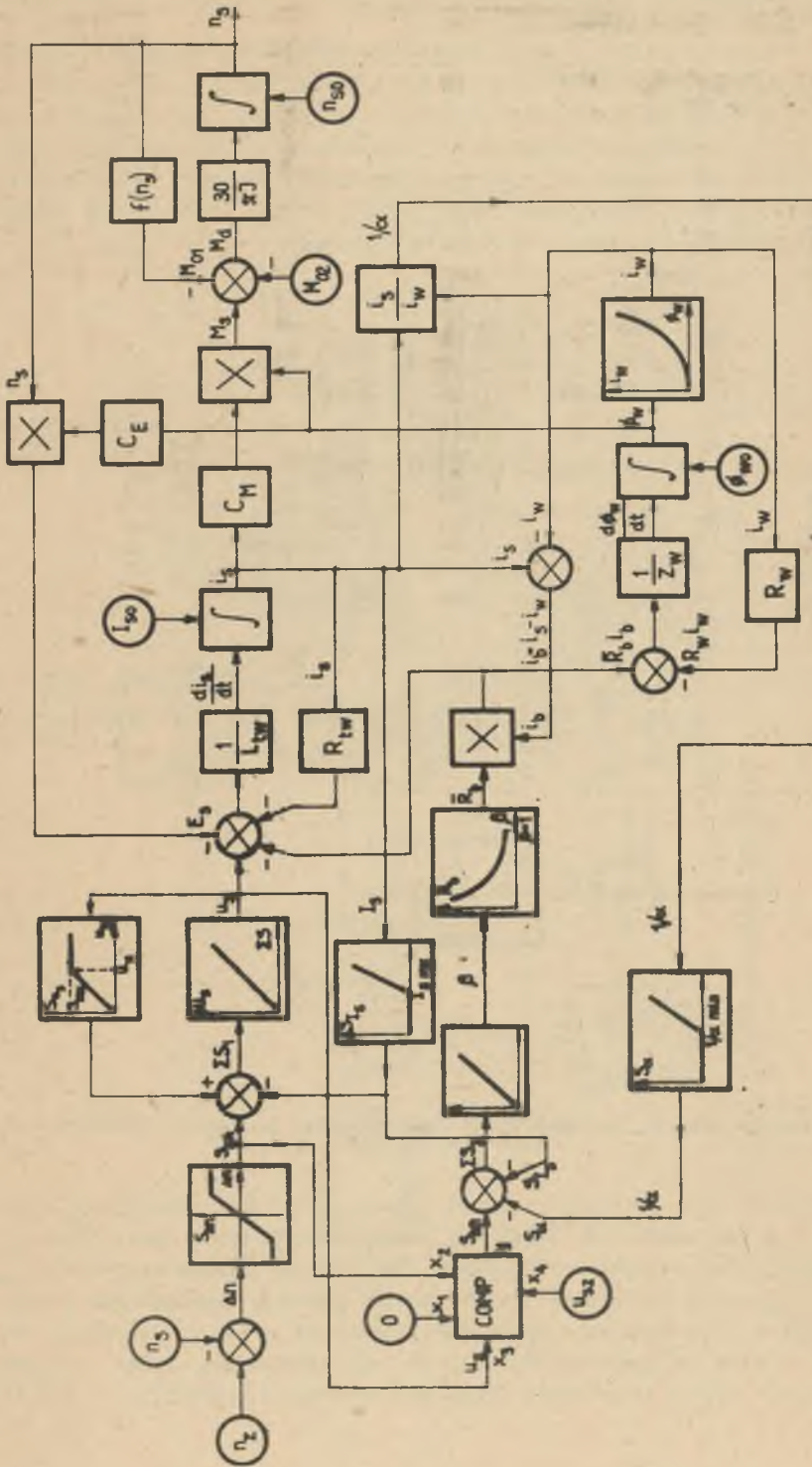


nych - w przypadku syntezy. Model matematyczny układu regulacji będzie więc złożony z modelu obiektu (np. wg p. 2) oraz modelu członów regulacji i będzie konfiguracją bloków operacyjnych w przypadku modelowania analogowego bądź standardowych funkcji programowych - w przypadku symbolicznego modelowania cyfrowego. Na rys. 5 przedstawiono schemat przykładowego rozwiązania układu automatycznej dwustrefowej regulacji prędkości lokomotywy w odniesieniu do jednego silnika trakcyjnego.



Rys. 5. Schemat układu automatycznej dwustrefowej regulacji prędkości silnika trakcyjnego

Działanie układu jest następujące: różnica pomiędzy prędkością zadaną  $n_z$  (lub  $v_z$  w odniesieniu do prędkości jazdy lokomotywy) i rzeczywistą silnika  $n$ ysterowuje regulator prędkości RN, którego sygnał wyjściowy  $S_{\Delta n}$ , łącznie z sygnałem sprzężenia prądowego  $S_{I_s}$ , steruje impulsatorem w obwodzie twornika  $IT_1$ . Regulacja prędkości odbywa się zatem w I strefie. Gdy napięcie silnika osiągnie wartość zadaną, np. znamionową, układ progowy UP przekazuje sygnał regulatora prędkości do toru regulacji w drugiej



Rys. 6. Schemat strukturalny modelu matematycznego układu automatycznej dwustopniowej regulacji prędkości silnika trakcyjnego

strefie. W torze tym sygnał sterujący jest sumą trzech sygnałów: dodatniego od różnicy prędkości, ujemnego od prądu silnika i ujemnego od stopnia wzbudzenia. Przedstawiony układ zapewnia rozruch i regulację prędkości przy stałej zadanej wartości prądu rozruchowego. Nie uwzględniono sygnału z układu przeciwpoślizgowego i układu formowania prądu rozruchowego, zapewniającego wykorzystanie maksymalnej siły pociągowej, np. wg pracy [3]. Schemat strukturalny modelu matematycznego opisanego układu, przedstawiony w wersji umożliwiającej bezpośrednie sporządzenie modelu analogowego lub cyfrowego, pokazano na rys. 6. Model ten umożliwi analizę pracy układu bądź syntezę polegającą na doborze optymalnych nastaw regulatora i członów formujących w obwodach sprzężeń zwrotnych. W prezentowanym schemacie strukturalnym układ progowy UP (rys. 5) przedstawiono za pomocą komparatora COMP, którego działanie jest następujące:

$$y = \begin{cases} x_1 & \text{jeżeli } x_3 < x_4 \\ x_2 & \text{jeżeli } x_3 \geq x_4 \end{cases}$$

Zatem, dopóki napięcie silnika jest mniejsze od wartości zadanej  $U_s < U_{sz}$ , dopóty sygnał  $S_{\Delta n}$  ma wartość 0; gdy  $U_s \geq U_{sz}$ , na wyjściu komparatora pojawi się sygnał  $S_{\Delta n}$ .

#### 4. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione modele matematyczne analizowanych układów umożliwiają proste w realizacji badania własności tych układów z zastosowaniem elektronicznej techniki obliczeniowej. W ten sposób odwzorowany może być układ napędowy dowolnego pojazdu trakcji elektrycznej, wyposażony w silniki szeregowo prądu stałego. Wyprowadzone modele matematyczne, w części dotyczącej silnika szeregowego, bazują na podobnych uproszczeniach co modele klasyczne [13]. Są zatem inną formą odwzorowania, nie idealną, lecz bliższą rzeczywistości z uwagi na uwzględnienie występujących nieliniowości.

#### LITERATURA

- [1] DUDEK W., MACHOWSKI A., MACHOWSKI J., STANKIEWICZ A.: Technika analogowa w zastosowaniu do obliczeń trakcyjnych i parametrów silników przy zasilaniu impulsowym. Teoretyczne Zagadnienia Trakcji Elektrycznej. Trakcja Elektryczna w Górnictwie. PWN, Warszawa 1972.
- [2] FIEOKISTOW W.P.: Idealizowanie i sieciowy przewidywalny automatycznie regulowany taborowy przewidywalny modelowaniem. Trudy MIIT. Moskwa "Transport" 1970. Wypusk 327.

- [3] FIEOKISTOW W.P.: Ułączenie tągowych svojstw elektropodwiżnogo sostawa pri pławnom awtomatичесkom puskie. Elektrichestwo 1970, nr 10.
- [4] FIEOKISTOW W.P., SZAFKIN I.N.: Awtomatичесkoje regulirovanije skorosti elektropodwiżnogo sostawa. Żeleznodorożnyj transport nr 3, 1968.
- [5] GABRYŚ W.: Uwagi o strukturze i własnościach regulacyjnych układów przekładni elektrycznych dla lokomotyw spalinowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 27, Gliwice 1970.
- [6] ISAJEW I.P.: Wlijanie reżimow raboty elektrieskogo podwiżnogo sostawa na koeficient sčepłenija. Elektrichestwo nr 7, 1963.
- [7] KALUŻA E.: Analiza i synteza układów regulacji mocy lokomotyw spalinowo-elektrycznych metodami przestrzeni stanów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka z. 38, Gliwice 1973.
- [8] KONOPKA Z.: Analiza dynamiczna nieliniowego układu regulacji mocy przekładni elektrycznej typu prąd przemienny - prąd stały. Praca magisterska, Politechnika Śląska, Gliwice 1970.
- [9] KONOPKA Z.: Regulacja prędkości pojazdów trakcji elektrycznej i spalinowo-elektrycznej poprzez impulsową zmianę stopnia wzbudzenia silników szeregowych prądu stałego. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1978.
- [10] KUCZEWSKI Z.: Napęd elektryczny. WNT, Warszawa 1971, ss. 286 i 428.
- [11] MALISZEWSKI J.: Regulacja i stabilizacja prędkości obrotowej szeregowych trakcyjnych silników prądu stałego. Teoretyczne Zagadnienia Trakcji Elektrycznej. Trakcja Miejska i Kolejowa. PWN, Warszawa 1975.
- [12] RYCZKO Z.: Modelowanie silnika szeregowego prądu stałego na maszynie analogowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 38, Gliwice 1973.
- [13] WAJS K.: Model dynamiczny maszyny prądu stałego. Zarys dziejów. Przegląd elektrotechniczny 1979, nr 10.

Wpłynęło do redakcji 8.VI.1981 r.

Recensent: doc. dr inż. Zbigniew Fidrych

**ЗАМЕЧАНИЯ О СТРУКТУРЕ И МЕТОДЕ АНАЛИЗА ВЫБРАННЫХ СИСТЕМ  
ПРИВОДА ПОЕЗДОВ ЭЛЕКТРОТЯГИ**

**Резюме**

В статье представлены математические модели выбранных систем электропривода электрических локомотив, делающие возможным построение диаграмм семейства статических и динамических характеристик этих систем с помощью аналоговой или цифровой вычислительных машин.

CONSIDERATIONS ABOUT STRUCTURE AND METHOD OF ANALYSIS OF THE SELECTED  
POWER TRANSMISSION SYSTEMS IN TRACTION-VEHICLES

S u m m a r y

In the paper mathematical archetypes of the selected power transmission systems of electric locomotives have been presented. From these mathematical archetypes it is possible to calculate the statical and dynamical characteristics of the systems by using an analog or digital computer.