ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991
Seria: BUDOWNICTWO z. 77 Nr kol. 1131

Wiesław SZUMIERZ
Anna ŻAK
Krzysztof CHLIPALSKI

RÓWNANIA RÓWNOWAGI ELEMENTU RÓŻNICZKOWEGO NAWIERZCHNI DROGOWEJ Z UWZGLĘDNIENIEM DEFORMACJI PODŁOŻA GÓRNICZEGO

Streszczenie. W artykule przedstawiono układ równań różniczkowych do określania składowych stanu przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia w konstrukcji nawierzchni drogowej podlegającej deformacji górniczej.

1. WPROWADZENIE

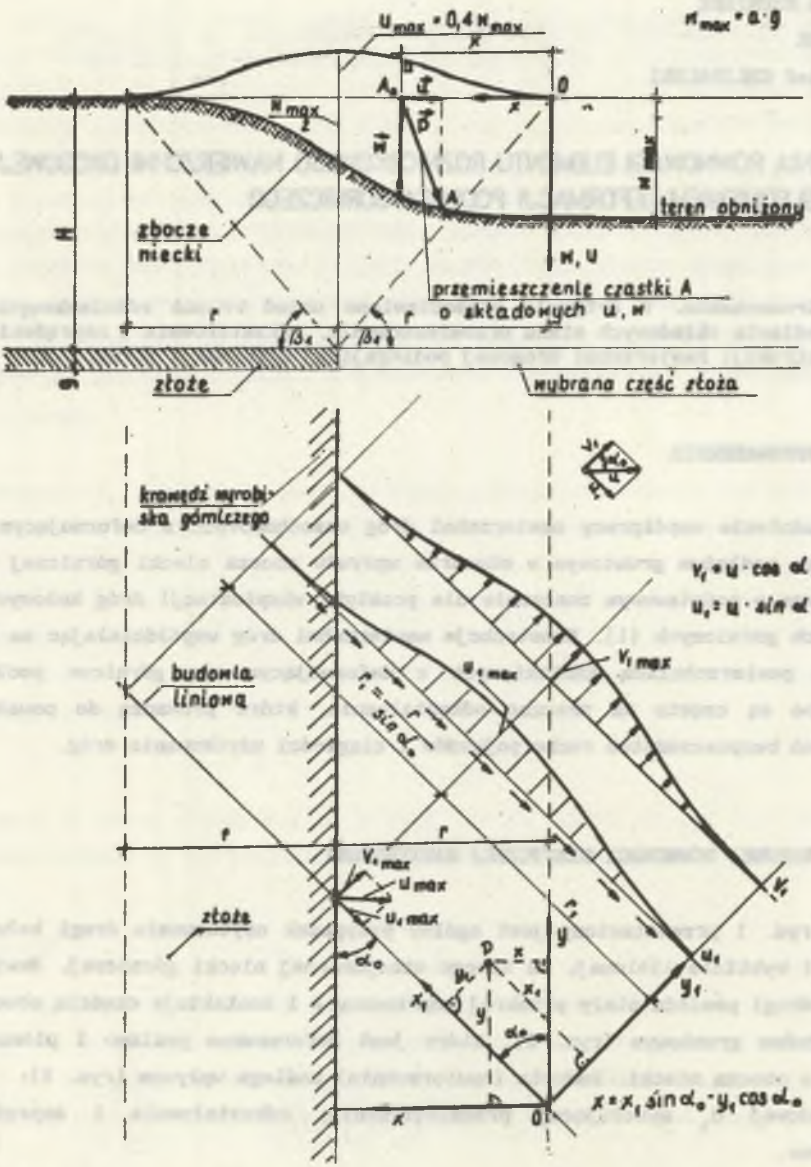
Zagadnienie współpracy nawierzchni dróg samochodowych z deformującym się górniczo podłożem gruntowym w obszarze wpływów zbocza niecki górniczej jest problemem o podstawowym znaczeniu dla praktyki eksploatacji dróg kołowych na terenach górniczych [1]. Konstrukcje nawierzchni dróg współdziałając na dość dużych powierzchniach kontaktowych z deformującym się górniczo podłożem narażone są często na znaczne odkształcenia, które prowadzą do poważnych zagrożeń bezpieczeństwa ruchu pojazdów i ciągłości użytkowania dróg.

2. WARUNKI RÓWNOWAGI STATYCZNEJ NAWIERZCHNI

Na rys. 1 przedstawiony jest ogólny przypadek usytuowania drogi kołowej, budowli wybitnie liniowej, na zboczu stacjonarnej niecki górniczej. Nawierzchnia drogi posiada stały przekrój poprzeczny A i kontaktuje częścią obwodu s z podłożem gruntowym (rys. 2), które jest deformowane poziomo i pionowo w obrębie zbocza niecki. Budowla (nawierzchnia) podlega wpływom (rys. 1):

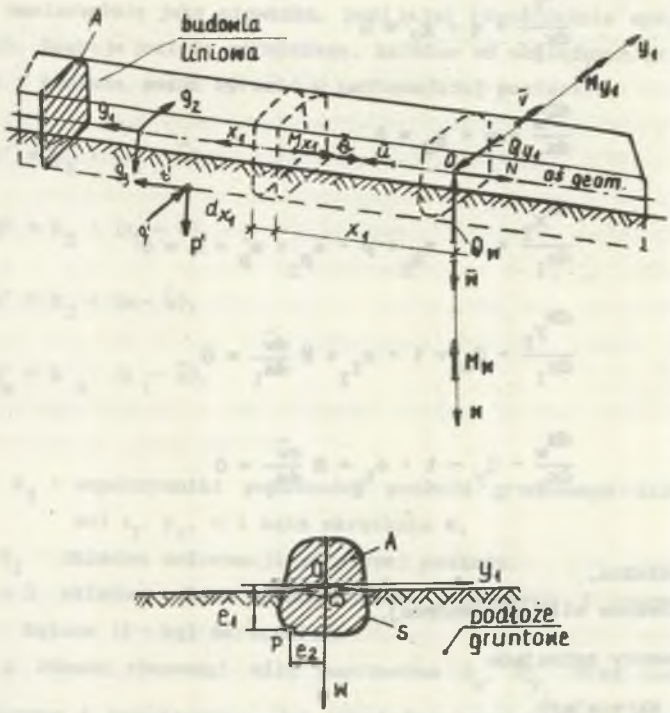
- składowej u_1 wywołującej przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia osiowe,
- składowych v_1 i w powodujących zginanie nawierzchni odpowiednio w płaszczyźnie poziomej i pionowej,
- skręcenia, wywołanego skręcaniem geodezyjnym powierzchni terenu na zboczu niecki.

W celu określenia stanu przemieszczeń, odkształceń i naprężeń w nawierzchni rozważa się równowagę nieskończenie małego elementu dx_1 nawierzchni (rys. 2). W ogólnym przypadku poddany jest on działaniu:



Rys. 1. Zbocze niecki górniczej i stan przemieszczeń poziomych cząstek gruntu pod budowlą liniową

Fig. 1. Mining subsidence slope and horizontal displacements of soil particles under the road surface



Rys. 2. Dodatnie zwroty składowych przestrzennego stanu naprężeń i przemieszczeń oraz obciążenia i oddziaływania podłoża na budowlę

Fig. 2. Positive components of the 3-dimentional field of stress and displacements and of the load and subsoil reaction on object

- sił wewnętrznych wraz z ich przyrostami,
- obciążenia zewnętrznego (składowe g_1, g_2, g_3 i moment m),
- reakcji sprężystego podłoża (składowe t', q', p' oraz moment m'_p).

W dowolnym punkcie O osi budowli przyjmujemy układ ortogonalnych współrzędnych x_1, y_1, w, na które rzutujemy wszystkie siły oraz wszystkie wektory momentów (uwzględniamy również wpływ siły podłużnej N na zginanie budowli). Otrzymujemy następujące różniczkowe równania równowagi rozpatrywanego układu przestrzennego:

$$\frac{dN}{dx_1} + t + g_1 = 0 \tag{1}$$

$$\frac{dQ_{y_1}}{dx_1} + q + g_2 = 0 \tag{2}$$

$$\frac{dQ_w}{dx_1} + p + g_3 = 0 \tag{3}$$

$$\frac{dM_{x_1}}{dx_1} + q \cdot e_{q_1} + p \cdot e_{p_2} + m'_p + m = 0 \tag{4}$$

$$\frac{dM_{y_1}}{dx_1} - Q_w + t \cdot e_{t_1} + N \frac{d\bar{w}}{dx_1} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{dM_w}{dx_1} - Q_{y_1} - t \cdot e_{t_2} + N \frac{d\bar{v}}{dx_1} = 0 \tag{6}$$

gdzie:

N - siła podłużna,

Q_w, Q_{y_1} - składowe siły poprzecznej,

M_w, M_{y_1} - momenty zginające

M_{x_1} - moment skręcający.

W powyższym układzie równań równowagi przyjęto ponadto następujące oznaczenia:

$$t = \int_s t'\, ds, \quad q = \int_s q'\, ds, \quad p = \int_s p'\, ds, \quad m_p = \int_s m'\, ds \tag{7}$$

oraz

$$t_{e_1} = \int_s t' \cdot e_1\, ds, \qquad t_{e_2} = \int_s t' \cdot e_2\, ds$$

$$q \cdot e_{q_1} = \int_s q' \cdot e_1\, ds, \qquad p \cdot e_{p_2} = \int_s p' \cdot e_2\, ds \tag{8}$$

gdzie:

s - długość linii styku czyli efektywna część obwodu przekroju budowli kontaktująca się z gruntem,

e_1, e_2 - współrzędne punktu P, w którym występują składowe reakcji: t', p', q'.

Aby określić wpływ samych tylko oddziaływań deformującego się górniczo podłoża na pracę statyczną nawierzchni drogowej, w pierwszym etapie analizy

traktujemy nawierzchnię jako nieważką, pomijając równocześnie wpływ obciążeń zewnętrznych. Reakcje podłoża górniczego, zależne od względnych przemieszczeń nawierzchni i podłoża, można wyrazić w następującej postaci:

$$t' = k_1 \cdot (u_1 - \bar{u}), \tag{9}$$

$$q' = k_2 \cdot (v_1 - \bar{v}), \tag{10}$$

$$p' = k_3 \cdot (w - \bar{w}), \tag{11}$$

$$m'_p = k_4 \cdot (\theta_1 - \bar{\theta}), \tag{12}$$

gdzie:

k_1, k_2, k_3, k_4 - współczynniki podatności podłoża gruntowego dla kierunków osi x_1, y_1, w i kąta skręcania θ,

u_1, v_1, w, θ_1 - składowe deformacji górniczej podłoża,

$\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$, $\bar{\theta}$ - 3 składowe stanu przemieszczeń liniowych i przemieszczenie kątowe (θ - kąt skręcania).

Eliminując z równań równowagi siły poprzeczne Q_w, Q_{y_1} oraz uwzględniając związki fizyczne i geometryczne, jak również wykorzystując zależności (9 + 12) oraz dokonując pewnych uproszczeń, można pierwotny układ 6 równań równowagi sprowadzić do układu czterech liniowych niejednorodnych równań różniczkowych, z których określamy nieznane składowe przemieszczeń budowli:

$$EA \frac{d^2\bar{u}}{dx_1^2} - \bar{k}_1 \cdot \bar{u} = - \bar{k}_1 \cdot u_1 \tag{13}$$

$$EJ_w \frac{d^4\bar{v}}{dx_1^4} + N \frac{d^2\bar{v}}{dx_1^2} + \frac{dN}{dx_1} \cdot \frac{d\bar{v}}{dx_1} + \bar{k}_2 \cdot \bar{v} = \bar{k}_2 \cdot v_1 \tag{14}$$

$$EJ_{y_1} \frac{d^4\bar{w}}{dx_1^4} + N \frac{d^2\bar{w}}{dx_1^2} + \frac{dN}{dx_1} \cdot \frac{d\bar{w}}{dx_1} + \bar{k}_3 \cdot \bar{w} = \bar{k}_3 \cdot w + \frac{dt}{dx_1} \cdot e_{t_1} \tag{15}$$

$$GC \frac{d^2\bar{\theta}}{dx_1^2} - \bar{k}_4 \cdot \bar{\theta} = - \bar{k}_4 \cdot \theta_1 - q_1 \cdot e_{q_1} \tag{16}$$

gdzie:

$\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, $\bar{k}_3$, $\bar{k}_4$ - współczynniki podatności podłoża przeliczone na jednostkę długości budowli,

t - określa się po obliczeniu $\bar{u}$ z równania pierwszego,

EA - sztywność podłużna budowli,

EJ_{y_1}, EJ_w - sztywność na zginanie,

GC - sztywność na skręcanie.

Z układu powyższych równań różniczkowych, przy znanej charakterystyce parametrów budowli i podłoża gruntowego oraz dla zadanych deformacji górniczych terenu, przy uwzględnieniu odpowiednich warunków brzegowych wynikających z przyjętego schematu statycznego, można określić składowe stanu przemieszczenia: $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ i odkształcenie $\bar{\theta}$ budowli liniowej, a w następnej kolejności określić stan odkształceń i naprężeń w konstrukcji nawierzchni.

W drugim etapie obliczeń uwzględnia się wpływ obciążeń zewnętrznych nawierzchni.

3. PODSUMOWANIE

Charakterystyczną cechą pracy statycznej budowli liniowej (np. nawierzchni drogowej) jest zróżnicowany stan ich odkształceń w stosunku do odkształceń górniczych podłoża. Ten typ obiektów ze względu na proporcję wymiarów kształtu (wymiar długości znacznie przewyższa wymiary przekroju poprzecznego) wykazuje cechy ustroju wiotkiego (mała sztywność poprzeczna i skrętna). W związku z tym nawierzchnia drogowa będzie się odkształcać w zasadzie biernie w ślad za deformującym się podłożem w kierunku poprzecznym i skrętnym, bez istotnych zmian w układzie sił wewnętrznych. Wielkość deformacji zależeć będzie od usytuowania drogi na zboczu niecki górniczej. Dla regularnych rozkładów deformacji v_1, w podłoża dochodzi praktycznie do zgodności odkształceń nawierzchni i podłoża ($\bar{v} \cong v_1$, $\bar{w} \cong w$, $\bar{\theta} \cong \theta_1$). W takim przypadku wartość oddziaływań: q, p, m_p będą w zasadzie niewielkie, bliskie zeru. Natomiast stosunkowo duża sztywność podłużna powoduje, że poziome deformacje górnicze gruntu podłoża wywołują w budowlach liniowych (także i w nawierzchni drogowej) największe zmiany sił podłużnych, dając tym samym znaczne przyrosty naprężeń normalnych w przekrojach poprzecznych. Wartości i rozkład tych naprężeń wymagają uwzględnienia w analizie statycznej, aby nie dopuścić do zagrożenia wytrzymałości i stateczności budowli liniowej.

LITERATURA

[1] Szumierz W., Chlipalski K., Żak A.: Wstępne zasady utrzymania i eksploatacji dróg samochodowych w warunkach szkód górniczych na podstawie obserwacji wybranych ciągów drogowych. Praca NB-120/RB-3/90.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Łucjan Siewczyński

Wpłynęło do Redakcji 25. 05. 1991 r.

EQUILIBRIUM EQUATIONS FOR A INFINITESIMAL ELEMENT OF ROAD SURFACE SUBJECTED TO DEFORMATIONS OF MINING SUBSOIL

Summary

In the paper a system of differential equations is presented, which serve for determining the state of displacement, strain and stress in the road surface to mining deformations.

УРОВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ДОРОЖНОГО ПОКРЫТИЯ С УЧЁТОМ ДЕФОРМАЦИИ ГОРНОГО ОСНОВАНИЯ

Р е з ю м е

В статье представлена система дифференциальных уровнений для определения составляющих состояния перемещения, деформации и напряжения в конструкции дорожного покрытия подвергающегося горной деформации.