

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**

P. 3352/48



**GÓRNICTWO**

**Z. 91  
GLIWICE  
1978**

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 588

BERNARD DRZEŻLA

P.3352/78

**ROZWIĄZANIE PEWNEGO  
PRZESTRZENNEGO ZADANIA LINIOWEJ  
TEORII SPRĘŻYSTOŚCI  
W ZASTOSOWANIU  
DO PROGNOZOWANIA DEFORMACJI  
GÓROTWORU POD WPLYWEM  
EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ  
WRAZ Z OPROGRAMOWANIEM**

PL ISSN 0372-9508

GLIWICE

1978

OPINIODAWCA

*Prof. zw. dr hab. inż. Mirosław Chudek*

REDAKTOR NACZELNY WYDAWNICTW UCZELNIANYCH  
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

*Jan Bandrowski*

REDAKTOR DZIAŁU

*Mirosław Chudek*

SEKRETARZ REDAKCJI

*Jan Znamirowski*

OPRACOWANIE EDYTORSKIE

*Kazimiera Rymarz*

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

Druk wykonano z makiet dostarczonych przez Dział Wydawnictw

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej  
Gliwice, ul. Kujawska 2

---

Nakł. 160+85	Ark. wyd. 7,21	Ark. druk. 7,25	Papier offset. kl. V 70x100, 80 g
Oddano do druku 30.11.1978	Podpis. do druku 30.11.1978	Druk ukończ. w grud. 1978	
Zam. 1454/78 W-24			Cena zł 18,—

---

Fotokopie, druk i oprawę  
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

# SPIS TREŚCI

	str.
1. WSTĘP . . . . .	5
1.1. Uwagi ogólne . . . . .	5
1.2. Aktualny stan zagadnienia . . . . .	6
1.3. Geneza oraz cel i zakres pracy . . . . .	11
2. NIEKTÓRE WYNIKI BADAŃ MODELOWYCH I POMIARÓW W KOPALNIACH RUCHÓW GÓROTWO- ZU PRZY EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ . . . . .	13
2.1. Badania modelowe . . . . .	13
2.2. Pomiary w kopalniach . . . . .	23
3. ROZWIĄZANIA PŁASKIEGO I PRZESTRZENNEGO ZADANIA LINIOWEJ TEORII SPRĘŻY- STOŚCI W ZASTOSOWANIU DO MECHANIKI GÓROTWORU PRZY ZAŁOŻENIU, ŻE ZNANE JEST RÓWNANIE PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH GÓROTWORU . . . . .	26
3.1. Wprowadzenie. Metoda rozwiązania . . . . .	26
3.2. Wariant płaski - wzory ogólne . . . . .	26
3.3. Wariant płaski - wzory utrzymane po przyjęciu równania przemieszczeń pionowych górotworu według S. Knothea . . . . .	30
3.4. Wyznaczenie występujących we wzorach parametrów poprzez minimaliza- cję całkowitego błędu kwadratowego spełnienia równań teorii spręży- stości . . . . .	33
3.5. Wariant przestrzenny - wzory ogólne . . . . .	36
3.6. Wariant przestrzenny - wzory utrzymane po przyjęciu równania prze- mieszczeń pionowych górotworu według S. Knothea . . . . .	41
3.6.1. Wzory dotyczące eksploatacji w kształcie prostokąta . . . . .	41
3.6.2. Uogólnienie wzorów na eksploatację o dowolnym kształcie . . . . .	44
3.6.3. Wzory dotyczące eksploatacji w kształcie wycinka koła . . . . .	45
3.7. Ruchy górotworu przy eksploatacji górniczej w świetle wyprowadzonych wzorów . . . . .	49
4. OPROGRAMOWANIE UZYSKANEGO ROZWIĄZANIA I INNYCH ROZWIĄZAŃ W ZAKRESIE PRO- GNOZOWANIA DEFORMACJI GÓROTWORU PRZY EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ . . . . .	55
4.1. Wprowadzenie . . . . .	55
4.2. Programy służące do prognozowania deformacji górotworu na dyskretnych zbiorach punktów obliczeniowych . . . . .	55
4.2.1. Zakres stosowania programów . . . . .	55
4.2.2. Sporządzania danych dla maszyny cyfrowej . . . . .	58
4.2.2.1. Dane początkowe . . . . .	58
4.2.2.2. Dane opisujące eksploatację w pakietach . . . . .	59
4.2.2.3. Dane określające punkty obliczeniowe . . . . .	63



4.3. Programy służące do prognozowania deformacji górotworu na ciągłych zbiorach punktów obliczeniowych – sporządzanie map deformacji górotworu . . . . .	66
4.3.1. Zakres stosowania programów . . . . .	66
4.3.2. Równania linii jednakowych wartości wybranych wskaźników deformacji górotworu . . . . .	67
4.3.3. Technika drukowania map . . . . .	69
4.3.4. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej . . . . .	70
4.4. Programy służące do uaktualniania map rzeźby terenu zmieniającej się pod wpływem eksploatacji górniczej . . . . .	74
4.4.1. Uwagi wstępne . . . . .	74
4.4.2. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej . . . . .	75
4.5. Programy służące do wyznaczania parametrów występujących we wzorach teoretycznych na podstawie pomierzonych przemieszczeń pionowych lub poziomych górotworu . . . . .	80
4.5.1. Zakres stosowania programów . . . . .	80
4.5.2. Podstawy teoretyczne programów . . . . .	81
4.5.3. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej . . . . .	84
4.6. Programy umożliwiające optymalizację kształtu frontu wybierania w filarach ochronnych czułych obiektów . . . . .	86
4.6.1. Wprowadzenie . . . . .	86
4.6.2. Podstawy teoretyczne programów . . . . .	88
4.6.3. Ocena efektywności analizowanego kształtu frontu wybierania. . . . .	90
4.6.4. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej . . . . .	95
4.7. Inne programy dotyczące zagadnienia prognozowania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej i projektowania eksploatacji pod obiektami . . . . .	96
5. PODSUMOWANIE PRACY I UWAGI KOŃCOWE . . . . .	97
Dodatek nr 1 . . . . .	98
Dodatek nr 2 . . . . .	100
Dodatek nr 3 . . . . .	101
LITERATURA . . . . .	106
Streszczenia . . . . .	114

## 1. WSTĘP

### 1.1. Uwagi ogólne

Prognozowanie wpływów eksploatacji górnictwa na obiekty powierzchniowe i podziemne oraz projektowanie na tej podstawie eksploatacji pod obiektami stanowi niezwykle ważne gospodarczo zagadnienie. Niemal w każdym przypadku podejmowania decyzji o eksploatacji w filarze ochronnym w grę wchodzi suma co najmniej kilkaset tysięcy złotych, którą można zaoszczędzić lub stracić, a w wielu przypadkach suma ta jest rzędu dziesiątków milionów złotych.

Wobec powyższego istnieje stała potrzeba doskonalenia metod prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji zarówno pod kątem dokładności i stopnia pewności prognoz jak i pod kątem zmniejszania pracochłonności obliczeń. Zdarza się przecież często, że prognozy są niedokładne nie tyle ze względu na istotę zastosowanej metody prognozowania, co ze względu na pracochłonność posługiwania się nią. Ze względu na tę właśnie pracochłonność uciekamy się do różnego rodzaju uproszczeń, a dodatkowo, jeśli osoba sporządzająca prognozę jest nierzetelna, możemy otrzymać wręcz fałszywe wyniki.

Poruszane problemy posiadają szczególne znaczenie w warunkach Zagłębia Górnośląskiego ze względu na dużą i stale rosnącą gęstość zabudowy powierzchniowej oraz gwałtowne kuroczenie się zasobów, które można wybierać w sposób nieskrępowany.

Złożoność struktury masywu skalnego, określanego mianem górotworu, czyli złożonymi zjawiska w nim zachodzące, co powoduje, że zagadnienie prognozowania deformacji górotworu i innych zjawisk im towarzyszących jest niezwykle trudne. Od ponad 100 lat górnicy i przedstawiciele pokrewnych zawodów zajmują się badaniem zjawiska ruchów górotworu pod wpływem eksploatacji górnictwa i tworzą modele matematyczne tego zjawiska, od bardzo prostych początkowo do bardzo skomplikowanych obecnie. Jednak nawet te bardzo skomplikowane modele matematyczne nie oddają całej złożoności zjawisk występujących w górotworze. Bo jeśli na przykład określona teoria pozwala względnie dokładnie przewidywać skutki eksploatacji na powierzchni, to nie mówi ona nic lub też naświetla niedokładnie zjawiska zachodzące wewnątrz górotworu. Jest to przypadek często spotykany, ponieważ zjawiska zachodzące w górotworze trudno jest zbadać pomiarami. Niemniej istnieją też przypadki odwrotne, takie, że określona teoria opisuje dość dokładnie zjawiska zachodzące w bezpośrednim otoczeniu eksploatowanego pokładu, co jednak mimo wszystko jesteśmy w stanie wyrywkowo sprawdzić. Natomiast w odniesieniu do powierzchni terenu jej wzory są nieprzydatne.

Są oczywiście również teorie, które poprawnie naświetlają przynajmniej niektóre aspekty ruchów górotworu zarówno w odniesieniu do powierzchni terenu jak i wnętrza górotworu. Aktualny stan zagadnienia odbiega więc dale-

ko od sceptycznego poglądu wyrażonego w roku 1913 przez A.H. Goldreicha i powtórnego jeszcze w roku 1929 przez H. Briggsa, że "zjawiska osiadania skał nie nadają się do traktowania ich metodami matematycznymi" [108]. A ponieważ nadal powstają nowe, coraz lepsze modele matematyczne, można wyrazić nadzieję, że niedaleka jest sytuacja, w której znajdzie potwierdzenie pogląd matematyka Bliss'a, że "istnieje zawsze więcej niż jedna teoria matematyczna, której wnioski różnią się od określonego zbioru danych empirycznych, mniej niż jest to dopuszczalne ze względu na błędy obserwacji" [110].

## 1.2. Aktualny stan zagadnienia

Literatura w zakresie badań problematyki ruchów i naprężeń górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej jest bardzo bogata. Dla pobieżnego choćby omówienia aktualnego stanu prac konieczna więc jest pewna klasyfikacja kierunków badań. Jest ona również konieczna dla określenia miejsca i omówienia związku niniejszej pracy z niektórymi z dotychczasowych opracowań.

Na podstawie podziału dokonanego w pracach J. Litwiniuszyna [108, 110], S. Knothe'go [84] i H. Gila [62] można wyróżnić cztery zasadnicze kierunki badań\* :

1. Kierunek pierwszy reprezentują badania, których wynikiem są formuły empiryczne służące do przewidywania takich czy innych wskaźników deformacji. Formuły takie relacjonują a posteriori zaobserwowane i pomierzone w praktyce zjawisko. Sam pomiar zjawiska deformacji górotworu jest przy tym najczęściej ograniczony do powierzchni terenu. Formułę empiryczną może stanowić wzór matematyczny, wykres lub nomogram. W każdym z tych przypadków wprowadza się pewną liczbę parametrów, a poprzez odpowiedni dobór ich wielkości dopasowuje się formułę do wyników pomiarów.

Jedną z najstarszych (1871) formuł empirycznych jest wzór belgijskiego inżyniera G. Dumonta do obliczania maksymalnych osiadań [13, 110]. Z najnowszych wymienić można formuły zamieszczone w poradniku [128] i w pracach [71, 119, 138].

2. Drugi kierunek badań obejmuje formuły będące wynikiem pewnego schematu dedukcyjnego, opartego na przyjętych aksjomatach. Niektóre z tych aksjomatów mogą być również pochodzenia empirycznego, jak np. empiryczny związek między przemieszczeniem poziomym i nachyleniem niecki osiadania, przyjęty w teorii S. Awierszyna [1] oraz przyjmowana dość często zasada superpozycji wpływów, czy założenie o braku odkształceń objętościowych w górotworze.

Do omawianego kierunku badań należą przede wszystkim tzw. teorie geometryczno-całkowe. Teorie te są kontynuacją koncepcji badaczy niemieckich Keinhorsta, Balsa, Flaschenträgera i innych (1928r-1934r), którzy nakreślając nowy kierunek badań popełnili jednak szereg błędów. Zwraca na nie uwagę m.in. J. Litwiniuszyn [108], a wyczerpująco omawia K. Trojanowski [136]. Mi-

\*Charakterystykę poszczególnych kierunków badań opracowano na podstawie publikacji J. Litwiniuszyna [108] i częściowo H. Gila [62].



mo to idee wymienionych badaczy niemieckich są ciągle żywe. Obecnie rozwijają je m.in. naukowcy japońscy [72, 73].

Charakterystyczne dla teorii całkowych jest założenie o istnieniu tzw. funkcji (krzywej) wpływów  $i(r)$ , gdzie  $r$  jest poziomą odległością rozpatrywanego punktu górotworu od elementu wybranej powierzchni dP. Tym co różni poszczególne teorie między sobą, jest przede wszystkim postać funkcji wpływów. Dalszym założeniem teorii całkowych jest przyjęcie zasady superpozycji wpływów, w związku z czym sumaryczny wpływ eksploatacji na dany punkt określa się jako całkę z funkcji wpływów po obszarze eksploatacji.

Największy rozwój teorii całkowo - geometrycznych wiąże się z pracami polskich badaczy S.Knothe'go [80] i T.Kochmańskiego [86] oraz W.Budryka [16], który uzupełnił teorię S.Knothe'go o teorię ruchów poziomych.

Cechą wspólną tych teorii jest przyjęcie zasady superpozycji wpływów (co zresztą wiąże się z samą koncepcją wzoru całkowego) oraz założenie o braku odkształceń objętościowych w górotworze. Poza tym teorie te dość istotnie się różnią.

W najnowszej wersji teorii T.Kochmańskiego [88] odstąpiono od założenia o zerowaniu się odkształceń objętościowych, do czego przyczyniły się wyniki badań B.Dzegluka [51].

Trzecią polską teorią całkową jest ogłoszona w 1960 roku teoria Z.Kowalczyka [92].

Do omawianego kierunku można również zaliczyć sformułowaną przez M.Boreckiego teorię reakcji podłoża [8, 10], która stała się bodźcem do przeprowadzenia szerokiej akcji pomiarowej w kopalniach, mającej na celu określenie wielkości ciśnień w przodkach górniczych oraz zaciskania wyrobisk. Akcja ta była podsumowana w pracach M.Boreckiego i A.Bilińskiego [6, 9], należących tematycznie do kierunku pierwszego.

Z ważniejszych prac polskich badaczy, mieszczących się w ramach kierunku drugiego, warto jeszcze odnotować pracę J.Galanki [57], w której sformułowana jest tzw. hipoteza sklepień wspornikowych w górotworze. Według tej hipotezy przemieszczenia górotworu zależą od własności mechanicznych poszczególnych warstw, a przede wszystkim od kąta tarcia wewnętrznego, przy czym decydujące znaczenie mają warstwy wspornikowe o większej wytrzymałości od pozostałych.

We wszystkich kierunkach badań zaznacza się bardzo silnie wpływ prac J.Litwiniszyna. W ramach omawianego kierunku wpływ ten zaznaczył się począwszy od pracy teoretycznej [103], która się stała podstawą do wielu dalszych prac, poprzez prowadzone osobiście lub pod jego kierunkiem badania eksperymentalne na ośrodkach płaskowych, mające na celu naświetlenie różnorodnych zagadnień dotyczących ruchów górotworu przy eksploatacji górniczej, w tym m.in. zasady superpozycji wpływów [7, 109], aż do prac formułujących postulaty, jakie powinna spełniać poprawnie zbudowana teoria ruchów górotworu [7, 108, 109, 110].

3. Trzeci kierunek badań nad zagadnieniem ruchów i naprężeń górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej stanowią prace posługujące się metodami i modelami mechaniki ośrodków ciągłych. Stan naprężeń i przemieszczeń w



ośrodku ciągłym określają układ równań różniczkowych równowagi oraz równania stanu zależne od przyjętego modelu ośrodka. Równania stanu podają związek pomiędzy stanem naprężeń, odkształceń oraz szybkością ich zmian. Po przyjęciu modelu reologicznego górotworu poszukuje się rozwiązania równań równowagi z uwzględnieniem równań stanu przy założonych warunkach brzegowo-początkowych.

Na najbardziej ogólnych prawach rządzących ośrodkiem ciągłym oparta jest teoria J. Litwiniszyna [103]. W teorii tej założono uogólniony empiryczny związek pomiędzy składowymi przemieszczeń a ich pochodnymi oraz zasadę zachowania masy, co pozwoliło opisać ruchy górotworu równaniem różniczkowym typu parabolicznego, które można sprowadzić do równania nieustalonego przepływu ciepła. Jednym z rozwiązań tego równania są wzory zbliżone ze wzorami teorii W. Budryka - S. Knothego [16, 80].

Linioowa teoria sprężystości była zastosowana do opisu przemieszczeń górotworu przez A. Sałustowicza [123], który zagadnienie obniżenia górotworu pod wpływem eksploatacji potraktował jako ugięcie belki na podłożu sprężystym, tzw. winklerowskim, otrzymując jednowymiarowe zadanie teorii sprężystości.

Płaskie (dwuwymiarowe) zadanie teorii sprężystości w zastosowaniu do mechaniki górotworu rozwiązał w sposób przybliżony metodą różnic skończonych A. Lisowski [99, 100]. Ten sam autor podał później [101] równania różnicowe dla modelu aproksymowanej półprzestrzeni sprężystej zaproponowanego przez R. Świtkę [135], a w pracy [102] przedstawił sposób ich rozwiązania za pomocą modelowania elektrycznego. Uproszczony model ośrodka sprężystego według Świtki przyjął również w zagadnieniach mechaniki górotworu F. Dymek [48], który uzyskał efektywne rozwiązania zadania płaskiego, osiowo - symetrycznego i przestrzennego dla warstwy. Z kolei autorzy pracy [75] zajmowali się wyznaczeniem zastępczych funkcji materiałowych dla takiego hipotetycznego ośrodka.

Efektywne rozwiązania płaskiego zadania teorii sprężystości w zastosowaniu do mechaniki górotworu różnymi metodami uzyskali: J. Golecki i S. Józkiwicz [70] - półprzestrzeń sprężysta, G. Szefer [129] i F. Dymek [43] - pasko sprężyste.

Zagadnienie nieograniczonego sprężystego klina, mające zastosowanie przy prognozowaniu wpływów eksploatacji pokładów nachylonych, rozwiązał F. Dymek [44].

Zagadnienie osiowo - symetryczne teorii sprężystości, w zastosowaniu do prognozowania wpływów eksploatacji górniczej, rozwiązała G. Szefer [130] - półprzestrzeń sprężysta i F. Dymek [45] - półprzestrzeń oraz warstwa. Podobnym zagadnieniem zajmował się również H. Filcek [52, 53], który wyznaczył ugięcie stropu i ciśnienie górotworu w sąsiedztwie filara szybowego w oparciu o teorię zgięcia płyt na sprężystym podłożu.

Rozwiązania zagadnienia trójwymiarowego teorii sprężystości przynoszą prace D. Berry'ego i T. Salesa [4] oraz F. Dymka [46, 47]. Wymienione prace różnią się warunkami brzegowymi i metodą rozwiązania. W oparciu o przybli-

zoną teorię cienkich płyt zagadnienie trójwymiarowe rozwiązał również M. Salamon [121].

Wśród nielicznych prac dotyczących zjawisk pod eksploatowanym pokładem wymienić trzeba pracę S.Kormana [90], który wyznaczył rozkład naprężeń i energię sprężystą opierając się na teorii Boussinesqa.

Zagadnienie ruchów i naprężeń górotworu potraktowanego jako ośrodek reologiczny także doczekało się już wielu opracowań. Należy wśród nich wyróżnić pionierskie prace J.Litwiniszyna [105] i A.Sałustowicza [122, 124, 125]. J.Litwiniszyn opisuje ruch i naprężenia górotworu jako jednowymiarowego ośrodka kelwinowskiego. Natomiast A.Sałustowicz w swoich pracach traktował górotwór jako ośrodek kolejno: Bingham'a, Kelvina i Maxwella.

Prace A.Sałustowicza i J.Litwiniszyna były kontynuowane i rozwijane przez H.Gila i H.Filcka. H.Filcek zapoczątkował badania reologicznych własności skał karbońskich [54, 55], które później prowadził również A.Kidybiński [76, 77] i Z.Kłeczek [78, 79]. Badania te wykazały, że dla szerokiej grupy skał można przyjąć model reologiczny ciała Poyntinga - Thomsona. W pracy [54] H.Filcek podaje właśnie rozkład naprężeń i przemieszczeń w górotworze wokół wyrobiska o przekroju kołowym w oparciu o równanie stanu ciała Poyntinga - Thomsona. Rozwiązanie H.Filcka było później uogólnione w pracy A.Zajęca [139]. Zagadnieniem wyznaczenia obciążenia obudowy wyrobisk korytarzowych zajmowali się również m.in. M.Chudek i E.Świst [21], którzy rozpatrywali wyrobiska położone na małych głębokościach.

H.Gil w swoich pracach rozpatruje pasmo, początkowo sprężysto - lepkie (kelwinowskie) [58], a następnie pasmo o modelu "standart" [59, 60, 62]. Rozwiązanie z pracy [62] było później uogólnione wspólnie z W. Krajem [63, 65, 66] i przez W.Kraja [93]. Niektóre możliwości praktycznego wykorzystania rozwiązań z prac [63, 65] w zagadnieniu prognozowania tępań były przedstawione w pracach [63, 64, 67]. Najnowsze prace H.Gila, bazujące na rozwiązaniu z pracy [65], dotyczą matematycznego kryterium tąpnięcia oraz wyrzutu gazów i skał [68, 69].

W celu w miarę pełnego omówienia zastosowań reologii w mechanice górotworu należy jeszcze wspomnieć o rozwiązaniach K.Szpunara dotyczących zagadnień jednowymiarowych ugięcia warstwy stropowej nad przestrzenią wybraną i chodnikiem, w których zarówno warstwę stropową jak i pokład potraktowano jako ośrodki sprężysto - lepkie [131, 132].

Podsumowaniu dotychczasowych zastosowań reologii w mechanice górotworu poświęcone są prace D.Krzysztoń [97, 98], która podjęła również próbę zastosowania współczesnej reologii, opartej na teorii materiałów z pamięcią do opisu własności górotworu.

Z najnowszych prac dotyczących rozwiązań zagadnień mechaniki górotworu na gruncie reologii trzeba jeszcze wymienić prace F.Dymka (np. [49]), który kolejno uogólnia swoje wcześniejsze, liczne rozwiązania z zakresu teorii sprężystości na ośrodki o różnych modelach reologicznych korzystając z zasady analogii sprężysto - lepko-sprężystej Alfreya - Lee.

Wszechstronne badania nad zagadnieniem ruchów i naprężeń górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej prowadzone są przez M.Chudka, K.Podgórskiego i Z.Szczepaniaka (m.in. [18], [19, 117]). Prace ich polegają z reguły na ciekawie zaplanowanym eksperymencie, którego wyniki analizowane są metodami właściwymi zarówno dla kierunku pierwszego i drugiego jak i trzeciego.

Do omawianego kierunku badań zaliczymy również prace, w których łączy się pewne zagadnienia mechaniki górotworu z wykorzystaniem teorii szczelin. Wśród nich na szczególną uwagę zasługuje praca J.Litwiniszyna i H.Giła [111], dotyczące problemu propagacji szczelin uskokowych w skorupie ziemskiej pod wpływem eksploatacji górniczej. Praca ta może odegrać istotną rolę w sporze naukowym na temat genezy niektórych tąpnięć i wstrząsów górotworu.

W ostatnich latach obserwuje się silny rozwój przybliżonych metod rozwiązywania zagadnień mechaniki górotworu [137], wśród których wyróżnić należy metodę elementów skończonych [116]. W polskim górnictwie kierunek ten reprezentuje H.Filcek [56] i jego zespół.

W przedstawionym omówieniu trzeciego kierunku badań zaprezentowano przede wszystkim dorobek polskich naukowców. Oczywiście kierunek ten jest również bardzo intensywnie rozwiązywany za granicą. Z bardziej znanych nazwisk można wymienić: J.Astina, Z.Bieniańskiego, D.Berry'ego, W.Cooka, H.Denkhausa, J.Dimova, E.Hoeka, L.Jerszowa, G.Kuzniecowa, G.Marshalla, W.Ortleppa, J.Pretoriusa, M.Salamona i wielu innych.

4.Czwarty kierunek badań, opierający się na tzw. teorii ośrodka stochastycznego, został zapoczątkowany pracami J.Litwiniszyna [104, 106, 107, 110]. Twórca tej teorii, na którą składa się już dzisiaj wiele prac zarówno teoretycznych jak i eksperymentalnych, stwierdził, że metody mechaniki ośrodków ciągłych i uzyskane przy ich pomocy rozwiązania "nie dostarczają jednak wyników dostatecznie dokładnych dla celów praktycznych, w szczególności dla zagadnienia tzw. szkód górniczych" oraz że "Górotwór jest ośrodkiem odznaczającym się wielką niejednorodnością, poprzecinany jest systemami szczelin, uskoków, płaszczyzn kłważu. Na skutek wpływów eksploatacji podziemnej górotwór tworzy w sąsiedztwie eksploatacji makrogruzowisko odpowiadające z pewnym przybliżeniem omawianemu modelowi stochastycznemu" [106].

Teoria ośrodka stochastycznego sprowadza się do równania różniczkowego co pozwala na rozwiązanie różnego rodzaju zagadnień brzeżno - początkowych. Jednym z rozwiązań teorii ośrodka stochastycznego jest rozwiązanie uzyskane innym sposobem w pracy [103].

Do rozwoju teorii ośrodka stochastycznego przyczynili się m.in. J. Bodziony, G.Brauner [15], D.Krzysztoń, J.Maczyński, T.Ryncarz, A.Smolarski i W.Trutwin.

Ciekawy przykład wykorzystania teorii ośrodka stochastycznego stanowi praca H.Giła [61], w której autor rozważa pasmo złożone z dwu warstw - dolnej, stanowiącej ośrodek stochastyczny i górnej - sprężystej. Rozwiązanie to odpowiada sugestiom J.Litwiniszyna, że w górotworze mogą równocześnie



nie występować obszary stochastyczne jak i obszary, w których struktura skał bliższa jest modelom mechaniki ośrodków ciągłych [106] .

### 1.3. Geneza oraz cel i zakres pracy

Punktem wyjścia do wszystkich poszukiwań opisanych w niniejszej pracy stały się badania modelowe nad zjawiskiem ruchów górotworu przy eksploatacji podziemnej, przeprowadzone przez autora w roku 1969. Początkowym celem badań było sprawdzenie zasady superpozycji wpływów przy eksploatacji złóż pokładowych w ośrodku ciągłym i uwarstwionym, co miało stanowić uzupełnienie badań J. Litwiniszyna i zespołu [7, 109], prowadzonych na ośrodku piaskowym. Cel ten wymagał jednak modelu poprzecznie izotropowego, tj. takiego modelu, w którym własności poszczególnych warstw nie zmieniają się w kierunku poziomym, co w praktyce trudne było do osiągnięcia. Dlatego też zaniechano tych badań, do czego przyczynił się fakt, że otrzymano bardzo interesujące wyniki w innym zakresie. Dotyczyły one zmienności promienia zasięgu wpływów głównych  $r$  w górotworze od stropu pokładu do powierzchni oraz rozkładu ruchów poziomych nad eksploatowanym pokładem. Stwierdzono, że w obu tych przypadkach, otrzymane wyniki są niezgodne z istniejącymi poglądami. W związku z tym przystąpiono do poszukiwania teoretycznego i praktycznego potwierdzenia wyników badań modelowych.

Praktyczne potwierdzenie wyników badań modelowych uzyskano, prowadząc własne pomiary w kopalniach oraz wykorzystując wyniki pomiarów prowadzone dla celów ruchowych. Jest ono z konieczności fragmentaryczne (ze względu na oczywiste trudności prowadzenia jakichkolwiek pomiarów wewnątrz górotworu).

Natomiast potwierdzenie teoretyczne uzyskano, rozwiązując w dość szczególny sposób przesłanione równanie równowagi górotworu potraktowanego jako ośrodek sprężysty. Rozwiązanie to polegało na tym, że założono, iż równanie pionowej składowej przemieszczenia w całym obszarze nad eksploatowanym pokładem jest a priori znane, przy czym w rozwiązywaniu szczegółowym przyjęto, że jest to równanie S. Knothe'go, po czym z równań równowagi wyprowadzono wzory na pozostałe dwie składowe przemieszczenia, a następnie minimalizowano błąd spełnienia równań równowagi ze względu na parametry występujące w przyjętym równaniu składowej pionowej przemieszczenia. Otrzymane równania przemieszczeń górotworu, z uwzględnieniem wielkości parametrów minimalizujących błąd spełnienia równań równowagi, dają obraz ruchów górotworu zgodny jakościowo z wynikami badań modelowych.

Oprócz opisu badań modelowych oraz wyników poszukiwań praktycznego i teoretycznego potwierdzenia faktów stwierdzonych w trakcie badań modelowych praca niniejsza zawiera opis oprogramowania maszyny cyfrowej, dotyczący prognozowania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej w oparciu o wzory wyprowadzone w tej pracy jak i wzory teorii S. Knothe'go - W. Budryka oraz wzory teorii T. Kochmańskiego. Przyczyny, dla których rozpoczęto prace nad komputeryzacją prognozowania deformacji górotworu i ich wyniki opisano w tej pracy, są następujące:

- wzory wyprowadzone w niniejszej pracy byłyby zupełnie nieprzydatne bez



pomocy maszyny cyfrowej,

- rokrocznie w przemyśle górnictwym wykonuje się setki analiz, studiów, opracowań i ekspertyz dotyczących projektowania eksploatacji pod obiektami, które wymagają ogromnego nakładu pracy obliczeniowej, wykonywanej przez wysoko kwalifikowanych pracowników,

- górnicze ośrodki obliczeniowe dysponują już odpowiednio szybkimi i pojemnymi maszynami cyfrowymi, umożliwiającymi wykorzystanie opisanych programów.

## 2. NIEKTÓRE WYNIKI BADAŃ MODELOWYCH I POMIARÓW W KOPALNIACH RUCHÓW GÓROTWORU PRZY EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

### 2.1. Badania modelowe

Badania modelowe ruchów górotworu przy eksploatacji podziemnej prowadzono w stoisku badawczym i na modelach zaprojektowanych przez W. Olaszowskiego [115].

Zasadniczymi częściami stoiska badawczego były rama stalowa i zespół 25 przesuwników hydraulicznych służących do obciążania modelu. Rama stoiska pozwalała wykonywać modele o wymiarach 5.0 x 1.2 x 0.2 m.

Recepty na skład materiałów ekwiwalentnych były ustalone na podstawie zaleceń A. Kidybińskiego. Skala modelowania wynosiła 1 : 75. Budulec modelowy stanowiły parafina jako spoiwo oraz piasek drobnoziarnisty - jako wypełniacz. Ponadto do mieszaniny dodawano jeszcze boraksu - w celu zwiększenia oraz kredy - dla zmniejszenia jej gęstości przestrzennej.

Materiał modelowy po podgrzaniu, stopieniu parafiny i wymieszaniu układany był ręcznie warstwami wprost w stoisku badawczym między dwoma równoległymi deskami szalunkowymi zamocowanymi przesuwnie na całej długości stoiska. Po ułożeniu każdej warstwy następowało ręczne ubijanie materiału. Poszczególne warstwy modelu grubości kilkanaście do 40 mm oddzielano cienkimi warstewkami sproszkowanego siarczany cynku. Po wykonaniu modelu pokrywano siecią punktów pomiarowych, zakładanych w odległości 100 mm jeden od drugiego.

Inne szczegóły techniczne dotyczące budowy modeli i samych badań opisane są w pracach [33, 115].

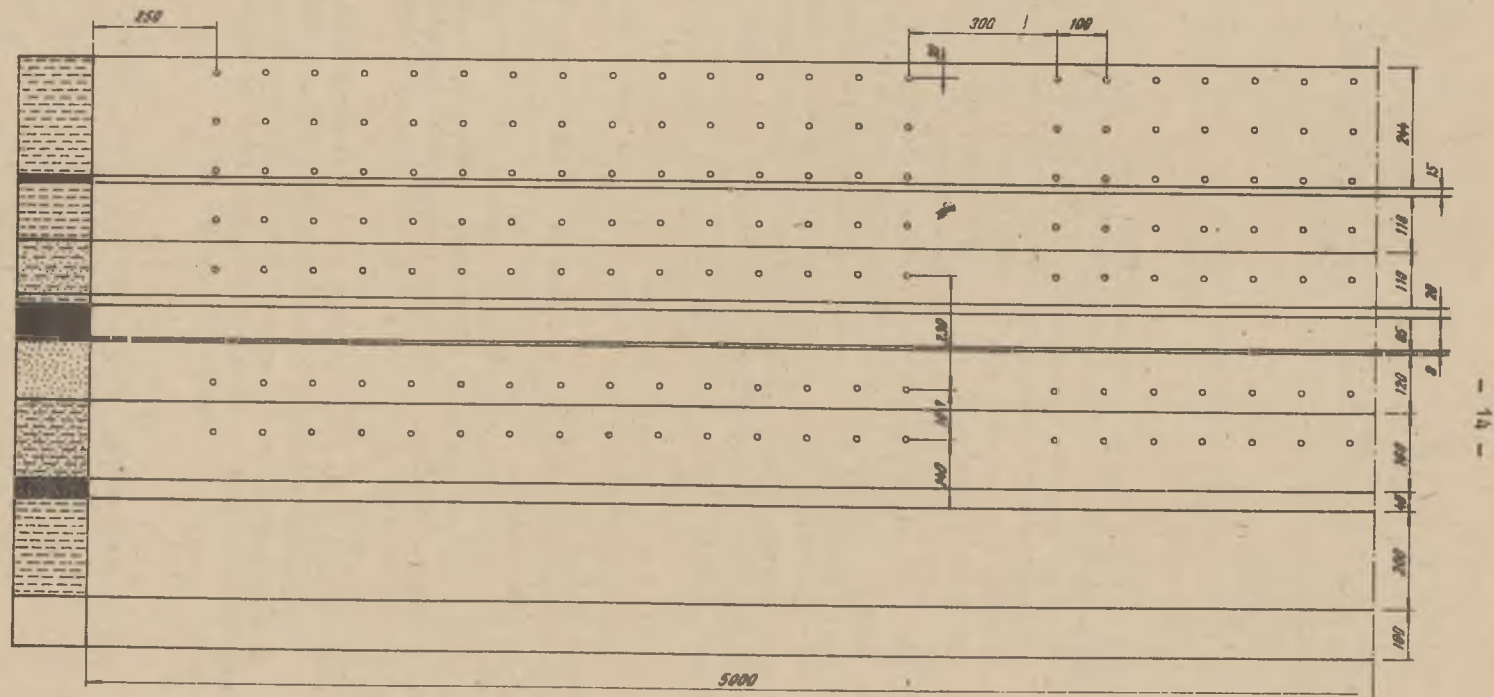
Profil litologiczny oraz schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych na jednym z modeli przedstawiono na rys. 1. W modelu tym "eksploatowano" odcinkami szerokości 20 cm warstwę przyspągową grubości 2 cm najniższego pokładu. Po wybraniu każdego odcinka i odczekaniu kilkunastu do dwudziestu kilku godzin mierzono przemieszczenia wszystkich punktów pomiarowych. Zanotowane obniżenia górotworu modelowego przy kilku stanach eksploatacji pokazano na rys. 2 + 5.

Dla wszystkich siedmiu poziomów pomiarowych i wszystkich stanów eksploatacji wyznaczano parametr  $r$  wzoru S. Knothe'go (3.14). Parametr ten wyznaczano przy pomocy programu EDG4 omówionego w rozdziale 4.5 pracy z warunkiem na minimum funkcji (4.47). Następnie przystąpiono do wyznaczenia zależności  $r(z)$ . Stwierdzono, że zamiast zależności typu:

$$r(z) = c \left( \frac{z}{h} \right)^k, \quad (2.1)$$

przyjętej przez W. Budryka [16], należy przyjąć bardziej ogólną zależność typu:

$$r(z) = c \left( \frac{z + z_0}{h + z_0} \right)^k, \quad (2.2)$$



Rys. 1 Profil litologiczny górotworu modelowego i schemat rozmieszczenia punktów pomiarowych na modelu

gdzie:

$h$  - głębokość pokładu

$z$  - pionowa odległość rozpatrywanego poziomu od stropu pokładu,

$c, k, z_0$  - parametry.

Parametry wzoru (2.2) wyznaczone z warunku na minimum sumy kwadratów odchyleń:

$$B(c, k, z_0) = \sum_{i=1}^n \left[ c \left( \frac{z_i + z_0}{h + z_0} \right)^k - r_i \right]^2, \quad (2.3)$$

gdzie:

$n$  - liczba poziomów pomiarowych,

$z_i$  - odległość od stropu pokładu  $i$ -tego poziomu pomiarowego,

$r_i$  - wielkość promienia zasięgu wpływów wyznaczona dla  $i$ -tego poziomu pomiarowego.

Ponieważ wyznaczenie minimum funkcji (2.3) jest efektywnie niewykonalne, dlatego opracowano do tego celu program o nazwie POL4. Wyniki obliczeń według tego programu przedstawione są w formie wykresowej na rys. 2 i 5. Z rysunków wynika, że w każdym przypadku parametr  $k$  jest istotnie mniejszy od jedności, a tym samym różni się znacznie od wielkości analogicznego parametru teorii ruchów poziomych górotworu W. Budryka. W teorii W. Budryka wielkość tego parametru, uzyskana na drodze rozważań geometrycznych w oparciu o założenie, że górotwór nie podlega odkształceniom objętościowym, jest zależna od tak zwanego kąta wpływów głównych i wynosi:

$$k = \sqrt{2\pi} \operatorname{tg} \beta \quad (2.4)$$

a tym samym jest znacznie większa od jedności. W wyniku późniejszych badań eksperymentalnych, przeprowadzonych na modelach piaskowych przez D. Krzysztoń [95], stwierdzono wartość  $k$  nieznacznie mniejszą od jedności, w związku z czym w obliczeniach przyjmowano  $k = 1$  [85]

Należy tu dodać, że wartość parametru  $k$  odgrywa istotną rolę m.in. przy obliczaniu pionowego odkształcenia rury szybowej.

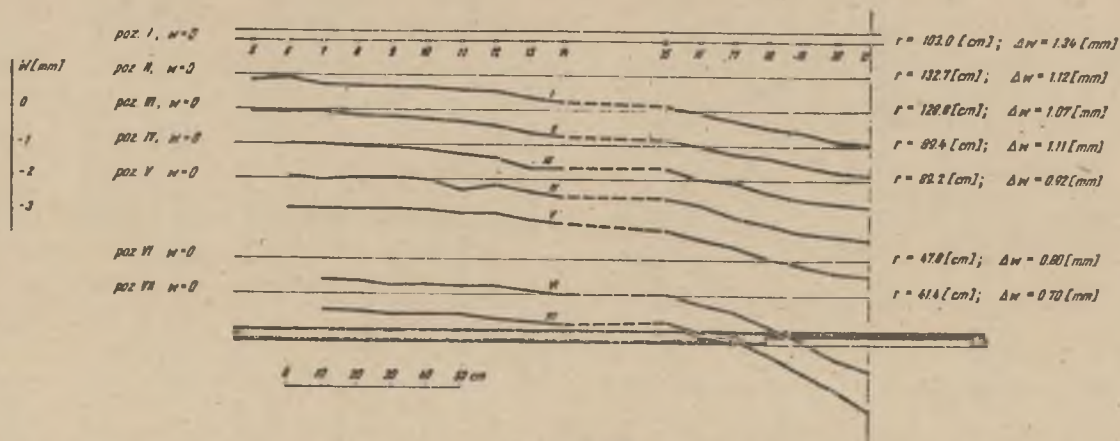
Dalsze interesujące wyniki, otrzymane w przeprowadzonych badaniach modelowych, dotyczą rozkładu ruchów poziomych nad eksploatowanym pokładem. Na rysunkach 6-8 pokazano rozkłady składowej poziomej przemieszczenia dla trzech stanów eksploatacji. Cechy charakterystyczne tych rozkładów są następujące:

- istnieje w górotworze pewna linia, wzdłuż której przemieszczenie pionowe wynosi zero. Powyżej tej linii ruch górotworu odbywa się w kierunku osi symetrii eksploatacji, a poniżej w kierunku odwrotnym. Przybliżony przebieg linii zerowych przemieszczeń wykreślono na rysunkach 6 - 8 linią przerywaną,

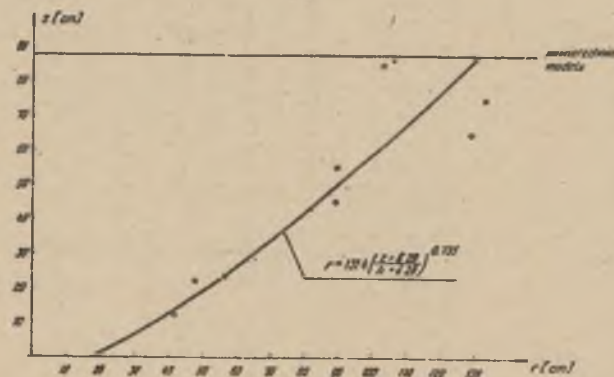
- w przeciwieństwie do ruchów pionowych, dla których istnieje pewien zasięg wpływów, rosnący w miarę oddalania się od pokładu, dla ruchów poziomych zasięg wpływów wydaje się być niezależny od odległości danego poziomu od eksploatowanego pokładu.

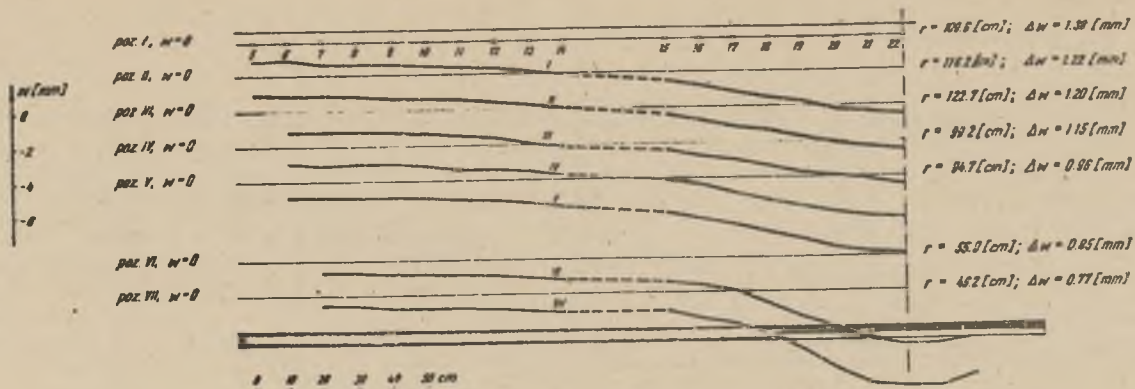
Oba przytoczone wyżej fakty są niezgodne ze stosowanymi powszechnie w praktyce całkowitymi teoriami ruchów górotworu przy eksploatacji górnosiej.



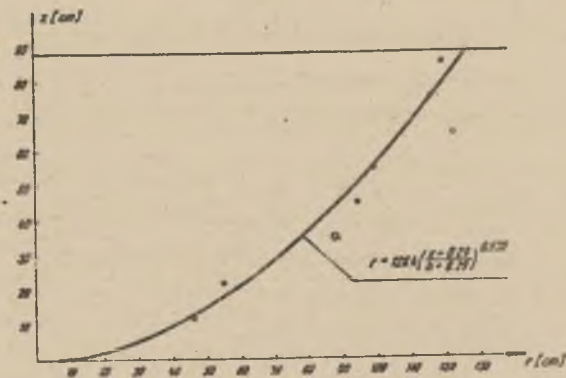


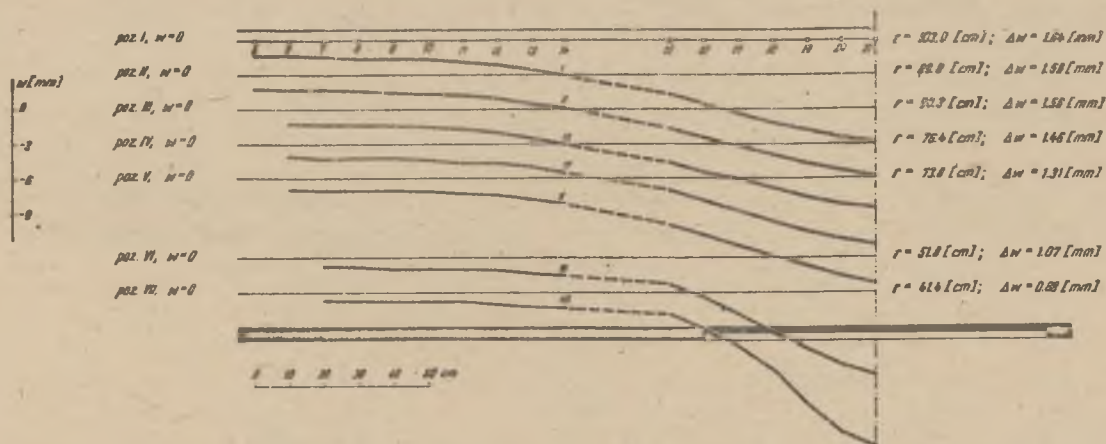
Rys. 2 Obniżenia gardłowcu modelowego i zależność  $r(z)$  przy szerokości wybrania 60 cm.



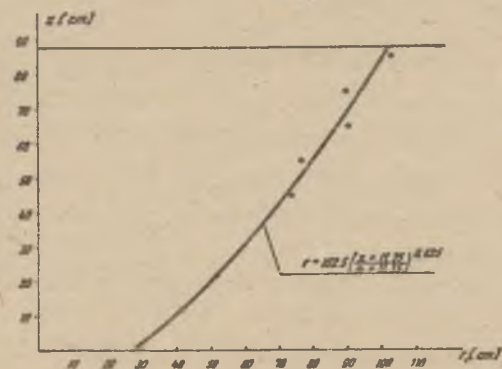


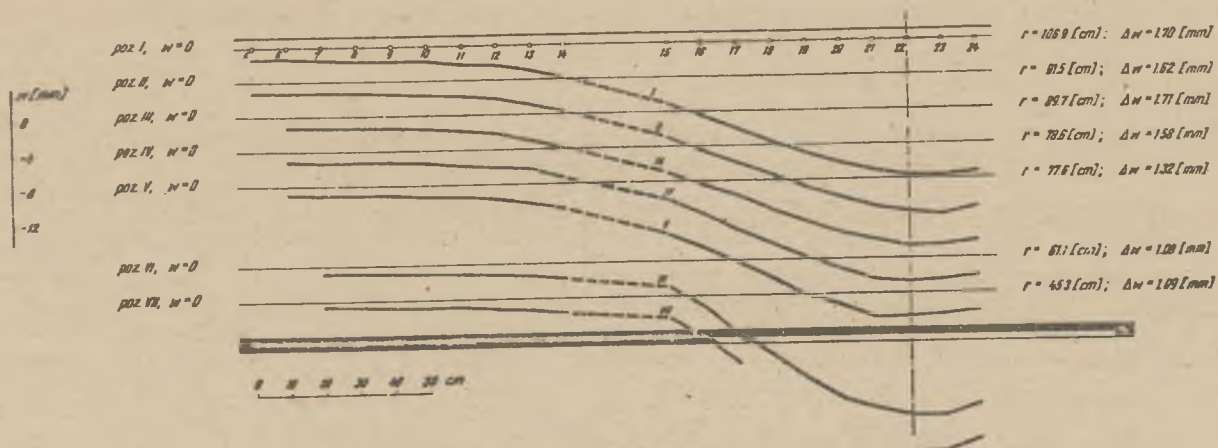
Rys. 3. Obniżenia gorotworu modelowego i zależność  $r(z)$  przy szerokości wybrania 80 cm.



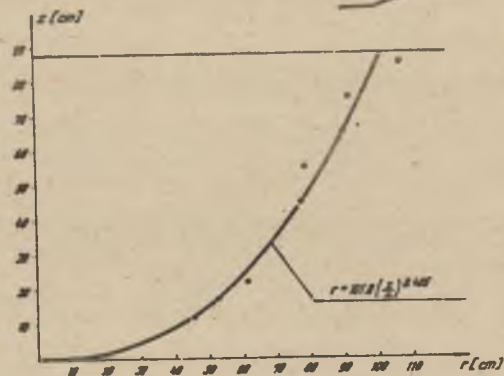


Rys. 4. Obniżenia górnotworu modelowego i zależność  $r(z)$  przy szerokości wybrania 100 cm.

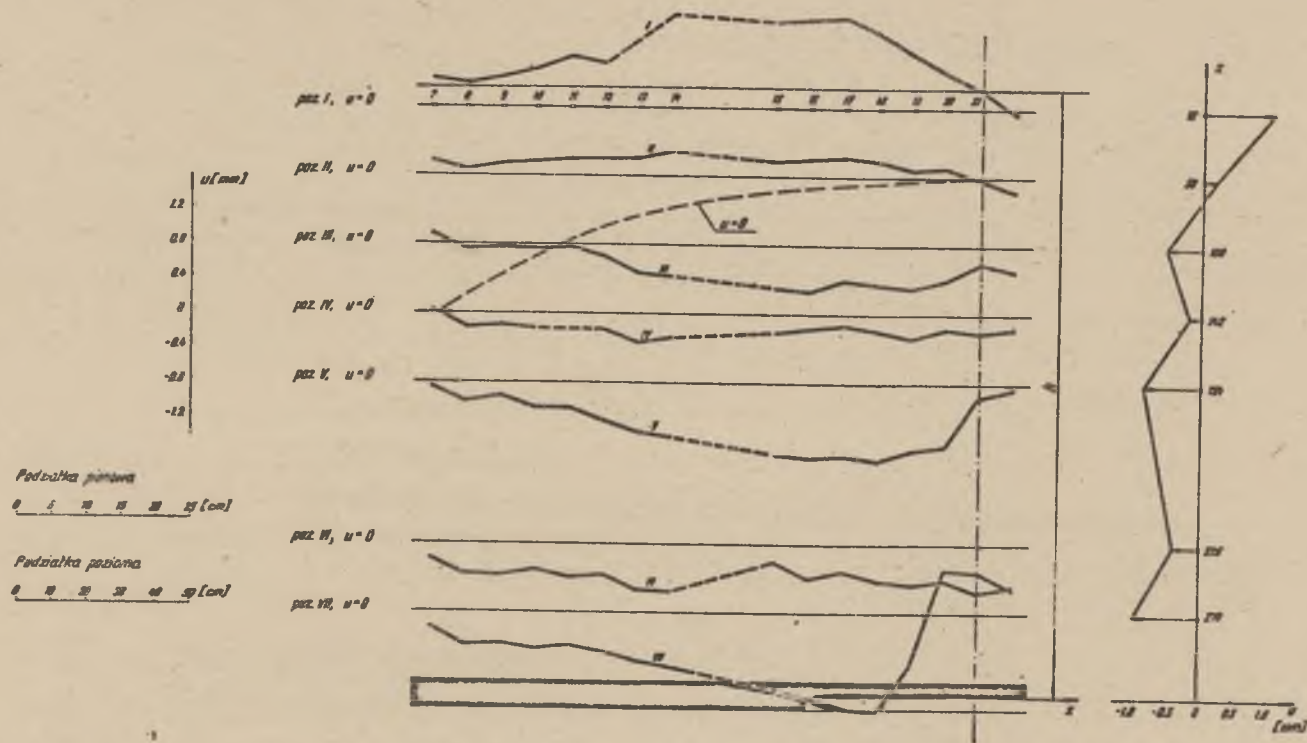




Rys. 5. Obniżenia gerotworu modelowego i zależność  $r(z)$  przy szerokości wybrania 120 cm.

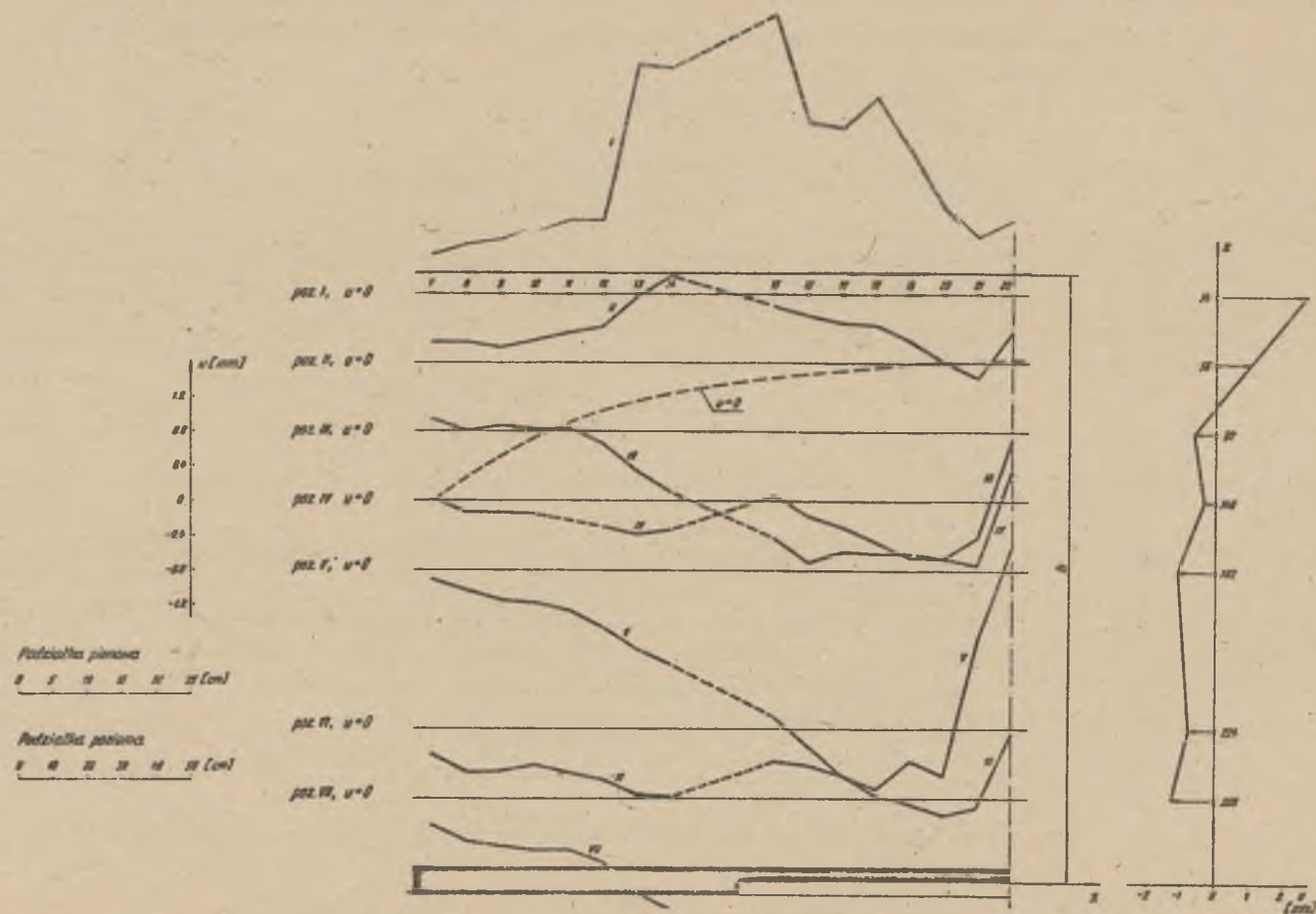






Rys. 6. Przesunięcia poziome górotworu modelowego i linie zerowych przesunięć poziomych przy szerokości wybrania 100 cm<sub>k</sub>





Rys. 8. Przeszczenia poziome górotworu modelowego i linia zerowych przeszczeń poziomych przy szerokości wybrania 140 cm

Istnienie linii zerowych przemieszczeń poziomych w górotworze na niedużej głębokości oraz różnych kierunków przemieszczenia powyżej i poniżej tej linii stwierdził już S. Awierszyn [1,2] na podstawie badań modelowych i pomiarów w kopalniach, a na drodze teoretycznej podobny efekt uzyskali autorzy pracy [137]. W. Budryk konstruując swoją teorię ruchów poziomych początkowo brał pod uwagę ten fakt, w końcowych jednak wzorach nie uwzględnił go. Nie wziął go również pod uwagę T. Kochmański.

## 2.2. Pomiary w kopalniach

W celu przynajmniej fragmentarycznego, praktycznego sprawdzenia opisanych wyżej wyników badań laboratoryjnych poszukiwano odpowiednich wyników pomiarów prowadzonych w kopalniach dla celów ruchowych oraz przeprowadzono pewne własne pomiary.

Dla wyznaczenia zależności  $r(z)$  według wzoru (2.2) potrzebne byłyby wyniki pomiarów niecek osiadania na co najmniej trzech poziomach w górotworze. Wyniki takie byłoby jednak trudno znaleźć. Natomiast dość często prowadzi się pomiary na dwóch poziomach. Z konieczności musi to więc wystarczyć, przy czym liczbę nieznanonych parametrów trzeba ograniczyć do dwu, czyli przyjąć zależność  $r(z)$  w postaci (2.1).

W celu wyznaczenia wartości wykładnika  $k$  we wzorze (2.1) przeprowadzono obliczenia dla dwóch kopalń, które prowadziły pomiary niecek osiadania na dwóch poziomach, przy czym dane dla jednej z nich zaczerpnięto z literatury radzieckiej [118]. Były to kopalnie "Nowy Wirek" i kopalnia im. Kirowa w Zagłębiu Donieckim.

Kopalnia "Nowy Wirek" prowadząc eksploatację pokładu 409 w filarze ochronnym dla ul. Thälmana obserwowała wpływy tej eksploatacji w przekopie na poz. 165 m i na powierzchni, co odpowiadało odległościom  $z_1 = 110$  m i  $z_2 = 270$  m od pokładu.

Na podstawie obliczeń wykonanych przy pomocy programu EDG4 otrzymano dla tych poziomów  $r_1 = 86.5$  m i  $r_2 = 134.5$  m. Rozwiązując odpowiednie równania wynikające ze wzoru (2.1) otrzymuje się:

$$k = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{z_2}{z_1}} = 0.466$$

W kopalni im. Kirowa prowadzono pomiary obniżek górotworu z tytułu eksploatacji pokładu Bieriestowskiego na poziomach  $z_1 = 140$  m i  $z_2 = 280$  m nad pokładem, przy czym pomiary miały tę zaletę, że obie linie pomiarowe leżały dokładnie w jednej płaszczyźnie pionowej. Z obliczeń według programu EDG4 otrzymano  $r_1 = 67.7$  m i  $r_2 = 94.9$  m, a stąd na podstawie powyższego wzoru otrzymuje się  $k = 0.487$ .

Przytoczone przykłady świadczą niewątpliwie o tym, że również w górotworze rzeczywistym wykładnik  $k$  wzoru (2.1) lub (2.2) jest istotnie mniejszy od jedności.



Pomiary przeprowadzone we własnym zakresie [33] miały na celu sprawdzenie, czy w pokładzie przed frontem ściany zachodzi ruch górotworu w kierunku calizny, jakby to wynikało z rozkładu ruchów poziomych górotworu modelowego. W związku z tym ograniczono się do pomiarów odkształceń, ponieważ chodziło o stwierdzenie faktu, czy przed czołem ściany występują poziome ściskania, co świadczyłoby właśnie o ruchu górotworu w kierunku calizny.

Pomiary przeprowadzono w następujących kopalniach:

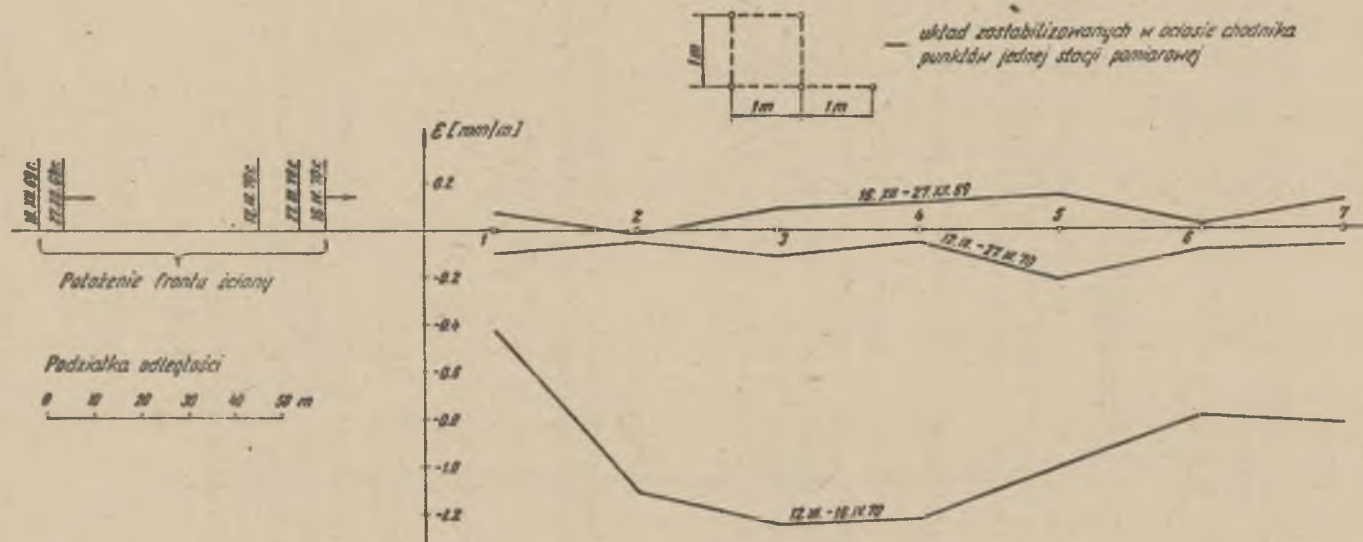
- "Knurów" - pokład 615N - chodnik nadścianowy na poziomie 550m (XII.1969 - IV.1970),
- "Szczygłowice" - pokład 351 - chodnik podścianowy na poziomie 350m (XII.1969 - II.1970).

W chodniku przed czołem ściany, na odciosie przylegającym do wybieranego ścianą piętra pokładu, założono 7 stacji pomiarowych w odległości 30m jedna od drugiej. Stacja pomiarowa składała się z zacementowanych w otworach 5 prętów metalowych rozmieszczonych jak na rysunku 9. Przy pomocy przyrządu, w skład którego wchodził czujnik zegarowy, mierzono względne przesunięcia sąsiednich prętów, będące miarą średniego odkształcenia na odcinku od jednego do drugiego pręta. Jedna stacja dawała możliwość trzech pomiarów odkształcenia poziomego i dwóch - odkształcenia pionowego. Z pomiarów tych obliczano średnią wielkość odkształcenia poziomego i pionowego dla danej stacji.

W pomiarach brak jest niestety ciągłości, ponieważ dwukrotnie w trakcie zjazdów na dół kopalni czujnik przyrządu pomiarowego ulegał uszkodzeniu, a po zamontowaniu nowego czujnika traciło się możliwość nawiązania do poprzednich pomiarów.

Niektóre wyniki pomiarów odkształceń poziomych górotworu pokazano na rysunku 9. Rysunek ten dowodzi, że w pokładzie przed frontem ściany odkształcenia poziome górotworu są odkształceniami ścisającymi, co świadczy o ruchu górotworu w kierunku calizny.

1+7 - kolejne stacje pomiarowe w chodniku



Rys. 9. Przyrosty poziomych odkształceń górotworu w pokładzie 615 N kop. Knurów w chodniku nadścianowym przed frontem ściany w wyszczególnionych odstępach czasu,

### 3. ROZWIĄZANIA PŁASKIEGO I PRZESTRZENNEGO ZADANIA LINIOWEJ TEORII SPRĘŻYSTOŚCI W ZASTOSOWANIU DO MECHANIKI GÓROTWORU PRZY ZAŁOŻENIU, ŻE ZNANE JEST RÓWNANIE PRZEMIESZCZEŃ PIONOWYCH GÓROTWORU

#### 3.1. Wprowadzenie. Metoda rozwiązania

Rozwiązania równań teorii sprężystości będziemy poszukiwać wykorzystując do tego celu metodę minimalizacji całkowej pozostałości kwadratowej [25,28], stosowaną do rozwiązywania zagadnień wariacyjnych i równań różniczkowych.

Omówimy pokrótce założenia tej metody na przykładzie równania różniczkowego zwykłego

$$f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0; \quad a \leq x \leq b,$$

w którym funkcja  $y = y(x)$  ma spełniać określone ograniczenia (warunki początkowe, brzegowe, węzłowe itd.). Założymy, że znana jest funkcja spełniająca wymagane ograniczenia, która w przybliżeniu (jakościowo) opisuje proces określony powyższym równaniem różniczkowym. Niech funkcją tą będzie:

$$z = z(x, P_1, P_2, \dots, P_m),$$

gdzie:

$P_1, \dots, P_m$  - parametry.

Wtedy dla uzyskania przybliżonego rozwiązania danego równania różniczkowego należy wyznaczyć minimum całkowej pozostałości kwadratowej

$$K(P_1, P_2, \dots, P_m) = \int_a^b [f(x, z, z', \dots, z^{(n)})]^2 dx$$

ze względu na parametry  $P_1, \dots, P_m$ .

#### 3.2. Wariant płaski - wzory ogólne

Rozpatrujemy górotwór znajdujący się w płaskim stanie odkształcenia pod wpływem wyeksploatowania nieskończonej długości pasa poziomego pokładu (rysunek 10). Przypisując górotworowi cechę liniowej sprężystości, jednorodność i izotropowość oraz nieważkość możemy ten stan górotworu opisać przemieszczeniowymi równaniami równowagi:

$$\begin{aligned} (\lambda + G) \frac{\partial \psi}{\partial x} + G \nabla^2 u &= 0 \\ (\lambda + G) \frac{\partial \psi}{\partial z} + G \nabla^2 w &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

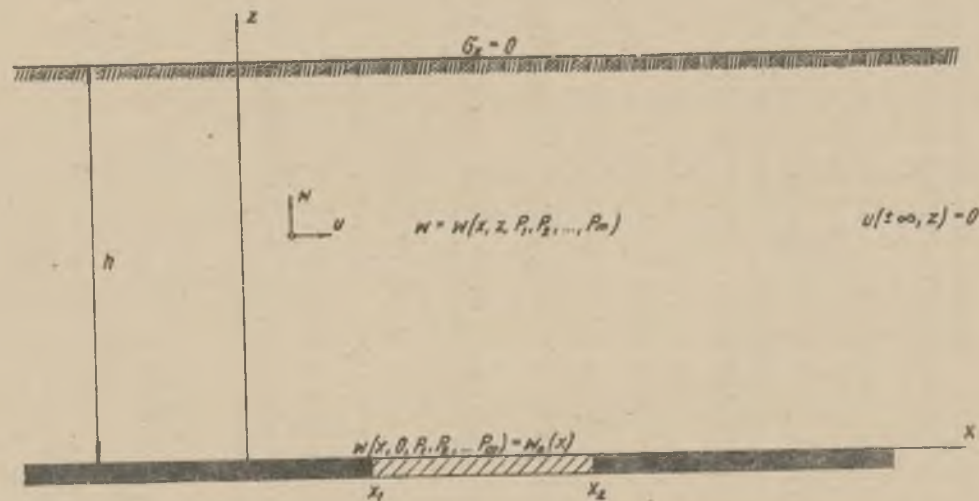
gdzie:

$\lambda, G$  - stałe Lamégo,

$u, w$  - pozioma i pionowa składowa przemieszczenia

$$\psi = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}.$$





Rys. 10 Górótwór w płaskim stanie odkształcenia. Warunki przyjęte w rozwiązaniu

Układ równań (3.1) chcemy rozwiązać nakładając na funkcje  $u(x, z)$  i  $w(x, z)$  określone ograniczenia wynikające z sytuacji przedstawionej na rys. 10.

Zakładamy przede wszystkim, że znana jest postać funkcji opisującej przemieszczenia pionowe górotworu w całym paśmie nad pokładem

$$w = w(x, z, P_1, \dots, P_m) \quad (3.2)$$

gdzie:

$P_1, \dots, P_m$  - parametry o nieznanym wielkościach.

Ponadto zakładamy, że znany jest przebieg funkcji (3.2) w stropie pokładu:

$$w(x, 0, P_1, \dots, P_m) = w_0(x) \quad (3.3)$$

Dla rozwiązania równań (3.1) z uwzględnieniem warunków (3.2) i (3.3) potrzebne są jeszcze dwa ograniczenia, z których jedno jest zdeterminowane przez przyjętą metodę rozwiązania. Jest nim warunek:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} u(x, z) = A(z) \quad (3.4)$$

W danym przypadku będziemy oczywiście przyjmować:

$$A(z) \equiv 0. \quad (3.5)$$

Natomiast drugie ograniczenie można wybrać na kilka sposobów. Przyjmujemy tu warunek:

$$\sigma_z(x, h) = B(x) \equiv 0, \quad (3.6)$$

gdzie:

$\sigma_z$  - pionowe naprężenie normalne.

Dla rozwiązania układu równań (3.1) przy podanych warunkach przekształcamy drugie z tych równań do postaci:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = - \frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{G}{\lambda + G} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

gdzie:

$$\frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 - \nu),$$

$$\frac{G}{\lambda + G} = 1 - 2\nu,$$

$\nu$  - liczba Poissona,

Otrzymane równanie dwukrotnie całkujemy uzyskując kolejno:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon_x = -2(1 - \nu) \frac{\partial w}{\partial z} - (1 - 2\nu) \int \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dz + C'(x) \quad (3.7)$$

$$u = -2(1-\nu) \int \frac{\partial w}{\partial z} dx - (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial x} dz + C(x) + D(z) \quad (3.8)$$

Przy przekształcaniu równania (3.7) do postaci (3.8) oraz przy dalszych przekształcaniach zakładamy odpowiednią regularność funkcji

$$w = w(x, z, P_1, \dots, P_m),$$

pozwalającą na zmianę kolejności całkowania i na różniczkowanie pod znakiem całki.

Przyjęcie równania przemieszczeń poziomych górotworu w postaci (3.8) zapewnia tożsamościowe spełnienie drugiego z równań równowagi (3.1). Natomiast pierwsze z tych równań będzie spełnione z pewnym błędem, zależnym od parametrów  $P_1, \dots, P_m$ . Błąd ten można zminimalizować wyznaczając uprzednio, niewiadome funkcje  $C(x)$  i  $D(z)$  z warunków (3.4), (3.5) i (3.6).

Funkcję  $D(x)$  wyznacza się z warunku (3.6) na podstawie uogólnionego prawa Hooke'a, otrzymując:

$$C(x) = (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial z} dz \Big|_{z=h} - \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \int \frac{\partial w}{\partial x} dx \Big|_{z=h} \quad (3.9)$$

Funkcję  $D(z)$  wyznacza się znając funkcję  $C(x)$ , z warunku (3.4) i (3.5). Otrzymujemy stąd:

$$D(z) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left[ 2(1-\nu) \int \frac{\partial w}{\partial z} dx + (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial x} dz - C(x) \right] \quad (3.10)$$

Z uwagi na dalsze potrzeby, założymy w tym miejscu, że funkcje  $u$  i  $w$  oraz ich pochodne względem  $x$  i  $z$  posiadają transformatę Fouriera względem  $x$ . Ponadto przyjmujemy, że wśród funkcji pierwotnych funkcji  $u$  i  $w$  względem  $x$  i  $z$  istnieją zawsze takie, które posiadają transformatę Fouriera względem  $x$ , co oznacza, że istnieje zawsze taka stała całkowania nieoznaczonego, która zapewnia istnienie transformaty Fouriera względem  $x$ . W dalszym ciągu przez symbol całki nieoznaczonej z danej funkcji będziemy rozumieć tylko taką funkcję, która posiada transformatę Fouriera względem  $x$ .

W świetle poczynionych założeń będzie:

$$D(z) \equiv 0. \quad (3.11)$$

Podstawiając funkcje (3.2) i (3.8) z uwzględnieniem (3.9) i (3.11) do lewej strony pierwszego z równań równowagi (3.1) otrzymuje się błąd jego spełnienia zależny od postaci funkcji (3.2):

$$L(x, z, P_1, \dots, P_m) = \frac{-G(\lambda+2G)}{\lambda+G} \left( 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \int \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} dx + \int \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} dz - \int \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} dz \Big|_{z=h} + \frac{1-\nu}{\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \Big|_{z=h} \right), \quad (3.12)$$

Średni błąd kwadratowy spełnienia tego równania jest całką kwadratu błędu po rozpatrywanym obszarze nad polem:

$$F/P_1, \dots, P_m / = \int_0^h dz \int_{-\infty}^{+\infty} L^2 dx. \quad (3.13)$$

Rozwiązanie postawionego uprzednio zadania sprowadza się w ten sposób do wyznaczenia minimum funkcji  $F$  ze względu na parametry  $P_1, \dots, P_m$ , co prowadzi do układu równań:

$$\frac{\partial F}{\partial P_i} = 2 \int_0^h dz \int_{-\infty}^{+\infty} L \frac{\partial L}{\partial P_i} dx = 0; \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Dokładność tego rozwiązania będzie zależać od przyjętej postaci funkcji (3.2); w szczególności może to być rozwiązanie dokładne, co oznaczałoby, że:

$$\min F(P_1, \dots, P_m) = 0$$

Jeśli chodzi o warunki brzegowe, których w tej pracy się nie rozpatruje, a które spotyka się w innych pracach, to albo można je spełnić kosztem tych które są tutaj uwzględnione, albo też możliwość ich spełnienia powinna tkwić w przyjętej postaci funkcji  $w(x, z, P_1, \dots, P_m)$ .

### 3.3. Wariant płaski - wzory otrzymane po przyjęciu równania przemieszczeń pionowych górotworu według S.Knothe'go

W przypadku płaskim, pokazanym na rys. 10, równanie przemieszczeń pionowych punktów górotworu można przyjąć w następującej postaci (na podstawie [80, 103]):

$$w(x, z) = -w_{\max} \frac{\frac{x_2 - x}{r}}{\frac{x_1 - x}{r}} e^{-x t^2} dt, \quad (3.14)$$

gdzie:

$$w_{\max} = a \cdot g,$$

$a$  - współczynnik zależny od sposobu kierowania stropem,

$g$  - grubość pokładu,

$r$  - tzw. promień zasięgu wpływów głównych;  $r = r(z)$ .

Parametr  $r$ , wprowadzony w teorii S.Knothe'go, związany jest z parametrem teorii J.Litwiniszyna zależnością:

$$r = 2\sqrt{\kappa \xi}$$

Odnosnie parametrów  $r$  i  $\xi$  W.Budryk przyjął, że są one zależne od współrzędnej  $z$  według wzoru (2.1)

$$r = 2\sqrt{\kappa \xi} = o\left(\frac{z}{h}\right)^k$$

gdzie:

$o$  - wielkość promienia zasięgu wpływów głównych na powierzchni terenu,

$k$  - parametr.



Z powyższego wzoru wynika, że

$$r(0) = \xi(0) = 0$$

Dla celów niniejszej pracy uogólnimy nieco hipotezę W. Budryka, przyjmując zgodnie z doświadczeniem, że

$$r(0) \geq 0 \quad \text{ i } \quad \xi(0) \geq 0 \quad (3.15)$$

Warunki powyższe będzie spełniał wzór (2.2):

$$r = 2\sqrt{\pi\xi} = c\left(\frac{z+z_0}{h+z_0}\right)^k,$$

gdzie:

$c$  i  $k$  są nieznanymi parametrami.

Wielkość  $z_0$  jest też nieznaną, ale można ją wyrazić przez parametry  $c$  i  $k$ . Mianowicie, zgodnie z założeniem (3.3), przyjmujemy, że przebieg obniżenia stropu pokładu określony jest równaniem (3.14) przy znanej wielkości promienia zasięgu wpływów:

$$r(0) = r_0. \quad (3.16)$$

Stąd:

$$z_0 = \frac{h\left(\frac{r_0}{c}\right)^{1/k}}{1 - \left(\frac{r_0}{c}\right)}. \quad (3.17)$$

Parametr  $k$  wzoru (2.2) ma tutaj nieco inny sens aniżeli analogiczny parametr wzoru W. Budryka między innymi dlatego, że będzie on wyznaczony na zupełnie innej drodze.

Na podstawie wzoru (3.8) wyprowadzamy równanie przemieszczeń posłonych górotworu, odpowiadające przyjętemu równaniu przemieszczeń pionowych (3.14). Trudniejsze problemy związane z wyprowadzeniem omówione są w dodatku nr 1. Tu podamy tylko gotowy wzór w postaci najbardziej dogodnej do numerycznego obliczenia występujących w nim całek przy pomocy maszyny cyfrowej:

$$\begin{aligned} \frac{u(x, z)}{w_{\max}} = & - \left[ \frac{2(1-\nu)}{2\pi} \frac{dr}{dz} + (1-2\nu) \frac{k}{1-k} \frac{dz}{dr} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] + \\ & + \left[ - \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{ck}{2\pi h} + (1-2\nu) \frac{H}{(1-k)c} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - (1-2\nu) \frac{2\pi k^2}{(1-k)(3k-1)} \frac{dz}{dr} \left[ \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] + \\
 & + (1-2\nu) \frac{2\pi k H}{(1-k)(3k-1)c} \left[ \left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2} - \left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2} \right] - \\
 & - (1-2\nu) \frac{4\pi^2 k H}{(1-k)(3k-1)c} \left[ \left| \frac{x_2-x}{c} \right|^{\frac{1}{k}-1} \left| \frac{x_2-x}{r} \right| \int_{\left| \frac{x_2-x}{c} \right|}^{\left| \frac{x_2-x}{r} \right|} t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt - \right. \\
 & \left. - \left| \frac{x_1-x}{c} \right|^{\frac{1}{k}-1} \left| \frac{x_1-x}{r} \right| \int_{\left| \frac{x_1-x}{c} \right|}^{\left| \frac{x_1-x}{r} \right|} t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt \right], \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

gdzie:  
 $H = h + z_0.$

Krócej i w sposób bardziej dogodny dla różniczkowania powyższy wzór można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned}
 \frac{u(x,z)}{w_{\max}} &= \left[ 2(1-\nu) \frac{dr}{dz} - (1-2\nu) \frac{2\pi k}{3k-1} \frac{dz}{dr} \right] \int_{\frac{x_1-x}{r}}^{\frac{x_2-x}{r}} s e^{-\pi s^2} ds + \\
 & + \left[ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{ck}{H} + (1-2\nu) \frac{2\pi H}{(3k-1)c} \right] \int_{\frac{x_1-x}{c}}^{\frac{x_2-x}{c}} s e^{-\pi s^2} ds - \\
 & - (1-2\nu) \frac{4\pi^2 H}{(3k-1)c} \int_{\frac{x_1-x}{c}}^{\frac{x_2-x}{c}} \left( \frac{\operatorname{sgn} s}{|s|^{2-1/k}} \int_{|s|}^{\frac{c}{r}|s|} t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt \right) ds, \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

### 3.4. Wyznaczenie występujących we wzorach parametrów poprzez minimalizację całkowitego błędu kwadratowego spełnienia równań teorii sprężystości

Jak już powiedziano, przy stosowanej metodzie rozwiązania równań teorii sprężystości (3.1), spełnione jest dokładnie drugie z tych równań. Błąd spełnienia pierwszego z równań (3.1) otrzymany podstawiając odpowiednie pochodne funkcji (3.14) do wzoru (3.12). W ten sposób błąd będzie funkcją współrzędnych  $(x, z)$  oraz parametrów  $\alpha$  i  $k$  o nieznanym wielkościach:

$$\begin{aligned} \frac{L(x, z, c, k)}{w_{\max}} \cdot \frac{\lambda + G}{G(\lambda + 2G)} = & \left[ \frac{2kM}{r} - \frac{k(1-k)(2-k)M^3}{2\pi} r - \right. \\ & \left. - \frac{2\pi}{(3k-1)Mr^3} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] + \\ & + \left( 3k^2 M^3 r - \frac{4\pi k M}{r} \right) \left[ \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] - \\ & - 2\pi k^3 M^3 r \left[ \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^4 e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^4 e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] + \\ & + \frac{4\pi^2 (2k-1)H}{(3k-1)kc^3} \left[ \left| \frac{c}{x_2-x} \right|^{3-1/k} \int_{\left| \frac{x_2-x}{c} \right|}^{\left| \frac{x_2-x}{r} \right|} t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt - \right. \\ & \left. - \left| \frac{c}{x_1-x} \right|^{3-1/k} \int_{\left| \frac{x_1-x}{c} \right|}^{\left| \frac{x_1-x}{r} \right|} t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt \right] + \\ & + \left[ \frac{2\pi H}{c^3 (3k-1)} + \frac{Nk}{cH} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2} \right] - \end{aligned}$$

$$= \frac{2\pi N k}{cH} \left[ \left( \frac{x_2 - x}{c} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{c} \right)^2} - \left( \frac{x_1 - x}{c} \right)^2 e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{c} \right)^2} \right], \quad (3.20)$$

gdzie:

$$H = \frac{1}{H} \left( \frac{c}{r} \right)^{1/k},$$

$$r = c \left( \frac{z + z_0}{H} \right)^k,$$

$$H = h + z_0,$$

$$z_0 = \frac{h \left( \frac{r_0}{c} \right)^{1/k}}{1 - \left( \frac{r_0}{c} \right)^{1/k}},$$

$r_0$  - znana wielkość promienia zasięgu wpływów w stropie pokładu,

$$H = \frac{\lambda + 2G}{\lambda} = \frac{1 - \nu}{\nu}$$

Całkowy błąd kwadratowy spełnienia pierwszego z równań (3.1), który w dalszym ciągu będziemy nazywać funkcją błędu, należy obliczać jako całkę kwadratu błędu  $L$  po obszarze pasma górotworu nad pokładem (wzór 3.13):

$$F(c, k) = \int_0^h \left( \int_{-\infty}^{+\infty} L^2 dx \right) dz. \quad (3.21)$$

Przedstawioną poniżej funkcję błędu wyprowadzono jednak przy pewnych uproszczeniach. W pierwszym rzędzie przyjęto, że  $x_2 = 0$  i  $x_1 \rightarrow -\infty, \infty$  odpowiada założeniu, że dokonana eksploatacja ma kształt półpłaszczyzny. Przy tym uproszczeniu wyprowadzono wzór określony całką (3.21), po czym przeanalizowano wpływ poszczególnych parametrów na wartość funkcji  $F$ , co pozwoliło odrzucić pewne człony jako "małe". Ostatecznie otrzymano wzór [33]:

$$\left[ \frac{(\lambda + G)h}{G(\lambda + 2G)w_{\max}} \right]^2 \frac{F(d, k)}{\sqrt{2}} = \frac{k}{2(3k-1)(k+1)} \left[ -3k^3 + 14k^2 - 15k + 4 + \right. \\ \left. + (5k^2 - 5k + 2) \cdot K(k) \right] \frac{q}{p} + \frac{k^2(145k^4 - 396k^3 + 508k^2 - 288k + 64)}{64\pi^2(5-3k)} q^5 p^3 +$$



$$+ \frac{2\pi^2}{(3k-1)^2(5k-3)(5k-2)} \left[ -27k^2 + 18k - 3 + (4k^2+k-1) K(k) \right] \frac{1}{q^3 p^5} +$$

$$+ \frac{k^2(5k^2+6k-8)}{4\pi(3-k)} q^3 p + \frac{2\pi k}{(3k-1)^2} \left[ 9k-3-2k K(k) \right] \frac{1}{q p^3}, \quad (3.22)$$

gdzie:

$$p = \frac{r_0}{h},$$

$$q = \left( \frac{d}{p} \right)^{1/k} - 1,$$

$$d = \frac{c}{h},$$

$$K(k) = 64\sqrt{2}\pi^3 \int_0^\infty s^{1+1/k} e^{-\pi s^2} \left( \int_0^s t^{4-1/k} e^{-\pi t^2} dt \right) ds.$$

Wielkości  $d = c/h$  i  $k$ , określające minima funkcji błędu  $F(d, k)$  przy różnych wielkościach bezwymiarowego promienia zasięgu wpływów w stropie pokładu  $p = \frac{r_0}{h}$ , przedstawiono w tablicy 1. Wielkości te wyznaczone przy mocy maszyny cyfrowej z dokładnością lepszą niż  $10^{-5}$ .

Tablica 1

Wielkości  $d$  i  $k$  wyznaczone z warunku na minimum funkcji błędu  $F(d, k)$  przy różnych wielkościach bezwymiarowego promienia zasięgu wpływów w stropie pokładu  $p$

$p = \frac{r_0}{h}$	$d = \frac{c}{h}$	$k$
0.001	0.262	$k = \text{const} = 0.66466$
0.005	0.449	
0.01	0.567	
0.02	0.716	
0.025	0.772	
0.03	0.821	
0.04	0.906	
0.05	0.978	
0.06	1.041	
0.07	1.098	
0.08	1.150	
0.09	1.198	
0.10	1.243	
0.11	1.285	
0.12	1.325	
0.13	1.363	
0.14	1.399	
0.15	1.436	

Ciekawy i nieoczekiwany wynik otrzymano jeśli chodzi o parametr  $k$ . Okazało się bowiem, że dla górotworu potraktowanego jako ośrodek liniowo - sprężysty wielkość  $k$  jest stała, niezależna od parametru wyjściowego  $p$  i równa 0.665, czyli istotnie mniejsza od jedności. Przypomnijmy, że z badań modelowych opisanych w rozdziale 2 otrzymano wielkości  $k$  z przedziału 0.405 - 0.735, a z pomiarów w naturze  $k = 0.466 \pm 0.487$ .

Parametr  $d = c/h$ , jak oczekiwano, jest zmienny i rośnie wraz ze wzrostem bezwymiarowego promienia zasięgu wpływów w stropie pokładu  $p = r_0/h$ .

Ze względu na potrzeby opisanych w dalszej części pracy programów dla maszyny cyfrowej zależność między wielkościami  $p$  i  $d$  z tablicy 1 opisano uproszczonym wzorem:

$$p = d (1 - e^{-ad^b}) \quad (3.23)$$

Przy pomocy metody najmniejszych kwadratów (program BD02) otrzymano:

$$a = 0.0548$$

$$b = 1.96189$$

$$\sigma_r = 6 \cdot 10^{-5} \quad (\text{reszkowe odchylenie standardowe}),$$

### 3.5. Wariant przestrzenny - wzory ogólne

Rozpatrujemy przypadek eksploatacji pokazany na rys. 11. Przyjmując, jak poprzednio, że górotwór jest ośrodkiem liniowo - sprężystym, jednorodnym i izotropowym oraz nieważkim, możemy opisać stan górotworu przemienicznymi równaniami równowagi:

$$\begin{aligned} (\lambda + G) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + G \nabla^2 u &= 0, \\ (\lambda + G) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + G \nabla^2 v &= 0, \\ (\lambda + G) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + G \nabla^2 w &= 0, \end{aligned} \quad (3.24)$$

gdzie:

$\lambda, G$  - stałe Lamégo,

$u, v, w$  - składowe przemieszczenia odpowiednio w kierunku osi  $x, y$  i  $z$ ,

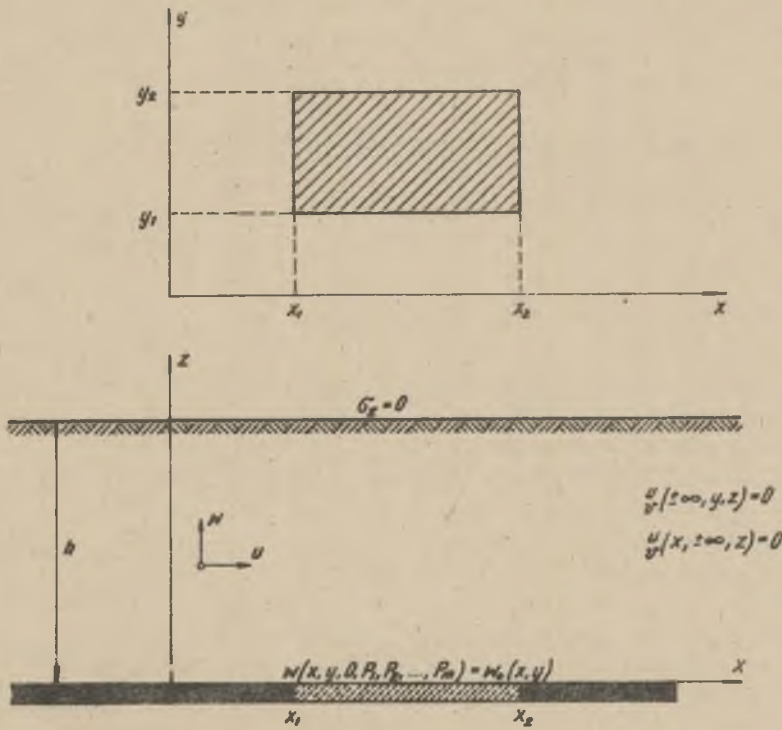
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Na funkcje  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$  i  $w(x, y, z)$  nakładamy ograniczenia analogiczne do ograniczeń przyjętych w przypadku płaskim. Zakładamy przede wszystkim, że znana jest postać funkcji opisującej przemieszczenia pionowe górotworu w całym obszarze nad pokładem

$$w = w(x, y, z, P_1, \dots, P_m) \quad (3.25)$$

gdzie:

$P_1, \dots, P_m$  - parametry o nieznanach wielkościach.



Rys. II Wariant przestrzenny rozpatrywanego zagadnienia



Rys. 12 Eksploatacja w kształcie wycinka koła, dla której podano w tekście pełny zestaw wzorów

Zakładamy również, że znany jest przebieg funkcji (3.25) w stropie pokładu

$$w(x, y, 0, p_1, \dots, p_m) = w_0(x, y) \quad (3.26)$$

Jako trzecie i ostatnie ograniczenie przyjmujemy:

$$\left. \sigma_z / x, y, z \right|_{z=h} = 0, \quad (3.27)$$

gdzie:

$\sigma_z$  - pionowe naprężenie normalne.

Odnosząc funkcji  $u, v$  i  $w$  zakładamy, że funkcje te oraz ich pochodne posiadają transformaty Fouriera względem  $x$  i  $y$ . Zakładamy również, że wśród ich funkcji pierwotnych względem  $x$  i  $y$  istnieją takie, które posiadają transformatę Fouriera względem  $x$  i  $y$ . W dalszym ciągu, z uwagi na niejednoznaczność całkowania nieoznaczonego, przez całkę nieoznaczoną względem  $x$  lub  $y$  będziemy rozumieć tylko taką funkcję, która posiada transformatę Fouriera względem  $x$  i  $y$ .

Z uwagi na przyjętą w następnym punkcie postać funkcji (3.25) wygodnie jest posłużyć się, odmienną od zazwyczaj stosowanej, definicją transformaty Fouriera. Przez transformaty Fouriera funkcji  $f_1(x)$  i  $f_2(y)$  względem odpowiednio  $x$  i  $y$  oraz łączną, dwuwymiarową transformatę Fouriera funkcji  $f(x, y)$  względem  $x$  i  $y$  będziemy tu rozumieć [14]:

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \mathcal{F}_x(f_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) e^{-2\pi i x s} dx \\ F_2(t) &= \mathcal{F}_y(f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(y) e^{-2\pi i y t} dy \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$F(s, t) = \mathcal{F}_{xy}(f) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2\pi i (xs + yt)} dx dy,$$

a transformaty odwrotne będziemy obliczać następująco:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \mathcal{F}_x^{-1}(F_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(s) e^{2\pi i x s} ds \\ f_2(y) &= \mathcal{F}_y^{-1}(F_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(t) e^{2\pi i y t} dt \\ f(x, y) &= \mathcal{F}_{xy}^{-1}(F) = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(s, t) e^{2\pi i (xs + yt)} ds dt. \end{aligned} \quad (3.29)$$



Przystępując do wyznaczenia funkcji  $u$  i  $v$  z równań (3.24) przy założeniu, że funkcja  $w$  jest znana, różniczkujemy pierwsze z tych równań przez  $y$  a drugie przez  $x$  i odejmujemy je stronami otrzymując:

$$\frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 u = \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 v.$$

Przy założeniu ciągłości występujących w otrzymanym wzorze pochodnych, możemy odwrócić kolejność operatorów różniczkowania

$$\frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 \text{ oraz } \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2$$

$$\nabla^2 \frac{\partial u}{\partial y} = \nabla^2 \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Widać stąd, że pochodne  $\frac{\partial u}{\partial y}$  i  $\frac{\partial v}{\partial x}$  mogą różnić się co najwyżej o stałą, a ponieważ założyliśmy istnienie ich transformat Fouriera, więc:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (3.30)$$

Na podstawie wzoru (3.30) oraz poczynionych wyżej założeń przyjmujemy:

$$u = \int \frac{\partial v}{\partial x} dy \text{ oraz } v = \int \frac{\partial u}{\partial y} dx. \quad (3.31)$$

Przekształcamy teraz kolejno trzecie z równań równowagi (3.24):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} = - \frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{G}{\lambda + G} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = - 2(1-\nu) \frac{\partial w}{\partial z} - (1-2\nu) \int \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dz + C_1(x, y),$$

gdzie:

$C_1(x, y)$  - pewna funkcja wynikająca z całkowania nieoznaczonego względem  $z$ .

Wzór powyższy transformujemy obustronnie, stosując dwuwymiarową transformatę Fouriera:

$$2\pi i \left[ s \mathcal{F}_{xy}(u) + t \mathcal{F}_{xy}(v) \right] =$$

$$= -2(1-\nu) \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) + (1-2\nu) 4\pi^2 (s^2+t^2) \mathcal{F}_{xy} \left( \int w dz + C_2(x,y) \right). \quad (3.32)$$

Na podstawie drugiego ze związków (3.31) oraz założeń odnośnie istnienia transformaty funkcji pierwotnych, wzór (3.32) doprowadzamy do postaci:

$$\mathcal{F}_{xy}(u) = -2(1-\nu) \frac{1}{2\pi i} \frac{s}{s^2+t^2} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (1-2\nu) \mathcal{F}_{xy} \left( \int \frac{\partial w}{\partial x} dz + C_3(x,y) \right),$$

a stąd:

$$u = -2(1-\nu) \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{s}{2\pi i (s^2+t^2)} \left[ \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial w}{\partial z} e^{-2\pi i (xs+yt)} dx dy \right] e^{2\pi i (xs+yt)} ds dt -$$

$$- (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial x} dz + C(x,y).$$

W przypadku korzystania z pierwszego ze związków (3.31) przy przekształceniu wzoru (3.32) otrzymalibyśmy wzór na składową  $v$  przemieszczenia. Wzory na obie szukane składowe napiszemy ostatecznie w następującej postaci:

$$u = -2(1-\nu) \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{s}{2\pi i (s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial x} dz + C(x,y) \right)$$

$$v = -2(1-\nu) \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{t}{2\pi i (s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial y} dz + D(x,y) \right). \quad (3.33)$$

Występujące we wzorach (3.33) funkcje  $C$  i  $D$  wyznaczamy na podstawie uogólnionego prawa Hooke'a z warunku (3.27). Należy przy tym zwrócić uwagę, że ze względu na symetrię wzorów (3.33) między funkcjami  $C$  i  $D$  zachodzi związek analogiczny do (3.30):

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial D}{\partial x}$$

Uwzględniając ten fakt łatwo otrzymujemy:

$$C(x,y) = - \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{s}{2\pi i(s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \Big|_{z=h} + (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial x} dz \Big|_{z=h} \quad (3.34)$$

$$D(x,y) = - \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{t}{2\pi i(s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \Big|_{z=h} + (1-2\nu) \int \frac{\partial w}{\partial y} dz \Big|_{z=h} .$$

Wzory (3.33) zapewniają tożsamościowe spełnienie trzeciego z równań równowagi (3.24). Pierwsze dwa natomiast będą spełnione z pewnym błędem, zależnym od postaci funkcji (3.25). Podobnie jak w przypadku płaskim, błąd ten należałoby zminimalizować ze względu na parametry  $P_1, \dots, P_m$ , tkwiące w funkcji (3.25). Zagadnienia tego nie będziemy jednak rozwijać, ponieważ założyliśmy liniowość ośrodka, a więc niezależność jego własności od stanu odkształcenia, czyli w danym przypadku od zakresu wybrania pokładu. Wielkości parametrów  $P_1, \dots, P_m$ , wyznaczone dla przypadku płaskiego, powinny więc minimalizować również błąd spełnienia równań (3.24).

### 3.6. Wariant przestrzenny - wzory otrzymane po przyjęciu równania przemieszczeń pionowych górotworu według S.Knothego

#### 3.6.1. Wzory dotyczące eksploatacji w kształcie prostokąta

W przypadku eksploatacji pokazanej na rys.11 równanie przemieszczeń pionowych według S.Knothego [80] można zapisać w postaci:

$$w(x,y,z) = -w_{max} \int_{\frac{x_1-x}{r}}^{\frac{x_2-x}{r}} e^{-\pi \xi^2} d\xi \int_{\frac{y_1-y}{r}}^{\frac{y_2-y}{r}} e^{-\pi \eta^2} d\eta. \quad (3.35)$$

Odnosząc do funkcji  $r = r(z)$  przyjmujemy wzór (2.2), stanowiący uogólnienie hipotezy W.Budryka [16].

$$r = r_0 \left( \frac{z+z_0}{h+z_0} \right)^k .$$

Na podstawie wzorów (3.33) wyprowadzamy równania składowych  $u$  i  $v$  przemieszczenia. Trudniejsze zagadnienia związane z wyprowadzeniem omówione są w dodatkach nr 2 i 3.

Równania składowych  $u$  i  $v$  przemieszczenia w postaci najbardziej dogodnej do obliczeń numerycznych przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned} \frac{u(x, y, z)}{w_{\max}} = & \left[ -\frac{2(1-\nu)}{2\pi} \frac{dr}{dz} + (1-2\nu) \frac{k}{2k-1} \frac{dz}{dr} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - \right. \\ & - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \left. \right] \frac{y_2-y}{\frac{y_1-y}{r}} \int_{\frac{y_1-y}{r}}^{\frac{y_2-y}{r}} e^{-\pi \eta^2} d\eta - \left[ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{kc}{2\pi H} + (1-2\nu) \frac{H}{(2k-1)c} \right] \cdot \\ & \cdot \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2} \right] \frac{y_2-y}{\frac{y_1-y}{c}} \int_{\frac{y_1-y}{c}}^{\frac{y_2-y}{c}} e^{-\pi \eta^2} d\eta + \\ & + (1-2\nu) \frac{2\pi H}{(2k-1)c} \int_{\frac{y_1-y}{c}}^{\frac{y_2-y}{c}} \left[ \frac{1}{\left( \sqrt{\left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2 + \eta^2} \right)^{2-1/k}} \frac{\frac{c}{r} \sqrt{\left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2 + \eta^2}}{\int \frac{\mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu}{\sqrt{\left( \frac{x_2-x}{c} \right)^2 + \eta^2}}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\left( \sqrt{\left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2 + \eta^2} \right)^{2-1/k}} \frac{\frac{H}{r} \sqrt{\left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2 + \eta^2}}{\int \frac{\mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu}{\sqrt{\left( \frac{x_1-x}{c} \right)^2 + \eta^2}}} \right] d\eta \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{v(x, y, z)}{w_{\max}} = & \left[ -\frac{2(1-\nu)}{2\pi} \frac{dr}{dz} + (1-2\nu) \frac{k}{2k-1} \frac{dz}{dr} \right] \left[ e^{-\pi \left( \frac{y_2-y}{r} \right)^2} - \right. \\ & - e^{-\pi \left( \frac{y_1-y}{r} \right)^2} \left. \right] \frac{x_2-x}{\frac{x_1-x}{r}} \int_{\frac{x_1-x}{r}}^{\frac{x_2-x}{r}} e^{-\pi \eta^2} d\eta - \left[ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{kc}{2\pi H} + (1-2\nu) \frac{H}{(2k-1)c} \right] \cdot \end{aligned}$$



$$\cdot \left[ e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{c} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{c} \right)^2} \right] \int_{\frac{x_1 - x}{c}}^{\frac{x_2 - x}{c}} e^{-\pi \xi^2} d\xi +$$

$$+ (1-2\nu) \frac{2\pi H}{(2k-1)c} \int_{\frac{x_1 - x}{c}}^{\frac{x_2 - x}{c}} \left| \frac{1}{\left( \sqrt{\xi^2 + \left( \frac{y_2 - y}{c} \right)^2} \right)^{2-1/k}} \frac{\int_{\frac{y_1 - y}{c}}^{\frac{y_2 - y}{c}} \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu}{\sqrt{\xi^2 + \left( \frac{y_2 - y}{c} \right)^2}} \right|$$

$$- \frac{1}{\left( \sqrt{\xi^2 + \left( \frac{y_1 - y}{c} \right)^2} \right)^{2-1/k}} \frac{\int_{\frac{y_1 - y}{c}}^{\frac{y_2 - y}{c}} \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu}{\sqrt{\xi^2 + \left( \frac{y_1 - y}{c} \right)^2}} \Bigg| d\xi$$

gdzie:

$$H = h + z_0.$$

Z uwagi na dalsze potrzeby pierwszy ze wzorów (3.36) podamy jeszcze w innej postaci, która ilustruje przekształcenia, jakie należy dokonać celem uogólnienia wzorów (3.36):

$$\frac{u(x, y, z)}{v_{\max}} = 2(1-\nu) \frac{dz}{dz} \int_{\frac{x_1 - x}{c}}^{\frac{x_2 - x}{c}} d\xi \int_{\frac{y_1 - y}{c}}^{\frac{y_2 - y}{c}} \xi e^{-\pi(\xi^2 + \eta^2)} d\eta +$$

$$+ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{kc}{H} \int_{\frac{x_1 - x}{c}}^{\frac{x_2 - x}{c}} d\xi \int_{\frac{y_1 - y}{c}}^{\frac{y_2 - y}{c}} \xi e^{-\pi(\xi^2 + \eta^2)} d\eta -$$

$$- (1-2\nu) \frac{2\pi H}{kc} \int_{\frac{x_1-x}{c}}^{\frac{x_2-x}{c}} d\xi \int_{\frac{y_1-y}{c}}^{\frac{y_2-y}{c}} \left[ \frac{\xi}{(\sqrt{\xi^2 + \eta^2})^{4-1/k}} \right]_{\frac{H}{c} \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}^{\mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2}} d\eta \quad (3.37)$$

Wzór powyższy umożliwia przejście do najbardziej ogólnej postaci, która pozwoli obliczać przemieszczenia poziome i pochodne wskaźniki deformacji przy eksploatacji o dowolnym kształcie.

### 3.6.2. Uogólnienie wzorów na eksploatację o dowolnym kształcie

Równania składowych  $u$  i  $v$  przemieszczenia, dotyczące eksploatacji o dowolnym kształcie, otrzymuje się prawie bezpośrednio ze wzorów (3.36) i (3.37) w tym celu dokonujemy podstawienia:

$$\xi = \frac{s-x}{r}, \quad \eta = \frac{t-y}{r} \quad (\text{lub: } \xi = \frac{s-x}{c}, \quad \eta = \frac{t-y}{c}),$$

dzięki czemu we wzorach wystąpi całkowanie po obszarze prostokąta eksploatacji, które na podstawie twierdzenia o całce jako addytywnej funkcji obszaru możemy zastąpić całkowaniem po dowolnym obszarze  $P$  eksploatacji. W wyniku wskazanych przekształceń otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{v(x,y,z)}{w_{\max}} &= 2(1-\nu) \frac{dr}{dz} \frac{1}{r^3} \iint_P (s-x) e^{-\pi[(s-x)^2 + (t-y)^2]/r^2} ds dt + \\ &+ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{k}{Hc^2} \iint_P (s-x) e^{-\pi[(s-x)^2 + (t-y)^2]/c^2} ds dt - \\ &- (1-2\nu) \frac{2\pi H}{kc^{1/k}} \iint_P \left[ \frac{s-x}{(\sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2})^{4-1/k}} \int_{\frac{1}{c} \sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2}}^{\frac{1}{r} \sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2}} \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu \right] ds dt \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{v(x,y,z)}{w_{\max}} &= 2(1-\nu) \frac{dr}{dz} \frac{1}{r^3} \iint_P (t-y) e^{-\pi[(s-x)^2 + (t-y)^2]/r^2} ds dt + \\ &+ \frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{\nu} \frac{k}{Hc^2} \iint_P (t-y) e^{-\pi[(s-x)^2 + (t-y)^2]/c^2} ds dt - \end{aligned}$$

$$= (1-2\nu) \frac{2\pi H}{kc^{1/k}} \iint_P \left[ \frac{t-y}{(\sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2})^{4-1/k}} \int \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu \right] \frac{1}{\sqrt{(s-x)^2 + (t-y)^2}} ds dt$$

gdzie:

P - obszar eksploatacji.

Równanie składowej pionowej przemieszczenia, dotyczące eksploatacji o dowolnym kształcie, otrzymujemy przekształcając analogicznie jak wyżej wzór (3.35) [27, 103]

$$w(x, y, z) = - \frac{w_{\max}}{r^2} \iint_P e^{-\pi[(s-x)^2 + (t-y)^2]/r^2} ds dt \quad (3.39)$$

Przytoczone równania (3.38) i (3.39) wykorzystamy w następnym punkcie opracowania, w którym wyprowadzimy wzory na wszystkie interesujące nas wskaźniki deformacji górotworu przy eksploatacji w kształcie wycinka kołowego.

### 3.6.3. Wzory dotyczące eksploatacji w kształcie wycinka koła

W wielu praktycznych zagadnieniach obliczeniowych korzystanie ze wzorów (3.38), (3.39) i ich pochodnych jest bardzo pracochłonne. W większości zastosowań praktycznych wygodnie jest korzystać ze wzorów dotyczących eksploatacji w kształcie wycinka kołowego, pokazanej na rys. 12. Poniżej podajemy pełny zestaw wzorów dotyczących punktu  $x = y = 0$  z rys. 12, które wykorzystano w programach dla maszyny cyfrowej, omówionych w dalszej części opracowania. Wzory te wyprowadzono na podstawie wzorów (3.38) i (3.39) stosując kolejno następujące przekształcenia:

- obliczenie odpowiedniej pochodnej względem  $x$  lub  $y$  (nie dotyczy wzorów na składowe przemieszczenia),
- podstawienie  $x = y = 0$ ,
- podstawienie  $s = \varrho \cos \varphi$ ,  $t = \varrho \sin \varphi$
- o Jakobianie  $J = \varrho$ ,
- wykonanie całkowania po obszarze P określonym nierównościami:

$$0 \leq \varrho \leq R,$$

$$0 \leq \varphi \leq \alpha.$$

Zanim przytoczymy wzory wynikające z przeprowadzonych przekształceń, przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$A(z) = w_{\max} \frac{1-\nu}{2\pi} \frac{dz}{dz}$$

$$B(z) = w_{\max} (1-2\nu) \frac{dz}{dz}$$

$$E(a) = a e^{-\pi a^2}$$

$$F(a) = \int_0^a e^{-\pi \mu^2} d\mu = E(a)$$

$$I(a) = \pi a^2 e^{-\pi a^2}$$

$$K(a) = 1 - e^{-\pi a^2}$$

$$I(a) = K(a) - I(a)$$

$$M(a) = 2a I(a)$$

$$N(a) = \frac{1}{a^{1-1/k}} \int_0^a \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu.$$

Po przyjęciu przytoczonych oznaczeń interesujące nas wskaźniki deformacji górotworu wyrażają się wzorami (symbolem  $K_a$  opatrzone dwa wzory, które były podane wcześniej przez S.Knothe [80,82,85]) :

Składowe przemieszczenia -

$$u = Q \cdot \sin \alpha$$

$$v = Q \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (3.40)$$

$$(K_n) \quad w = -w_{\max} \frac{\alpha}{2\pi} K\left(\frac{R}{r}\right),$$

gdzie:

$$Q = 2A(z) F\left(\frac{R}{r}\right) + \frac{1-2\nu}{\nu} A(h) F\left(\frac{R}{c}\right) -$$

$$- \frac{k}{1-k} \left\{ B(z) \left[ 2\pi K\left(\frac{R}{r}\right) - F\left(\frac{R}{r}\right) \right] - B(h) \left[ 2\pi K\left(\frac{R}{c}\right) - F\left(\frac{R}{c}\right) \right] \right\}.$$

Składowe nachylenia niecki osiadania -

$$T_x = - \frac{w_{\max}}{r} F\left(\frac{R}{r}\right) \sin \alpha,$$

$$T_y = - \frac{w_{\max}}{r} F\left(\frac{R}{r}\right) (1 - \cos \alpha). \quad (3.41)$$

Składowe odkształcenia poziomego -

$$\begin{aligned} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = & 2 \frac{A(z)}{r} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot I\left(\frac{R}{r}\right) - \alpha I\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\ & + \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot I\left(\frac{R}{c}\right) - \alpha I\left(\frac{R}{c}\right) \right] - \\ & - \frac{B(z)}{r} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{r}\right) - \alpha S\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{B(h)}{c} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{c}\right) - \alpha S\left(\frac{R}{c}\right) \right] \\
 \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = & -2 \frac{A(z)}{r} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot L\left(\frac{R}{r}\right) + \alpha I\left(\frac{R}{r}\right) \right] - \\
 & - \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot L\left(\frac{R}{c}\right) + \alpha I\left(\frac{R}{c}\right) \right] + \\
 & + \frac{B(z)}{r} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{r}\right) + \alpha S\left(\frac{R}{r}\right) \right] - \\
 & - \frac{B(h)}{c} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{c}\right) + \alpha S\left(\frac{R}{c}\right) \right] \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \delta_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = & \sin^2 \alpha \left[ 2 \frac{A(z)}{r} L\left(\frac{R}{r}\right) + \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c} L\left(\frac{R}{c}\right) - \right. \\
 & \left. - \frac{B(z)}{r} Q\left(\frac{R}{r}\right) + \frac{B(h)}{c} Q\left(\frac{R}{c}\right) \right],
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$S(a) = \frac{K K(a)}{a},$$

$$Q(a) = \frac{1}{2k-1} \left[ k \cdot K(a) - (4k-1) S(a) \right].$$

Odształcenie pionowe -

$$(Kn) \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{w_{\max}}{r} \frac{dr}{dz} \alpha \left( \frac{R}{r} \right)^2 \cdot e^{-\pi R^2/r^2}. \quad (3.43)$$

Krzywizny przekrojów pionowych i skrócenie geodezyjne niecki osiadania z uproszczeniami jak w pracach [29, 30, 74, 80]

$$\begin{aligned}
 K_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = & \frac{w_{\max}}{r^2} \left[ - \sin \alpha \cos \alpha \cdot L\left(\frac{R}{r}\right) + \alpha I\left(\frac{R}{r}\right) \right] \\
 K_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = & \frac{w_{\max}}{r^2} \left[ \sin \alpha \cos \alpha \cdot L\left(\frac{R}{r}\right) + \alpha I\left(\frac{R}{r}\right) \right] \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

$$K_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = - \frac{w_{\max}}{r^2} \sin^2 \alpha \cdot L\left(\frac{R}{r}\right).$$

Składowe krzywizny poziomej

z uproszczeniami jak w pracach [32, 112]

$$\begin{aligned}
 k_x = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = & 2 \frac{A(z)}{r^2} \left[ \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot F\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha) M\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c^2} \left[ \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot F\left(\frac{R}{c}\right) - \frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha) M\left(\frac{R}{c}\right) \right] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{B(z)}{r^2} \left[ \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha) S\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{B(h)}{c^2} \left[ \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{c}\right) - \frac{1}{3} (1 - \cos^3 \alpha) S\left(\frac{R}{c}\right) \right] \\
 -k_y = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = & 2 \frac{A(z)}{r^2} \left[ -\sin \alpha \cos^2 \alpha \cdot F\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cdot M\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c^2} \left[ -\sin \alpha \cos^2 \alpha \cdot F\left(\frac{R}{c}\right) - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cdot M\left(\frac{R}{c}\right) \right] - \\
 & - \frac{B(z)}{r^2} \left[ -\sin \alpha \cos^2 \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cdot S\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{B(h)}{c^2} \left[ -\sin \alpha \cos^2 \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{c}\right) - \frac{1}{3} \sin^3 \alpha \cdot S\left(\frac{R}{c}\right) \right] \\
 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = & 2 \frac{A(z)}{r^2} \left[ -\sin^3 \alpha \cdot F\left(\frac{R}{r}\right) - \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha\right) M\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{1-2\nu}{\nu} \frac{A(h)}{c^2} \left[ -\sin^3 \alpha \cdot F\left(\frac{R}{c}\right) - \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha\right) M\left(\frac{R}{c}\right) \right] - \\
 & - \frac{B(z)}{r^2} \left[ -\sin^3 \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{r}\right) - \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha\right) S\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{B(h)}{c^2} \left[ -\sin^3 \alpha \cdot Q\left(\frac{R}{c}\right) - \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2 \alpha\right) S\left(\frac{R}{c}\right) \right] \quad (3.45) \\
 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = & 2 \frac{A(z)}{r^2} \left[ - (1 - \cos^3 \alpha) F\left(\frac{R}{r}\right) + \left(-\frac{2}{3} + \cos \alpha - \frac{1}{3} \cos^3 \alpha\right) M\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{1-2\nu}{\nu} \left[ - (1 - \cos^3 \alpha) F\left(\frac{R}{c}\right) + \left(-\frac{2}{3} + \cos \alpha - \frac{1}{3} \cos^3 \alpha\right) M\left(\frac{R}{c}\right) \right] - \\
 & - \frac{B(z)}{r^2} \left[ - (1 - \cos^3 \alpha) Q\left(\frac{R}{r}\right) + \left(-\frac{2}{3} + \cos \alpha - \frac{1}{3} \cos^3 \alpha\right) S\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \\
 & + \frac{B(h)}{c^2} \left[ - (1 - \cos^3 \alpha) Q\left(\frac{R}{c}\right) + \left(-\frac{2}{3} + \cos \alpha - \frac{1}{3} \cos^3 \alpha\right) S\left(\frac{R}{c}\right) \right],
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$Q(a) = \frac{1}{3k-1} \left[ k \int_0^a e^{-\pi \mu^2} d\mu - (4k-1) \frac{N(a)}{a^2} \right]$$

$$S(a) = \frac{4k-1}{k} \frac{N(a)}{a^2} - E(a).$$

Składowe odchylenia linii pionowej od pionu [23] -

$$\begin{aligned} t_x &= \frac{\partial u}{\partial z} = w_{\max} Q \sin \alpha \\ t_y &= \frac{\partial v}{\partial z} = w_{\max} Q (1 - \cos \alpha), \end{aligned} \quad (3.46)$$

gdzie:

$$Q = \frac{2(1-\nu)}{2\pi} \left[ \frac{d^2 r}{dz^2} F\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{1}{r} \left(\frac{dr}{dz}\right)^2 M\left(\frac{R}{r}\right) \right] + \frac{1-2\nu}{r} F\left(\frac{R}{r}\right).$$

Składowe krzywizny linii pionowej -  
(z uproszczeniami jak w pracy [23])

$$\begin{aligned} h_x &= \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = w_{\max} Q \sin \alpha \\ h_y &= \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = w_{\max} Q (1 - \cos \alpha), \end{aligned} \quad (3.47)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2(1-\nu)}{2\pi} \left[ \frac{d^3 r}{dz^3} F\left(\frac{R}{r}\right) - \frac{3}{r} \frac{d^2 r}{dz^2} \frac{dr}{dz} M\left(\frac{R}{r}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{r^2} \left(\frac{dr}{dz}\right)^3 \left(2 - \frac{R^2}{r^2}\right) M\left(\frac{R}{r}\right) \right] - \frac{1-2\nu}{r^2} \frac{dr}{dz} \left[ F\left(\frac{R}{r}\right) - M\left(\frac{R}{r}\right) \right]. \end{aligned}$$

3.7. Ruchy górotworu przy eksploatacji górniczej w świetle wyprowadzonych wzorów

Wzory wyprowadzone w niniejszej pracy są na różne sposoby oprogramowane, co umożliwiło wykonanie szeregu obliczeń i analizę wzorów.

Celem obliczeń była jakościowa ocena ruchów górotworu pod kątem ich zgodności z wynikami badań modelowych. Nie zajmowano się przy tym ruchami pionowymi górotworu, ponieważ założono, że są one opisane znany wzorem S.Knothe'go, a jeśli chodzi o parametr  $r(z)$ , tkwiący w tym wzorze, to zgodność ustaleń teoretycznych z laboratoryjnymi i praktycznymi odnośnie jego zmienności w górotworze stwierdzono już w punkcie 3.4 tej pracy.

Niektóre, charakterystyczne wyniki obliczeń, dotyczące ruchów poziomych górotworu, pokazane są na rys. 13a + 13d oraz 14a + 14d. Rysunki 13a + 13d odnoszą się do przypadku płaskiego stanu odkształcenia. Na rysunku 13a widzimy, że nad wybraną przestrzenią występuje linia zerowych przemieszczeń poziomych, która w dwu punktach, leżących poza wybraną przestrzenią, przecina pokład. W miarę wzrostu szerokości wybranej przestrzeni linia ta obniża się w części leżącej nad osią symetrii pasa eksploatacji (rys. 13b), a przy dalszym wzroście szerokości pasa eksploatacji następuje jej rozdzielenie na dwie części, obejmujące obszary, wewnątrz których

przebiegają krawędzie eksploatacji (rys. 13c i 13d) . Oprócz linii zerowych przemieszczeń poziomych na rys. 13a + 13d pokazane są jeszcze linie zerowych odkształceń poziomych.

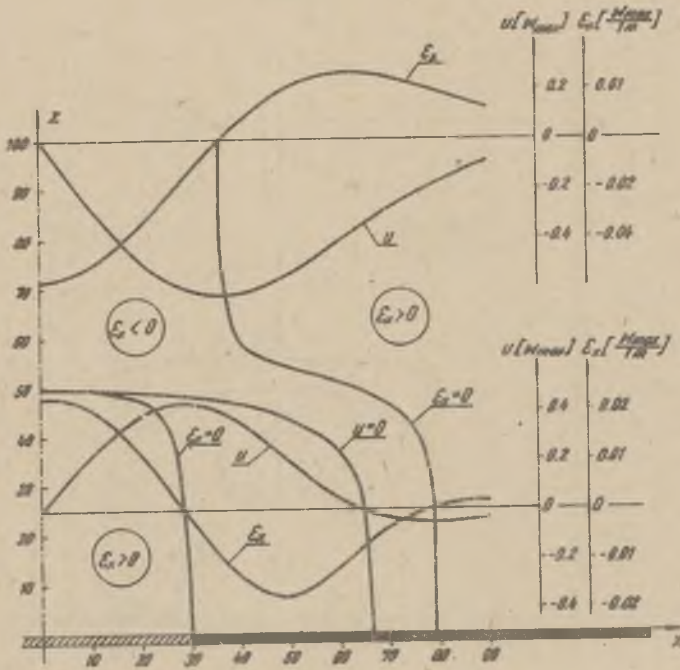
Rysunki 14a + 14d dotyczą przypadku przestrzennego. Przedstawiono na nich linie zerowych przemieszczeń poziomych oraz odkształceń poziomych i pionowych na odcinkach charakterystycznych poziomach. Jakościowa różnica co do liczby linii zerowych odkształceń poziomych i znaków odkształceń poziomych nad przestrzenią wybraną między poziomami  $z = 40m$  i  $z = 50m$  (rys. 14b i c) wynika stąd, że obszar poziomych rozciągań nad wybraną przestrzenią jest ograniczony od góry (rys. 13a i b).

Obliczenia, na podstawie których sporządzono rysunki 13a + 13d i 14a + 14d, były wykonane przy przyjęciu liczby Poissona  $\nu = 0.1$ . Przy wyższych wartościach liczby Poissona, którymi charakteryzuje się górotwór rzeczywisty [11,12,89,126], obraz ruchów poziomych górotworu jakościowo nie zmienia się, a zachodzącą jedynie następujące zmiany:

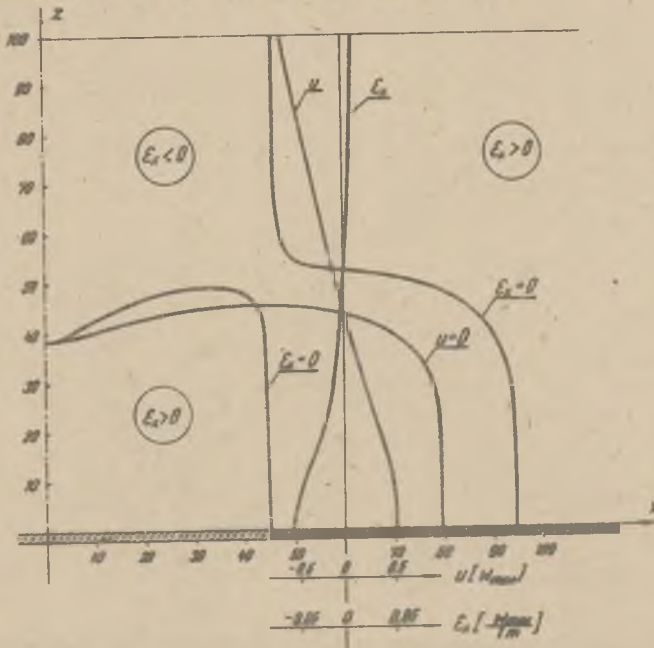
- linie zerowych przemieszczeń poziomych przesuwają się w górę i oddalają się od krawędzi eksploatacji. Odpowiednio do tego przesuwają się linie zerowych odkształceń poziomych. Dla porównania warto tu dodać, że w przeprowadzonych badaniach modelowych najmniejsza głębokość linii zerowych przemieszczeń poziomych wynosiła około 0.17 głębokości pokładu, a S. Awierszyn podawał [1], że linia ta występuje najczęściej na głębokości 10-12m,
- bezwzględne wielkości przemieszczeń i odkształceń poziomych maleją,
- przy  $\nu = 0.5$  obraz ruchów poziomych górotworu według wyprowadzonych wzorów jest jakościowo zgodny z teorią W. Budryka [16].



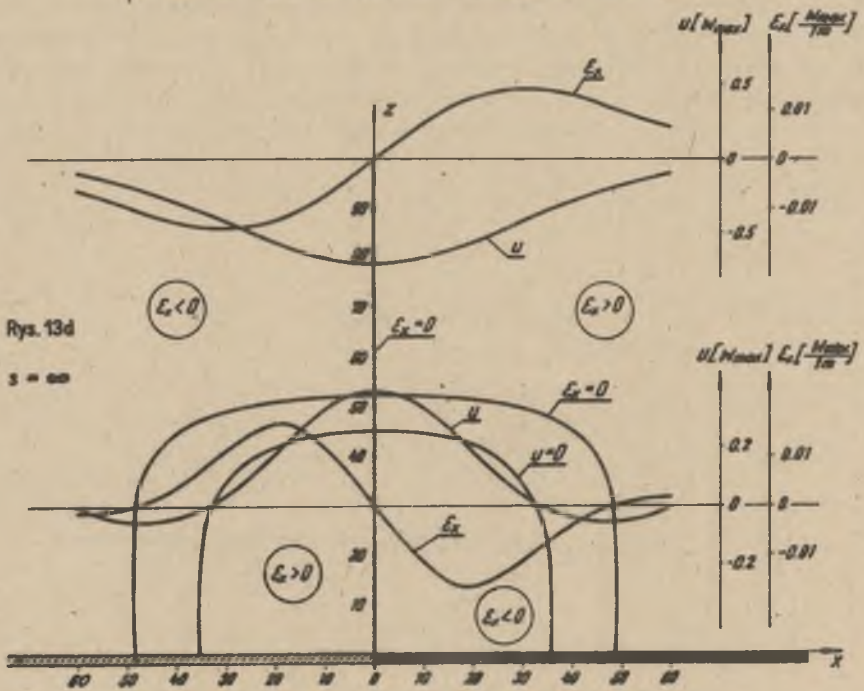
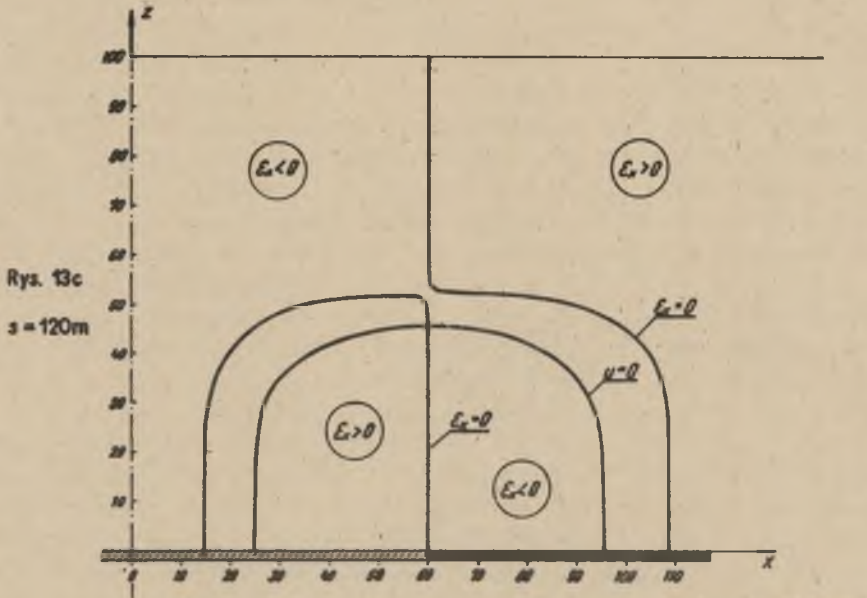
Rys. 13a  
s = 60m



Rys. 13b  
s = 90m

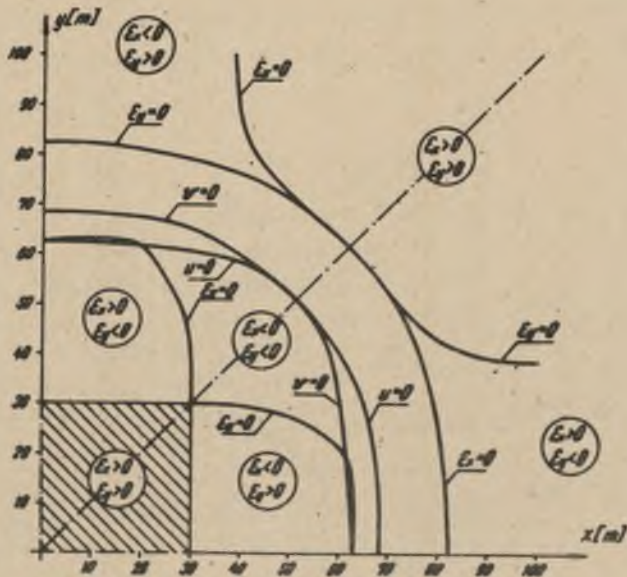


Rys. 13 Linie zerowych przemieszczeń i odkształceń poziomych dla płaskiego stanu odkształcenia przy różnych szerokościach wybronia  $s = x_2 - x_1 (h=100m, r_0/h=0.025, c/h=0.772, \nu=0.1)$



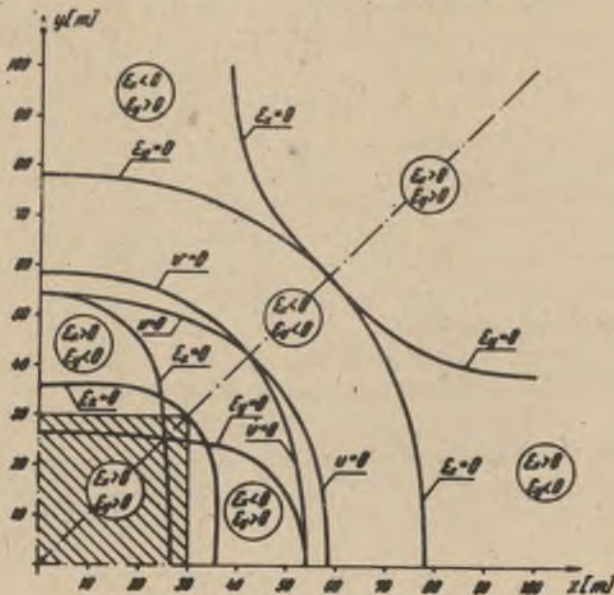
Rys. 14a

$z = 0$



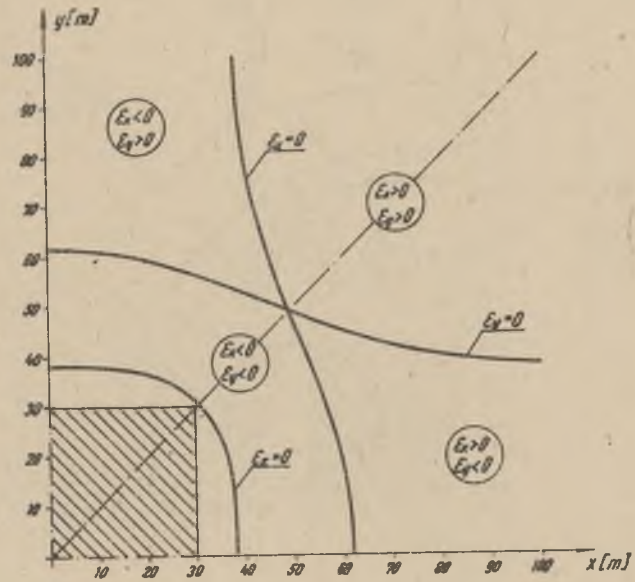
Rys. 14b

$z = 40m$

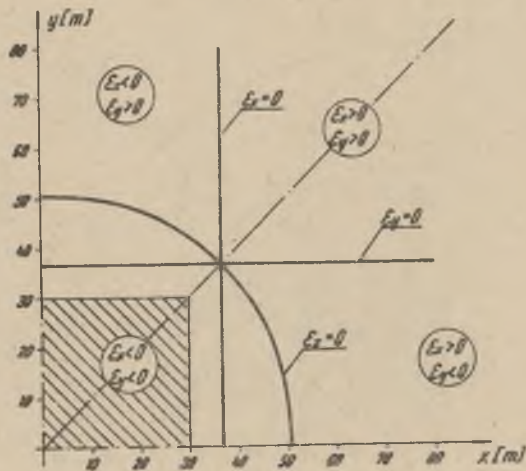


Rys. 14 Linie zerowych przemieszczeń poziomych oraz odkształceń poziomych i pionowych na czterech poziomach „z” przy wybraniu prostokąta o wymiarach 60 x 60 m. ( $h=100m$ ,  $c/h=0.025$ ,  $e/h=0.772$ ,  $\nu=0.1$ )

Rys. 14c  
 $z = 50\text{m}$



Rys. 14d  
 $z = 100\text{m}$





#### 4. OPROGRAMOWANIE UZYSKANEGO ROZWIĄZANIA I INNYCH ROZWIĄZAŃ W ZAKRESIE PROGNOZOWANIA DEFORMACJI GÓROTWORU PRZY EKSPLOA- TACJI GÓRNICZEJ

##### 4.1. Wprowadzenie

Programy dla maszyny cyfrowej, służące do rozwiązywania różnorodnych zagadnień z zakresu tzw. "szkód górniczych" obejmują już obecnie trzydzieści kilka pozycji. Prace nad komputeryzacją prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej i projektowania eksploatacji pod obiektami są kontynuowane, niemniej szereg programów wykorzystuje się już w praktyce w ośrodkach obliczeniowych RZPW, ZZPW, BZPW, KWK "Manifest Lipcowy", KWK "Wieczorek", DZPW, KWK "Generał Zawadzki" i Politechniki Wrocławskiej.

Wskutek ciągłych prac optymalizacyjnych udostępniane użytkownikom oraz publikowane dotąd częściowe informacje o programach [36] ulegają dezaktualizacji. Dlatego też, wobec szerokiego ich zasięgu, istnieje potrzeba omówienia zasad użytkowania najnowszych wersji programów już znanych oraz poinformowania o programach opracowanych w ostatnim czasie.

W pracy niniejszej omówimy 16 najważniejszych programów opracowanych na podstawie wzorów wyprowadzonych w tej pracy oraz wzorów teorii S. Knothego - W. Budryka [16, 24, 38, 80, 82] i wzorów teorii T. Kochmańskiego [23, 29, 32, 86, 88, 112].

W większości programów wykorzystane są ponadto podstawowe wzory teorii płaskiego pola skalarnego, geometrii różniczkowej i rachunku tensorowego, przydatne w opisie geometrii niecki obniżeniowej.

Najnowsze wersje wszystkich programów złożone są w ZOI przy RZPW, gdzie przeprowadzane są wszystkie prace optymalizacyjne i testowania programów. Programy te napisane są w wersji ALGOL 1900 języka ALGOL 60 przystosowanej do maszyn ODRA z serii 1300 oraz maszyn firmy ICL z serii 1900. Niektóre z nich napisane są również w języku ALGOL 1204, przystosowanym do maszyny ODRA 1204.

Programy napisane w języku ALGOL 1900 posiadają nazwy osteroznakowe, składające się ze znaków EDG lub ED i liczby odpowiednio jedno - lub dwucyfrowej. Liczby te służą do odróżnienia poszczególnych programów z serii EDG.

##### 4.2. Programy służące do prognozowania deformacji górotworu na dyskre- tnych zbiorach punktów obliczeniowych

###### 4.2.1. Zakres stosowania programów

Rozpatrywaną grupę stanowią programy o nazwach EDG3, EDG8 i EDG9. Pierwszy z nich dotyczy wzorów teorii S. Knothego - W. Budryka, drugi - wzorów

wyprowadzonych w niniejszej pracy\*, a trzeci - wzorów teorii T.Kochmańskiego.

W omawianych programach przewidziano obliczanie następujących wskaźników deformacji górotworu:

- 1 - przemieszczenie pionowe (obniżenie) punktu, (mm)
- 2 - składowa przemieszczenia poziomego w pierwszym wybranym kierunku, (mm)
- 3 - składowa przemieszczenia poziomego w drugim wybranym kierunku, (mm)
- 4 - wielkość przemieszczenia poziomego punktu, (mm)
- 5 - kierunek przemieszczenia poziomego, st
- 6 - odkształcenie pionowe,  $\text{‰}$
- 7 - wielkość poziomego odkształcenia liniowego w pierwszym wybranym kierunku,  $\text{‰}$
- 8 - wielkość poziomego odkształcenia liniowego w drugim wybranym kierunku,  $\text{‰}$
- 9 - połowa wielkości poziomego odkształcenia postaciowego w pierwszym wybranym kierunku,  $\text{‰}$
- 10 - główne odkształcenie poziome,  $\text{‰}$
- 11 - kierunek jednego z głównych odkształceń poziomych (z uwagi na prostopadłość kierunków głównych wyznacza się tylko jeden z nich), st
- 12 - kierunki zerowych odkształceń poziomych, st
- 13 - połowa maksymalnego poziomego odkształcenia postaciowego,  $\text{‰}$
- 14 - odkształcenia objętościowe,  $\text{‰}$
- 15 - kąt odchylenia linii pionowej (szybu) od pionu,  $\text{‰}$
- 16 - kierunek odchylenia linii pionowej, st
- 17 - nachylenie niecki osiadania w danym punkcie w pierwszym wybranym kierunku,  $\text{‰}$
- 18 - nachylenie niecki osiadania w danym punkcie w drugim wybranym kierunku,  $\text{‰}$
- 19 - maksymalne nachylenie niecki osiadania w danym punkcie,  $\text{‰}$
- 20 - kierunek maksymalnego nachylenia niecki osiadania (prostopadły do kierunku izol linii osiadania) w danym punkcie, st
- 21 - krzywizna pozioma w pierwszym wybranym kierunku,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 22 - krzywizna pozioma w drugim wybranym kierunku,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 23 - krzywizna linii pionowej (szybu),  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 24 - kierunek wykrzywienia linii pionowej, st
- 25 - krzywizna przekroju pionowego niecki osiadania w pierwszym wybranym kierunku,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 26 - krzywizna przekroju pionowego niecki osiadania w drugim wybranym kierunku,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 27 - wielkość skrócenia geodetycznego powierzchni niecki osiadania w pierwszym wybranym kierunku,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 28 - krzywizny główne przekrojów pionowych niecki osiadania,  $10^{-6}\text{m}^{-1}$
- 29 - kierunek jednej z krzywizn głównych (z uwagi na prostopadłość kierunków głównych wyznacza się tylko jeden z nich), st

\* Zgodnie z istotą rozwiązania z punktu 3.6 pracy uwzględnione w programie EDG8 i ED15 (punkt 4.3) wzory na przemieszczenie pionowe i jego pochodne są wzorami wynikającymi z teorii J.Knothego.

- 30 - kierunki asymptotyczne (zerowych krzywizn normalnych) na powierzchni niecki osiadania, st
- 31 - maksymalne skrócenie geodezyjne powierzchni niecki osiadania w danym punkcie,  $10^{-6} m^{-1}$ .

Ponadto w programie EDG8 przewidziane jest obliczanie dalších wskaźników:

- 32, 33, 34 - naprężenia normalne w kierunkach osi  $x$ ,  $y$  i  $z$ ,  
35, 36, 37 - naprężenia styczne  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ , (jednostka naprężenia będzie taka sama jak jednostka modułu sprężystości warstw górotworu, którego wartość liczbowa zamieszcza się w wykazie danych).

Uwagi do powyższego zestawienia

1. Przez kierunek rozumie się tutaj kąt między osią  $x$  przyjętego układu współrzędnych prostokątnych  $(x, y)$ , a danym kierunkiem w płaszczyźnie  $(x, y)$ .

2. Z omawianych programów jako pierwszy opracowany został program EDG8, w którym założono obliczanie odkształcenia objętościowego z przypisaniem mu numeru 14. Chcąc zachować jednakową numerację wskaźników deformacji w pozostałych programach EDG3 i EDG9, przyjęto dla odkształcenia objętościowego również numer 14, mimo iż według wzorów S.Knothe'go - W.Budryka oraz wzorów T.Kochmańskiego jego wielkość będzie zawsze zerem (chyba, że uwzględną się ostatnie modyfikacje teorii T.Kochmańskiego [88]).

Liczyby podane przed każdym z wyszczególnionych wyżej wskaźników deformacji są numerami tych wskaźników przyporządkowanymi im programowo na stałe.

W przypadku wyznaczenia określonych kierunków na powierzchni niecki osiadania (wskaźniki opatrzone numerami 5, 11, 12, 16, 20, 24, 29, i 30) nasza odpowiednio sygnalizuje ewentualny brak takich kierunków lub niejednoznaczność ich wyznaczenia (np. punkt umbilikalny na powierzchni niecki osiadania, w którym wszystkie kierunki są kierunkami głównymi krzywizn).

Jak już powiedziano, w omawianych programach przewidziane jest obliczanie wskaźników deformacji górotworu opatrzonych wyżej numerami od 1 do 31 (37). Nie znaczy to jednak, że nasza cyfrowa oblicza i drukuje wielkości wszystkich tych wskaźników. Programy są w ten sposób skonstruowane, że spośród wyszczególnionych wskaźników nasza będzie obliczać i drukować tylko te, które będą jej odpowiednio wskazane.

Omawiane programy obliczają wyszczególnione wyżej wskaźniki deformacji górotworu, będące wynikiem eksploatacji pokładów poziomych lub słabo nachylonych, natomiast przestrzenne rozmieszczenie eksploatacji w pokładach może być dowolne. Nie uwzględnia się jednak wpływu czasu na przebieg deformacji górotworu i oblicza się tylko deformacje ostateczne, występujące po czasie dostatecznie długim od dokonania danej eksploatacji.

Dalszym ograniczeniem, ale już nieistotnym, zastosowania istniejących programów jest założenie, że obszar eksploatacji jest dowolnym zbiorem dowolnych wielokątów. Nieistotnym dlatego, że w zasadzie każdy obszar eksploatacji stanowi zbiór wielokątów lub też łatwo może być jakimś zbiorem wielokątów aproksymowany.



Jeśli chodzi o punkty obliczeniowe (punkty górotworu, w których mają być obliczone żądane wskaźniki deformacji) to zarówno ich ilość jak i położenie (powierzchnia terenu lub wewnątrz górotworu) są dowolne. Dowolna może być również liczba eksploatowanych pokładów.

Dla podsumowania zakres stosowania programów EDG3, EDG8 i EDG9 ujmijmy poniżej w punktach:

1. Można obliczać dowolną ilość spośród wyszczególnionych wyżej wskaźników deformacji górotworu.
2. Uwzględnia się eksploatację prowadzoną w dowolnej ilości pokładów poziomych lub słabo nachylonych.
3. Obszar eksploatacji w każdym z pokładów być może dowolnym zbiorem dowolnych wielokątów.
4. W poszczególnych wielokątach eksploatacji mogą być stosowane różne sposoby kierowania stropem.
5. Na żądanie maszyna cyfrowa może drukować wielkości wskaźników deformacji pochodzące od eksploatacji poszczególnych wielokątów oraz sumy dla pokładów, sumy częściowe (po przeliczeniu kolejnych pokładów) i sumę ogólną.
6. Obliczone wielkości wskaźników deformacji odpowiadają stanowi uspokojenia się ruchów górotworu po dokonaniu eksploatacji.
7. Punkty obliczeniowe mogą być dowolnie rozmieszczone na powierzchni terenu lub w głębi górotworu.

#### 4.2.2. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej

##### 4.2.2.1. Dane początkowe

Na dane początkowe składają się w kolejności:

1. Liczba obliczanych wskaźników deformacji.
2. Numery żądanych wskaźników deformacji według zestawienia podanego w punkcie 4.2.1. opracowania.
- 3a. Wielkość parametru  $\operatorname{tg} \beta$  (dotyczy tylko programu EDG3).
- 3b. Wielkość parametru  $r_0$  w metrach (dotyczy programu EDG9).
- 3c. Wielkości parametrów  $\sigma_h$ ,  $\nu$  i  $E$  (dotyczy tylko programu EDG8),  
gdzie:

$\sigma_h$  - odwrotność parametru  $\operatorname{tg} \beta$ ,  
 $\nu, E$  - przeciętne wielkości liczby Poissona i modułu sprężystości warstw górotworu.

Obliczając wielkości deformacji górotworu w punktach powierzchniowych, będziemy przyjmować  $\nu = 0.1 - 0.2$ , a najczęściej  $\nu = 0.150 - 0.175$ .

4. Parametr sterujący, który może przyjmować dwie wartości: 0 lub 1. Nadając temu parametrowi wartość 1, będziemy żądać wydruku wielkości deformacji będących wynikiem eksploatacji każdego obszaru (parceli) z osobna. Maszyna cyfrowa po wydrukowaniu wyników dotyczących poszczególnych parcel eksploatowanych w danym pokładzie wydrukuje również sumę dla pokładu. Jeśli rozpatrywanemu parametrowi nadamy wartość 0, wtedy maszyna cyfrowa będzie drukować tylko sumy dotyczące wszystkich eksploatowanych w poszczególnych pokładach parcel.



Niezależnie od wartości rozpatrywanego parametru drukowana jest zawsze dla każdego punktu obliczeniowego suma ogólna ujmująca łączny wpływ wszystkich eksploatowanych parcel i pokładów.

Również niezależnie od wartości rozpatrywanego parametru pomijane są w wydruku te pokłady i parcele, których eksploatacja nie wywiera wpływu na dany punkt obliczeniowy.

Tablica 2

Dane początkowe dla programów EDG3, EDG8 i EDG9

- przykład (patrz: rys. 15a i 15b)

Dane dla maszyny cyfrowej	Pozycja danych według zestawienia w punkcie 4.2.2.1.pracy
10, 1, 7, 8, 9, 10, 11, 17, 18, 19, 20	1-2
2	3a
40	3b
.5, .15, 1	3c
1, 0	4-5
2, 3, 11	6-8
Deformacje terenu przy planowanej eksploatacji pokładów 312 i 4161/	9

Uwaga:

W danym przypadku można było przyjąć dowolną wielkość parametru E, ponieważ nie będą obliczane naprężenia, dlatego przyjęto  $E = 1$ .

5. Parametr sterujący, który może przyjmować dwie wartości: 0 lub 1.

Nadanie temu parametrowi wartości 1 jest równoznaczne z żądaniem wydruku sum częściowych. Drukowanie sum częściowych polega na tym, że po wydrukowaniu sumy dotyczącej kolejnego, analizowanego pokładu maszyna cyfrowa drukuje dodatkowo sumę ujmującą łączny wpływ eksploatacji od pierwszego do aktualnie analizowanego. Jeśli wpływ aktualnie analizowanego pokładu na dany punkt obliczeniowy jest zerowy, wtedy suma częściowa nie jest drukowana. W przypadku, gdy rozpatrywany parametr ma wartość 0, wtedy nie są drukowane żadne sumy częściowe, tylko sumy dla pokładów i suma ogólna.

6. Liczba rozpatrywanych pokładów.

7. Maksymalna liczba obszarów (parcel) eksploatacji w jednym pokładzie.

8. Maksymalna liczba wierzchołków jednej parceli.

9. Tytuł, który ma być wydrukowany przed wynikami obliczeń. Przez tytuł rozumiemy tutaj dowolny ciąg - zbiór znaków (w szczególności pusty) nie zawierający znaku dzielenia /, ale zawsze zakończony tym znakiem.

W tablicy 2 zamieszczono przykład danych początkowych dla programów EDG3, EDG8 i EDG9. W przykładzie tym dane z pozycji 6 + 8 powyższego zestawienia odnoszą się do eksploatacji pokazanej na rys. 15a i 15b.

4.2.2.2. Dane opisujące eksploatację w pokładach

Dane opisujące eksploatację w pokładach sporządzamy po przyjęciu na mapach pokładowych prostokątnego, prawoskrętnego układu współrzędnych  $(x, y)$ .

Są to dane kilkunastopniowe. Zawierają one liczbowy opis eksploatacji dokonanej lub projektowanej w kolejnych pokładach. Na dane dotyczące jednego pokładu składają się:

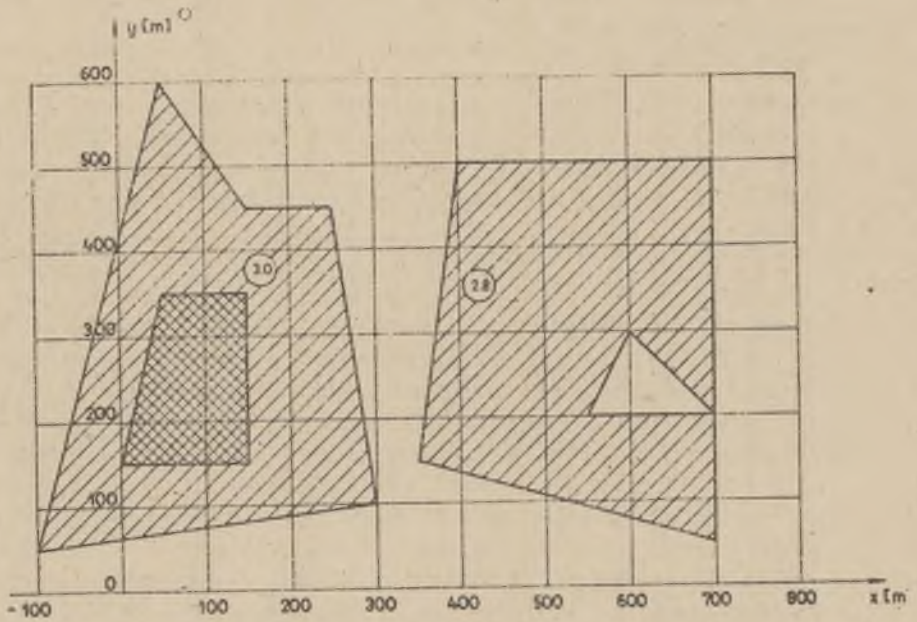
1. Nazwa pokładu (rozumiana wyłącznie jako liczba) i liczba parcel (obszarów) eksploatacji w tym pokładzie.
2. Dane dotyczące kolejnych parcel eksploatacji w danym pokładzie. Z kolei na dane dotyczące jednej parceli składają się:
  - 2a. Przeciętna głębokość w metrach, wielkość  $w_{\max}$  w metrach i liczba wierzchołków parceli. W przypadku programów dotyczących teorii T.Kochmańskiego po wielkości  $w_{\max}$  podajemy dodatkowo wielkości współczynników szczelinowatości  $S_x$  i  $S_z$ .
  - 2b. Współrzędne  $x$  i  $y$  w metrach wierzchołków parceli. Wymagana kolejność wierzchołków jest niezgodna z ruchem wskazówek zegara.

Szczegółowo sposób przygotowania danych opisujących eksploatację w pokładach omówimy na przykładzie fikcyjnej eksploatacji pokazanej na rys.15a i 15b. Wydaje się, że przykład ten został dobrany na tyle ogólnie, że ewentualny użytkownik programów po uważnym prześledzeniu danych dla tego pokładu będzie mógł przygotować dane dla dowolnej innej sytuacji górniczej.

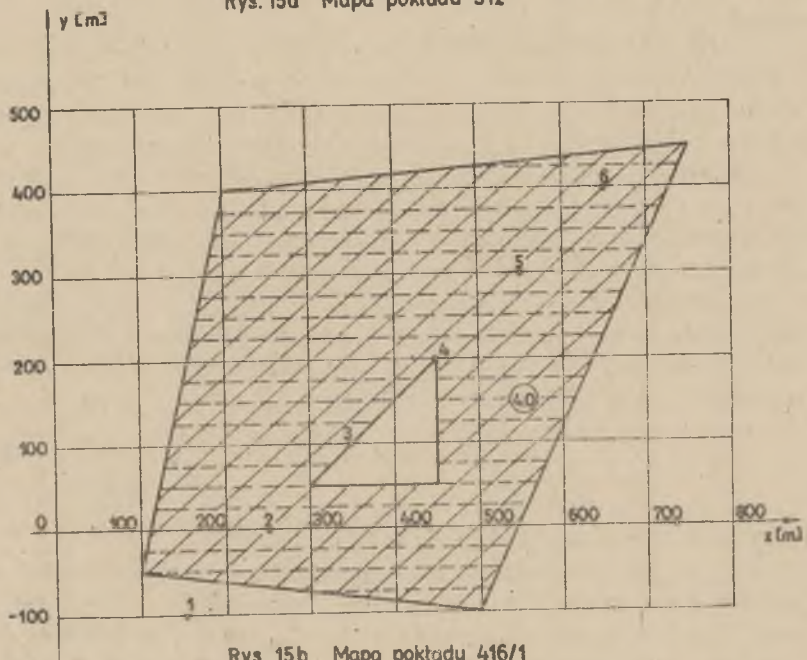
Tablica 3

Dane opisujące eksploatację w pokładach dla programów EDG3, EDG8, EDG9, ED13, ED14, ED15, ED19, ED20, ED28 i ED29 - przykład dotyczący eksploatacji pokazanej na rys. 15a i 15b

Dane dla maszyny cyfrowej		Numerы uwag omówionych w punkcie 4.2. 2.2. pracy	o.d. kol. 1		o.d. kol. 2	
Kol. 1	Kol. 2					
312,3	1		4.3,1		11	
380, 2.1	2		8		12	
4.4, 1	3		350, 150		13	
11	4		700, 50			
-100 50	5		700, 200			
300 100			550, 200			
150, 150			600, 300			
0, 150			700, 200			
50, 350			700, 500			
150, 350			400, 500			
150, 150			4151, 1		14	
300, 100			470, 6		15	
250, 450			2.9, 1		16	
150, 450			9		17	
50, 600			100, -50		18	
380, .9	6		500, -100			
3.5, 1	7		450, 50			
4	8		300, 50			
0, 150	9		450, 200			
150, 150			450, 50			
150, 350			500, -100			
50, 350			750, 450			
390, 1.96	10		200, 400			



Rys. 15a Mapa pokładu 312



Rys. 15b Mapa pokładu 416/1

Rys. 15 Fikcyjna eksploatacja ilustrująca sposób przygotowania danych dla maszyny cyfrowej.



Dane opisujące eksploatację w pokładach, dotyczące rys. 15a i 15b, przedstawiono w tablicy 3.

Uwagi do tablicy 3

- 1,14- Nazwy kolejnych pokładów, rozumiane wyłącznie jako liczby (niedopuszczalny jest np. symbol 416/1, który należy zastąpić liczbą 4161) oraz ilości obszarów eksploatacji w tych pokładach. W przypadku programów EDG3, EDG8, EDG9, nazwa pokładu może być liczbą oo najwyższej pięciocyfrową.
- 2,6,10,15 - Głębokości poszczególnych obszarów eksploatacji oraz wielkości  $w_{max}$  w metrach.

Uwaga. Dla odizolowania części całkowitej liczby od jej części ułamkowej używa się wyłącznie kropki. Przecinek natomiast może służyć do odizolowania od siebie dwu kolejnych liczb. Jeśli część całkowita liczby jest równa zero, to można ją pominąć (np. .75 oznacza liczbę 0,75).

- 3,7,11,16 - Współczynniki szczelinowatości  $S_x$  i  $S_z$  teorii T.Kochmańskiego (podajemy je tylko przy korzystaniu z programu EDG9 oraz z programów ED14, ED19 i ED29, które będą dalej omówione). W przypadku programu EDG9 można było przyjąć dowolną wielkość współczynnika  $S_z$ , ponieważ w początkowej części danych (tablica 2) założono, że nie będą obliczane wskaźniki deformacji o numerach 6 i 14 (odkształcenie pionowe i objętościowe). Współczynnik  $S_z$  bierze bowiem udział w obliczeniu tylko tych dwu wskaźników.

W przypadku programu ED19 można zawsze przyjmować dowolną wielkość współczynnika  $S_z$ , ponieważ nie bierze on w ogóle udziału w obliczeniach. I wreszcie, w przypadku programów ED14 i ED29 obu współczynnikom szczelinowatości  $S_x$  i  $S_z$  można nadać dowolne wielkości.

Wczytywanie współczynnika  $S_z$  przez program ED19 oraz współczynników  $S_x$  i  $S_z$  przez programy ED14 i ED29, mimo iż nie biorą udziału w obliczeniach, założono z tego względu, żeby raz przygotowane i wyperforowane dane mogły służyć dla wszystkich czterech programów.

Na podstawie danych zamieszczonych w publikacji [127] wyprowadzono, przy pomocy metody najmniejszych kwadratów (program PL15), następujący wzór na wielkość współczynnika  $S_x$  dla eksploatacji z zawalem stropu w zależności od głębokości eksploatacji  $h$ :

$$S_x = 0.1602 + \frac{1513.08}{h} - \frac{51971}{h^2} \quad (4.1)$$

(resztkowe odchylenie standardowe  $\sigma_r = 0.28$ )

- 4,8,12,17 - Liczby wierzchołków kolejnych obszarów eksploatacji.

- 5,9,13,18 - Współrzędne  $x$  i  $y$  (w metrach) wierzchołków kolejnych obszarów. Wymagana kolejność podawania współrzędnych wierzchołków jest zasadniczo taka, żeby posuwając się wzdłuż krawędzi obszaru mieć obszar eksploatacji stale po lewej stronie. Nieistotne natomiast jest, który wierzchołek będzie podany jako pierwszy.



#### 4.2.2.3. Dane określające punkty obliczeniowe

Dane określające punkty obliczeniowe są wczytywane przez maszynę cyfrową po danych początkowych i danych opisujących eksploatację w pokładach.

W omawianych programach przewidziano trzy sposoby zadawania maszynie cyfrowej punktów obliczeniowych, w zależności od tego czy są to punkty rozproszone, czy też punkty rozmieszczone w regularnych odstępach wzdłuż linii pionowej lub w siatce poziomej, której szczególnym przypadkiem jest linia pozioma (jest to siatka o jednym wierszu).

Poszczególne sposoby zadawania maszynie cyfrowej punktów obliczeniowych zilustrowano przykładami zawartymi w tablicach 4 i 6. Przykłady te dotyczą punktów obliczeniowych zaznaczonych na rys. 16. Tablica 4 dotyczy punktów 199-201, położonych w nieregularnych odstępach i na różnych głębokościach. Tablica 5 dotyczy 21 punktów linii pionowej przechodzącej przez punkt 200, rozmieszczonych w stałych odstępach co 20m na głębokościach od 0 do 400m. Z kolei tablica 6 dotyczy 77 punktów powierzchni terenu, rozmieszczonych w siatce kwadratowej o boku 100m obramowanej prostokątem zaznaczonym na rys. 16.

Kolejne sposoby sporządzania danych dla punktów obliczeniowych omówimy na przykładzie danych zawartych w tablicach 4 i 6.

##### Uwagi do tablicy 4:

- 1 - Liczba punktów obliczeniowych.
- 2,7,12 - Numery kolejnych punktów obliczeniowych.
- 3,8,13 - Współrzędne x i y punktów obliczeniowych (w metrach).

Tablica 4

Przykład sporządzenia danych dla rozproszonych punktów obliczeniowych (dotyczy punktów 199-201 z rys. 16)

Dane dla maszyny cyfrowej	Numery uwag omówionych w punkcie 4.2.2.3 pracy
3	1
199	2
225, 300	3
0	4
0	5
90	6
200	7
350, 300	8
380	9
0	10
90	11
201	12
350, 350	13
0	14
30	15
80	16

4,9,14 - Głębokości w metrach punktów obliczeniowych. Odnosnie punktów 199 i 201 założono, że leżą one na powierzchni terenu.

- 5,10,15 - Kąt w stopniach między osią x a wybranym kierunkiem w terenie. Kąt ten podajemy tylko wtedy, gdyż żądamy obliczenia co najmniej jednego ze wskaźników deformacji opatrzonych numerami 2,7,9,17,21,25,27 (według zestawienia z punktu 4.2.1.opracowania).
- 6,11,16 - Kąt w stopniach między osią x a drugim interesującym nas kierunkiem w terenie. Kąt ten podajemy tylko wtedy, gdy żądamy obliczenia co najmniej jednego ze wskaźników o numerach: 3,8,18,22,26. Dla punktów 199 i 200 założono, że interesującymi nas kierunkami w terenie są kierunki równoległe do osi układu współrzędnych.

Uwagi do tablicy 5

- 1 - Dwa parametry sterujące, przyjmujące zawsze wartość zero.

Tablica 5

Przykład sporządzenia danych dla punktów obliczeniowych rozmieszczonych w stałych odstępach wzdłuż linii pionowej (dotyczy linii pionowej przechodzącej przez punkt 200 z rys.16)

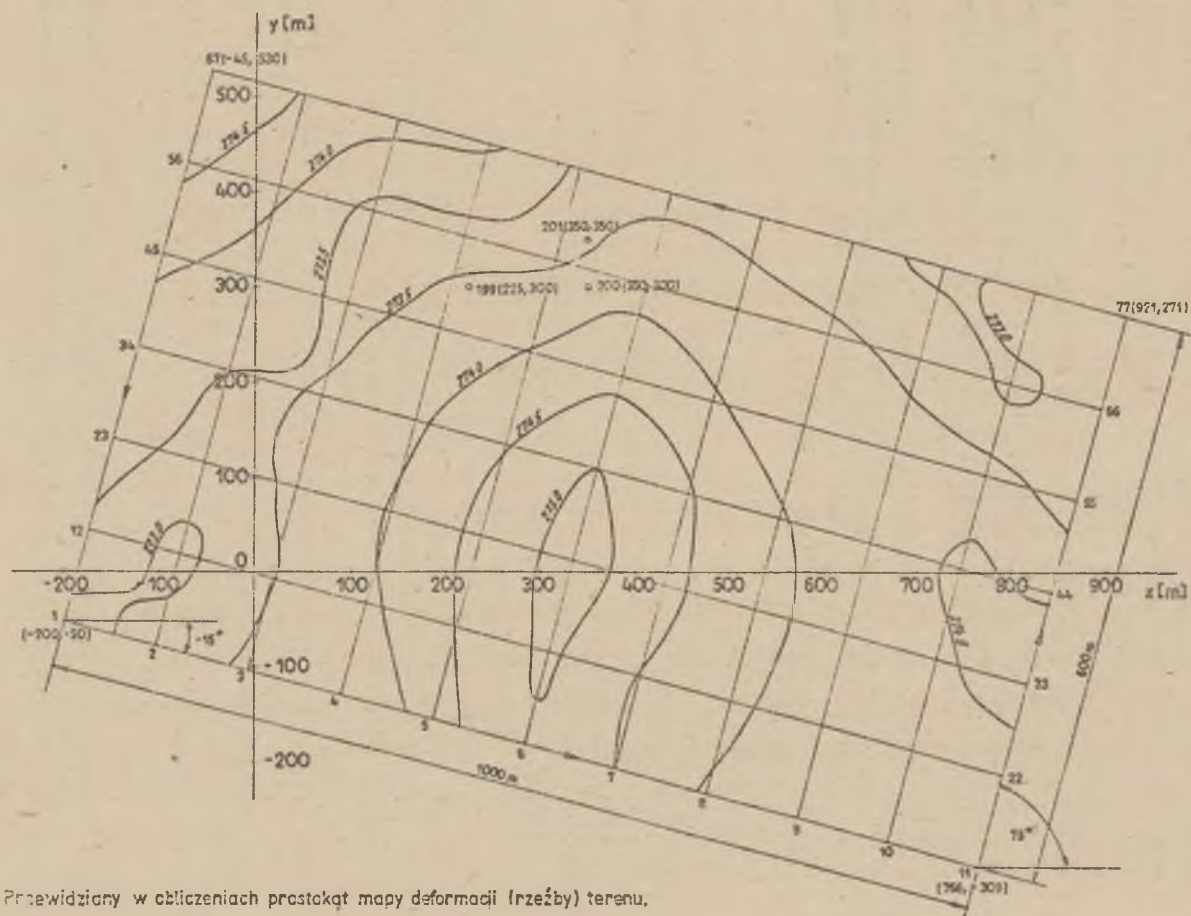
Dane dla maszyny cyfrowej - rozwiązania alternatywne.		Numery uwag omówionych w punkcie 4.2.2.3 pracy	
1	2	3	4
0,0	0,0	1	
350, 300	350,300	2	
0	400	3	
0	0	4	
90	90	5	
20	-20	6	
21	21	7	

Tablica 6

Przykład sporządzenia danych dla punktów obliczeniowych rozmieszczonych w poziomej siatce kwadratowej (dotyczy siatki o boku 100m, wypełniającej pokazany na rys. 16 prostokąt)

Dane dla maszyny cyfrowej - rozwiązania alternatywne:				Numery uwag omówionych w punkcie 4.2.2.3 pracy	
1	2	3	4	5	6
0,1	0,1	0,1	0,1	1	
-200.-50	766,-309	921,271	-45,538	2	
0	0	0	0	3	
0	0	0	0	4	
30	90	90	90	5	
100	100	100	100	6	
11	7	11	7	7	
7	11	7	11	8	
-15					
/lub 345/	75	165	255	9	

- 2 - Współrzędne x i y w metrach punktów rozpatrywanej linii pionowej.
- 3 - Głębokość pierwszego, najwyższego lub najniższego punktu obliczeniowego (w metrach) .



Rys. 15 Przewidziany w obliczeniach prostokąt mapy deformacji (rzeźby) terenu.



- 4 - Kąt w stopniach między osią  $x$  a pierwszym wybranym kierunkiem (zakłada się, że dla wszystkich punktów linii interesuje nas ten sam kierunek). Kąt ten podajemy tylko wtedy, gdy żądamy obliczenia co najmniej jednego ze wskaźników deformacji o numerach: 2,7,9,17,21,25,27 (według zestawienia z punktu 4.2.1 opracowania).
- 5 - Kąt w stopniach między osią  $x$  a drugim wybranym kierunkiem. Kąt ten podajemy tylko wtedy, gdy żądamy obliczenia co najmniej jednego ze wskaźników o numerach: 3,8,18,22,26. Tu założono, że dla wszystkich punktów linii interesują nas kierunki równoległe do osi układu współrzędnych.
- 6 - Różnica głębokości w metrach między kolejnymi punktami obliczeniowymi. W przypadku gdy pierwszym punktem obliczeniowym jest punkt najwyższy, różnica ta jest dodatnia, a ujemna - gdy pierwszym punktem obliczeniowym jest punkt położony najgłębiej.
- 7 - Liczba punktów obliczeniowych.

Uwagi do tablicy 6:

- 1 - Dwa parametry sterujące, z których pierwszy ma zawsze wartość zero, a drugi wartość jeden.
- 2 - Współrzędne  $x$  i  $y$  w metrach jednego z wierzchołków prostokąta obramowującego siatkę.
- 3 - Głębokość w metrach punktów siatki.
- 4,5 - Analogicznie jak w objaśnieniach do tablicy 5.
- 6 - Odstępy w metrach między punktami siatki.
- 7 - Liczba punktów obliczeniowych w jednym wierszu siatki (liczba kolumn siatki). Za kierunek wierszy siatki uważa się kierunek boku prostokąta obramowującego, wychodzącego z zadanego wierzchołka (pozycja 2) w kierunku dodatnim. Dodatni kierunek boków prostokąta obramowującego pokazany jest na rys. 16.
- 8 - Liczba punktów obliczeniowych w jednej kolumnie siatki (liczba wierszy siatki). Jeśli w tym miejscu postawimy liczbę 1, to obliczenia będą wykonane dla punktów linii poziomej wychodzącej z zadanego pod pozycją 2 tablicy 6 wierzchołka, o kierunku jak niżej.
- 9 - Kąt w stopniach między osią  $x$  a bokiem prostokąta obramowującego siatkę, wychodzącego z zadanego wierzchołka w kierunku dodatnim.

4.3. Programy służące do prognozowania deformacji górotworu na ciągłych zbiorach punktów obliczeniowych - sporządzanie map deformacji górotworu

4.3.1. Zakres stosowania programów

Programy rozpatrywanej grupy noszą nazwy: ED15, ED19 i ED20. Pierwszy z nich opracowano na podstawie wzorów wyprowadzonych w niniejszej pracy, drugi - na podstawie wzorów teorii T.Kochmańskiego, a trzeci - na podstawie wzorów teorii S.Knothea - W.Budryka.

Dalsze informacje o zakresie stosowania omawianych programów zestawiono poniżej w punktach:



1. Można sporządzać mapy czterech wskaźników deformacji górotworu: obniżenia, nachyleń niecki osiadania, krzywizn niecki osiadania oraz odkształceń poziomych.
  2. Obszar objęty mapą może być dowolnie położonym prostokątem o dowolnie długich bokach.
  3. Skala map oraz skok warstwice mogą być dowolne.
  4. Sporządzane mapy mogą dotyczyć powierzchni terenu lub dowolnych poziomów obliczeniowych wewnątrz górotworu.
  5. Uwzględnia się eksploatację prowadzoną w dowolnej ilości pokładów poziomych lub słabo nachylonych.
  6. Obszar eksploatacji w każdym z pokładów może być dowolnym zbiorem dowolnych wielokątów.
  7. W poszczególnych obszarach mogą być stosowane różne sposoby kierowania stropem.
  8. Sporządzona przez maszynę cyfrową mapa deformacji odpowiada stanowi uspokojenia się górotworu po dokonaniu danej eksploatacji.
- 4.3.2. Równania linii jednakowych wartości wybranych wskaźników deformacji górotworu

Prognozy spodziewanych wpływów eksploatacji górniczej na chronione obiekty (jeśli nie są to szyby kopalniane) ograniczają się zazwyczaj do wyznaczenia obniżenia, nachylenia i krzywizny terenu oraz odkształcenia poziomego. Dlatego też omawiane programy zapewniają możliwość sporządzania map wielkości tych czterech wskaźników.

Na podstawie wzorów wyprowadzonych w niniejszej pracy oraz wzorów z prac przytoczonych w punkcie 4.1. możemy założyć, że dla dowolnego przestrzennego rozmieszczenia eksploatacji w pokładach znane nam są równania pionowej składowej przemieszczenia -

$$w = w(x, y, z), \quad (4.2)$$

składowych nachylenia niecki osiadania -

$$T_x = T_x(x, y, z); \quad T_y = T_y(x, y, z), \quad (4.3)$$

składowych krzywizn niecki osiadania -

$$K_x = K_x(x, y, z); \quad K_y = K_y(x, y, z); \quad K_{xy} = K_{xy}(x, y, z) \quad (4.4)$$

i składowych odkształcenia poziomego -

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x(x, y, z); \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y(x, y, z); \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}(x, y, z). \quad (4.5)$$

Znając wzory (4.2) - (4.5) można, w sposób formalny, łatwo utworzyć równania linii jednakowych wartości (izolinii) wybranych wskaźników deformacji górotworu. Niestety, dla każdej z trzech rozpatrywanych metod prognozowania deformacji górotworu, równania te można przedstawić tylko w postaci uwikłanej. Jeśli np. prawą stronę wzoru (4.2) porównamy z pewną stałą wielkością  $c_w$

$$w(x, y, z) = c_w, \quad (4.6)$$

to dla ustalonego poziomu  $z = z_u$  w górotworze otrzymamy równanie pewnej krzywej płaskiej  $y = y(x)$ , przedstawionej w postaci uwikłanej, które charakteryzuje się tym, że wszystkie jej punkty doznają jednakowego obniżenia równego  $c_w$ .

W przypadku obliczenia nachylenia niecki osiadania mogą nas interesować sąsiedniczo dwie rzeczy: maksymalna wielkość nachylenia w danym punkcie górotworu lub wielkość nachylenia w określonym kierunku. Odpowiednie wzory są następujące:

$$T_M = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}, \quad (4.7)$$

$$T_\varphi = T_x \cos \varphi + T_y \sin \varphi, \quad (4.8)$$

gdzie:

$T_M$  - maksymalna wielkość nachylenia niecki osiadania w danym punkcie.

$T_\varphi$  - wielkość nachylenia w danym punkcie w kierunku odchylonym od osi  $x$  o kąt  $\varphi$ .

Stosownie do powyższego możemy określić dwa rodzaje izolinii nachylenia niecki osiadania:

$$\sqrt{T_x^2(x, y, z) + T_y^2(x, y, z)} = c_{T1} = \text{const} \quad (4.9)$$

lub

$$T_x(x, y, z) \cos \varphi + T_y(x, y, z) \sin \varphi = c_{T2} = \text{const} \quad (4.10)$$

Równanie (4.9) stanowi, dla zadanego poziomu  $z = z_u$  w górotworze, uwikłane równanie pewnej krzywej płaskiej  $y = y(x)$ , łączącej punkty, w których występuje ta sama wielkość maksymalnego nachylenia równa  $c_{T1}$ . Analogicznie równanie (4.10) przedstawia uwikłane równanie izolinii nachylenia niecki obniżeniowej, łączącej punkty, w których występuje ta sama wielkość nachylenia ( $= c_{T2}$ ) obliczona w kierunku odchylonym od osi  $x$  o kąt  $\varphi$ .

W przypadku obliczania krzywizny przekroju pionowego niecki osiadania, podobnie jak w przypadku nachylenia, będą nas interesować głównie dwie wielkości: maksymalna co do wartości bezwzględnej krzywizna w danym punkcie lub wielkość krzywizny w określonym kierunku. Odpowiednie wzory są następujące:

$$K_{1,2} = \frac{1}{2} (K_x + K_y) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (K_x - K_y)^2 + K_{xy}^2}, \quad (4.11)$$

$$K_\varphi = K_x \cos^2 \varphi + 2 K_{xy} \sin \varphi \cos \varphi + K_y \sin^2 \varphi, \quad (4.12)$$

gdzie:

$K_1, K_2$  - krzywizny ekstremalne (główne) w danym punkcie górotworu,

$K_\varphi$  - wielkość krzywizny w danym punkcie w kierunku odchylonym od osi  $x$  o kąt  $\varphi$ .

Wynikające ze wzorów (4.11) i (4.12) izolinie krzywizny można przedstawić w sposób uwikłany następująco:

$$\pm \max(|K_1(x,y,z)|, |K_2(x,y,z)|) = c_{K1} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} K_x(x,y,z) \cos^2 \varphi + 2 K_{xy}(x,y,z) \sin \varphi \cos \varphi + K_y(x,y,z) \sin^2 \varphi = \\ = c_{K2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Znak „+” lub „-” w równaniu (4.13) przyjmujemy zgodnie ze znakiem tej z krzywizn głównych, której wielkość co do wartości bezwzględnej jest większa.

Równanie (4.13) jest, dla zadanego poziomu  $z = z_u$  w górotworze, uwikłanym równaniem krzywej płaskiej  $y = y(x)$ , łączącej punkty, w których największa co do wartości bezwzględnej krzywizna główna jest stała i równa  $c_{K1}$ . Z kolei równanie (4.14) jest równaniem krzywej łączącej punkty, w których wielkość krzywizny, obliczona w kierunku odchylonym od osi  $x$  o kąt  $\varphi$ , jest stała i równa  $c_{K2}$ .

Równania izolunii odkształceń poziomych określamy analogicznie jak równania izolunii krzywizn przekrojów pionowych nieeki osiadania, ponieważ wzory określające odkształcenia główne i wielkość odkształcenia w zadanym kierunku są analogiczne do wzorów (4.11) i (4.12). Tak więc równanie izolunii odkształceń poziomych będą mieć postać:

$$\pm \max(|\varepsilon_1(x,y,z)|, |\varepsilon_2(x,y,z)|) = c_{\varepsilon 1} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(x,y,z) \cos^2 \varphi + 2 \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_{xy}(x,y,z) \sin \varphi \cos \varphi + \varepsilon_y(x,y,z) \sin^2 \varphi = \\ = c_{\varepsilon 2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

W omawianych programach dla maszyny cyfrowej przewidziano, że mapy nachylenia i krzywizny oraz mapy odkształcenia poziomego mogą być wykreślane w dwóch wariantach odpowiednio do przytoczonych wariantów równań izolunii tych wskaźników.

#### 4.3.3. Technika drukowania map

W celu umożliwienia praktycznego wykorzystania programów techniką drukowania map dostosowano do podstawowego urządzenia wyjścia, jakim jest drukarka wierszowa, ponieważ większość ośrodków obliczeniowych, pracujących dla potrzeb górnictwa, nie posiada jeszcze urządzeń wykreślających linie, zwanych plotterami.

W związku z zastosowaniem drukarki wierszowej do sporządzania map zrezygnowano z wykreślenia izolunii w postaci odpowiednio rozmieszczonego ciągu znaków dostępnych w drukarce wierszowej, ponieważ takie odwzorowanie izolunii byłoby niedokładne, a często niemożliwe przy dużym ich zagęszczeniu. Dlatego też przyjęto, że drukowanie map będzie polegać na wypełnianiu je-dnakowymi znakami obszarów leżących między dwoma sąsiednimi izoluniami. Po-



lega to na tym, że jeśli na przykład, w przypadku wyznaczenia obniżeń terenu, zadamy maszynie cyfrowej kolejne izolinie - warstwie: 100mm, 200mm, 300mm itd., wtedy obszary terenu, które doznają obniżeń w zakresie 100 - 200mm będą zadrukowane cyfrą 2, a obszary terenu o obniżeniu w zakresie 200 - 300 mm będą zadrukowane cyfrą 3 itd. Oprócz odstępu izolinių - warstw (tu: 100 mm) zadaje się jeszcze maszynie pewną wielkość, którą umownie nazwiemy progem osułości.

Załóżmy, że próg osułości wynosi 10 mm, wtedy obszary terenu, które doznają obniżeń w zakresie 10 - 100 mm będą zadrukowane cyfrą 1, a obszary o obniżeniach mniejszych od 10 mm pozostaną puste, niezadrukowane. Rodzaj znaku wydrukowanego przez drukarkę wierszową odpowiada wartości danego wskaźnika deformacji w punkcie terenu odpowiadającym środkowi znaku.

Przed wydrukowaniem mapy maszyna cyfrowa drukuje zawsze legendę mapy, w której podane są wszystkie zakresy danego wskaźnika deformacji, określone zadaniem progem osułości i skokiem warstw oraz odpowiadające poszczególnym zakresom znaki drukarki wierszowej.

Effekt praktyczny przyjętego sposobu drukowania map jest taki sam jak efekt wykreślenia warstw, które jak już powiedziano, nie zawsze byłoby możliwe ze względu na ograniczenia, jakie stwarza zastosowanie drukarki wierszowej. Z ograniczeń tych najważniejsza jest dokładność, która jest równa połowie wymiarów znaków drukarki wierszowej. Wymiary te w skali 1:1 wynoszą: 0,00254 m - poziomy i 0,003175 m - pionowy.

Jak już powiedziano, obszar objęty mapą może być prostokątem o dowolnie długich bokach. Przed wydrukiem mapy maszyna cyfrowa drukuje współrzędne wierzchołków tego prostokąta, które na samej mapie zaznaczone są przy pomocy znaków "plus" (+). Jako pierwsze drukowane są współrzędne lewego dolnego wierzchołka wydruku mapy, po czym drukowane są współrzędne dalszych wierzchołków w kolejności odpowiadającej dodatniemu kierunkowi obieg prostokąta mapy.

Jeśli przy zadanej skali mapy prostokąt objęty mapą ma zbyt długi bok w kierunku szerokości wydruku, w związku z czym wydruk mapy nie mieści się w szerokości wydruku dostępnej w drukarce wierszowej, wtedy maszyna cyfrowa dzieli prostokąt mapy na pasy drukowane jeden za drugim, które po zakończeniu drukowania należy po prostu skleić w ten sposób, żeby do prawego boku jednego pasa przylegał lewy bok następnego pasa oraz, żeby znaki "plus", wskazujące wierzchołki pasów, pokrywały się.

Uwaga: Zlecając wykonanie obliczeń według jednego z omawianych programów oraz według programów ED13, ED14, ED28 i ED29, omówionych w punkcie 4.4, należy zaznaczyć, że wydruk ma się odbywać z gęstością G-8 (8 wierszy/cal) i bez tzw. pętelki.

#### 4.3.4. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej

Dane, które wprowadza się do maszyny cyfrowej, można podzielić na dane początkowe i dane opisujące eksploatację w pokładach. Z kolei dane początkowe dzielimy na następujące grupy:

I. Zmienne sterujące, określające rodzaj obliczanego wskaźnika deformacji



górotworu oraz ewentualny kąt między osią x przyjętego układu współrzędnych a interesującym nas kierunkiem w terenie.

- II. "Próg czułości" mapy (patrz: punkt 4.3.3. opracowania) oraz skok warstwie.
- III. Głębokość poziomu obliczeniowego.
- IV. Krotność pomniejszenia mapy.
- V. Dane określające położenie oraz wielkość prostokąta mapy.
- VI. Parametry danej teorii ruchów górotworu przy eksploatacji górniczej.
- VII. Dane określające liczbowo zakres eksploatacji uwzględnianej w obliczeniach (liczba eksploatowanych pokładów, łączna liczba eksploatowanych parcel i maksymalna liczba wierszolegów jednej parceli).
- VIII. Nagłówki mapy.

W tabelicy 7 zamieszczono przykład danych początkowych dla programów ED15, ED19 i ED20, odnoszący się do rys. 15a i 15b, który poniżej omówimy.

Objaśnienia uwag do tabelicy 7:

- 1 - Jest to parametr sterujący, który wskazuje maszynie cyfrowej, dla jakiego wskaźnika deformacji ma być sporządzona mapa. Poniżej podajemy możliwe wartości tego parametru oraz odpowiadające im wskaźniki deformacji:

Tabela 7

Dane początkowe dla programów ED15, ED19  
i ED20 (patrz: rys. 15a, 15b i 16)

Grupa danych	Dane dla maszyny cyfrowej	Numerы uwag omówionych w punkcie 4.3.4. pracy
I	4 2 30	1 2 3
II	.4, .75	4
III	0	5
IV	5000	6
V	-200, -50 -15 1000, 600	7 8 9
VI	.5, .15 40 2	10a 10b 10c
VII	2, 4, 11	11
VIII	Odkształcenia poziome terenu przy eksploatacji pokładów 312 i 4161/	12

- 1 - obniżenia niecki osiadania,
- 2 - nachylenia niecki osiadania,
- 3 - krzywizny niecki osiadania,
- 4 - odkształcenia poziome.

Tu założono, że maszyna cyfrowa sporządzi mapę odkształceń poziomych.

2 - Jest to parametr sterujący, który podaje się tylko wtedy, gdy obliczamy nachylenia, krzywizny lub odkształcenia poziome (czyli te wskaźniki, których wielkość zależy od zadanego kierunku). Omawiany parametr może przyjąć jedną z dwu wartości: 1 lub 2.

Wartość 1 tego parametru oznacza, że żądamy sporządzenia mapy maksymalnych (ekstremalnych) wielkości zadanego wskaźnika deformacji. Jeśli wartość tego parametru wyniesie 2, będzie to oznaczać, że żądamy sporządzenia mapy nachyleń, krzywizn lub odkształceń poziomych (zależnie od wartości parametru sterującego pod pozycją 1 tablicy 7), obliczonych w pewnym określonym kierunku, jednakowym dla wszystkich punktów prostokąta mapy.

Zastosowania praktyczne pierwszej z omawianych możliwości są oczywiste. Mniej oczywista natomiast jest potrzeba wyznaczenia deformacji górotworu w określonym kierunku, jednakowym dla wszystkich punktów danego obszaru. Jako przykład takiej potrzeby można jednak podać obszar rozległych torowisk. W tym przypadku na całym obszarze torowisk będzie nas interesował zasadniczo jeden kierunek - kierunek równoległy do osi torów.

3 - Kąt w stopniach między osią x przyjętego układu współrzędnych a interesującym nas kierunkiem w terenie. Kąt ten podajemy tylko wtedy, jeśli pod pozycją 2 tablicy 7 figuruje cyfra 2.

4 - Tzw. "próg czułości" mapy (patrz: punkt 4.3.3 opracowania) i odstęp kolejnych izolinii - warstwico. Wielkości liczbowe obu tych danych podajemy z uwzględnieniem następujących jednostek:

dla obniżeń - mm,

dla nachyleń - mm/m,

dla krzywizn -  $10^{-6} \text{ m}^{-1}$ ,

dla odkształceń poziomych - mm/m,

W tych jednostkach wyrażona jest również legenda mapy oraz sama mapa.

5 - Głębokość poziomu obliczeniowego (w metrach). Tu założono, że poziomem obliczeniowym będzie powierzchnia terenu.

6 - Krotność pomniejszenia mapy.

7 - Współrzędne x i y (w metrach) jednego z wierzchołków prostokąta mapy (założony prostokąt mapy pokazano na rys. 16).

8 - Kąt w stopniach między osią x przyjętego układu współrzędnych a tym bokiem prostokąta mapy, który wychodzi z zadanego wierzchołka prostokąta w kierunku dodatnim (na rys. 16 dodatni kierunek obiegu oznaczono strzałkami).

9 - Długości (w metrach) boków prostokąta mapy. Jako pierwszy podajemy bok wychodzący z zadanego wierzchołka w kierunku dodatnim.

Uwaga: Pokazany na rys. 16 prostokąt mapy możemy zadać na ostery następujące sposoby (pozycje 7 - 9 tablicy 7) :

a) - 200, - 50, -15 (lub 345), 1000, 600,

b) 766, -309, 75, 600, 1000,

c) 921, 271, 165, 1000, 600,

d) -45, 530, 255, 600, 1000,

W poszczególnych przypadkach pierwszy i ostatni wiersz wydruku mapy będą odpowiadać bokom łączącym punkty:

a)		(-45,530)	-	(921,271)
	1	(-200,-50)	-	(766,-309)
b)		(-200,-50)	-	(-45,530)
	1	(766,-309)	-	(921,271)
c)		(766,-309)	-	(-200,-50)
	1	(921,271)	-	(-45,530)
d)		(921,271)	-	(766,-309)
	1	(-45,530)	-	(-200,-50)

Z powyższego wynika, że kierunek wierszy wydruku odpowiada zawsze temu bokowi, który podawany jest jako pierwszy. Z przytoczonych możliwych sposobów zadawania prostokąta mapy korzystniejsze na ogół będą te sposoby, w których jako pierwszy podawany jest krótszy bok prostokąta mapy. W punkcie 4.3.3 opracowania zaznaczono bowiem, że jeśli prostokąt mapy ma zbyt długi bok w kierunku wierszy wydruku i wydruk mapy nie mieści się na szerokości wydruku dostępnej w drukarce wierszowej, wtedy maszyna cyfrowa dzieli mapę na pasy drukowane jeden po drugim. Jeśli wiersze wydruku mapy będą odpowiadać krótszemu bokowi, wtedy liczba przerw może być mniejsza, w związku z czym mniej pasów trzeba będzie sklejać.

- 10a - Parametry  $c_h$  i  $\varnothing$  wzorów wyprowadzonych w tej pracy (podajemy je tylko przy korzystaniu z programu ED15). Parametr  $\varnothing$  jest przeciętną wielkością liczby Poissona dla skał budujących górotwór. Dla punktów powierzchni terenu przyjmuje się ją w zakresie  $\varnothing = 0.1 - 0.2$ , a najczęściej w zakresie  $\varnothing = 0.15 - 0.175$ . Natomiast parametr  $c_h$  jest odwrotnością parametru  $\lg \beta$ .
- 10b - Wielkość parametru  $r_0$  teorii T.Kochmańskiego (wielkość tę podajemy tylko przy korzystaniu z programu ED19).
- 10c - Wielkość parametru  $\lg \beta$  (podajemy ją tylko przy korzystaniu z programu ED20).
- 11 - Liczba rozpatrywanych pokładów, łączna liczba eksploatowanych parcel (obszarów) oraz maksymalna liczba wierzołków jednego obszaru.
- 12 - Jest to nagłówek - tytuł, który ma być wydrukowany przed mapą. Przez tytuł rozumiemy tutaj dowolny ciąg - zbiór znaków, w szczególności pusty, nie zawierający znaku /, ale zawsze zakończony tym znakiem.

Po danych początkowych następują dane opisujące eksploatację w pokładach. Sporządza się je identycznie jak dla programów EDG3, EDG8 i EDG9 (patrz: punkt 4.2.2.2 opracowania). Przykład danych opisujących eksploatację w pokładach, odnoszący się do rys. 15a i 15b, zamieszczony jest w tabelicy 3.



4.4. Programy służące do uaktualniania map rzeźby terenu zmieniającej się pod wpływem eksploatacji górniczej

4.4.1. Uwagi wstępne

Rozpatrywaną grupę stanowią cztery programy: ED13, ED14, ED28, i ED29. Pierwszy i trzeci z nich opracowano na podstawie wzoru S.Knothe'go, określającego obniżenia terenu pod wpływem eksploatacji górniczej, a drugi i czwarty na podstawie analogicznego wzoru T.Kochmańskiego.

Zagadnienie aktualizacji map rzeźby terenu, zmieniającej się pod wpływem eksploatacji górniczej, wiąże się ściśle z zagadnieniem zagrożenia wodnego dla obiektów powierzchniowych i podziemnych, pochodzącego od powstających na powierzchniach kopaliń zalewisk bezodpływowych. Omawiane programy ułatwiają wyznaczanie miejsc tworzenia się kotlin bezodpływowych, mogą więc być przydatne w perspektywnym planowaniu racjonalnego zagospodarowania samego złoża jak i powierzchni.

Jako pierwsze z wyżej wymienionych opracowane były programy ED13 i ED14. Miały one służyć wyłącznie dla celów aktualizacji map rzeźby terenu i dla tych celów były one w zasadzie wystarczające. Ich działanie polega na tym, że zadaje się maszynie cyfrowej wyjściowe (początkowe) wysokości n.p.m. punktów rozmieszczonych w regularnej siatce kwadratowej, a maszyna cyfrowa odejmuje od zadanych wysokości przewidywane obniżenia terenu i sporządza mapę aktualizowaną. Później stwierdzono, że nieznaczne przeróbki programów pozwolą uogólnić je na tyle, żeby mogły jednocześnie służyć do sporządzania map dowolnych parametrów złożowych. Odczucie dowolnego parametru złożowego trudno jednak założyć, że będą znane jego wartości w punktach rozmieszczonych w siatce kwadratowej, dlatego opracowano nowe wersje programów ED13 i ED14 w postaci programów ED28 i ED29. W przypadku tych ostatnich punkty, w których zadaje się maszynie cyfrowej początkowe wysokości n.p.m. (wartości danego parametru złożowego), mogą być rozmieszczone dowolnie.

Obecnie zakres działania wszystkich czterech programów jest ten sam, tzn. służą one do aktualizacji map rzeźby terenu, sporządzania map obniżen terenu i sporządzania map dowolnych parametrów złożowych. Różnica polega na tym, że w przypadku programów ED13 i ED14 punkty, w których zadaje się wyjściowe wysokości n.p.m. (wartości danego parametru), muszą być rozmieszczone w siatce kwadratowej, a w przypadku programów ED28 i ED29 punkty te mogą być rozmieszczone dowolnie. Ze zrozumiałych względów programy ED28 i ED29 są bardziej złożone matematycznie, dlatego czas ich działania jest stosunkowo długi. W związku z tym we wszystkich tych przypadkach, kiedy można utworzyć regularną kwadratową siatkę punktów, w których zadane będą wartości danego parametru, czyli głównie w przypadku aktualizacji map rzeźby terenu należy korzystać z programów ED13 i ED14.

Inne zagadnienia dotyczące zakresu stosowania i technika drukowania map według programów ED13, ED14, ED28, i ED29 są prawie w całości zgodne z tym, co napisano w punktach 4.3.1. i 4.3.3. odnośnie programów ED15, ED19 i ED20. Pewne drobne różnice wynikają z różnic celów, którym służą obie



grupy programów. Jedyną bardziej istotną różnicą dotyczy zadawanego maszynie cyfrowej skoku warstwio. Może się bowiem zdarzyć, że maksymalna różnica wysokości (wielkości deformacji) punktów terenu w rozpatrywanym obszarze mapy będzie tak duża, iż przy zadanym skoku warstwio zabraknie znaków drukarki wierszowej, żeby obszary terenu leżące między różnymi warstwiocami mogły być wypełnione różnymi znakami. Wtedy w przypadku programów ED13, ED14, ED28 i ED29, maszyna cyfrowa sama zmienia zadany skok warstwio, przyjmując jako skok warstwio najmniejszą wielokrotność zadanego skoku, przy której ilość znaków drukarki wierszowej będzie wystarczająca. Natomiast w przypadku programów ED15, ED19 i ED20 zadawany skok warstwio nie jest zmieniany, a obszary terenu, w których występują wielkości deformacji większe od granicznych (określonych przez zadany skok warstwio i ilość znaków drukarki wierszowej), są zadrukowywane znakami odpowiadającymi skrajnym przedziałom wielkości danego wskaźnika deformacji.

#### 4.4.2. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej

Dane dla maszyny cyfrowej można podzielić na trzy grupy:

- I. Dane początkowe.
- II. Dane opisujące eksploatację w pokładach.
- III. Dane końcowe, określające obszar mapy i wyjściową rzeźbę terenu (wartości parametru, dla którego ma być sporządzona mapa).

Dane początkowe są identyczne dla wszystkich czterech programów (pomijając różnice między parametrami teorii) i zawierają w kolejności następujące pozycje:

1. Parametr sterujący o wartościach 0 lub 1. Wartość 1 tego parametru oznacza, że rozpatrywane zagadnienie dotyczy aktualizacji mapy rzeźby terenu. Liczbę zero wstawiamy w tym miejscu, jeśli będzie chodziło o sporządzenie mapy określonego parametru złożowego.
2. Skok warstwio mapy. W przypadku aktualizacji mapy rzeźby terenu skok ten podajemy w metrach.
3. Krotność pomniejszenia mapy.

Tablica 8

Przykład danych początkowych dla programów ED13, ED14, ED28 i ED29 (patrz: rys. 15a i 15b)

Dane dla maszyny cyfrowej	Numbry pozycji według zestawienia z punktu 4.4.2. pracy
1, .5, 5000	1-3
1, 1, 100	4-6
.5	7a
40	7b
2, 4, 11	8-10
Zaktualizowana mapa rzeźby terenu po zakończeniu eksploatacji pokładów 312 i 4161 /	11

Pozycje 4 -10 wykazu danych początkowych wypełniamy tylko wtedy, jeśli pod pozycją 1 figuruje liczba 1.

- 
4. Parametr sterujący o wartościach 0 lub 1. Jeśli wstawimy w tym miejscu liczbę 1, wtedy będzie sporządzona mapa wyjściowej rzeźby terenu. W przypadku przeciwnym będzie wykreślona tylko mapa zaktualizowana.
  5. Parametr sterujący o wartościach 0 lub 1. Liczba 1, postawiona w tym miejscu, oznacza, że dodatkowo ma być sporządzona mapa obniżeń terenu.
  6. Jeśli pod pozycją 5 wykazu danych figuruje liczba 1, wtedy w tym miejscu podajemy skok warstwie mapy obniżeń terenu w mm.
  - 7a. Odwrotność parametru  $\tan \beta$  (dotyczy programów ED13 i ED28).
  - 7b. Wielkość parametru  $r_0$  w metrach (dotyczy programów ED14 i ED29).
  8. Liczba eksploatowanych pokładów.
  9. Łączna liczba parcel eksploatacji.
  10. Maksymalna liczba wierzchołków jednej parceli.
- 
11. Tytuł czyli nagłówek, który ma być wydrukowany przed mapą.  
Przez tytuł rozumiemy tutaj dowolny ciąg znaków (w szczególności pustoty), nie zawierający znaku dzielenia/, ale zawsze zakończony tym znakiem.

Przykład danych początkowych zamieszczono w tablicy 8.

Dane opisujące eksploatację w pokładach sporządza się tylko wtedy, jeśli pod pozycją 1 danych początkowych figuruje liczba 1. Są one dokładnie takie same jak w przypadku programów EDG3, EDG8, EDG9, ED15, ED19 i ED20 (patrz: punkt 4.2.2.2 pracy). Przykład danych opisujących eksploatację, odnoszący się do rys. 15a i 15b, zamieszczony jest w tablicy 3.

Po danych początkowych i danych opisujących eksploatację w pokładach następują dane końcowe, określające obszar mapy i wyjściową rzeźbę terenu (wartości parametru złożowego, dla którego ma być sporządzona mapa). Dla obu grup programów, tj. programów ED13 i ED14 oraz ED28 i ED29, dane te istotnie się różnią. Dlatego omówimy je z osobna.

#### Dane końcowe dla programów ED13 i ED14

Obszar mapy może być tylko prostokątem. Przed przystąpieniem do sporządzenia danych prostokąt, dla którego ma być wykonana zaktualizowana mapa rzeźby terenu (mapa danego parametru), pokrywamy kwadratową siatką linii (patrz: rys. 16). Następnie odczytujemy wyjściowe (dotyczące sytuacji przed dokonaniem eksploatacji) wysokości n.p.m. punktów węzłowych siatki (wartości parametru w tych punktach), po czym możemy sporządzić szczegółowy wykaz danych zawierający w kolejności:

1. Współrzędne  $x$  i  $y$  (w metrach) jednego z wierzchołków prostokąta mapy.
2. Kąt w stopniach między osią  $x$  przyjętego układu współrzędnych a bokiem prostokąta mapy, który wychodzi z zadanego wierzchołka w kierunku dodatnim (kierunek w lewo). W dalszym ciągu ten bok będziemy nazywać pierwszym bokiem prostokąta mapy.
3. Bok w metrach przyjętej siatki kwadratowej, który powinien być tym mniejszy, im bardziej zróżnicowana jest wyjściowa rzeźba terenu (im

Tablica 9

Dane dla programów ED13 i ED14 określające prostokąt mapy i wyjściową rzeźbę terenu - przykład dotyczący rys. 16

Wariant danych	Dane dla maszyny cyfrowej	Numerы pozycji według zestawienia z punktu 4.4.2 pracy
I	- 200, - 50 - 15 (lub 345) 100 11, 7 $w_1, w_2, \dots, w_{11}$ $w_{12}, w_{13}, \dots, w_{22}$ $w_{67}, w_{68}, \dots, w_{77}$	1 2 3 4 - 5 6 (należy podać odpowiednie dane liczbowe)
II	766, - 309 75 100 7, 11 $w_{11}, w_{22}, w_{33}, \dots, w_{77}$ $w_{10}, w_{21}, w_{32}, \dots, w_{76}$ $w_1, w_{12}, w_{23}, \dots, w_{67}$	1 2 3 4 - 5 6 (należy podać odpowiednie dane liczbowe)

bardziej zróżnicowane są wartości danego parametru) i im większą dokładność chcemy uzyskać.

4. Liczba punktów węzłowych siatki kwadratowej na pierwszym boku prostokąta mapy (liczba kolumn siatki).
5. Liczba punktów węzłowych siatki na drugim boku prostokąta mapy, prostopadłym do pierwszego boku (liczba wierszy siatki).
6. Wysokości n.p.m. w metrach (wartości danego parametru) kolejnych punktów węzłowych w kolejnych wierszach siatki. Jako kierunek wierszy siatki przyjmuje się kierunek pierwszego boku prostokąta mapy. Pierwszym wierszem siatki jest wiersz leżący na pierwszym boku prostokąta mapy. Ostatnim wierszem jest wiersz leżący na trzecim boku prostokąta mapy. Kolejność punktów węzłowych w wierszach odpowiada dodatniemu kierunkowi obiegowi na pierwszym boku prostokąta.

Z powyższego wynika, że istnieją cztery możliwe warianty sporządzenia omawianych danych. Przykłady sporządzenia tych danych, dotyczące rys. 16, przedstawiono w tablicy 9.

Kierunek wierszy wydruku mapy jest zgodny z kierunkiem wierszy siatki. Jako pierwszy drukowany jest wiersz odpowiadający trzeciemu bokowi prostokąta mapy. Wynika z tego, że na ogół korzystniejsze będą te warianty sporządzenia omawianych danych, w których wiersze są krótsze, ponieważ liczba pasów może być mniejsza, w związku z czym mniej czasu zajmie czynność sklejanía pasów.

Dane końcowe dla programów ED28 i ED29

Zakładamy, że znane są wartości rozpatrywanego parametru (wyjściowe wysokości n.p.m.) w określonej ilości punktów. Poszczególne punkty numeruje-



my od 1 począwszy i łączymy odcinkami prostych w ten sposób, żeby utworzyć siatkę trójkątów, które nie będą zawierać w swym wnętrzu żadnego z danych punktów (patrz: rys. 17). Po takim przygotowaniu można sporządzić dane, na które składają się:

1. Liczba punktów tworzących siatkę.
2. Współrzędne x i y w metrach oraz wartości rozpatrywanego parametru (wys. n.p.m. w metrach) w kolejnych punktach siatki.
3. Liczba trójkątów siatki.
4. Numery punktów stanowiących wierzchołki poszczególnych trójkątów. Numery te powinny odpowiadać dokładnie kolejności, w jakiej poszczególne punkty były w punkcie 2 danych końcowych zestawione. Nieistotna natomiast jest kolejność trójkątów oraz kolejność numerów wierzchołków danego trójkąta.

Obszar mapy będzie ograniczony obwiednią siatki trójkątów zestawionych według numerów wierzchołków w punkcie 4 danych. Kierunek wierszy wydruku mapy może być równoległy do osi x lub y, z tych dwu kierunków maszyna cyfrowa wybiera ten, przy którym wiersze są krótsze.

Tablica 10

Przykład danych końcowych dla programów  
RD28 i RD29 dotyczący rys. 17

Dane dla maszyny cyfrowej	Numery pozycji według zestawienia w punkcie 4.4.2 pracy
17	1
100, - 50,273,9	2
50, 50,273.6	
200, 25,274.4	
325, 25,275.1	
50, 175,273.6	
150, 150,273.9	
300, 125,274.7	
425, 100,274.7	
75, 275,273.4	
200, 250,273.7	
325, 225,274.2	
425, 225,274.2	
525, 175,273.9	
175, 350,273.3	
275, 325,273.4	
375, 325,273.7	
525, 300,273.6	
28	3
1,2,3,2,6,5,	4
2,3,6,3,7,6,	
3,4,7,4,8,7,	
5,6,9,6,9,10,	
6,7,10,7,11,10,	
7,8,11,8,12,11,	
8,13,12,9,10,14,	
10,15,14,10,11,15,	
11,16,15,12,16,11,	
17,16,12,12,13,17,	

Przykład danych końcowych dla programów RD28 i RD29, dotyczący rys.17, zamieszczono w tablicy 10.





#### 4.5. Programy służące do wyznaczania parametrów występujących we wzorach teoretycznych na podstawie pomierzonych przemieszczeń pionowych lub poziomych górotworu

##### 4.5.1. Zakres stosowania programów

Programy służące do wyznaczania wielkości parametrów występujących we wzorach teoretycznych noszą następujące nazwy: EDG4, ED12, ED17 i ED18. Pierwsze dwa służą do wyznaczania parametrów na podstawie pomierzonych obniżen górotworu, a pozostałe - na podstawie pomierzonych przemieszczeń poziomych. Programy EDG4 i ED17 dotyczą teorii S.Lothego - W.Budryka (program ED17 może również dotyczyć wzorów na przemieszczenie poziome wyprowadzonych w niniejszej pracy przy założeniu, że punkty pomiarowe położone są na powierzchni terenu), a programy ED12 i ED18 - teorii T.Kochmańskiego.

Każdy z programów wyznacza pięć parametrów, przy czym dwa z nich wyznaczane są opcjonalnie. Są to parametry, które korygują pomierzone ruchy górotworu eliminując wpływ czynników dodatkowych (np. sufozja, wpływ starych zrobów, ewentualne błędy stałe i systematyczne pomiarów itd.) na wyniki pomiarów. Dalsze dwa parametry wyznaczane przez programy to:  $a$  - współczynnik eksploatacyjny, zależny od sposobu kierowania stropem i  $d$  - tzw. o-  
brzeże eksploatacji wynikające z istnienia niazawalonego (nieugiętego) wspornika przy krawędziach eksploatacji. Piątym parametrem jest  $\operatorname{tg} \beta$  - w przypadku programów EDG4 i ED17 oraz  $r_0$  - w przypadku programów ED12 i ED18. Parametru  $b$  teorii T.Kochmańskiego programy ED12 i ED18 nie wyznaczają; wartości  $b$  i pochodnej  $db/dz$  obliczane są ze wzorów zamieszczonych w pracy [88] .

W wydrukach wyników obliczeń według programów ED17 i ED18 przez wynik podstawiany pod nazwę  $a_1$  ( $a_1$  = wynik) należy rozumieć iloczyn:

-  $a \cdot k$  - według programu ED17 zastosowanego do wzoru W.Budryka, gdzie:

$k$  - parametr występujący we wzorze (2.1):  
według W.Budryka;

$$k = \sqrt{2\pi} \operatorname{tg} \beta,$$

-  $a \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \cdot k$  - według programu ED17 zastosowanego do wzorów (3.38) przy założeniu, że punkty pomiarowe leżą na powierzchni terenu,

gdzie:

$\nu$  - liczba Poissona,

$k$  - parametr występujący we wzorze (2.2);

$$k = 0,665,$$

-  $a \cdot S_{xz}$  - według programu ED18,

gdzie:

$S_{xz}$  - zastępuje wartość współczynnika szczylinowatości [88] (wzór 4.18b).

Powyższe wynika stąd, że zasadniczo nie ma możliwości wyznaczenia z osobna wielkości każdego z czynników składających się na przytoczone iloczyny, jeśli dysponuje się tylko wynikami pomiarów ruchów poziomych górotworu.

Dalsze informacje o zakresie stosowania omawianych programów ujmuję poniższe zestawienie:

1. Liczba punktów pomiarowych może być dowolna.
2. Punkty pomiarowe mogą być dowolnie rozmieszczone w jednej płaszczyźnie poziomej w głębi górotworu (oprócz przypadku zastosowania programu ED17 do wzorów (3.38)) lub na powierzchni terenu.  
Z uwagi na stosowaną najczęściej technikę wykonywania pomiarów ruchów poziomych górotworu w programach ED17 i ED18 dowolność położenia punktów pomiarowych ograniczona jest do linii poziomej.
3. Zakłada się, że pomierzone ruchy górotworu odpowiadają stanowi uspokojenia się górotworu po dokonaniu danej eksploatacji.
4. Uwzględnia się eksploatację prowadzoną w pokładach poziomych lub słabo nachylonych.
5. Obszar eksploatacji w każdym z pokładów może być dowolnym zbiorem dowolnych wielokątów.
6. W poszczególnych wielokątach eksploatacji mogą być stosowane różne sposoby kierowania stropem.

#### 4.5.2. Podstawy teoretyczne programów

Jako kryterium wyznaczania parametrów przyjęto minimum wariancji resztkowej. Przy uwzględnieniu parametrów korygujących pomierzone ruchy górotworu i wag kryterium to polega na wyznaczeniu minimum funkcji:

$$B(a_z, d, P, \Delta w, v) = \sum_{i=1}^n p_i [a_z \bar{w}_i(d, P) + \Delta w + v S_{1-w_1}(P)]^2, \quad (4.17)$$

gdzie:

- $n$  - liczba punktów pomiarowych,
- $w_i(P)$  - zmierzona wielkość przemieszczenia (pionowego lub poziomego)  $i$  - tego punktu,
- $a_z$  - współczynnik eksploatacyjny dla zastępczego sposobu kierowania stropem,
- $\bar{w}_i$  - teoretyczna wielkość przemieszczenia  $i$ -tego punktu podzielona przez zastępczy współczynnik kierowania stropem (suma iloczynów odpowiednich ciężarów po poszczególnych wielokątach eksploatacji przez ekwiwalentne grubości pokładów w tych wielokątach),
- $d$  - tzw. obrzeże eksploatacji wynikające z istnienia niezawalnego (nieugiętego) wspornika przy krawędziach eksploatacji; w obliczeniach uwzględnia się fakt, że przy każdej krawędzi wielkość  $d$  może być inna (patrz: sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej),
- $\Delta w$  - błąd dowiązania lub parametr uwzględniający przemieszczenie punktu dowiązania albo też parametr korygujący jakikolwiek błąd stały dla wszystkich punktów pomiarowych,
- $v$  - parametr korygujący wpływ jakiegokolwiek czynnika naturalnego lub górniczego o działaniu systematycznym (w pewnych przypadkach może to być np. wpływ odwodnienia gruntu lub wpływ starych zrobów); zakłada się, że parametr  $v$  może być wyznaczany tylko



wtedy, gdy punkty pomiarowe rozmieszczone są w przybliżeniu w jednej linii,

$$S_1 = \sum_{j=1}^1 S_{j-1,j}$$

$S_{j-1,j}$  - odległość  $j$ -tego punktu pomiarowego od punktu poprzedniego:  $s_{0,1}$  oznacza odległość pierwszego punktu pomiarowego od punktu, od którego, według posiadanego rozeznania, rozpoczyna się wpływ czynnika o działaniu systematycznym,

$P_1$  - waga przyporządkowana 1-temu punktowi; w programach przewidziano cztery rodzaje wag do wyboru:

$$P_1 = 1, P_1 = |w_1^{(p)}|$$

$$P_1 = |T_1^{(p)}| = \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right|_1^{(p)} \text{ oraz } P_1 = |K_1^{(p)}| = \left| \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right|_1^{(p)},$$

gdzie:  $x$  - parametr linii pomiarowej,  $T$  - obliczone z obniżeń nachylenie profilu niecki osiadania (odkształcenie poziome) wzdłuż linii pomiarowej,  $K$  - obliczona z obniżeń krzywizna profilu niecki osiadania (druga pochodna przemieszczenia poziomego) wzdłuż linii pomiarowej.

Dwa ostatnie rodzaje wag można oczywiście stosować, gdy punkty pomiarowe rozmieszczone są w przybliżeniu wzdłuż jednej linii,

$P$  - inne parametry rozpatrywanej teorii ruchów punktów górotworu przy eksploatacji górniczej (tu:  $\tan \beta$  lub  $r_0$ ).

Wyjaśnienia wymaga wprowadzone pojęcie zastępczego sposobu kierowania stropem. Pojęcie to wiąże się z sytuacją, kiedy na powstanie analizowanej niecki osiadania miała wpływ eksploatacja więcej niż jednego obszaru z różnymi sposobami kierowania stropem. Wtedy wybieramy zastępczy sposób kierowania stropem i obliczamy dla każdego obszaru eksploatacji ekwiwalentną grubość pokładu w tym obszarze. Przyjmujemy przy tym, że ekwiwalentna grubość pokładu w obszarach, w których był stosowany taki sam sposób kierowania stropem jak sposób zastępczy, jest równa faktycznej grubości pokładu, natomiast w obszarach, w których był stosowany inny sposób kierowania stropem, ekwiwalentna grubość pokładu wyniesie:

$$\xi_z = ga/a_z, \quad (4.18a)$$

gdzie:

$g$  - rzeczywista grubość pokładu,

$a$  - współczynnik eksploatacyjny odpowiadający stosowanemu w danym obszarze sposobowi kierowania stropem,

$a_z$  - współczynnik eksploatacyjny odpowiadający zastępczemu sposobowi kierowania stropem.

Stosunek  $a/a_z$  należy przyjmować odpowiednio do wyników obserwacji poczynionych w danym terenie lub też na podstawie powszechnie przyjętych danych.



Wzór (4.18a) dotyczy programów EDG4, ED12 i ED17. W przypadku programu ED18 ekwiwalentną grubość pokładu należy obliczać ze wzoru:

$$s_x = s \frac{a s_x}{a_x s_{xz}}, \quad (4.18b)$$

gdzie:

$s_x, s_{xz}$  - wartość rzeczywista i zastępcza współczynnika szczelinowości [88].

Z pięciu warunków koniecznych istnienia minimum funkcji  $B(a_x, d, P, \Delta w, v)$ , określonej wzorem (4.17), można efektywnie wykorzystać trzy następujące:

$$\frac{\partial B}{\partial a_x} = 0; \quad \frac{\partial B}{\partial \Delta w} = 0; \quad \frac{\partial B}{\partial v} = 0. \quad (4.19)$$

Z warunków tych otrzymujemy:

$$a_x = \frac{w_1}{w_0}; \quad \Delta w = \frac{w_2}{w_0}; \quad v = \frac{w_3}{w_0}, \quad (4.20)$$

gdzie:

$$w_0 = \begin{vmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ s_2 & s_4 & s_5 \\ s_3 & s_5 & s_6 \end{vmatrix} \quad w_1 = \begin{vmatrix} s_7 & s_2 & s_3 \\ s_8 & s_4 & s_5 \\ s_9 & s_5 & s_6 \end{vmatrix}$$

$$w_2 = \begin{vmatrix} s_1 & s_7 & s_3 \\ s_2 & s_8 & s_5 \\ s_3 & s_9 & s_6 \end{vmatrix} \quad w_3 = \begin{vmatrix} s_1 & s_2 & s_7 \\ s_2 & s_4 & s_8 \\ s_3 & s_5 & s_9 \end{vmatrix}$$

$$s_1 = \sum_{i=1}^n p_i \bar{w}_i^2 \quad s_2 = \sum_i p_i \bar{w}_i \quad s_3 = \sum_i p_i \bar{w}_i s_i$$

$$s_4 = \sum_i p_i \quad s_5 = \sum_i p_i s_i \quad s_6 = \sum_i p_i s_i^2$$

$$s_7 = \sum_i p_i \bar{w}_i w_i^{(p)} \quad s_8 = \sum_i p_i w_i^{(p)} \quad s_9 = \sum_i p_i w_i^{(p)} s_i$$

Wstawiając wzory (4.20) do wzoru (4.17) otrzymujemy funkcję z dwoma szukanymi parametrami  $d$  i  $P$ . Tak więc ilość zmiennych, względem których należy minimalizować wariancję resztkową, ograniczyliśmy do dwóch. Efektywne wyznaczenie minimum wariancji resztkowej względem tych dwóch parametrów jest jednak niemożliwe. Szukane parametry można wyznaczyć jedynie w sposób numeryczny.

### 4.5.3. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej

Sposób sporządzania danych jest identyczny dla wszystkich czterech rozpatrywanych programów. Wykazy danych dla poszczególnych programów mogą się różnić jedynie tym, że w odpowiednim miejscu podajemy wielkości obniżenia punktów pomiarowych (programy EDG4 i ED12) lub składowych przemieszczenia poziomego w kierunku linii pomiarowej (programy ED17 i ED18).

Dane dla maszyny cyfrowej można podzielić na trzy grupy:

I. Parametry sterujące i dane wyjściowe.

II. Współrzędne x i y w metrach oraz przemieszczenia w milimetrach kolejnych punktów pomiarowych (obniżenia podajemy jako dodatnie, wypiętrzenia - jako ujemne, a składowe przemieszczenia poziomego w kierunku linii pomiarowej - zależnie od zwrotu przemieszczenia).

Tablica 11

Przykład danych dla programów EDG4, ED12, ED17 i ED18 dotyczący eksploatacji pokazanej na rys. 15a i 15b oraz punktów pomiarowych 1-6 zaznaczonych na rys. 15b (w trzeciej kolumnie drugiej grupy danych podane są wielkości obniżenia punktów pomiarowych)

Grupa danych	Dane dla maszyny cyfrowej		Numery uwag omówionych w punkcie 4.5.3 pracy	c.d. kol.1	c.d. kol.2	p.d. kol.3
Kol.1	Kol.2		Kol.3			
I	0		1	o.d.	50,600,1	
	1		2	III	380,1.286, 4	12
			3		0,150, -.25	13
	0		4		150,150, -.25	
	1		5		150,350, -.25	
	6		6		50,350, -.25	
			7		390,2.8, 8	14
II					350,150, 1	15
	150,-100, 121.6		8		700, 50, 1	
	250, 0, 435.2				700,200, 1	
	350, 100, 699.5				550,200, 1	
	450, 200, 1576				600,300, 1	
	550, 300, 1824.6				700,200, 1	
III	650, 400, 1185				700,500, 1	
	4, 11		9		400,500, 1	
	380, 3, 11		10		470, .857, 9	16
	-100, 50, 1		11		100, -50, 1	17
	300,100, 0				500,-100, 0	
	150,150, .25				450, 50, 1	
	0,150, .25				300, 50, 1	
	50,350, .25				450, 200, 1	
	150,350, .25				450, 50, 0	
	150,150, 0				500,-100, 1	
	300,100, 1				750, 450, 1	
	250,450, 1				200, 400, 1	
	150,450, 1					

III. Dane opisujące dokonaną eksploatację.

Pierwsza grupa danych zawiera w kolejności następujące pozycje:

1. Parametr sterujący, któremu można nadać jedną z dwu wartości: 0 lub 1. W przypadku, gdy parametr ten będzie miał wartość 0, wtedy parametrowi  $v$  ze wzoru (4.17) zostanie z góry nadana wartość 0 i maszyna nie będzie go już wyznaczać. W przypadku przeciwnym wielkość parametru  $v$  będzie wyznaczana z warunku na minimum funkcji (4.17).
2. Parametr sterujący o wartościach 0 lub 1. W przypadku gdy parametrowi temu nadamy wartość 1, wtedy maszyna cyfrowa będzie wyznaczać wielkość parametru  $d$ . W przypadku przeciwnym wielkość parametru  $d$  nie będzie wyznaczana.
3. Jeśli pod pozycją 2 rozpatrywanej grupy danych znajduje się cyfra 0, co oznacza, że parametr  $d$  nie będzie wyznaczany, wtedy w tym miejscu należy podać znaną skądinąd wielkość parametru  $d$ .
4. Parametr sterujący o wartościach 0 lub 1. Jeśli parametrowi temu nadamy wartość 0, wtedy parametrowi  $\Delta w$  ze wzoru (4.17) zostanie z góry przyporządkowana wartość 0. W przypadku przeciwnym wartość parametru  $\Delta w$  będzie wyznaczana przez maszynę cyfrową.
5. Parametr sterujący, któremu można przypisać jedną z czterech wartości: 1, 2, 3, 4. Parametr ten określa rodzaj wag punktów pomiarowych. Kolejne, możliwe do przyjęcia wartości tego parametru odpowiadają następującym wagom  $p_i$  :  $1, |w_1^{(p)}|, |T_1^{(p)}|, |K_1^{(p)}|$ , które program przyporządkuje poszczególnym punktom pomiarowym.
6. Liczba punktów pomiarowych.
7. Jeśli pod pozycją 1 znajduje się cyfra 1, wtedy w tym miejscu podajemy odległość pierwszego punktu pomiarowego od punktu, od którego zaczyna się wpływ czynnika o działaniu systematycznym.

Druga grupa danych nie wymaga bliższego omówienia. Przykład danych przedstawiony w tablicy 11 (pozycja 8 tablicy) naświetla te dane wystarczająco.

Na trzecią grupę danych, tj. danych opisujących dokonaną eksploatację, która spowodowała pomierzone wpływy, składają się:

1. Liczba wyeksploatowanych parcel i maksymalna liczba wierzchołków jednej parceli (pozycja 9 tablicy 11).
2. Dane dotyczące kolejnych parcel, które zawierają:
  - a) przeciętną głębokość obliczoną względem poziomu punktów pomiarowych i ekwiwalentną grubość pokładu (wzory 4.18) w metrach oraz liczbę wierzchołków (pozycje 10, 12, 14 i 16 tablicy 11). Przykładowo podamy tu wyliczenie ekwiwalentnej grubości pokładu w obszarze pokładu 312 (rys. 15a), w którym była stosowana podszadzka sucha, leżącym wewnątrz obszaru eksploatacji z zawałem stropu. Jako zastępczy sposób kierowania stropem wybieramy zawał stropu. Wtedy ekwiwalentna grubość pokładu w rozpatrywanym obszarze wyniesie (pozycja 12 tablicy 11):

$$3 \cdot \frac{0.3}{0.7} = 1.286 \text{ m,}$$



gdzie:

0.3 - współczynnik eksploatacyjny przy stosowaniu podsadzki suchej pneumatycznej,

0.7 - współczynnik eksploatacyjny przy eksploatacji z zawałem stropu,

3 - rzeczywista grubość pokładu, (m).

- b) współrzędne  $x$  i  $y$  w metrach kolejnych wierzchołków oraz wielkości pewnego parametru  $c$ , dobierane według posiadanego doświadczenia, zależnie od sytuacji górniczej. Wielkość parametru  $c$ , podana przy współrzędnych danego wierzchołka, odnosi się do krawędzi łączącej ten wierzchołek z następnym. Wielkość tego parametru należy w uproszczeniu interpretować w ten sposób, że maszyna cyfrowa szukając minimum funkcji (4.17), będzie badała wartości tej funkcji przy różnych wielkościach parametru  $d$ , przesuwając każdorazowo wszystkie krawędzie od wnętrza odpowiednich obszarów eksploatacji o odcinek  $d$ . Ujemna wielkość parametru  $c$  oznacza, że dana krawędź będzie przesuwana na zewnątrz właściwego obszaru eksploatacji o odcinek  $|d|$ . W przykładzie podanym w tablicy 11 założono, że na granicy eksploatacji z podsadzką suchą i z zawałem stropu tworzy się wspornik o długości stanowiącej jedną czwartą ( $c=0.25$ ) długości wspornika, jaki tworzy się przy caliznie. Ponadto założono równość wsporników, jakie tworzą się przy eksploatacji z zawałem stropu i przy eksploatacji z podsadzką płynną, kładąc w jednym i drugim przypadku  $c = 1$ . Wymagana kolejność podawania współrzędnych wierzchołków jest zasadniczo taka, żeby posuwając się wzdłuż krawędzi mieć obszar eksploatacji stale po lewej stronie. Nieistotne natomiast jest, który wierzchołek będzie podany jako pierwszy.

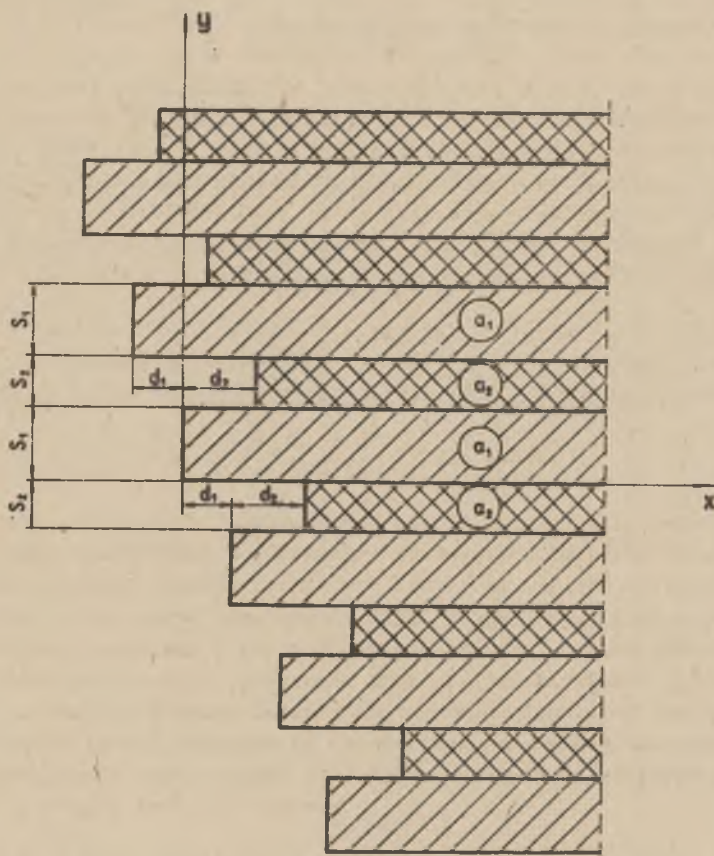
#### 4.6. Programy umożliwiające optymalizację kształtu frontu wybierania w filarsach ochronnych szuflach obiektów

##### 4.6.1. Wprowadzenie

W ostatnich kilku latach ukazało się szereg propozycji odnośnie sposobu kształtowania frontu eksploatacji pod kątem minimalizacji deformacji górotworu. Są to m.in. propozycje W.Batkiewicza [3] i T.Kochmańskiego - J.Magdziorza [87] oraz niepublikowane jeszcze propozycje M.Chudka - H.Gila - B.Drzęzli - W.Olaszowskiego, dotyczące wybierania w filarze ochronnym dla Zakładów Azotowych im. P.Findera w Chorzowie [22].

W celu oprogramowania zagadnienia kształtowania frontu eksploatacji starano się opracować jeden, w miarę uniwersalny program, przy pomocy którego można by przeanalizować przydatność powyższych i innych propozycji. W związku z tym rozpatrzono kształt frontu eksploatacji jak na rys. 18. Łątwo zauważyć, że kształt ten zawiera w sobie, w sensie obliczeniowym, propozycje wymienionych autorów i jeszcze wiele innych (np. [81]). Do wyznaczenia rozkładów deformacji przy tym kształcie frontu wybierania opracowano dwa programy dla maszyny cyfrowej o nazwach EDG2 i EDG5. Pierwszy z tych programów dotyczy wzorów T.Kochmańskiego, a drugi - wzorów S.Knothego.





Rys. 18 Podstawowy kształt frontu eksploatacji uwzględniony w programach EDG2 i EDG5

#### 4.6.2. Podstawy teoretyczne programów

Omawiane programy sporządzają rozkłady następujących wskaźników deformacji (wskaźniki podkreślone są drukowane tylko przez program EDG5, a wskaźniki w nawiasie tylko przez program EDG2):

$$\underline{w}, T_x, T_y, T_M, \underline{K_x}, \underline{K_y}, \underline{K_{xy}}, K_1, K_2, (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_1, \varepsilon_2),$$

gdzie:

$T_M$  - maksymalne nachylenie niecki osiadania w danym punkcie (wzór 4.7),

$K_1, K_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$  - krzywizny przekrojów pionowych i odkształcenia poziome główne (wzór 4.11).

Na podstawie teorii S.Knothe'go, korzystając ze wzorów przedstawionych w pracach [24, 38], można wyprowadzić następujące wzory dotyczące obliczania wyszczególnionych wskaźników deformacji przy eksploatacji jak na rys. 18:

$$\begin{aligned} w(x,y) &= -a_1 g \sum_{i=1}^2 A_i \sum_{j=-1}^1 I(k_{ij}, \infty) \cdot I(m_{ij}, n_{ij}) \\ T_x(x,y) &= -\frac{a_1 g}{r} \sum A_i \sum f(k_{ij}) I(m_{ij}, n_{ij}), \\ T_y(x,y) &= \frac{a_1 g}{r} \sum A_i \sum [f(n_{ij}) - f(m_{ij})] I(k_{ij}, \infty), \\ K_x(x,y) &= -2\pi \frac{a_1 g}{r^2} \sum A_i \sum k_{ij} f(k_{ij}) I(m_{ij}, n_{ij}), \\ K_y(x,y) &= 2\pi \frac{a_1 g}{r^2} \sum A_i \sum [n_{ij} f(n_{ij}) - m_{ij} f(m_{ij})] I(k_{ij}, \infty), \\ K_{xy}(x,y) &= \frac{a_1 g}{r^2} \sum A_i \sum f(k_{ij}) [f(n_{ij}) - f(m_{ij})], \end{aligned} \quad (4.21)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 \\ A_2 &= \frac{a_2}{a_1} \end{aligned}$$

$a_1, a_2$  - współczynniki eksploatacyjne zależne od sposobów kierowania stropem w naprzemianległych pasach

$$f(s) = e^{-is^2}$$

$$I(\alpha, \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\pi t^2} dt$$

$$k_{1j} = \frac{-x - j d_1}{r}$$

$$k_{2j} = \frac{d_2}{r} + k_{1j}$$

$$m_{1j} = \frac{-y + j (s_1 + s_2)}{r}$$

$$m_{2j} = \frac{s_1}{r} + m_{1j}$$

$$n_{1j} = m_{2j}$$

$$n_{2j} = \frac{s_2}{r} + n_{1j}$$

1 - liczba stopni frontu ( $s_1 + s_2$ ) po jednej stronie osi  $x$  (zakłada się taką samą liczbę stopni po obu stronach osi  $x$ ).

Z kolei, według teorii T. Kochmańskiego, na podstawie wzorów zamieszczonych w pracach [29, 32], obliczane wskaźniki deformacji przedstawia się wzorami:

$$T_x(x, y) = - \frac{a_1 g}{r_0 c} \sum_{i=1}^2 A_i \sum_{j=-1}^1 \int_{m_{ij}}^{n_{ij}} E(k_{ij}, t) dt,$$

$$T_y(x, y) = \frac{a_1 g}{r_0 c} \sum A_i \sum_{k_{ij}}^{\infty} [E(n_{ij}, t) - E(m_{ij}, t)] dt$$

$$K_x(x, y) = - \frac{a_1 g b}{r_0^2 c} \sum A_i \sum_{m_{ij}}^{n_{ij}} F(k_{ij}, t) dt$$

$$K_y(x, y) = \frac{a_1 g b}{r_0^2 c} \sum A_i \sum_{k_{ij}}^{\infty} [F(n_{ij}, t) - F(m_{ij}, t)] dt$$

(4.22)

$$K_{xy}(x, y) = \frac{a_1 g}{r_0^2 c} \sum A_i \sum [E(k_{ij}, n_{ij}) - E(k_{ij}, m_{ij})]$$

$$\varepsilon_x(x, y) = - \frac{a_1 g}{2\pi} \frac{db}{dz} \sum A_i \sum_{m_{ij}}^{n_{ij}} k_{ij} G(k_{ij}, t) dt$$

(zakładamy  $r_0 = \text{const}$ )

$$\varepsilon_y(x, y) = \frac{a_1 g}{2\pi} \frac{db}{dz} \sum A_i \sum_{k_{ij}} \int_{k_{ij}}^{\infty} [n_{ij} G(n_{ij}, t) - m_{ij} G(m_{ij}, t)] dt$$

$$\frac{1}{2} \int_{xy} (x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = - \frac{a_1 g}{2\pi} \frac{db}{dz} \sum A_i \sum_{m_{ij}}^{n_{ij}} \int_{m_{ij}}^{n_{ij}} t G(k_{ij}, t) dt,$$

gdzie:

$A_1, A_2$  - jak wyżej,

$k_{ij}, m_{ij}, n_{ij}$  - analogicznie jak wyżej, z tym, że w mianowniku zamiast  $r$  znajduje się  $r_0$ ,

$$E(s, t) = \exp \left[ - (\sqrt{s^2 + t^2})^b \right]$$

$$F(s, t) = s (s^2 + t^2)^{0,5b-1} E(s, t)$$

$$G(s, t) = \frac{1}{s^2 + t^2} \frac{\partial \varphi(\sqrt{s^2 + t^2}, b)}{\partial b}$$

$$C = C(b) = 2\pi \int_0^{\infty} t e^{-t^b} dt$$

$$\varphi(s, b) = \frac{2\pi}{C} \int_0^s t e^{-t^b} dt$$

1 - jak wyżej.

#### 4.6.3. Ocena efektywności analizowanego kształtu frontu wybierania

W omawianych programach był zasadniczo uwzględniony front wybierania o kształcie pokazanym na rys. 18. Dobierając jednak na różne sposoby wyprzedzenia  $d_1$  i  $d_2$  oraz szerokości naprzemianległych pasów  $a_1$  i  $a_2$  jak również liczbę stopni frontu  $l$  i stosunek  $A = a_2/a_1$ , można analizować bardzo zróżnicowane kształty frontów wybierania. Niektóre możliwości w tym zakresie pokazano na rys. 19a + 19h. Dodatkowo programy mogą analizować jeszcze inne fronty, które nie wynikają bezpośrednio z frontu pokazanego na rys. 18. Przykłady takich frontów podano na rys. 20a + 20d.

Omawiane programy pomyślane są jako narzędzia umożliwiające szybką ocenę efektywności zastosowania określonego frontu wybierania w filarze obo-ronnym. Przez efektywność rozumiemy przy tym zmniejszenie maksymalnych deformacji terenu przy danym froncie wybierania w stosunku do maksymalnych deformacji, jakie występują przy długim froncie prostoliniowym. W związku z tym, a jednocześnie dlatego, żeby uzyskać jak największą ogólność programów, przyjęto w obliczeniach:



$$s_1 \cdot g = r = r_0 = 1 \text{ m}; \quad \frac{db}{dx} = -1 \text{ m}^{-1}.$$

Jak już powiedziano, rozpatrywane programy sporządzają rozkłady wyszczególnionych w punkcie 4.6.2 wskaźników deformacji. Można przy tym zadawać maszynie cyfrowej różne przekroje równoległe do osi  $x$  lub  $y$ . Na tej podstawie można wyznaczyć maksymalne wielkości deformacji przy zadanym froncie wybierania. Przykładowo, jeśli w tablicach wydruków, sporządzonych przez program EDG5 dla zadanego maszynie cyfrowej frontu wybierania, największą wielkością krzywizny będzie 0.9, wtedy dla oceny efektywności danego frontu trzeba tę wielkość porównać z liczbą 1.52, ponieważ według S. Knothe'go maksymalną wielkością krzywizny przy długim froncie prostoliniowym jest [80]:

$$K_{\max} = 1.52 \frac{ag}{r^2} \quad (4.23a)$$

Tak więc efektywność zastosowania danego frontu wyniesie:

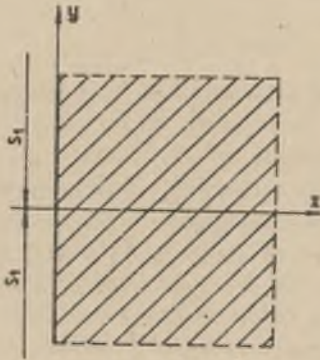
$$\left(1 - \frac{0.9}{1.52}\right) \cdot 100\% = 41\%,$$

co oznacza, że przy zastosowaniu danego frontu otrzymujemy zmniejszenie krzywizny terenu w stosunku do długiego frontu prostoliniowego o 41%. Efektywność zastosowania danego frontu wybierania ze względu na odkształcenia poziome, na podstawie hipotezy J. Litwiniszyna i W. Budryka o proporcjonalności między krzywizną i odkształceniem poziomym, będzie identyczna z powyższą. Dlatego zresztą w programie EDG5 nie przewidziano obliczania odkształceń poziomych. Z kolei badanie efektywności frontu ze względu na nachylenie terenu będzie polegało na porównaniu maksymalnej wielkości nachylenia z tablic wydruków z liczbą 1, ponieważ maksymalna wielkość nachylenia terenu według S. Knothe'go wynosi:

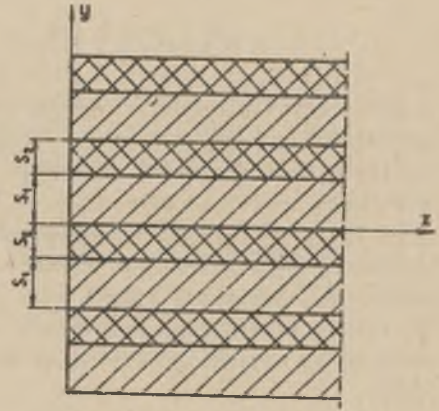
$$T_{\max} = 1 \cdot \frac{ag}{r} \quad (4.23b)$$

W przypadku teorii T. Kochmańskiego maksymalne wielkości deformacji terenu przy długim froncie prostoliniowym wyrażają się bardziej skomplikowanymi formułami. Na podstawie [35] wielkości te są następujące:

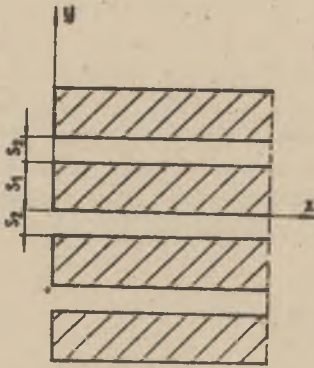
$$\begin{aligned} T_{\max} &= \frac{ag}{r_0} \cdot \frac{2}{C(b)} \int_0^\infty e^{-t^b} dt = \frac{ag}{r_0} \cdot T(b), \\ K_{\max} &= \frac{ag}{r_0^2} \cdot \frac{2b}{C(b)} \cdot \max_{(s)} \left\{ s \int_0^\infty (s^2+t^2)^{0.5b-1} \exp\left[-(s^2+t^2)^{b/2}\right] dt \right\} = \\ &= \frac{ag}{r_0^2} \cdot K(b), \end{aligned} \quad (4.24)$$



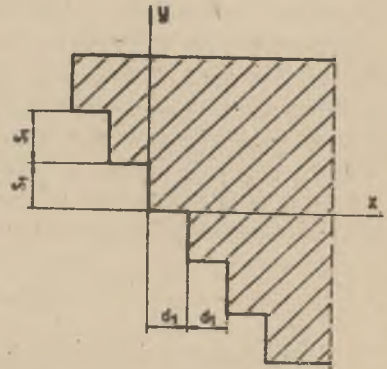
Rys. 19a  $s_1$  i  $d_2$  - bardzo duże  
(np. 1000),  $s_2 = d_1 = 0$ ,  
 $A$  - dowolne,  $m = l = 1$ .



Rys. 19b  $d_1 = d_2 = 0$ ,  $A = 1$ ,  $m = 1$ ,  $l = 2$ .

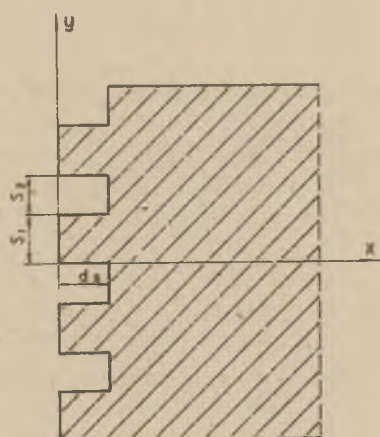


Rys. 19c  $d_1 = 0$ ,  $d_2$  - b. duże,  
 $A$  - dowolne (np.  $A = 0$ ),  
 $m = 1$ ,  $l = 2$ .

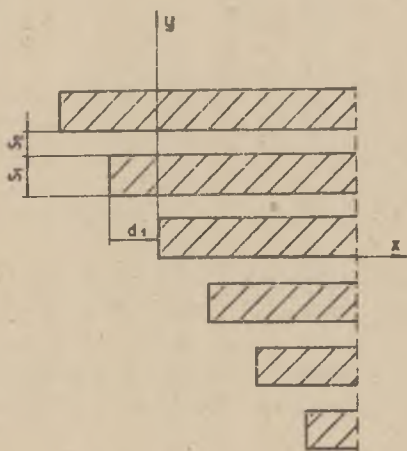


Rys. 19d  $s_2 = 0$ ,  $d_2$  - b. duże,  $A$  - dowolne,  
 $m = 1$ ,  $l = 3$ .

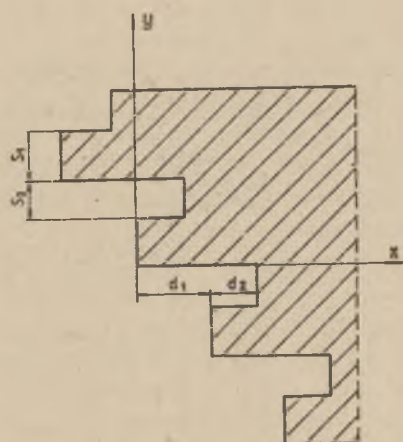
Rys. 19 Kształty frontu eksploatacji pochodne frontu z rys. 18 oraz  
charakterystyczne dane dla maszyny cyfrowej



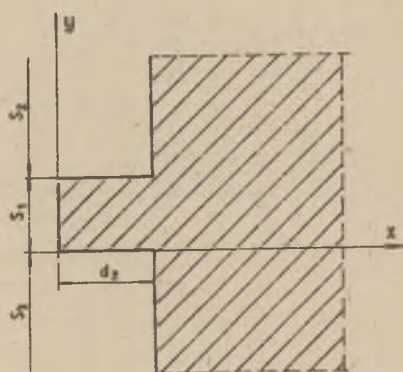
Rys. 19e  $d_1=0, A=1, m=1, l=2$ .



Rys. 19f  $d_1 - \text{b. du\kappa e}, A - \text{dowolne}, m=1, l=3$ .

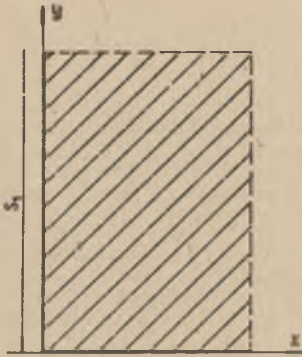


Rys. 19g  $A=1, m=1, l=2$ .

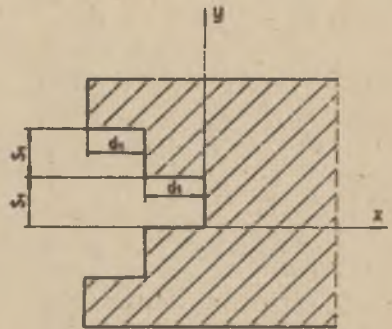


Rys. 19h  $s_2 - \text{b. du\kappa e}, d_1=0, A=1, m=1, l=1$ .

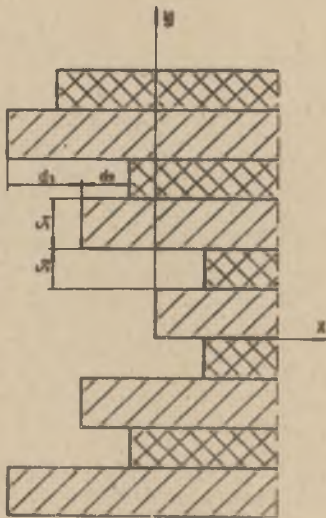




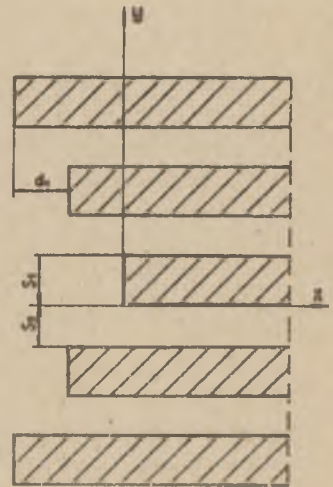
Rys. 20a  $s_1, d_2 - b. \text{ du\kappa e, } s_2 = 0, d_1, i$   
 $A - \text{dowolne, } m = 0, l = 1.$



Rys. 20c  $s_1 = 0, d_2 - b. \text{ du\kappa e, } A - \text{dowolne,}$   
 $m = 2, l = 3.$



Rys. 20b  $A \neq 1, m = 2, l = 3.$



Rys. 20d  $d_2 - b. \text{ du\kappa e, } A - \text{dowolne,}$   
 $m = 2, l = 3.$

**Rys. 20** Dodatkowe kształty frontu eksploatacji, które można analizować przy pomocy programów EDG2 i EDG5 oraz charakterystyczne dane dla maszyny cyfrowej



$$\epsilon_{\max} = -ag \frac{db}{dz} \cdot \frac{1}{\pi} \max_{(s)} \int_0^{\infty} \frac{s}{s^2+t^2} \frac{\partial \varphi(\sqrt{s^2+t^2}, b)}{\partial b} dt = -ag \frac{db}{dz} \cdot E(b).$$

Ponieważ program EDG2 oblicza deformacje terenu przy założeniu, że  $a \cdot g = r_0 = 1m$  i  $db/dz = 1m^{-1}$ , dlatego chcąc ocenić efektywność zastosowania danego frontu wybierania należy porównywać obliczone przez maszynę cyfrową wielkości deformacji terenu z wielkościami odpowiedniej z funkcji  $T(b)$ ,  $K(b)$  lub  $E(b)$ . Wartości tych funkcji, wyznaczone przy pomocy odrębnych programów, podane są w pracy [35].

Na zakończenie należy dodać, że przedstawiona na rys. 18 idea odnośnie kształtu frontu wybierania oraz jej pochodne z rys. 19 i 20 mogą być bardzo efektywne. Przy odpowiednim doborze wymiarów frontu  $s_1, s_2, d_1, d_2$  i pozostałych parametrów można otrzymać zmniejszenie deformacji terenu nawet o 50% w stosunku do deformacji, które występują przy długim froncie prostoliniowym.

#### 4.6.4. Sporządzanie danych dla maszyny cyfrowej

Kolejność danych dla maszyny cyfrowej jest następująca:

1. Wielkość parametru  $b$  (dotyczy tylko programu EDG2, opracowanego na podstawie wzorów T.Kochmańskiego).
2. Bezwymiarowe szerokości naprzemianległych pasów  $s_1$  i  $s_2$  (tzn. właściwe szerokości podzielone przez wielkość parametru  $r_0$  - w przypadku programu EDG2 lub przez wielkość  $r$  - w przypadku programu EDG5).
3. Bezwymiarowe wielkości wyprzedzeń  $d_1$  i  $d_2$ .
4. Trzy bezwymiarowe wielkości  $y_p, d_y, y_k$ , określające linie przekrojów równoległe do osi  $x$ , wzdłuż których będą tabelaryzowane wielkości obliczanych przez programy wskaźników deformacji. Przy zadanej trójce liczb  $y_p, d_y, y_k$  otrzymamy następujące linie przekrojów:  $y = y_p, y = y_p + d_y, y = y_p + 2d_y$ , itd. aż do  $y = y_p + nd_y < y_k$ , gdy  $d_y > 0$  lub aż do  $y = y_p + nd_y > y_k$ , gdy  $d_y < 0$ .

Na przykład przy trójce liczb  $y_p = 1, d_y = 0.5, y_k = 1.9$  otrzymamy przekroje:  $y = 1$  i  $y = 1.5$ , a przy trójce  $y_p = 1, d_y = -1, y_k = -2.1$  - przekroje:  $y = 1, y = 0, y = -1, y = -2$ .

5. Trzy bezwymiarowe wielkości  $x_p, d_x, x_k$ , określające odcięte punktów w zadanych wyżej przekrojach  $y$ , dla których należy obliczać przewidziane w programach wskaźniki deformacji. W każdym zadanym wyżej przekroju  $y$  otrzymamy wyniki dla punktów o odciętych:

$$x = x_p, x = x_p + d_x, x = x_p + 2d_x, \text{ itd.}$$

6. Wielkość stosunku  $A = a_2/a_1$ .
7. W tym miejscu podajemy liczbę całkowitą  $m$ , która może przyjmować jedną z trzech wartości: 0, 1, 2. Wartość  $m = 0$  wstawiamy, gdy liczba stopni frontu poniżej osi  $x$  wynosi zero (rys. 20a). Wartość  $m = 1$  wstawiamy, gdy liczba stopni frontu po obu stronach osi  $x$  jest jednakowa (rys. 18 i 19). Jeśli natomiast wstawimy  $m = 2$ , maszyną cyfrową pomniejsza o 1

liczbę stopni frontu poniżej osi  $x$  w stosunku do części frontu powyżej osi  $x$ , jak również, dla części frontu poniżej osi  $x$ , zmiany znak wyprzedzenia  $d_1$  na przeciwny (patrz: wzory w punkcie 4.6.2), dzięki czemu można uzyskiwać fronty o kształtach pokazanych na rys. 20b + 20d.

Tytułem przykładu przedstawiono na rys. 19 i 20 ważniejsze dane, które należy zadawać maszynie cyfrowej, aby uzyskać poszczególne fronty. Większość z pokazanych na tych rysunkach frontów można uzyskać różnymi sposobami. Dane przedstawione na rysunkach są optymalne z punktu widzenia czasu pracy maszyny cyfrowej.

#### 4.7. Inne programy dotyczące zagadnienia prognozowania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej i projektowania eksploatacji pod obiektami

Problematyka prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej i projektowania eksploatacji pod obiektami jest bardzo bogata. Omówione dotąd programy nie wyczerpują wszystkich potrzeb w tym zakresie. Ze względu na obszerność materiału ograniczono się do omówienia programów najważniejszych, które mogą znaleźć szerokie zastosowanie w przemyśle. Oprócz nich istnieje jeszcze szereg programów o mniejszym znaczeniu praktycznym. Są to programy dotyczące pewnych zagadnień, jak np. eksploatacja wachlarzowa [13] lub programy pomocnicze, służące do tabelaryzowania określonych funkcji, względnie też programy służące do jednorazowego użytku, potrzebne przy realizacji niniejszej pracy.

Obecnie trwają prace nad oprogramowaniem zagadnienia prognozowania deformacji górotworu przy eksploatacji pokładów nachylonych. Z kilku programów dotyczących tego zagadnienia w pełni przetestowany jest już program ED24, służący do wyznaczania parametrów górotworu na podstawie pomierzonych obniżień [40].

Niezależnie od powyższych trwają również prace nad oprogramowaniem zagadnienia dynamicznej niecki osiadania. Przypadek płaski dynamicznej niecki osiadania ujęty jest w programie ED31 [41]. Dalsze prace z tego zakresu prowadzone są przez J. Białka [5].

Na zakończenie warto wspomnieć, że dość dobrze oprogramowane są wzory H. Gila [67] oraz H. Gila i W. Kraja [63, 64, 65] (programy ED10, ED11, ED16 i ED32) jak również opracowane na ich podstawie wzory St. Krzemienia [94] (program ED23). Ponadto istnieje program w języku ALGOL 1204 (bez nazwy), analogiczny do programów EDG4 i ED12, który wyznacza parametry tkwiące we wzorach H. Gila na podstawie pomierzonych obniżień niecki dynamicznej. Wszystkie te programy mają istotne znaczenie praktyczne, jednak ich szczegółowe omówienie wykraczałoby częściowo poza tematykę niniejszej pracy.

## 5. PODSUMOWANIE PRACY I UWAGI KOŃCOWE

Zasadniczymi elementami przedstawionej pracy, w kolejności rozdziałów, są:

- przegląd literatury zagadnienia ze szczególnym uwzględnieniem dorobku polskiej nauki górniczej,
- opis badań modelowych, w wyniku których stwierdzono odmienny, od dotychczas zakładanego, przebieg zależności promienia zasięgu wpływów głównych od odległości od pokładu (wewnątrz górotworu stwierdzono istotnie większe zasięgi wpływów od obecnie przyjmowanych) oraz odmienny rozkład ruchów poziomych nad eksploatowanym pokładem, polegający na tym, że w przypadku płaskim i przy małej szerokości wybrania istnieje w górotworze pewna linia zerowych przemieszczeń poziomych, powyżej której punkty górotworu przemieszczają się w kierunku osi symetrii eksploatacji a poniżej w kierunku przeciwnym,
- opis poszukiwań praktycznego potwierdzenia wyników badań modelowych, polegających na wykonaniu własnych pomiarów oraz wykorzystaniu pomiarów prowadzonych dla celów ruchowych,
- przybliżone rozwiązanie przestrzennego zadania liniowej teorii sprężystości, w którym założono, że równanie przemieszczeń płonowych górotworu jest a priori znane i ma postać równania S.Knothe'go, po czym z przemieszczeniowych równań równowagi ośrodka sprężystego wyprowadzono wzory na pozostałe dwie składowe przemieszczenia, a następnie wyznaczono parametry tkwiące we wzorze S.Knothe'go z warunku na minimum błędów spełnienia równań teorii sprężystości,
- opis oprogramowania maszyny cyfrowej, opracowanego na podstawie wzorów wyprowadzonych w tej pracy oraz wzorów teorii S.Knothe'go - W.Budryka i wzorów teorii T.Kochmańskiego.

Należy podkreślić, że wszystkie trzy zastosowane metody badawcze, tj. badania modelowe, analiza wykonanych w naturze pomiarów i badania teoretyczne, dają obraz ruchów górotworu jakościowo zgodny.

Uzyskane rozwiązanie równań teorii sprężystości, będące wynikiem poszukiwań teoretycznego potwierdzenia faktów doświadczalnych, niezależnie od tego, że przedstawia sobą nowe równania przemieszczenia poziomego, może służyć jako sposób wyznaczania parametrów teorii całkowej na gruncie mechaniki ośrodka ciągłego, który można zastosować w przypadku dowolnej innej teorii całkowej lub wzoru empirycznego.

Z dwu nowych faktów odkrytych w trakcie badań modelowych i potwierdzonych przez pomiary w naturze i rozwiązanie teoretyczne, zdaniem autora nie budzi wątpliwości fakt pierwszy, dotyczący odmiennego od dotychczas przyjmowanego przebiegu zależności  $r(z)$  w górotworze. Fakt drugi, dotyczący odmiennego rozkładu ruchów poziomych nad eksploatowanym pokładem w sto-



sunku do istniejących poglądów, aczkolwiek słabiej udokumentowany pomiarami w naturze zasadniczo również nie budzi wątpliwości, ponieważ znajduje dodatkowe potwierdzenie w literaturze, niemniej wymaga on bliższego zbadania ilościowego.

Odrębną część niniejszego opracowania stanowi podsumowanie aktualnego stanu prowadzonych przez autora prac nad komputeryzacją prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej, w którym opisano szczegółowo 16 najważniejszych programów. Są to programy, które mogą znaleźć lub też znalazły szersze zastosowania w praktyce górniczej, jak np. programy służące do sporządzania map podstawowych wskaźników deformacji górotworu lub programy aktualizujące mapy rzeźby terenu zmieniającej się pod wpływem eksploatacji górniczej.

Łącznie z powyższymi z tematyką niniejszej pracy wiąże się bezpośrednio lub pośrednio 34 programów wymienionych, wykorzystanych dla celów pracy lub opisanych w niej. Są to programy na ogół duże i o znacznym stopniu złożoności.

DODATEK nr 1

### Obliczenie całki $\int \frac{\partial^2}{\partial x^2} dz$ dla zagadnienia płaskiego

Obliczenie całki, jak wyżej, występującej we wzorach (3.8) i (3.9), na podstawie których były wyprowadzone wzory (3.18) i (3.19), sprowadza się do obliczenia całki typu:

$$I = \int \frac{1}{r} e^{-\pi x^2/r^2} dz, \quad (D1.1)$$

gdzie:

$$r = a \left( \frac{z + z_0}{H} \right)^k,$$

$$H = h + z_0.$$

Całki tej nie można obliczyć w sposób elementarny. Rozwiązanie jej rozpoczniemy od zmiany zmiennej całkowania, korzystając z różniczkowego związku:

$$dz = \frac{H}{k a^{1/k}} r^{1/k-1} dr.$$

Po opuszczeniu wyrażenia stałego otrzymujemy stąd:

$$I_1 = \int \frac{1}{r^{2-1/k}} e^{-\pi x^2/r^2} dr.$$

Funkcję podcałkową rozwijamy teraz w szereg, który jako bezwzględnie zbieżny, możemy zcałkować wyraz po wyrazie:



$$I_1 = \int \frac{1}{x^{2-1/k}} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} \frac{x^{2n}}{x^{2n}} \right) dx =$$

$$= \frac{k}{1-k} x^{1/k-1} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n! (2n+1-1/k)} \frac{x^{2n}}{x^{2n+1-1/k}}.$$

W ten sposób całkę  $I$  można by uważać za rozwiązana, ale otrzymany szereg jest bardzo wolno zbieżny i w związku z tym niedogodny do obliczeń numerycznych. Poza tym przy tej postaci rozwiązania zupełnie nie wiadomo, co otrzymana funkcja przedstawia i jaki jest jej przebieg. Dlatego weźmy pod uwagę funkcję:

$$I_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n! (2n+1-1/k)} \frac{x^{2n}}{x^{2n+1-1/k}}.$$

którą przekształcamy do postaci ( $x > 0$ ):

$$I_2 = |x|^{1/k-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n! (2n+1-1/k)} \left| \frac{x}{r} \right|^{2n+1-1/k}.$$

Z kolei rozpatrujemy funkcję:

$$g(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n! (2n+1-1/k)} |s|^{2n+1-1/k},$$

którą można sprawdzić do postaci całkowej poprzez przekształcenia:

$$g'(s) = \operatorname{sgn}(s) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} |s|^{2n-1/k} = \frac{\operatorname{sgn}(s)}{|s|^{1/k}} (e^{-\pi s^2} - 1),$$

$$g(s) = \int_0^s g'(t) dt = \int_0^s \frac{\operatorname{sgn}(t)}{|t|^{1/k}} (e^{-\pi t^2} - 1) dt = - \int_0^{|s|} \frac{1 - e^{-\pi t^2}}{t^{1/k}} dt,$$

W przytoczonej postaci funkcja  $g(s)$  jest określona, gdy  $k > 1/3$ , bo wtedy funkcja podcałkowa jest całkowalna.

Uwzględniając kolejne przekształcenia, otrzymujemy

$$I = \frac{H}{kc} \left( \frac{r}{c} \right)^{1/k-1} \left[ \frac{k}{1-k} + \left| \frac{x}{r} \right|^{1/k-1} \int_0^{|x/r|} \frac{1-e^{-\pi t^2}}{t^{1/k}} dt \right] \quad (D1.2)$$

Postać tej całki bardziej dogodną do całkowania numerycznego, która występuje we wzorze (3.18), otrzymane elementarną metodą całkowania przez części.

## DODATEK Nr 2

Obliczenie całek  $\int \frac{\partial w}{\partial x} dz$  i  $\int \frac{\partial w}{\partial z} dz$  dla zagadnienia przestrzennego

Obliczenie powyższych całek było konieczne przy wyprowadzaniu wzorów (3.36) na podstawie wzorów (3.33). Pierwszą z nich można zapisać w postaci:

$$\int \frac{\partial w}{\partial x} dz = w_{\max} \int \frac{1}{r^2} \left\{ \int_{y_1-y}^{y_2-y} \left[ \exp \left( - \frac{(x_2-x)^2+t^2}{r^2} \right) - \exp \left( - \frac{(x_1-x)^2+t^2}{r^2} \right) \right] dt \right\} dz. \quad (D2.1)$$

Ze względu na ciągłość funkcji podcałkowej możemy odwrócić kolejność całkowania, w związku z czym otrzymamy do rozwiązania całkę typu:

$$I = \int \frac{1}{r^2} e^{-\pi x^2/r^2} dz. \quad (D2.2)$$

Całkę tę można rozwiązać w sposób całkowicie analogiczny do rozwiązania całki (D1.1). Po wykonaniu pokazanych w Dodatku nr 1 przekształceń całka (D2.2) wyrazi się wzorem:

$$I = - \frac{H}{kc^{1/k}} \frac{1}{|x|^{2-1/k}} \int_0^{|x/r|} \mu^{1-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu \quad (k > 0.5)$$

względnie po wykonaniu całkowania przez części:

$$I = - \frac{H}{(2k-1)c^{1/k}} \left[ \frac{1}{r^{2-1/k}} e^{-\pi x^2/r^2} + \frac{2\pi}{|x|^{2-1/k}} \int_0^{|x/r|} \mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2} d\mu \right] \quad (D2.3)$$

Postać (D2.3) całki (D2.1) jest bardziej dogodna do obliczeń numerycznych.

Na podstawie (D2.3) wyjściową całkę (D2.1) można zapisać w postaci:

$$\int \frac{\partial w}{\partial x} dz = \frac{-w_{max}}{2k-1} \left[ \frac{dz}{dr} \frac{k}{r} \left[ e^{-\pi \left( \frac{x_2-x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1-x}{r} \right)^2} \right] \int_{y_1-y}^{y_2-y} e^{-\pi t^2/r^2} dt + \right. \\ \left. + \frac{2\pi H}{e^{1/k}} \int_{y_1-y}^{y_2-y} \left[ \frac{1}{\left( \sqrt{(x_2-x)^2+t^2} \right)^{2-1/k}} \int_0^r \frac{\sqrt{(x_2-x)^2+t^2}}{\mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2}} d\mu - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\left( \sqrt{(x_1-x)^2+t^2} \right)^{2-1/k}} \int_0^r \frac{\sqrt{(x_1-x)^2+t^2}}{\mu^{3-1/k} e^{-\pi \mu^2}} d\mu \right] dt \right] \quad (D2.4)$$

Drugą z rozpatrywanych całek  $\int \frac{\partial w}{\partial y} dz$  rozwiązuje się w sposób analogiczny jak całkę (D2.1). Rozwiązanie tej całki jest zresztą symetryczne do wzoru (D2.4).

DODATEK nr 3

#### Obliczenie dwuwymiarowej transformaty Fouriera

$$\mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

i odwrotnych transformat Fouriera

$$\mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{s}{2\pi i (s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{t}{2\pi i (s^2+t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right)$$

Zanotujmy na wstępie wzór wyjściowy, który otrzymujemy na podstawie wzoru (3.35):

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{w_{\max}}{r} \frac{dr}{dz} \left[ \left( \frac{x_2 - x}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - \frac{x_1 - x}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right) \int_{\frac{y_1 - y}{r}}^{\frac{y_2 - y}{r}} e^{-\pi \xi^2} d\xi \right] +$$

$$+ \left( \frac{y_2 - y}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{r} \right)^2} - \frac{y_1 - y}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{r} \right)^2} \right) \frac{x_2 - x}{r} \int_{\frac{x_1 - x}{r}}^{\frac{x_2 - x}{r}} e^{-\pi \xi^2} d\xi \quad (D3.1)$$

oraz związku

$$\frac{d}{dx} \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right) = \frac{2\pi}{r} \left( \frac{x_2 - x}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - \frac{x_1 - x}{r} \cdot e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right)$$

$$(D3.2)$$

$$\frac{d}{dx} \int_{\frac{x_1 - x}{r}}^{\frac{x_2 - x}{r}} e^{-\pi \xi^2} d\xi = -\frac{1}{r} \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right)$$

Korzystając ze wzorów (D3.1), (D3.2) i z analogicznych do (D3.2) wzorów dla części (D3.1), zawierających zmienną  $y$  oraz z twierdzenia o transformacie pochodnej [14], pierwszą z obliczanych transformat wyrazimy kolejno wzorami:

$$\mathcal{T}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{w_{\max}}{2\pi r} \frac{dr}{dz} \left[ 2\pi i s \mathcal{T}_x \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\pi i t} \mathcal{T}_y \left( e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{r} \right)^2} \right) + 2\pi i t \mathcal{T}_y \left( e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{r} \right)^2} \right) \right]$$



$$= e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{r} \right)^2} \cdot \frac{1}{2\pi i s} \mathcal{F}_x \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right)]$$

$$\mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{w_{\max}}{2\pi r} \frac{dr}{dz} \frac{s^2 + t^2}{st}.$$

$$\cdot \mathcal{F}_x \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right) \cdot \mathcal{F}_y \left( e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{r} \right)^2} \right)$$

W dalszym ciągu korzystamy z twierdzeń o podobieństwie i przesunięciu oraz ze wzoru [14]

$$\text{otrzymując:} \quad \mathcal{F}_x \left( e^{-\pi x^2} \right) = e^{-\pi s^2}$$

$$\mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{w_{\max}}{2\pi} r \frac{dr}{dz} \frac{s^2 + t^2}{st} e^{-\pi (s^2 + t^2) r^2}.$$

$$\cdot \left( e^{-2\pi i x_2 s} - e^{-2\pi i x_1 s} \right) \left( e^{-2\pi i y_2 t} - e^{-2\pi i y_1 t} \right) \quad (D3.3)$$

Z kolei przystępujemy do obliczenia pierwszej z transformat odwrotnych. Na podstawie (D3.3) wyrazimy ją wzorem:

$$F(x, y) = \mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{1}{2\pi i (s^2 + t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) = - \frac{w_{\max}}{4\pi^2 i} r \frac{dr}{dz} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t} e^{-\pi (s^2 + t^2) r^2}.$$

$$\cdot \left( e^{-2\pi i x_2 s} - e^{-2\pi i x_1 s} \right) \left( e^{-2\pi i y_2 t} - e^{-2\pi i y_1 t} \right) e^{2\pi i (sx + ty)} ds dt$$

We wzorze tym zamieniamy całkę podwójną na iloczyn całek pojedynczych, a funkcje eksponencjalne zmiennej zespolonej wyrażamy w postaci trygonometrycznej, otrzymując po przekształceniach:

$$F(x, y) = \frac{w_{\max}}{4\pi^2} r \frac{dr}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \cos 2\pi (x_2 - x) s - \cos 2\pi (x_1 - x) s \right] e^{-\pi s^2 r^2} ds.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} [\sin 2\pi(y_2 - y)t - \sin 2\pi(y_1 - y)t] e^{-\pi t^2 r^2} dt$$

Na podstawie wzoru [120]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-q^2 x^2} \cos(p(x+\lambda)) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{q} e^{-p^2/4q^2} \cosh p\lambda \quad (D3.4)$$

doprowadzamy obliczoną transformatę odwrotną do postaci:

$$P(x, y) = \frac{w_{\max}}{4\pi^2} \frac{dr}{dz} \left( e^{-\pi \left(\frac{x_2 - x}{r}\right)^2} - e^{-\pi \left(\frac{x_1 - x}{r}\right)^2} \right) \cdot I(y)$$

gdzie:

$$I(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} [\sin 2\pi(y_2 - y)t - \sin 2\pi(y_1 - y)t] e^{-\pi t^2 r^2} dt$$

W celu obliczenia całki  $I(y)$  za pomocą wzoru (D3.4) przekształcamy ją kolejno:

$$\begin{aligned} I'(y) &= -2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [\cos 2\pi(y_2 - y)t - \cos 2\pi(y_1 - y)t] e^{-\pi t^2 r^2} dt = \\ &= -\frac{2\pi}{r} \left( e^{-\pi \left(\frac{y_2 - y}{r}\right)^2} - e^{-\pi \left(\frac{y_1 - y}{r}\right)^2} \right) \end{aligned}$$

$$I(y) = 2\pi \int_{\frac{y_1 - y}{r}}^{\frac{y_2 - y}{r}} e^{-\pi \eta^2} d\eta$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$\mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{g}{2\pi i(s^2 + t^2)} \right) \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) =$$

$$= \frac{w_{\max}}{2\pi} \frac{dr}{dz} \left( e^{-\pi \left( \frac{x_2 - x}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{x_1 - x}{r} \right)^2} \right) \int_{\frac{y_1 - y}{r}}^{\frac{y_2 - y}{r}} e^{-\pi \eta^2} d\eta \quad (D3.5)$$

Dla drugiej z transformat odwrotnych podamy od razu końcowy wzór, ponieważ sposób jego wyprowadzenia jest całkowicie analogiczny do powyższego:

$$\mathcal{F}_{xy}^{-1} \left( \frac{t}{2\pi i(s^2 + t^2)} \mathcal{F}_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) =$$

$$= \frac{w_{\max}}{2\pi} \frac{dr}{dz} \left( e^{-\pi \left( \frac{y_2 - y}{r} \right)^2} - e^{-\pi \left( \frac{y_1 - y}{r} \right)^2} \right) \int_{\frac{x_1 - x}{r}}^{\frac{x_2 - x}{r}} e^{-\pi \xi^2} d\xi \quad (D3.6)$$

## 6. LITERATURA

- [1] Awierszyn S.G.: Raschiot sdwizhenija gornych porod, Metallurgizdat, Lenin-grad - Moskwa 1950.
- [2] Awierszyn S.G.: Gornyje raboty pod scornuzhenijami i wodojomami. Ugle- tiechizdat, Moskwa 1954.
- [3] Batkiewicz W.: Zmniejszenie deformacji górotworu przez prowadzenie eks- ploatacji frontem o specjalnym kształcie. ZN AGH z.nr 128, Rozprawy z.54, 1965.
- [4] Berry D., Sales T.: An elastic treatment of ground movement due to mi- ning - III three dimensional problem, transversely isotropic ground. J.Mech.Phys. Solids, Vol.10 nr 1, 1962.
- [5] Białek J.: Algorytm wyznaczania wskaźników deformacji przestrzennej , dynamicznej niecki osiadania. ZN Pol.Śl. nr 558, seria 'Górnictwo' z. 87, Gliwice 1978.
- [6] Biliński A.: Przejawy ciśnienia górotworu w polach eksploatacji ścia- nowej w pokładach węgla. ZN Pol.Śl. nr 221, seria 'Górnictwo' z.31, Gliwice 1968.
- [7] Bodziony J., Litwiniszyn J., A. Smolarski: Nouvelles recherches dans le domaine de la mécanique des roches à l'aide des équations des phénomè- nes stochastique. Conférence Internationale sur les Pression de Terra- ins, Paris 1960.
- [8] Borecki M.: Praca górotworu i obudowy w wyrobiskach ścianowych. Prze- gląd Górniczy nr 5, 1953.
- [9] Borecki M., Biliński A.: Badania ciśnień górotworu w kopalniach górno- śląskich. Przegląd Górniczy nr 12, 1957.
- [10] Borecki M.: Warunki współpracy z górotworem i zasady obliczania obudo- wy ścianowej. Prace GIG, Seria A, Komunikat nr 175, 1965.
- [11] Borecki M.: Zachowanie się skał w układach jednoosiowych obciążeń wy- sokociśnieniowych ze skrzepowanym odkształceniem poprzecznym. Katowic- e 1971.
- [12] Borecki M., Chudek M.: Mechanika górotworu. Wyd. "Śląsk", Katowice 1972.
- [13] Borecki M., Chudek M., Zych J., Podgórski K., Szczepaniak Z.: Podsta- wy analityczne i górnico-techniczne bezfilarowego wybierania złoża przy założeniu minimalizacji wpływów na obiekty chronione w górotwo- rze i na powierzchni w warunkach głębokich kopalń. ZN Pol.Śl. nr 501, Górnictwo z. 77, Gliwice 1977.
- [14] Bracewell R.: Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania, WNT, War- szawa 1968.
- [15] Bräuner G.: Integrationsnetze zur Berechnung der Gebirgsbewegungen bei Abbau in flacher Lagerung nach der stochastischen Verschiebungstheorie. Archivum Górnictwa t.VI z 3, 1961.
- [16] Budryk W.: Wyznaczenie wielkości poziomych odkształceń terenu. Arch. Górn. i Hutn. t.1 z.1, 1953.
- [17] Budrek W.: Sprężyste własności górotworu. Stan naprężeń w górotworze



- pod wpływem wyeksploatowania pokładu. Wnioski praktyczne. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t.III z.4, 1955.
- [18] Chudek M.: Zachowywanie się skał stropowych nad wyrobiskiem ścianowym. ZN Pol.Śl. nr 220, Górnictwo z.30, 1968.
- [19] Chudek M., Szczepaniak Z., Podgórski K.: Przemiaszczenia górotworu i przebieg ciśnień na obudowę szybu przy eksploatacji pokładów w filarach ochronnych. ZN Pol.Śl. nr 246, Górnictwo z.37, 1969.
- [20] Chudek M., Drzęźła B., Olszowski W.: Krzywizny i odkształcenia poziome nad środkiem filaru kołowego. Projekty-Problemy nr 4 (163), 1970.
- [21] Chudek M., Swist E.: Ciśnienie górotworu na obudowy tuneli i wyrobisk górniczych na małych głębokościach. Przegląd Górniczy nr 9, 1971.
- [22] Chudek M., Kozdrój M., Gil H., Drzęźła B., Olszowski W.: Analiza możliwości pełnego wybierania pozostałych pokładów grupy ślodłowej w obrębie filara ochronnego Zakładów Azotowych w Chorzowie III. Ekspertyza dla KWK "Polska", Gliwice 1972 (mat. niepublikowane).
- [23] Chudek M., Olszowski W., Drzęźła B.: Obliczanie deformacji szybu pod wpływem eksploatacji. ZN Pol.Śl. nr 313, seria Górnictwo z.48, 1972.
- [24] Chudek M., Drzęźła B., Olszowski W.: Metoda określania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej według teorii całkowej. ZN Pol.Śl. nr 355, seria Górnictwo z.54, 1973.
- [25] Cunnigham W.J.: Analiza układów nieliniowych, WNT, Warszawa 1962.
- [26] Czyżonka S., Drzęźła B., Cwiąg B.: Praktyczny sposób wyznaczania strefy niebezpiecznej między frontem ścianowym i wyrobiskiem korytarzowym w pokładzie tąpiącym. ZN Pol.Śl. nr 469, seria Górnictwo z.70, 1976.
- [27] Daunesse C., Rambaud Y.: Les affaissements miniers dans le Bassin du Nord et du Pas-de-Calais. Les Annales des Mines nr 10, 1963.
- [28] Derski W.: Podstawy teorii sprężystości. PWN, Warszawa - Łódź 1965.
- [29] Drzęźła B.: Pionowe deformacje górotworu przy eksploatacji górniczej. ZN Pol.Śl. nr 246, seria Górnictwo z.37, 1969.
- [30] Drzęźła B.: Krzywizny przekrojów pionowych niecki osiadania. Przegląd Górniczy nr 7-8, 1970.
- [31] Drzęźła B., Czyżonka S.: Praktyczne zastosowanie wzorów do obliczania krzywizn przekrojów pionowych niecki osiadania. Przegląd Górniczy nr 10, 1971.
- [32] Drzęźła B.: Poziome deformacje górotworu przy eksploatacji górniczej, ZN Pol.Śl. nr 292, seria Górnictwo z.44, 1971.
- [33] Drzęźła B.: Badania teoretyczne i modelowe ruchów górotworu przy eksploatacji górniczej. Praca doktorska (niepublikowana). Pol.Śl., Gliwice 1971.
- [34] Drzęźła B.: Analiza założeń całkowych teorii ruchów górotworu nad eksploatacją. ZN Pol.Śl. nr 332, seria "Górnictwo z.52, 1972.
- [35] Drzęźła B.: Maksymalne wartości wskaźników deformacji terenu pod wpływem podziemnej eksploatacji górniczej. Ochrona Terenów Górniczych nr 25, 1973.
- [36] Drzęźła B.: Informacja o programach dla maszyny cyfrowej do obliczania deformacji górotworu przy eksploatacji górniczej. Przegląd Górniczy nr 3, 1974.

- [37] Drzęźła B.: Przybliżone rozwiązanie równań teorii sprężystości w zastosowaniu do mechaniki górotworu. *Archiwum Górnicztwa* t.20, z.2, 1975.
- [38] Drzęźła B.: Nomogramy do obliczania deformacji górotworu nad eksploatacją. *Ochrona Terenów Górniczych* nr 36, 1976.
- [39] Drzęźła B.: Podstawy teoretyczne wyznaczania parametrów teorii ruchów górotworu nad eksploatacją górnictw przy pomocy maszyny cyfrowej. *ZN Pol.Śl. seria Górnicztwa* z.88, 1978.
- [40] Drzęźła B., Kot A.: Zastosowanie ETO do wyznaczania parametrów opisujących niekłą obniżeniową wywołaną eksploatacją pokładów nachylonych. *ZN Pol.Śl. nr 558, Górnicztwa* z.87, Gliwice 1978.
- [41] Drzęźła B., Białek J., Gołaszewski A.: Niektóre zależności dotyczące przypadku płaskiego dynamicznej niekłą osiadania. *Mat. na konf. nauk. Kom.Ochrony Terenów Górniczych PAN, Katowice 1978.*
- [42] Dunikowski A.: Modelowe badania przemieszczeń wywołanych wyrobiskiem w sprężystym ośrodku. *Archiwum Górnicztwa*, t.I z.3, 1956.
- [43] Dymek F.: Mieszane zadanie brzegowe teorii sprężystości dla nieograniczonego pasma i jego zastosowanie do zagadnień mechaniki górotworu. *Archiwum Górnicztwa*, t.VIII z.3, 1962.
- [44] Dymek F.: Pewne mieszane zadanie brzegowe teorii sprężystości dla nieograniczonego klina i jego zastosowanie do zagadnień mechaniki górotworu. *Archiwum Górnicztwa*, cz.I - t.VII z.2 - 1963, cz.II - t.IX z.3 - 1964.
- [45] Dymek F.: Osiowo-symetryczne zadanie brzegowe przestrzennej teorii sprężystości i jego zastosowanie do zagadnień mechaniki górotworu. *Archiwum Górnicztwa*, cz.I - t.XIII z.3 - 1968, cz.II - t.XIX z.1 - 1969.
- [46] Dymek F.: Przemieszczeniowe zadanie brzegowe przestrzennej teorii sprężystości dla ośrodka o izotropii transversalnej (poprzecznej) i jego zastosowanie do mechaniki górotworu. *Archiwum Górnicztwa*, t.XV z.1, 1970.
- [47] Dymek F.: Przestrzenne zadanie teorii sprężystości dla nieograniczonej warstwy i jego zastosowanie w mechanice górotworu. *Zesz.Probl.Górn.* t.8 z.2, 1970.
- [48] Dymek F.: Pewne płaskie i przestrzenne rozwiązania teorii ośrodka ciągłego liniowo-sprężystego i ich zastosowanie w mechanice górotworu. *Zesz.Probl.Górn.* t.9 z.1, 1971.
- [49] Dymek F.: Pewne płaskie i przestrzenne rozwiązania ośrodka reologicznego i ich zastosowanie w mechanice górotworu. *Archiwum Górnicztwa*, t. XVIII z.2, 1973.
- [50] Dziura T., Kot A., Trzcionka P.: Przesunięcie krawędzi eksploatacji jako dodatkowy parametr teorii ruchów górotworu S.Knothe'go i T.Kochmańskiego, *ZN Pol.Śl. nr 435, seria Górnicztwa* z.59, 1974.
- [51] Dżegniuk B.: Próba doświadczalnego ustalenia związku między odkształceniami poziomymi i pionowymi w górotworze. *ZN AGH, seria Geodezja* z. 17, Kraków 1970.
- [52] Filcek H.: Osiowo-symetryczne zgięcie płyty nieograniczonej na podłożu sprężystym o dwóch różnych współczynnikach oporu. *Archiwum Górnicztwa*, t.X z.2, 1965.

- [53] Filcek H.: Ugięcie stropu i ciśnienie w rejonie filara szybowego w świetle teorii zgięcia płyt na sprężystym podłożu. ZN AGH nr 120, Rozprawy nr 50, 1965.
- [54] Filcek H.: Wpływ czasu na stan naprężenia i odkształcenia górotworu w sąsiedztwie wyrobiska chodnikowego. Zesz.Probl.Górn. PAN, t.1 z.1, 1963.
- [55] Filcek H., Kłeczek Z.: Aproksymacja doświadczalnych krzywych pełzania skał, PAN, Prace KNT, Górnictwo 3, 1966.
- [56] Filcek H.: Dobór wielkości numerycznych modeli górotworu. Archiwum Górnictwa, t.XXII z.3, 1977.
- [57] Gelanka J.: Hipoteza sklepień wspornikowych w górotworze. Wyd. "Śląsk", Katowice 1964.
- [58] Gil H.: Stan naprężenia i przemieszczenia w nieskończonym paśmie sprężysto-lepkim w zastosowaniu do górotworu. Archiwum Górnictwa t.IX z.1, 1964.
- [59] Gil H.: Rozkład naprężeń i odkształceń w górotworze potraktowanym jako ośrodek sprężysto-lepki. Zesz.Probl.Górn. PAN, t.3 z.1, 1965.
- [60] Gil H.: Próba teoretycznego ujęcia przyrostu energii potencjalnej w górotworze. Archiwum Górnictwa, t.X z.4, 1965.
- [61] Gil H.: Rozkład przemieszczeń w poziomym paśmie złożonym z ośrodka sprężystego i sprężystego, wywołanych mieszczącymi warunkami brzegowymi. Archiwum Górnictwa, t.XI z.4, 1966.
- [62] Gil H.: O pewnej możliwości ujęcia rozkładu przemieszczeń naprężeń oraz gęstości energii odkształcenia w górotworze. ZN AGH nr 243, seria Górnictwo z.22, Kraków 1969.
- [63] Gil H., Kraj W.: The distribution of displacements and stresses around a longwall working. Archiwum Górnictwa, t.XVII z.3, 1972.
- [64] Gil H., Kraj W.: Określenie bezpiecznej odległości frontu ścianowego przy zbliżaniu się do chodnika. Archiwum Górnictwa, t.XVII z.3, 1972.
- [65] Gil H., Kraj W.: Rozkład przemieszczeń i naprężeń w górotworze w przypadku zatrzymania czynnego frontu eksploatacji. Archiwum Górnictwa, t. XIX z.1, 1974.
- [66] Gil H., Kraj W.: O możliwości uzyskania rozwiązania przemieszczeniowego zadania brzegowego w ośrodku reologicznym z rozwiązania kwasistatycznego sprężystego. Archiwum Górnictwa, t.XXI z.4, 1976.
- [67] Gil H.: Określenie niebezpiecznej odległości frontu ścianowego od sztoliny uskokowej. Przegląd Górniczy nr 12, 1974.
- [68] Gil H.: Matematyczne ujęcie makroskopowego mechanizmu tapania pokładowych. ZN Pol.Śl. nr 469, seria Górnictwo z.70, 1976.
- [69] Gil H.: Kryterium wyrzutu gazów, węgla i skał. GIG, Inst.Bezp.Górn. - kop. Dośw. "Barbara", 9 Międzynarodowe Kolokwium na temat: Wyrzuty gazów i skał w górnictwie podziemnym, Mikołów 1977.
- [70] Golecki J., Józkiwicz S.: Wpływ eksploatacji podziemnej na odkształcenia górotworu w świetle teorii sprężystości. Przegląd Górniczy, nr 6, 1963.
- [71] Grand C.: Les affaissements miniers et les moyens permettant de limiter leurs effets a la surface du sol. La revue de l'Industrie Miniérale nr 1, 1969.



- [72] Hiramatsu Y., Kokado J.: Der Einwirkungsfaktor bei Senkungsberechnungen für flache Lagerung. *Archiwum Górnictwa*, t.IV z.4, 1959.
- [73] Hiramatsu Y., Oka Y.: Precaloulation of ground movements caused by mining. *Int.J. Rock Mech.Min.Sci.* Vol.5, str. 399-414. Pergamon Press 1968.
- [74] Huber M.T.: Teoria sprężystości. PWN, Warszawa 1954.
- [75] Jędrzejczyk J., Kubik J., Wójcik R., Wilk B.: Warunki stosowania rozwiązań aproksymowanej przestrzeni sprężystej do wyznaczania stanu przemieszczeń górotworu. *Archiwum Górnictwa*, t.XIX z.1, 1974.
- [76] Kidybiński A.: Modele reologiczne skał karbońskich. *Prace GIG, Komunikat nr 360*, 1964.
- [77] Kidybiński A.: Mechaniczne własności skał karbońskich Zagłębia Górnosląskiego. *Przegląd Górniczy*, nr 11, 1969.
- [78] Kłeczek Z.: Wytrzymałość skał karbońskich w świetle badań reologicznych. *Zesz.Probl.Górn. PAN*, t.5 z.2, 1967.
- [79] Kłeczek Z.: Doświadczalne kryterium doboru modelu reologicznego dla skał. *PAN, Prace KNT, Górnictwo 5*, Kraków 1968.
- [80] Knothe S.: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. *Archiwum Górnictwa i Hutnictwa*, t.I z.1, 1953.
- [81] Knothe S.: Obniżenie powierzchni przy częściowym wybraniu pokładu pasami. *Archiwum Górnictwa i Hutnictwa*, t.III z.4, 1955.
- [82] Knothe S.: Odształcenia pionowe górotworu przy kołowo-symetrycznym wybieraniu filarów szybowych. *Archiwum Górnictwa*, t.I z.2, 1956.
- [83] Knothe S.: Neue Anschauungen über das Problem der Bestimmung von Sicherheitssteilern. *Archiwum Górnictwa*, t.VI z.2, 1961.
- [84] Knothe S.: Wpływ eksploatacji na powierzchnię z punktu widzenia tzw. krzywej wpływów. *Biul. zagadnień postępu techn. i ekonomiki górn. z. 1 (22)*, SITG, Katowice 1962.
- [85] Knothe S., Leśniak J.: Wyznaczanie wielkości spodziewanych wpływów eksploatacji w szybowych filarach ochronnych. *Archiwum Górnictwa* t. XI z.4, 1966.
- [86] Kochmański T.: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniozej, PWN, Warszawa 1956.
- [87] Kochmański T., Magdziarz J.: Zmniejszenie odształceń przez kształtowanie frontu eksploatacji górniozej. *ZN Pol.Śl. nr 250, seria Górnictwo* z.39, 1969.
- [88] Kochmański T., Zych J.: Fizyczne znaczenie parametrów teorii statystyczno-oalkowej T.Kochmańskiego, *Ochrona Terenów Górniczych* nr 23, 1973.
- [89] Korman S.: Wartości współczynników sprężystości w górotworze. *Archiwum Górnictwa i Hutnictwa*, t.III z.4, 1955.
- [90] Korman S.: Stan napięcia w górotworze pod wybieranym pokładem. *Archiwum Górnictwa*, cz.I. Podstawy teoretyczne - t.II z.3 - 1957, cz.II. Wyniki modelowych badań elastooptycznych - t.III z.2 - 1958.
- [91] Kot A.: Nowa metoda wyznaczania parametrów teorii ruchów górotworu T.Kochmańskiego. *Ochrona Terenów Górniczych* nr 9, 1970.



- [92] Kowalczyk Z.: Określenie wielkości odkształceń powierzchni na skutek eksploatacji górniczej metodą przekrojów pionowych. Geodezja i Kartogr. T. IX z. 2, 1960.
- [93] Kraj W.: Próba uzyskania w górotworze jako ośrodka sprężysto - lepkiemiecki osiadania St. Knothego. Archiwum Górnictwa t. XVIII z. 2, 1973.
- [94] Krzemień St.: Określenie szerokości strefy bezpiecznej pomiędzy frontem ścianowym a krawędzią starej eksploatacji z uwzględnieniem wpływu wyrobiska chodnikowego. Praca doktorska niepublikowana. Pol. Śl., Gliwice 1977.
- [95] Krzysztos D.: Parametr zasięgu niecek osiadania w ośrodku sypkim. Archiwum Górnictwa, t. X z. 1, 1965.
- [96] Krzysztos D.: Przegląd kilku metod określających profil niecki osiadania powierzchni. ZN AGH nr 223, seria Górnictwo z. 18, 1969.
- [97] Krzysztos D.: The viscoelastic theory in the application to description of rock properties. Archiwum Górnictwa t. XV z. 2, 1970.
- [98] Krzysztos D.: Rozwój eksperymentalnych badań pełzania skał w świetle teorii pełzania. Archiwum Górnictwa, t. XVI z. 4, 1971.
- [99] Lisowski A.: Przesunięcia górotworu w świetle teorii sprężystości. Archiwum Górnictwa, t. I z. 1, 1956.
- [100] Lisowski A.: Poziome przesunięcia i odkształcenia górotworu sprężystego w funkcji jego przesunięć pionowych. Archiwum Górnictwa, t. II z. 1-2, 1957.
- [101] Lisowski A.: Zastosowanie uproszczonego modelu sprężystego do obliczenia przesunięć górotworu. Archiwum Górnictwa, t. XV z. 1, 1970.
- [102] Lisowski A.: Zastosowanie modelowania elektrycznego do obliczenia przesunięć górotworu. Archiwum Górnictwa, t. XV z. 2, 1970.
- [103] Litwiniszyn J.: Równanie różniczkowe przesunięć górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. I z. 1, 1953.
- [104] Litwiniszyn J.: Przesunięcia górotworu w świetle teorii prawdopodobieństwa. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. II z. 1, 1954.
- [105] Litwiniszyn J.: Wpływ czasu na stan odkształcenia i naprężenia górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. III z. 4, 1955.
- [106] Litwiniszyn J.: Zastosowanie równań procesów stochastycznych do mechaniki górotworu. Archiwum Górnictwa, t. I z. 3, 1956.
- [107] Litwiniszyn J., Mączyński J., Smolarski A.: O pewnych eksperymentalnych badaniach nad zastosowaniem piasku jako ośrodka stochastycznego. Archiwum Górnictwa, t. I z. 3, 1956.
- [108] Litwiniszyn J.: Rozwój problematyki wpływu górniczej eksploatacji na ruchy skał skorupy ziemskiej. Przegląd Górniczy nr 4, 1961.
- [109] Litwiniszyn J.: O niektórych liniowych i nieliniowych modelach niecki osiadania w górotworze sypkim. Przegląd Górniczy nr 5, 1962.
- [110] Litwiniszyn J.: O kierunkach badań teoretycznych wpływu podziemnej eksploatacji górniczej na ruchy mas skalnych. Materiały z I Krajowego Sympozjum n.t.: "Ochrona powierzchni przed szkodami górnictwymi", SITG i WUG, 1969.

- [111] Litwiniszyn J., Gil H.: Der Einfluss des bergmännischen Abbaus auf die Verbreitung der Verwerfungsklüfte in der Erdkruste. *Archiwum Górnictwa*, t.XVIII z.1, 1973.
- [112] Magdziorz J.: Nowe metody obliczania ruchów górotworu nad eksploatacją górnictw. *Ochrona Terenów Górniczych* nr 11, 1970.
- [113] Magdziorz J.: Sposób wyznaczania szerokości obrzeża eksploatacyjnego. *ZN Pol.Śl.* nr 435, seria *Górnictwo* z.59, 1974.
- [114] Miczyńska M., Wildhardt T.: Bibliografia publikacji pracowników Zakładu Mechaniki Górotworu PAN 1954-1973. *Archiwum Górnictwa*, t.XIX z.4, 1974.
- [115] Olszowski W.: Wpływ procesu deszczowania podszedki na deformacje i ciśnienia skał górotworu oraz możliwość występowania tąpnięć. Praca doktorska niepublikowana. *Pol.Śl.*, Gliwice 1971.
- [116] Pariseau W.G., Voight B., Dahl H.D.: Finite Element Analyses of Elastic - Plastic Problems in the Mechanics of Geologic Media: An Overview. *Proceedings of The Second Congress of the International Society of Rock Mechanics*, Beograd 1970.
- [117] Podgórski H.: Zachowanie się skał stropowych i spągowych pod wpływem eksploatacji pokładów stromych, *ZN Pol.Śl.* nr 222, seria *Górnictwo* z.32, 1968.
- [118] Praca zbiorowa: Sdwiżeniye gornyykh porod i zemnoy poverkhnosti.. *Ugletiechizdat*, Moskwa 1958.
- [119] Proust M.: Etude sur les affaissement miniers dans le Bassin du Nord et du Pas-de-Calais. *La revue de l'Industrie Minérale* nr 6-7, 1964.
- [120] Ryżyk I.M., Gradsztejn I.S.: Tablice całek, sum, szeregów i iloczynów. PWN, Warszawa 1964.
- [121] Salamon M.: An introductory mathematical analysis of the movements and stresses induced by mining in stratified rocks. *Research Publications of King's College* vol.3, 1961.
- [122] Sałustowicz A.: Zjawiska ciśnienia skał w świetle mechaniki ciał plastycznych. *Biul.Inst.Nauk.-Bad.Przem.Węgl.* nr 35, Katowice 1949.
- [123] Sałustowicz A.: Profil niecki osiadania jako węglę warstwy na sprężystym podłożu. *Archiwum Górnictwa i Hutnictwa*, t.I z.1, 1953.
- [124] Sałustowicz A.: Górotwór jako ośrodek sprężysto-lepki. *Archiwum Górnictwa*, t.III z.2, 1958.
- [125] Sałustowicz A.: Górotwór jako ośrodek Maxwella. *Księga Jubileuszowa prof.W.Wierzbickiego*, Warszawa 1959.
- [126] Sałustowicz A.: *Zarys mechaniki górotworu*. Wyd. "Śląsk", Katowice 1965.
- [127] Skrodzka G., Próchniak S.: Zależność pochodnej parametru b od głębokości eksploatacji górnictwa z *Ochrona Terenów Górniczych* z. nr 28, 1974.
- [128] *Subsidence Engineers' Handbook*. National Coal Board, Production Department, 1965.
- [129] Szefer G.: Wpływ robót górniczych na stan naprężenia i odkształcenia górotworu w świetle teorii sprężystości. *Zesz.Probl.Górn.*, t.2 z.1, 1964.

- [130] Szefer G.: Stan naprężenia i odkształcenia w sąsiedztwie wyrobiska eksploatacyjnego jako osiowo-symetryczny problem teorii sprężystości. PAN, oddz. w Krakowie, Prace KNT, Górnictwo nr 1, 1965.
- [131] Szpunar K.: Influence du temps sur la courbe de la couche du toit. Archiwum Górnictwa, t.V z.2, 1960.
- [132] Szpunar K.: La courbe du toit de la galerie du chantier comme fonction du temps. Archiwum Górnictwa, t.V z.3, 1960.
- [133] Sztelak J.: Hydrogeologia górnicza, zagrożenia wodne w kopalniach podziemnych i sposoby ich zwalczania. Skrypt Pol.Śl. nr 556/11, Gliwice 1975.
- [134] Sztelak J.: Osiadanie powierzchni spowodowane osuszeniem nadkładu oraz nowe kryteria dla określenia filarów bezpieczeństwa. Prace GIG, Kom. nr 468, Katowice 1969.
- [135] Świtka R.: Aproksymowana półprzestrzeń sprężysta jako model podłoża sprężystego. Wyd. Politechniki Poznańskiej, Rozprawy nr 31, 1968.
- [136] Trojancwski K.: Krytyka teorii R.Balsa, C.Schleiera i A. Fläschenträger. ZN AGH, seria Geodezja z.4, Kraków 1963.
- [137] Wang Y.J., Singh M.M.: A numerical method for the determination of stresses around underground openings. Proceedings of The First Congress of the International Society of Rock Mechanics, Lisboa 1966.
- [138] Wardell K.: The problems of analysing and interpreting observed ground movement. Colliery Engineering nr 12, 1959.
- [139] Zajac A.: Wpływ czasu na stan naprężenia i odkształcenia ściśliwego górotworu w sąsiedztwie wyrobiska górniczego. Archiwum Górnictwa, t. XVI z.1, 1971.



ROZWIĄZANIE LINIOWEGO PRZESTRZENNEGO ZADANIA LINIOWEJ TEORII  
SPRĘŻYSTOŚCI W ZASTOSOWANIU DO PROGNOZOWANIA DEFORMACJI GÓROTWORU  
POD WPLYWEM EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ WRAZ Z OPROGRAMOWANIEM

Streszczenie

Przedstawiona praca zawiera:

- przegląd literatury zagadnienia ze szczególnym uwzględnieniem dorobku polskiej nauki górniczej,
- opis badań modelowych, w wyniku których stwierdzono odmienny od dotychczas zakładanego, przebieg zależności promienia zasięgu wpływów głównych od odległości od pokładu oraz odmienny rozkład ruchów poziomych nad eksploatowanym pokładem,
- opis poszukiwań praktycznego potwierdzenia wyników badań modelowych, polegających na wykonaniu pewnych własnych, wycinkowych pomiarów oraz wykorzystaniu pomiarów prowadzonych dla celów ruchowych,
- przybliżone rozwiązanie przestrzennego zadania liniowej teorii sprężystości w którym założono, że równanie przemieszczeń górotworu jest a priori znane i ma postać równania S.Knothego, po czym z przemieszczeniowych równań równowagi ośrodka sprężystego wyprowadzono wzory na pozostałe dwie składowe przemieszczenia, a następnie wyznaczono parametry tkwiące we wzorze S.Knothego z warunku na minimum błędu spełnienia równań teorii sprężystości,
- opis oprogramowania uzyskanego rozwiązania i innych rozwiązań w zakresie prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej.

Zastosowane trzy metody badawcze, tj. badania modelowe, analiza pomiarów wykonanych w naturze i rozwiązanie teoretyczne dają obraz ruchów górotworu jakościowo zgodny.

W opisie oprogramowania maszyny cyfrowej uwzględniono programy służące do prognozowania deformacji górotworu w dowolnych punktach obliczeniowych, sporządzania map podstawowych wskaźników deformacji, aktualizacji map rzeźby terenu zmieniającej się pod wpływem eksploatacji górniczej, wyznaczania parametrów całkowitych teorii ruchów górotworu na podstawie pomierzonych obniżień lub przemieszczeń poziomych oraz programy umożliwiające optymalizację kształtu frontu wybierania w filarach ochronnych czułych obiektów.



РЕШЕНИЕ ОДНОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВОПРОСА ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ  
В ПРИМЕНЕНИИ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД  
ПОД ВЛИЯНИЕМ ЭКСПЛУАТАЦИИ ВМЕСТЕ С ПРОГРАММНЫМ ОБЕСПЕЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

Представленная диссертация охватывает:

- обзор литературы к вопросу с особым учётом достижений польского горного дела,
- описание модельных испытаний, в результате которых были установлены, иные чем предполагаемые, зависимости радиуса действия главных влияний от расстояния от пласта и различное распределение горизонтальных передвижений над вырабатываемым пластом,
- описание поисков практического подтверждения результатов модельных испытаний, заключающихся в проведении некоторых частичных измерений и в использовании измерений проводимых для эксплуатационных целей,
- приближённое решение пространственного вопроса линейной теории упругости в котором принято, что уравнение вертикальных перемещений горных пород известно *a priori* и имеет вид уравнения Кноте, потом из перемещенных уравнений равновесия упругой среды выделены формулы на остальные две слагающие перемещения и, наконец, определены параметры формулы Кноте из условия минимума погрешности в уравнениях теории упругости,
- описание программного обеспечения полученного решения и других решений в области прогнозирования деформации горных пород под влиянием эксплуатации.

Три метода исследований, применяемые в диссертации, т.е. модельные испытания, анализ измерений сделанных в реальных условиях и теоретическое решение дают качественно сходную картину движений горных пород.

В описании программного обеспечения ЦЕМ учтены программы для прогнозирования деформации горных пород в любых расчётных точках, составления карт основных показателей деформации, актуализации карт рельефа поверхности меняющегося под влиянием горной выработки, определения параметров интегральных теории движений горных пород на основании измеренных вертикальных и горизонтальных перемещений и программы оптимизации формы линии очистных забоев в предохранительных целиках.

SOLUTION OF SOME THREE-DIMENSIONAL PROBLEM OF THE THEORY OF ELASTICITY  
APPLIED FOR THE PURPOSE OF PREDICTING DEFORMATIONS OF THE OROGEN IN  
RESULT OF MINING EXCAVATIONS, TOGETHER WITH ITS PROGRAMMING

Summary

The present paper contains:

- a review of literature concerning this problem, special attention being given to the achievements of the Polish science of mining;
- a description of model investigations, in result of which it has been found that the dependence of the range of main influence on the distance from the coal bed takes a different course from that assumed so far and that the horizontal movement of the orogen above excavations is distributed differently than had been supposed;
- a description of researches after some reasonable confirmation of the results of model investigations, consisting in some own fragmentary measurements and in the utilization of measurements which had been taken for the purpose of exploitation;
- an approximative solution of a three-dimensional problem of the linear theory of elasticity, assuming that the equation of vertical displacements of the orogen is known a priori and that it has the form of S. Knothe's equation, after which from the displacement equations for the equilibrium of the elastic medium there have been derived formulae for the remaining two components of displacement, and next the parameters were determined which are inherent in Knothe's equation, resulting from the condition of the least error in the equations of the theory of elasticity;
- a description of the computer programmes of the obtained solution as well as other solutions within the range of predicting deformations of the orogen in effect of mining exploitation.

Three investigation methods have been applied, viz. model investigations, analysis of measurements taken in situ, and theoretical solutions, all of them together providing a qualitatively compatible image of orogen movements.

In the description of the programmes for a digital computer, programmes have been taken into account which are apt for predicting deformations of the orogen in any analytical point, for setting up maps of the fundamental deformation coefficients, for the actualization of relief maps changing in effect of mining exploitation, for determining the parameters of the integral theories of orogen movements, basing on measured vertical or horizontal displacements, and finally programmes which make it possible to optimize the shape of the excavation front in safety pillars protecting sensitive structures.



P. 3352/78/91

**WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:**

- Gliwice** — Księgarnia Techniczna, ul. Konstytucji 14b;
- Gliwice** — Punkt sprzedaży Studenckiej Spółdzielni Pracy, ul. Wrocławska 4/6;
- Katowice** — Księgarnia nr 004, ul. Warszawska 11;
- Katowice** — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33;
- Chorzów** — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22;
- Dąbrowa Górnicza** — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2;
- Rybnik** — Księgarnia nr 126, Rynek 1;
- Warszawa** — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw PAN, Pałac Kultury i Nauki.

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.