ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: AUTOMATYKA z.100 Nr kol.1082

Ryszard Klempous
Jerzy Kotowski

Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechnika Wrocławska

# PROJEKTOWANIE SIECI TRANSPORTOWYCH

Streszczenie. W pracy zostaną sformułowane i rozwiązane dwa zagadnienia dotyczące projektowania nieliniowych sieci transportowych. Oba problemy charakteryzują się skomplikowaną postacią funkcji celu. Opracowanie algorytmów optymalizacji wymagało w związku z tym określenia specjalnych procedur służących do wyznaczania gradientu minimalizowanej funkcji celu oraz do relaksacji funkcji kryterialnej.

## 1. Wstęp

W latach 1986-89 w ramach realizacji tematu ASO.5.5 wchodzącego w skład Programu Resortowego RP.I.02 opracowano szereg programów obliczeniowych służących do symulacji rozpływów w nieliniowych sieciach transportowych, takich jak sieci wodociągowe i gazociągowe. Stosunkowo duża uniwersalność tych programów pozwala na ich wykorzystanie do symulacji i analizy wielu typowych i nietypowych sytuacji, jakie mogą wystąpić w praktyce [1-8].

W prezentowanej pracy zostaną przedstawione dwa zagadnienia z tego obszaru, dotyczące projektowania nieliniowych sieci transportowych na przykładzie sieci rozprowadzania wody. W obu problemach należy dysponując ograniczoną ilością środków inwestycyjnych zbudować sieć przesyłową o najniższym koszcie eksploatacji. Sytuacja tego rodzaju może się pojawić przy budowie nowego okręgu przemysłowego, gdy znane są lokalizacje odbiorców przemysłowych, topologia sieci oraz prognozowane zapotrzebowania odbiorców. Należy określić optymalne średnice odcinków rurociągów łączących ze sobą poszczególne elementy systemu. Samo zadanie optymalizacji pracy sieci jest w w obu przypadkach problemem statycznej optymalizacji. Różnica pomiędzy nimi polegać będzie na tym, że zadanie pierwsze będzie statycznym zadaniem optymalizacji nieliniowej, a drugie zadaniem nieliniowej optymalizacji dyskretnej. Jako kryterium jakości identyfikacji przyjęto wielkość strat energii elektrycznej niezbędnej do realizacji rozpływu w sieci spełniającego znane a priori potrzeby odbiorców. Wyznaczenie tych strat wymaga dokonania symulacji rozpływu w sieci, co ze względu na postać samego modelu matematyczne-

* Praca została wykonana w ramach Resortowego Programu Badań Podstawowych PR.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych".

go procesu rozpływu jest samo w sobie zadaniem dość skomplikowanym. Istotnym elementem pracy są w tym przypadku procedury obliczeniowe niezbędne do przyśpieszenia zbieżności i skrócenia czasu obliczeń, takie jak w przypadku zadania pierwszego procedura wyznaczania gradientu minimalizowanej funkcji celu lub też metody relaksacji funkcji celu, w przypadku zadania drugiego.

## 2. Model matematyczny nieliniowej sieci transportowej

Sieć wodociągowa jest nieliniową siecią przepływową opisaną następującym układem równań:

$$Ay = \sigma \tag{1}$$

$$Bx = 0 \tag{2}$$

$$x_i = r_i y_i^2 \operatorname{sgn} y_i + d_i \qquad i=\overline{1,n} \tag{3}$$

Zależności (1) i (2) są formalnym zapisem I i II prawa Kirchhoffa. A jest macierzą incydencji, a B macierzą oczkową. Wzór (3) określa związek pomiędzy spadkiem ciśnienia w pojedynczym łuku a strumieniem i jest znany pod nazwą prawa Bernoulliego. Wektor $\sigma$ jest s-wymiarowym wektorem potrzeb odbiorców, y jest wektorem przepływów, x wektorem spadków ciśnień, a r wektorem oporności hydraulicznych poszczególnych łuków. Wektor d o składowych $d_i$ jest wektorem różnic geodezyjnych wysokości położenia końca i początku kolejnego odcinka rurociągu.

Rozwiązanie układu równań (1)-(3) jest identyczne [2] z rozwiązaniem następującego zadania optymalizacji statycznej bez ograniczeń:

$$p(y) = \sum_{i=1}^{n} p_i(y_i) \longrightarrow \min \tag{4}$$

gdzie

$$p_i(y_i) = y_i x_i = r_i y_i^3 \operatorname{sgn} y_i \qquad i=\overline{1,n}. \tag{5}$$

Wprowadzając oznaczenie

$$R(r,y) = \operatorname{diag}(r_i y_i \operatorname{sgn} y_i; i=1,n) \tag{6}$$

można układ równań (1)-(3) zapisać w postaci

$$Ay=\sigma \tag{7}$$

$$BR(r,y)y = 0 \tag{8}$$

a funkcję celu (4) w postaci

$$y^T R(r,y) y \longrightarrow \min. \tag{9}$$

Równoważność problemów (1)-(3) i (9) ma bardzo interesującą interpretację fizyczną. Funkcja celu (9) jest bowiem sumaryczną mocą traconą w sieci na pokonanie oporności jej poszczególnych elementów. Powyższa uwaga określa w związku z tym naturę II prawa Kirchhoffa. W każdej sieci transportowej, której modelem matematycznym jest układ równań typu (1)-(3), rozpływ medium jest minimalnoenergetyczny w sensie (9).

Opierając się na metodach analizy wrażliwości, można analizując problem (9) lub układ równań (1)-(3) wyznaczyć związek pomiędzy wartościami przepływów w poszczególnych łukach a ich opornościami, na przykład w postaci macierzy jakobianowej $\frac{\partial y}{\partial r}$. W pracy [1] pokazano, że zależność ta ma postać:

$$\frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{1}{2} R(y,y)B^T(BR(r,y)B^T)^{-1}B. \qquad (10)$$

Zgodnie z (10), chcąc wyznaczyć jakobian przekształcenia $y=y(r)$, należy dokonać symulacji sieci, to znaczy rozwiązać na przykład problem (9) dla zadanych składowych wektora r, i uzyskany wynik podstawić do tego wzoru.

## 3. Analiza ograniczeń technologicznych zadania projektowania sieci

W tej części pracy przeprowadzona zostanie analiza własności zadania projektowania jednego łuku sieci transportowej na potrzeby tytułowego problemu projektowania całej sieci.

Powyższy problem można sformułować werbalnie następująco: danych jest m typów surowca (to znaczy na przykład rur w przypadku sieci wodociągowej) o jednostkowej oporności liniowej $\rho_j$ i cenie odpowiednio $\varkappa_j$, $j=\overline{1,m}$. Cena jednostkowa $\varkappa_j$ jest sumą dwóch składników: ceny zakupu i kosztu instalacji w terenie. Należy zbudować dobierając odpowiednio długości dostępnych typów surowca odcinek linii przesyłowej o długości $l_o$, koszcie całkowitym nie większym od $k_o$ i o minimalnej oporności. Model matematyczny tego zagadnienia jest następującym zadaniem programowania liniowego:

$$\Sigma_{j=1}^{m}\rho_j z_j \longrightarrow \min \qquad (11)$$

przy ograniczeniach

$$\Sigma_{j=1}^{m} z_j = l_o \qquad (12)$$

$$\Sigma_{j=1}^{m}\varkappa_j z_j \le k_o \qquad (13)$$

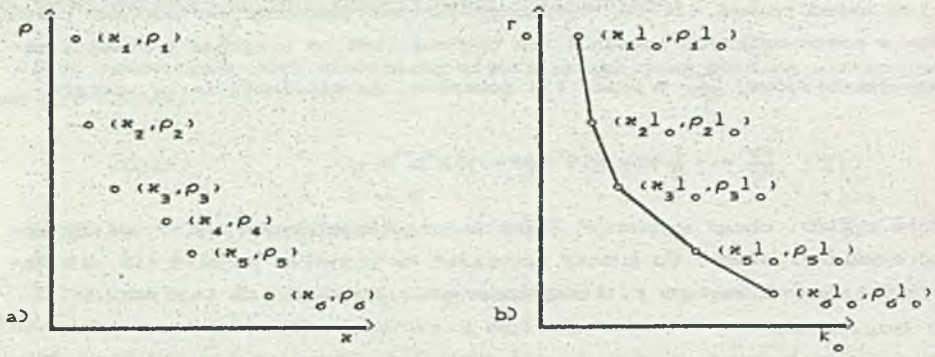
$$z_j \ge 0 \quad j=\overline{1,m}. \qquad (14)$$

gdzie $z_j$ są zmiennymi decyzyjnymi oznaczającymi długości kolejnych typów surowca. W rzeczywistych przypadkach można tak ponumerować zmienne, że spełnione będą następujące warunki:

$$\rho_1 > \rho_2 > \ldots > \rho_m \tag{15}$$

$$x_1 < x_2 < \ldots < x_m. \tag{16}$$

Typom o mniejszych jednostkowych opornościach liniowych odpowiadać bowiem powinny rury o większych średnicach charakteryzujące się z reguły również większymi cenami jednostkowymi. Omówiony przypadek ilustruje rysunek 1a.




Rys. 1. Ilustracja graficzna rozwiązania optymalnego problemu (11)-(14).
Ryc. 1. Illustration of the optimal solution of the problem (11)-(14).

Dla problemu (11)-(14) prawdziwe są następujące własności, których dowód można przeprowadzić opierając się na dobrze znanych, podstawowych twierdzeniach z teorii programowania liniowego:

Własność 1

Co najwyżej dwie składowe wektora z przyjmują wartości większe od zera w rozwiązaniu optymalnym problemu (11)-(14). ■

Własność 2

Dla danej wartości dopuszczalnych nakładów inwestycyjnych $k_o$ macierz

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x_r & x_{r+1} \end{bmatrix} \tag{17}$$

jest bazą optymalną dla problemu (11)-(14) jeżeli spełnione są następujące warunki:

$$\forall j=\overline{1,m} \quad D_{rj} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_r & x_{r+1} & x_j \\ \rho_r & \rho_{r+1} & \rho_j \end{vmatrix} \geq 0 \tag{18}$$

$$\varkappa_r l_o \le k_o \le \varkappa_{r+1} l_o . \blacksquare \qquad (19)$$

Warunek (19) gwarantuje bowiem nieujemność składowych rozwiązania bazowego

$$z_B = (z_r, z_{r+1})^T = \frac{1}{\varkappa_{r+1}-\varkappa_r}(\varkappa_{r+1} l_o - k_o, k_o - \varkappa_r l_o)^T \qquad (20)$$

a warunek (18) nieujemność wszystkich cen dualnych $w_j = D_{rj}/(\varkappa_{r+1}-\varkappa_r)$. Warunek (18) ma prostą interpretację graficzną. Do bazy optymalnej należeć mogą tylko te kolumny macierzy ograniczeń zbudowanej z warunków (12)-(13), którym odpowiadają punkty z rysunku 1a, dające po połączeniu ich odcinkami linii prostej funkcję wypukłą. Przykładowo zatem surowiec, któremu na tym rysunku odpowiada punkt $(\varkappa_4, \rho_4)$, nigdy nie będzie wykorzystany do realizacji zadania projektowania.

Podstawiając (20) do (11), uzyskuje się od razu optymalną wartość funkcji celu dla wszystkich $k_o$ spełniających warunek (19):

$$f(k_o) = \frac{\rho_r \varkappa_{r+1} - \rho_{r+1}\varkappa_r}{\varkappa_{r+1}-\varkappa_r} + \frac{\rho_{r+1}-\rho_r}{\varkappa_{r+1}-\varkappa_r} k_o . \qquad (21)$$

Przykładowy przebieg funkcji $f(k_o)$ został przedstawiony na rysunku 1b. Jak widać, $f(k_o)$ jest funkcją malejącą i wypukłą określoną dla $k_o \ge \varkappa_1 l_o$.

Niech $r_o = f(k_o)$. Dla $r_o \le \rho_m l_o$ istnieje funkcja odwrotna do funkcji f. W dalszej części pracy funkcja ta będzie oznaczana przez g.

## 4. Model matematyczny zadania optymalnego projektowania sieci transportowej

Problem optymalnego projektowania sieci przesyłowej polega na określeniu przy znajomości topologii sieci oraz prognozowanego rozkładu potrzeb odbiorców optymalnych wartości oporności wszystkich łuków w sensie kryterium minimalnoenergetycznego (9) przy jednym globalnym ograniczeniu na nakłady inwestycyjne. Model matematyczny tego zadania ma postać:

$$y^T R(r,y) y \longrightarrow \min \qquad (22)$$

$$Ay = \sigma \qquad (23)$$

$$\sum_{i=1}^{n} g_i(r_i) \le k_o . \qquad (24)$$

Podstawowe trudności związane z rozwiązaniem takiego zadania związane są z technikami wyznaczania wartości funkcji celu. Dla danych wartości wektora oporności $r=(r_1, r_2, \ldots, r_m)$ należy w tym celu dokonać symulacji sieci, to znaczy rozwiązać problem (22)-(23) i otrzymane $y=y(r)$ podstawić do (22).

Zagadnienie to trywializuje się tylko w przypadku, gdy projektowana sieć ma strukturę drzewiastą. Macierz A jest wtedy nieosobliwą macierzą kwadratową, co pozwala przekształcić (23) do postaci $y_o=A^{-1}\sigma$. Rozpływ medium w sieci nie zależy zatem w tym przypadku od składowych wektora oporności r, a jedynie od potrzeb odbiorców $\sigma$. Problem (22)-(24) można teraz zapisać w postaci:

$$\Sigma_{i=1}^{n} y_{oi}^{3} r_i \longrightarrow \min \tag{25}$$

$$\Sigma_{i=1}^{n} g_i(r_i) \le k_o. \tag{26}$$

Opierając się na własnościach funkcji $g_i(r_i)$ omówionych w rozdziale 3 można, stosując techniki znane w teorii programowania liniowego, zapisać problem (25)-(26) w postaci zadania PL:

$$\Sigma_{i=1}^{n} y_{oi}^{3} r_i \longrightarrow \min \tag{27}$$

$$\Sigma_{i=1}^{n} k_i \le k_o \tag{28}$$

$$(r_i - \rho_j l_i)(\varkappa_{j+1} - \varkappa_j) \le (k_i - \varkappa_j l_i)(\rho_{j+1} - \rho_j) \tag{29}$$

$$i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m-1}$$

$$\rho_m l_i \le r_i \le \rho_1 l_i \qquad i=\overline{1,n} \tag{30}$$

$$k_i \ge 0 \qquad i=\overline{1,n}. \tag{31}$$

Linearyzacja problemu (25)-(26) do postaci (27)-(31) prowadzi do dwukrotnego wzrostu liczby zmiennych do 2n przez wprowadzenie wektora zmiennych pomocniczych $k=(k_1,k_2,\ldots,k_n)$. W problemie tym przez $l=(l_1,l_2,\ldots,l_n)$ oznaczono wektor długości poszczególnych łuków projektowanej sieci.

Problem (27)-(31) można rozwiązać za pomocą algorymu o złożoności wielomianowej. Maksymalna liczba iteracji przedstawionego poniżej postępowania jest równa n*m:

Algorytm 1

Krok 1 (deklaracja wartości zmiennych)

Podstawić $r_i=\rho_m l_i$, $i=\overline{1,n}$, $t_i=m$, $i=\overline{1,n}$, $k_o=k_o-\Sigma_{i=1}^{n}\varkappa_m l_i$. Jeżeli $k_o<0$ STOP. Problem nie posiada rozwiązań dopuszczalnych. W przeciwnym przypadku przejść do kroku 2.

Krok 2

Jeżeli $k_o=0$ lub $\max_i t_i=1$ STOP. Znaleziono rozwiązanie optymalne $r_i$, $i=\overline{1,n}$. W przeciwnym przypadku przejść do kroku 3.

Krok 3

Obliczyć $\theta_u = \max_{t_i > 1} \theta_i$, gdzie

$$\theta_i = y_{oi}^3 \frac{\rho_{t_i} - \rho_{t_i - 1}}{\varkappa_{t_i - 1} - \varkappa_{t_i}}. \tag{32}$$

Podstawić $\tilde{k} = \min(k_o, \theta_u l_u)$, $k_o = k_o - \tilde{k}$, $t_u = t_u - 1$ oraz

$$r_u = r_u - \frac{\rho_{t_i} - \rho_{t_i - 1}}{\varkappa_{t_i - 1} - \varkappa_{t_i}} l_u \tilde{k}. \tag{33}$$

Przejść do kroku 2. ■

Postulowana wcześniej złożoność obliczeniowa algorytmu 1 wynika z postaci drugiej części stopu w kroku 2 oraz z faktu, że w kroku 3 zmienna $t_u$ może zmieniać swoją wartość co najwyżej m-1 razy. Opisane postępowanie polega na rozpoczęciu obliczeń od najgorszego rozwiązania dopuszczalnego, o ile takie istnieje, i jego zachłannym poprawianiu. Obliczenia kończą się, gdy ograniczenie globalne (26) staje się aktywne, lub gdy okaże się, co alternatywnie można sprawdzić już w kroku 1, że takim nigdy nie jest. Możliwe jest również opracowanie takiego algorytmu, w którym obliczenia rozpoczyna się od rozwiązania $r_i = \rho_m l_i$, $i = \overline{1,n}$, i pogarsza się je następnie odpowiednio tak długo, dopóki nie natrafi się na rozwiązanie dopuszczalne.

Analiza czynności dokonywanych w kroku 3 pozwala zauważyć dodatkowo, że w optymalnym rozwiązaniu problemu (25)-(26) co najwyżej jeden łuk sieci zostanie zbudowany z dwóch rodzajów surowca.

W przypadku, w którym projektowana sieć nie ma struktury drzewiastej, można zauważyć, że problem (22)-(24) daje się zapisać następująco:

$$h(r) \longrightarrow \min \tag{34}$$

przy ograniczeniach (28)-(31), gdzie wartości funkcji $h(r) = p(y(r))$, jak już wspomniano, muszą być wyznaczane techniką symulacji. Można jednak formalnie zróżniczkować tę funkcję, otrzymując jej gradient w postaci:

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \left[\frac{\partial y}{\partial r}\right]^T \frac{\partial p}{\partial y} \tag{35}$$

Jakobian przekształcenia $y = y(r)$ wyraża się wzorem (10), a gradient funkcji zewnętrznej $p(y)$ zgodnie z (9) jest równy $3R(r,y)y$. Problem (34) z liniowymi ograniczeniami (28)-(31) można zatem rozwiązać na przykład w oparciu o postępowanie oparte na idei metody Rosena.

Proces poszukiwania optimum można na wstępnym etapie przyśpieszyć na podstawie naturalnej modyfikacji algorytmu 1. Postępowanie oparte na tej

idei zostało opisane w przedstawionym poniżej algorytmie 2.

Algorytm 2

Krok 1 (deklaracja wartości zmiennych)

Podstawić $r_i=\rho_m l_i$, $i=\overline{1,n}$, $t_i=m$, $i=\overline{1,n}$, $k_o=k_o-\Sigma_{i=1}^{n} x_m l_i$. Jeżeli $k_o<0$ STOP. Problem nie posiada rozwiązań dopuszczalnych. W przeciwnym przypadku przejść do kroku 2.

Krok 2

Jeżeli $\max_i t_i=1$ STOP. Znaleziono rozwiązanie optymalne $r_i=\rho_1 l_i$, $i=\overline{1,n}$. Jeżeli $k_o=0$, przejść do kroku 4. W przeciwnym przypadku przejść do kroku 3.

Krok 3

Wyznaczyć $y_o=\frac{\partial h}{\partial r}$ zgodnie z (35) dla bieżących wartości wektora r. Obliczyć $\theta_u=\max_{t_i>1}\theta_i$, gdzie $\theta_i$ jest określone wzorem (32). Podstawić $\tilde{k}=\min(k_o,\theta_u l_u)$, $k_o=k_o-\tilde{k}$, $t_u=t_u-1$ oraz (33). Przejść do kroku 2.

Krok 4

Rozwiązać problem (34) przy ograniczeniach (28)-(31) na przykład metodą Rosena przyjmując bieżące składowe wektora r jako punkt startowy. ■

Poprawność postępowania opisanego w algorytmie 2 wynika z monotoniczności funkcji h(r). Można bowiem pokazać, że $\forall r>0$ gradient tej funkcji (35) ma wszystkie składowe większe od zera.

## 5. Zadanie projektowania sieci transportowej w wersji dyskretnej

W przypadku sieci transportowej o strukturze drzewiastej, jak wspomniano w rozdziale 4, w rozwiązaniu optymalnym zadania projektowania jej elementów może pojawić się co najwyżej jeden łuk zbudowany z dwóch typów surowca. Jeżeli projektowana sieć nie spełnia tego warunku, to liczba łuków zbudowanych z dwóch typów surowca może w ekstremalnym przypadku być równa n. Dla wykazania prawdziwości tego faktu wystarczy rozważyć zagadnienie projektowania sieci składającej się z dwóch węzłów, dostawcy i odbiorcy, oraz n równoległych łuków o identycznej długości. Optymalne w sensie (34) rozwiązanie $r^w$ takiego problemu ma następujące własności:

Własność 3

Dla każdego $n>1$ zachodzi $r_i^*=r_j^*$, $i,j=\overline{1,n}$, $i\neq j$. ■

Dowód wynika z symetrii ograniczeń, wypukłości zbioru rozwiązań dopuszczalnych oraz z analizy w przypadku projektowania sieci wodociągowych cen katalogowych dostępnych typów surowca.. Iloczyn $x_i\rho_i$ rośnie szybko jako funkcja średnicy rury, znacznie szybciej niż to jest wymagane, aby był spełniony warunek (18). Z analizy tych danych wynika również

Własność 4

Niech $H(n)$ będzie optymalną wartością funkcji (34) dla zadania opisanego we własności 3. Wtedy $\min\limits_{n>0} H(n)=H(1)$. ■

To, że w terenie można często spotkać podwójne lub potrójne nitki rurociągów, wiąże się z uwzględnieniem innych kryteriów, takich jak prawdopodobieństwo poprawnej pracy, koszt awarii lub też po prostu z brakiem na rynku rur o odpowiednio dużej średnicy.

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że nie jest pusta klasa zadań optymalizacji typu (22)-(24), w których dodatkowo przynajmniej na niektóre zmienne narzuca się warunki typu dyskretności, konkretnie takie, że dla określonego podzbioru indeksów $I\subset\{1,2,\ldots,n\}$ odpowiadające im oporności $r_i$ mogą być wybierane tylko ze zbioru $\{\rho_{j_i},\ j=\overline{1,m}\}$. Problem (22)-(24) staje się w takim przypadku nieliniowym zadaniem optymalizacji statycznej mieszanej.

Zadanie tego typu można rozwiązać za pomocą algorytmów heurystycznych badających otoczenie rozwiązania problemu ciągłej optymalizacji lub z pomocą algorytmów dokładnych opartych na idei metody podziału i ograniczeń. W tym przypadku podstawowy schemat metody podziału i ograniczeń jest szczególnie wygodny ze względu na obecność ograniczeń lokalnych typu (30). W celu przyśpieszenia obliczeń można stosować procedury relaksacji funkcji celu oparte na opisanych wcześniej możliwościach numerycznego wyznaczania gradientu funkcji (34).

## 8. Zakończenie

Wyniki opisane w pracy są obecnie oprogramowywane. Zagadnieniu temu poświęcone są między innymi tematy dwóch prac dyplomowych prowadzonych na Wydziale Elektroniki Politechniki Wrocławskiej pod kierunkiem autorów opracowania. Przewiduje się przedstawienie bardziej szczegółowych rezultatów teoretycznych i wyników testów numerycznych w trakcie Konferencji.

LITERATURA

[1] Klempous R., Kotowski J., Kuliszewski M.: Sensitivity of Simulation Problems in Water Distribution Network, Proceedings of the European Congress on Simulation, Prague September 1987, Volume A.

[2] Klempous R., Kotowski J., Nikodem J., Olesiak M., Ułasiewicz J.: Some Models for Water Distribution Systems, Journal of Computational and Applied Mathematics, 1988, vol.21.

[3] Klempous R., Nikodem J., Ułasiewicz J.: Simulation Model of High Preassure Gas Pipeline Networks, System Analysis and Simulation 1988, I: Theory and Fundations, Proceedings of International Symposium, Berlin, GDR, September 12-16, 1988.

[4] Klempous R., Kordecki H., Nikodem J.: Adaptation of the Cross Method for the Dynamic Flow Simulation in the Gas Networks, Proceedings of the Conference on the Practice and Theory of Operations Management, AFCET, Paris, France, 13-15 December 1989.

[5] Kotowski J., Kuliszewski M.: Zagadnienia identyfikacji parametrycznej w nieliniowych sieciach transportowych, V Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna "Zastosowanie Komputerów w Przemyśle", Szczecin, wrzesień, 1987.

[6] Kotowski J., Szlachcic E.: Structure identification problem in water distribution network with deficit state, Międzynarodowa Konferencja IFAC'90 TALLIN, ZSRR.

[7] Szlachcic E.: Bicriterial Optimization of Structure of Complex Network, System Analysis and Simulation 1988, I: Theory and Fundations, Proceedings of International Symposium, Berlin, GDR.

[8] Szlachcic E.: Metoda poszukiwania optymalnej struktury niezawodnościowej dla sieci złożonych, Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Zeszyt 3/1989.

Recenzent: Prof.dr h.inż.J.Cyklis

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

OPTIMAL DESIGN OF THE TRANSPORT NETWORKS

S u m m a r y

In the paper two problems of optimal design of the nonlinear transport network will be presented. He goal fuctions in each of them are so complicated that the specjal approach for the determination of gradient and special attend for relaxation of the criterion function had to be developed.

ПРОЕКТИРОВКА ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ПУТЕЙ

Р е з ю м е

В работе представлены две проблемы оптимального проектирования нелинейных транспортных пепей со сложной целевой функцией. Для алгоритма оптимализации были подготовлены соответствующие процедуры вычисления грашиента пелевой функции с использованием метода реляксации.