ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: AUTOMATYKA z.100 Nr kol.1082

Jerzy Kotowski
Ewa Szlachcic

Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechnika Wrocławska

IDENTYFIKACJA STRUKTURY W SIECIACH ROZPROWADZANIA WODY W WARUNKACH DEFICYTU [1]

Streszczenie. W pracy przedstawiono problem identyfikacji struktury w sieciach rozprowadzania wody w warunkach deficytu, tzn. w przypadku niedostosowania parametrów źródeł do aktualnych potrzeb odbiorców w sieci. Określono rzeczywiste potrzeby i przepływy możliwe do zrealizowania w krytycznych węzłach sieci wraz z identyfikacją aktualnej struktury sieci. Zadanie identyfikacji struktury nieliniowej sieci rozwiązano w oparciu o ideę parametrycznej dekompozycji.

1. Wstęp

W ramach realizacji tematu ASO.5.5 wchodzącego w skład Programu Resortowego PR.I.02 opracowano programy obliczeniowe służące do symulacji rozpływów w sieciach rozprowadzania wody, które pozwoliły na rozwiązanie zadania identyfikacji struktury nieliniowej sieci transportowej w warunkach deficytu.

Prawidłowe funkcjonowanie nieliniowych sieci złożonych jest uzależnione od parametrów sieci, jak i od struktur niezawodnościowych tych sieci. Optymalizacja takich struktur prowadzi do zwiększenia efektywności pracy sieci złożonych [3]-[7].

Przy projektowaniu sieci rozprowadzania wody zakłada się z reguły, że potrzeby odbiorców muszą być spełnione w każdym momencie czasu. Jednakże w realnie funkcjonujących sieciach rozprowadzania wody można spotkać się dość często ze zjawiskiem deficytu, który może przybierać formę deficytu chwilowego oraz formę deficytu globalnego. Deficyt chwilowy wody najczęściej jest związany z ograniczoną przepustowością sieci wodociągowej lub wynika z faktu niedostarczania pełnej ilości wody dla realizacji wszystkich potrzeb odbiorców sieci. Powoduje to konieczność identyfikacji aktualnej struktury

[1] Praca została wykonana w ramach Resortowego Programu Badań Podstawowych PR.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacji ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych".

sieci realizującej odpowiednio zmniejszone przepływy, jak również określenie odbiorców nie otrzymujących wody. Natomiast deficyt globalny jest rozumiany jako fizyczny brak wody u odbiorców w dłuższym horyzoncie czasowym. W prezentowanej pracy przedstawiono zadanie identyfikacji struktury sieci rozprowadzania wody w przypadku deficytu chwilowego.

2. Sformułowanie problemu

Struktura sieci rozprowadzania wody jest opisana grafem skierowanym $\mathcal{G}$, dla którego są spełnione dwa prawa Kirchhoffa podane poniżej [1]:

$$Ay = \sigma \tag{1}$$

$$Bx = 0 \tag{2}$$

przy czym:

y - wektor przepływów we wszystkich łukach sieci,

x - wektor spadków ciśnień na łukach sieci,

σ - s-wymiarowy wektor potrzeb odbiorców,

$A = (a_{ij})_{n\times m}$ - macierz incydencji grafu $\mathcal{G}$,

$B = (l_{ij})_{l\times m}$ - macierz oczkowa grafu $\mathcal{G}$

$(l = m-n+1)$ i $A^T B = 0$.

Prawo Bernoulliego dla pojedynczego łuku określa zależność:

$$x_i = r_i y_i^2 \operatorname{sgn} y_i + d_i \qquad i=\overline{1,n}. \tag{3}$$

która pokazuje związek między spadkiem ciśnienia x_i w łuku i, jego opornością hydrauliczną r_i, przepływem y_i z uwzględnieniem składowej d_i definiującej różnicę geodezyjną wysokości położenia końca i początku łuku.

Jeżeli w sieci rozprowadzania wody deficyt nie występuje, wówczas modelem matematycznym odbiorcy jest węzeł obciążony chwilowymi potrzebami odbiorcy. W przypadku pojawienia się deficytu model ten musi być pewną relacją pomiędzy potrzebami a potencjalnymi możliwościami ich zaspokojenia. Można dodatkowo założyć [2], że w przypadku deficytu chwilowego rzeczywista konsumpcja wody przez odbiorcę musi być pewną funkcją podaży o kształcie zależnym od jego typu.

Założono model zachowania się odbiorcy "i" w sposób następujący [2]. Przy wystarczającym zapasie ciśnienia u odbiorcy będzie on tak ustawiał zasuwę, aby odbierać strumień wody o natężeniu σ_i. Jeżeli ciśnienie w sieci będzie za małe, wówczas będzie odbierał taką ilość wody, jaka będzie możliwa, a zatem:

$$y_i = \begin{cases} \sigma_i & h_o > 0 \\ 0 & h_o < 0 \end{cases} \tag{4}$$

gdzie: h_o - zapas ciśnienia u odbiorcy .

Można zatem określić związek pomiędzy wypływem y z pompowni a wysokością podnoszenia h na jej wyjściu dla $h_o=0$:

$$h = d + ry^2 \qquad \text{dla } y > 0 \tag{5}$$

Dla wielu odbiorców komunalnych zależność y(h) w warunkach chwilowego deficytu przyjmuje postać ogólniejszą, tzn.:

$$y_i(h_i) = \begin{cases} \gamma_i h_i & \gamma_i h_i \le \sigma_i \\ \sigma_i & \gamma_i h_i > \sigma_i \end{cases} \tag{6}$$

Charakterystyka (6) zmienia swoją postać :

$$y_\sigma(h) = y(\sigma, h) \tag{7}$$

w zależności od potrzeb odbiorcy .

3. Symulacja rozpływów w sieci rozprowadzania wody w warunkach chwilowego deficytu

Problemy, jakie mogą pojawić się w powyższym zadaniu, zostaną przeanalizowane na przykładzie pokazującym sposób wyznaczania zależności między wysokością podnoszenia wody w pompowni h a przepływami y oraz y_i dla i=1,n w warunkach chwilowego deficytu wody [2].

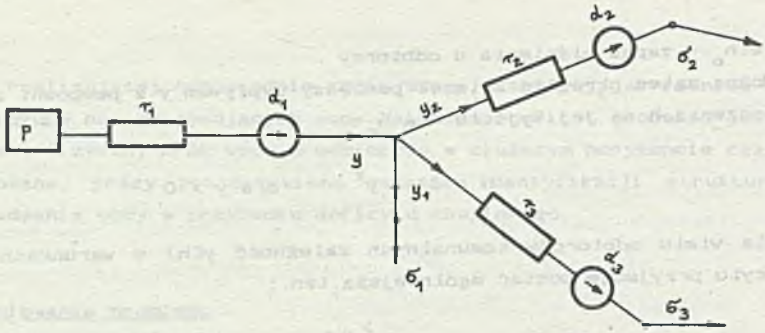
Dla prostej sieci wodociągowej posiadającej jedną pompownię z wypływem wody y i trzech odbiorców o potrzebach σ_i, i=1,2,3 i poziomie spożycia y_i, i=1,2,3 (Rys.1) założono charakter spożycia zgodnie z (4).

W sytuacji, gdy jest możliwe zrealizowanie potrzeb wszystkich odbiorców, zachodzi warunek :

$$h > h_o = d_1 + r_1(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)^2 + \max\left(d_2 + r_2\sigma_2^2 \,,\, d_3 + r_3\sigma_3^2 \right) \tag{8}$$

Gdy h będzie nieznacznie mniejsze od h_o, wówczas na podstawie (8) maksimum będzie realizowane dla jednego z dwóch odbiorców, np. dla i=3. Wówczas spadek ciśnienia h będzie prowadzić początkowo do zmniejszonego przepływu y_3 oraz zapasu ciśnienia u drugiego odbiorcy. Sytuacja taka będzie trwać do momentu wyrównania zależności:

$$r_2\sigma_2^2 + d_2 = r_3 y_3^2 + d_3 \tag{9}$$



Rys. 1. Sieć dystrybucji wody w warunkach deficytu .
Fig. 1. Water distribution network at deficit state .

Wówczas można otrzymać wartość żądanego wypływu z pompowni jako:

$$\bar{y} = \sigma_1 + \sigma_2 + \bar{y}_3 \qquad (10)$$

przy czym:

$$\bar{y}_3 = \sqrt{\frac{r_1\sigma_2^2 + d_2 - d_3}{r_3}} .$$

Dalsze zmniejszanie ciśnienia spowoduje równoczesny spadek przepływów y_2 i y_3, tzn.:

$$h(y) = x_1(y) + x_3(y) = r_1 y^2 + d_1 + r_3(y - \sigma_1 - \sigma_2)^2 + d_3 \qquad (11)$$

a charakter zmian można wyznaczyć z zależności (9), w której σ_2 jest zastąpione przez y_2. Jeżeli $d_2 > d_3$, wówczas można znaleźć $\underline{y}_3$, dla którego $y_2 = 0$, wtedy $\underline{y} = \sigma_1 + y_3$ oraz:

$$h(y) = x_1(y) + x_2(y_2(y)) = x_1(y) + x_3(y_3(y_2(y))). \qquad (12)$$

Dalsze zmniejszanie ciśnienia nawet do zera nie może już spowodować wystąpienia wypływu u drugiego odbiorcy. W tym momencie łuk dochodzący do odbiorcy drugiego musi być usunięty z sieci. Dalsze rozważania mogą być przeprowadzone dla sytuacji $0 \le y_3 \le \underline{y}_3$.

Tak przeprowadzona analiza pozwala na wysnucie pewnych wniosków dotyczących możliwości przeprowadzenia procedury symulacji rozpływów w sieci dystrybucji wody w warunkach chwilowego deficytu dla sieci z jedną pompownią, co w konsekwencji doprowadzi do identyfikacji struktury sieci rozprowadzania wody. Procedura identyfikacji struktury sieci wymaga wprowadzenia kilku

typów odbiorców, uzależnionych od wielkości uzyskiwanych przepływów, tzn.: $R = R_1 \cup R_2 \cup R_3$, przy czym R_1 określa zbiór odbiorców, którzy realizują swoje zamówienia, R_2 - zbiór odbiorców, realizujących tylko część swojego zapotrzebowania oraz zbiór R_3 - odbiorców, którzy nie otrzymują w ogóle wody. Przeprowadzenie pierwotnej symulacji sieci dla przypadku, gdy $Ay=o$, pozwala na określenie rozpływów w sieci i wyznaczenie zbioru węzłów R', tzn. $R'=R_2 \cup R_3$, dla których zapas ciśnienia jest równy zero.

Zidentyfikowanie struktury sieci rozprowadzania wody w warunkach chwilowego deficytu, tzn. wyznaczenie elementów zbiorów R_1, R_2, R_3 oraz wartości zredukowanych rozpływów w poszczególnych łukach sieci, można przeprowadzić wykorzystując zmodyfikowaną strukturę sieci.

Proponuje się utworzyć rozszerzony model nieliniowej sieci transportowej łącząc odbiorców z zerowym zapasem ciśnienia w węzły sztuczne. Z uwagi na ograniczenia własności wykorzystywanych procedur symulacji nieliniowej sieci należy uwzględnić fakt, że rząd rozgałęzienia grafu jest rz $\gamma \leq 3$, co powoduje wprowadzenie t sztucznych węzłów. Jeżeli moc zbioru R_2 oznaczono przez s, wówczas gdy dla s=4t należy określić t sztucznych węzłów, natomiast jeżeli s=4t+o, $o \in (0,4)$, istnieje (t+1) dodatkowych węzłów. Węzły te należy połączyć sztucznymi łukami z t sztucznymi pompowniami. W przypadku zbioru R_2 odbiorców odczuwających skutki deficytu poziom spożycia $y_i(h)$ będzie równy przepływowi w łuku łączącym go z siecią. W rozważanym przypadku liczba pompowni w sieci jest równa (1+t), a przepływ w łuku dochodzącym do sztucznej pompowni symuluje sumaryczne możliwe do zrealizowania spożycie w deficytowych węzłach połączonych z tą pompownią. Ze zmodyfikowanej sieci rozprowadzania wody należy usunąć łuki, odpowiadające odbiorcom $\in R_3$, w których przepływy spadły do zera.

4. Identyfikacja struktury sieci rozprowadzania wody w warunkach deficytu

Proces identyfikacji struktury dla zmodyfikowanej sieci w warunkach chwilowego deficytu jest realizowany w topologii z jedną pompownią. Założono, że model (6) dla wszystkich odbiorców jest znany. Proces identyfikacji struktury dla rozszerzonej sieci zostanie zrealizowany w oparciu o techniki symulacji sieci. Do rozwiązania powyższego problemu zaproponowano ideę dekompozycji statycznej, która pozwala zbudować dwupoziomową strukturę symulacji. W celu wyznaczenia rzeczywistych rozpływów w zmodyfikowanej sieci dystrybucji wody, zbioru węzłów , w których występuje deficyt wody oraz realnych potrzeb tych węzłów należy zrealizować dwupoziomową procedurę w następującej postaci.

Na poziomie górnym rozwiązując układ zależności (1)-(3) dokonuje się wyboru zbioru odbiorców R_2, których potrzeby nie mogą być w pełni zaspokojone

oraz zbiór odbiorców R_3, do których wartość przepływu na łukach spadła do zera. Po usunięciu ze zmodyfikowanej sieci węzłów i łuków, odpowiadających odbiorcom, do których wartości przepływów są równe zero, należy przeprowadzić modyfikację sieci w oparciu o zasady podane w rozdz. 3. Po wprowadzeniu do sieci sztucznych węzłów i łuków oraz określeniu parametrów dodawanych elementów sieci na poziomie lokalnym jest przeprowadzana symulacja sieci wodociągowej, która pozwala określić nowe rozpływy w zmodyfikowanej, nieliniowej sieci transportowej. Uzyskane tą drogą wielkości przepływów w dołączonych łukach w rozszerzonej sieci określają wielkości rzeczywistych potrzeb możliwych do zrealizowania w krytycznych węzłach sieci w warunkach chwilowego deficytu.

Procedury symulacji dla zmodyfikowanej sieci dystrybucji wody zostały zrealizowane w oparciu o transformację równań (1)-(3) do postaci wypukłego problemu optymalizacji [1]:

$$f(y) = \sum_{i=1}^{n} f_i(y_i) \tag{13}$$

przy czym:

$$f_i(y_i) = x_i y_i = r_i (y_i)^3 \operatorname{sgn}(y_i). \tag{14}$$

Ostatecznie można sprowadzić rozważane zadanie do problemu statycznej optymalizacji bez ograniczeń, tzn.:

$$g(z) \to \min \tag{15}$$

gdzie:

$$\frac{\delta g}{\delta z} = B \frac{\delta f}{\delta y} = 3Bx = 3BR(r,y)y \tag{16}$$

$$\frac{\delta^2 g}{\delta z^2} = BR(r,y)B^T \tag{17}$$

oraz:

$$R(r,y) = \operatorname{diag} r_i y_i \operatorname{sgn}(y_i) \; ; \; \overline{i=1,n} . \tag{18}$$

Zadanie (15)-(18) posiada mniejszą liczbę zmiennych niż problem (1)-(3).

5. Badania numeryczne

Dwupoziomowa metoda parametrycznej dekompozycji, wykorzystująca na poziomie lokalnym złożone procedury symulacji rozpływów w nieliniowych sieciach transportowych pozwoliła na identyfikację struktury sieci dystrybucji wody w warunkach chwilowego deficytu. Procedury numeryczne zostały zrealizowane

na mikrokomputer klasy IBM/PC [5]. Numeryczne eksperymenty pozwoliły znaleźć nową, zmodyfikowaną postać struktury sieci rozprowadzania wody wraz z rzeczywistymi potrzebami i przepływami w łukach dla węzłów ze zbioru R_2 oraz rzeczywiste przepływy dla węzłów $\in R_1$.

6. Zakończenie

W pracy przedstawiono problem identyfikacji zmodyfikowanej struktury sieci dystrybucji wody w warunkach deficytu chwilowego, gdy źródła nie są w stanie zrealizować wszystkich potrzeb odbiorców sieci. Zastosowanie dekompozycji parametrycznej pozwoliło rozwiązać powyższy problem, natomiast wykorzystanie procedur symulacji dla nieliniowych sieci rozprowadzania wody pozwoliło zmniejszyć złożoność obliczeniową całej procedury.

LITERATURA

[1] Klempous R., Kotowski J., Nikodem J., Olesiak M., Ułasiewicz J.: Some Models for Water Distribution Systems, Journal of Computational and Applied Mathematics, 1988, vol.21.

[2] Szlachcic E., Klempous R., Kotowski J. i inni: Badania symulacyjne i analityczne algorytmów optymalnego sterowania siecią wodociągową w eksperymentalnym systemie wodno-gospodarczym. Raport ser. SPR Politechniki Wrocławskiej, nr 10/83, Wrocław, 1983 (PR.I.02).

[3] Szlachcic E.: Synthesis of reliability structures of complex networks. Proceedings of Fourth International Conference RELCOMEX'87, Książ, 1987.

[4] Szlachcic E.: Bicriterial Optimization of Structure of Complex Network. System Analysis and Simulation 1988, I: Theory and Fundations, Proceedings of International Symposium, Berlin, GDR.

[5] Szlachcic E.: Symulacja sieci wodociągowej w warunkach deficytu. Raport ser. SPR Politechniki Wrocławskiej, nr 95/88, Wrocław, 1988.

[6] Szlachcic E.: Metoda poszukiwania optymalnej struktury niezawodnościowej dla sieci złożonych. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, zeszyt 3/1989.

[7] Szlachcic E.: Computational Problems of Reliability Structures Optimization Algorithms. Performance evaluation, reliability and exploitation of computer systems. Wyd. Ossolineum, Wrocław, 1989, str.175-182.

Recenzent: Doc.dr h.inż.J.Kałuski

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

STRUCTURE IDENTIFICATION PROBLEM IN WATER DISTRIBUTION NETWORK UNDER DEFFICIENCY CONDITIONS

S u m m a r y

In this paper the problem of the structure identification in water distribution network under defficiency conditions, when sources are not fitted to actual demands, is presented. Real supplies, flows possible to be realized in critical network nodes under difficiency conditions and identification procedure of actual network structure are described. The structure identification problem is solved basing on parametric decomposition concept.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТРУКТУРЫ ДЛЯ СЕТИ ВОДОСНАБЖДЕНИЯ С ДЕФИЦИТОМ

Р е з ю м е

В работе представлена проблема идентификации структуры для сети водоснабждения с дефицитом. Это происходит в случае несогласивания параметров источников и потребителей в сети. Для критических узлов сети определены возможности снабждения и розмеры потребления с идентификацией актуальной структуры сети. Задача идентификации структуры нелинийной сети решена с использованием принципа параметрической декомпозыции.