ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: AUTOMATYKA z.100 Nr kol.1082

Danuta Rasztabiga

Politechnika Śląska

ANALIZA EFEKTYWNOŚCI PLANOWANEGO EKSPERYMENTU DO ZADANIA OPTYMALNEGO BALANSOWANIA LINII MONTAŻOWEJ

Streszczenie: W pracy przedstawiono rozwiązanie zadania optymalizacji balansowania linii montażowej, ze względu na efektywność algorytmu. Do badań wykorzystano metodę planowanego eksperymentu. Rozwiązano zadania dla 8 i 15 operacji, a wyniki przedyskutowano w [8]. Przedstawiono również badania właściwe z liczbą operacji większą od 20, poszerzone o badanie wpływu parametrów obiektu i reguł wyboru na efektywność algorytmu.

1. Wprowadzenie

Próby praktycznego wykorzystania planowanego eksperymentu były sporadycznie podejmowane w dziedzinie automatyzacji procesów dyskretnych, głównie do identyfikacji parametrów modeli. Doświadczenia czynnikowe, jako metoda planowanego eksperymentu, były stosowane sporadycznie w praktyce przemysłowej od dawna, jednakże upowszechnienie systemów komputerowych automatyki przyczyniło się do wzrostu liczby ich zastosowań.

W niniejszej pracy zastosowano planowany eksperyment do optymalizacji efektywności algorytmu zadania balansowania linii montażowej (BLM).

Problem BLM był rozwiązywany w literaturze za pomocą różnych metod programowania matematycznego, a opracowane algorytmy zostały zilustrowane przykładami liczbowymi. Nie przeprowadzono kompletnych testów komputerowych. Okazało się bowiem, że w programie testów dla każdego modelu należy uwzględnić parametry obiektu (modelu) i parametry algorytmu oraz różne zestawy danych liczbowych. Liczba testów przy tych wymaganiach byłaby rzędu tysięcy dla każdego modelu. Z tego względu aktualnie skoncentrowano prace nad planowaniem eksperymentów komputerowych (testów). Celem tych prac jest określenie metody postępowania, pozwalającej przy ograniczonej liczbie testów komputerowych ocenić efektywność algorytmu. Dotychczas w literaturze

Praca była częściowo finansowana przez program R.P.I.02 i CPBR 7.4

nie opublikowano danych potwierdzających efektywności takiego ujęcia problemów, toteż zagadnienie odpowiedzi na szereg pytań i poszukiwanie zależności oraz prawidłowości dla sformułowanego zadania jest w fazie wstępnej badań eksperymentalnych, poprzez testowanie istniejących algorytmów rozwiązania zadania BLM.

W artykule przedstawiono rozwiązanie optymalizacji zadania BLM ze względu na efektywność algorytmu. W fazie wstępnej rozwiązano zadania dla 8 i 15 operacji [8]. Badania właściwe z liczbą operacji większą od 20, poszerzone o badania wpływu parametrów obiektu i reguł wyboru na efektywność algorytmu, są tematem niniejszej pracy. Algorytm poddany badaniom efektywności, przedstawiony został w [3], a opracowany na podstawie [7].

2. Problem BLM

Podstawowym problemem sterowania montażem jest optymalne rozdzielenie operacji na stanowiska pracy, czyli balansowanie linii.

W problemie BLM zakłada się, że dane są:

- zbiór operacji

$$\Omega = \{ \omega_n \} \qquad n=1,\dots,L \tag{1}$$

gdzie: ω_n - n-ta operacja,

L - liczba operacji,

- relacja kolejności operacji opisana macierzą Γ, przy czym:

$$\Gamma = [\gamma_{\nu,n}] \qquad \nu=1,\dots,L \tag{2}$$

gdzie:

$$\gamma_{\nu,n} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli operacja } \omega_\nu \text{ poprzedza operację } \omega_n, \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym,} \end{cases} \tag{2a}$$

- czasy realizacji operacji opisane są wektorem:

$$\Theta = [\upsilon_n] \qquad n=1,\dots,L \tag{3}$$

gdzie: υ_n - czas operacji ω_n,

- cykl procesu montażu c spełnia warunek:

$$\max_{1 \le n \le L} \upsilon_n \le c \le \sum_{n=1}^{n=L} \upsilon_n \tag{4}$$

Przy powyższych danych należy wyznaczyć:

- minimalną liczbę M stanowisk pracy,
- podzbiory operacji A_m na stanowiskach pracy.

Dla optymalnego zadania wprowadza się kryterium minimalizacji niewykorzystanego czasu pracy:

$$Q = \sum_{m=1}^{m=M} (c - \sum_{\omega_n \in \Omega_m} \upsilon_n) \longrightarrow \min. \tag{5}$$

równoważne minimalizacji liczby stanowisk pracy:

$$Q = Mc - \sum_{n=1}^{n=L} \Theta_n \longrightarrow \min. \tag{6}$$

Na liniach montuje się obiekty różnych wersji, a każda jest zbiorem określonych części. Na podstawie wyznaczonych podzbiorów operacji na stanowiska pracy, rozwiązuje się problem szeregowania, czyli określenia kolejności montażu obiektów różnych wersji.

Podstawowymi elementami konstrukcji algorytmów programowania wieloetapowego są:

- stan procesu decyzyjnego opisany wektorem:

$$P^{\eta,l} = [\ p_n^{\eta,l}\ ] \tag{7}$$

gdzie: L – liczba stanów n-tego etapu,

l – numer stanu n-tego etapu,

- wartość stanu jest skalarem:

$$V^{\eta,l} = [\,1/c * T^{\eta,l}\,]^{+} \tag{8}$$

gdzie: $[\ ]^{+}$ – najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza od wartości podanej w nawiasie,

$T^{\eta,l}$ – chwila zakończenia wszystkich operacji ze zbioru $\Omega_m^{\eta,l}$ (czyli w stanie $P^{\eta,l}$),

t_n – chwila zakończenia realizacji operacji ω_n na linii,

- procedury generowania stanów.

Procedura generowania stanu polega na uzupełnieniu wybranego stanu aktywnego $P^{\eta-1,l}$ o operację ω_n tak, aby otrzymać kolejny stan $P^{\eta,l}$.

Dla rozważanego problemu BLM procedura generowania stanów ma postać:

$$\forall_n \ \forall_p \ (P^{\eta-1,\lambda} = 0) \wedge [(\gamma_{\nu,n} = 1) \Rightarrow (P^{\eta-1,\lambda} = 0)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (P^{\eta,l} = P^{\eta-1,l} + \Delta p_i) \tag{9}$$

gdzie:

$$\Delta p_i = \begin{cases} t_n, & \text{dla } i = n \\ 0, & \text{dla } i \neq n \end{cases} \tag{9a}$$

Generując stan $P^{\eta,l}$ ze stanu $P^{\eta-1,l}$ przez przydzielenie do realizacji operacji ω_n, możemy zapisać:

$$T^{\eta,l} = T^{\eta-1,l} + \Delta T \tag{10}$$

gdzie:

$$\Delta T = \begin{cases} \upsilon_n, \text{ jeśli } [1/c * T^{\eta-1,\lambda}]^+ = [1/c\,(T^{\eta-1,l} + \upsilon_n)]^+ \\ c\,[1/c * T^{\eta-1,\lambda}]^+ - T^{\eta-1,\lambda} + \upsilon, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (10a)$$

Wartość stanu wyznaczana jest z zależności:

$$\nu^{\eta,l} = \nu^{\eta-1,\lambda} + \Delta\nu \quad (11)$$

gdzie:

$$\nu = \begin{cases} 0, \text{ jeśli } [1/c * T^{\eta-1,\lambda}]^+ = [1/c\,(T^{\eta-1,l} + \upsilon_n)]^+ \\ 1, \text{ w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (11a)$$

Gdy czas realizacji jest większy niż luz na stanowisku, wówczas operacja zostaje przydzielona na kolejnym stanowisku pracy kosztem zwiększenia liczby stanowisk o jeden.

Reguły eliminacji stanów nieperspektywicznych:

1. Reguła wyczerpywania eliminuje stan $P^{\eta,\lambda}$, z którego nie można otrzymać dopuszczalnego stanu końcowego $P^{\eta,l}$ (wyczerpane zostały możliwości generowania rozwiązań dopuszczalnych). Gdy linia składa się z K stacji, stan jest nieperspektywiczny, jeżeli:

$$K < b^{\eta,l} \quad (12)$$

2. Reguła sondowania eliminuje stan $P^{\eta,l}$, z którego stan lokalnie optymalny $P^{\eta,lo}$ jest gorszy od stanu aktualnie najlepszego P^a. W tym celu dla stanu $P^{\eta,l}$ wyznacza się dolne ograniczenie $b^{\eta,l}$ wartości stanu $\nu^{L,l}$, tzn.:

$$b^{\eta,l} \le \nu^{\eta,lo} \quad (13)$$

Jeżeli $b^{\eta,l} > \nu^a$ to stan $P^{\eta,l}$ jest nieperspektywiczny.

3. Reguła dominacji pozwala wyeliminować jeden z dwóch stanów aktywnych P^{η,l_1} lub P^{η,l_2}, którego odpowiedni stan lokalnie optymalny $P^{\eta,lo}$ jest gorszy.

Stan P^{η,l_1} dominuje nad stanem P^{η,l_2}, gdy dla tego samego zbioru operacji zrealizowanych, czas zakończenia ostatniej operacji jest mniejszy.

Algorytmy programowania wielostapowego można przeanalizować z punktu widzenia możliwości rozwiązywania uogólnionych problemów BLM, w oparciu o modele uogólnione. Uogólnienia będą dotyczyć dodatkowych ograniczeń oraz kryterium optymalizacji.

Ograniczenia wynikają:

- z wykluczania pewnych podzbiorów operacji na jednym stanowisku pracy,
- z przynależności operacji do pewnego podzbioru zwanego enklawą,
- z lokalizacją operacji w montowanym obiekcie,
- z kosztów wykonywania operacji.

Do rozwiązywania uogólnionych problemów BLM wykorzystuje się te same dane jak w modelu klasycznym. Jedynie elementy algorytmu (wartość stanu, procedury generowania stanów, reguły eliminacji stanów nieperspektywicznych są bardziej uogólnione.

W uogólnionym modelu BLM istnieją inne parametry operacji. Dla wykonania operacji potrzebne są detale i narzędzia. Detale znajdują się w kontenerach o odpowiednich pojemnościach. Z uwagi na ograniczone wymiary stacji podzbiory operacji nie mogą tworzyć jednego stanowiska pracy. Ten sam efekt występuje, gdy detale ze względu na swój ciężar wymagają znacznej pracy od montera dla ich przeniesienia z kontenera do montowanego obiektu. Wprowadzając ograniczenia wielkości tej pracy, eliminujemy pewne podzbiory operacji jako stanowiska pracy. Cechą charakterystyczną tych ograniczeń jest ograniczenie sumy parametrów operacji na jednym stanowisku.

Dodatkowe parametry operacji są macierzą:

$$\Delta = [\ \delta_{n,j}\ ] \qquad \begin{matrix} n=1,\dots,L \\ j=1,\dots,J \end{matrix} \tag{14}$$

gdzie: $\delta_{n,j}$ - i-ty parametr operacji ω_n,

J - liczba parametrów operacji.

Dana jest macierz D dodatkowych ograniczeń liniowych:

$$D = [\ d_{k,j}\ ] \qquad \begin{matrix} k=1,\dots,K \\ j=1,\dots,J \end{matrix} \tag{15}$$

gdzie: $d_{k,j}$ - dopuszczalna suma parametrów j-tego typu dla operacji na k-tym stanowisku pracy.

Dodatkowe ograniczenia można zapisać w postaci:

$$\sum_{\omega_n \in \Omega_k} \delta_{n,j} \le d_{k,j} \qquad \begin{matrix} k=1,\dots,K \\ j=1,\dots,J \end{matrix} \tag{16}$$

Są to ograniczenia liniowe.

3. Sformułowanie zadania

W zadaniu BLM przy zadanym algorytmie obliczeń wpływ na efektywność (szybkość uzyskania rozwiązania optymalnego) algorytmu mają:

1. Parametry obiektu:
   - liczba operacji,
   - czasy realizacji operacji,
   - ograniczenia kolejności wykonywania operacji,
   - cykl,
2. Parametry algorytmu:
   - reguły eliminacji (reguły: wyczerpywania - rw, sondowania - rs, dominacji - rd, dominacji i sondowania - r(d+s)),

- reguły podziału (narzucone metodą LLB - współczynniki etapowe α),
- ograniczenia liczby zadań na poszczególnych etapach.

W wyniku planowanych zmian parametrów algorytmu należy znaleźć takie ich wartości, aby czas obliczeń był minimalny. Jest to jedno z możliwych do rozwiązania zadań. Można starać się odpowiedzieć nie tylko na pytanie o wpływ parametrów algorytmu, ale także o wpływ parametrów obiektu na efektywność algorytmu. Badania te pozwalają odpowiedzieć np. na pytanie, która reguła eliminacji jest najbardziej efektywna dla liczby operacji z zadanego przedziału liczb.

4. Strategia badań

Wykorzystując problem BLM dla modelu uogólnionego, ujętego w programach komputerowego wspomagania: BALANS i AUTOEXEC, znajomość metod planowanego eksperymentu w odniesieniu do sformułowanego zadania, można określić tok dalszego postępowania w prowadzeniu badań, rozwiązujących całość zagadnienia dla uzyskania wyczerpującej odpowiedzi na szereg pytań związanych z możliwością wykorzystania planowanego eksperymentu do optymalizacji efektywności algorytmów zadania BLM - model uogólniony. W tym celu strategia badań zmierza do podziału zadań na badanie wpływu parametrów algorytmu na jego efektywność dla małej (mniejszej od 20) i dużej (większej od 20) liczby operacji oraz badanie wpływu parametrów obiektu na jego efektywność.

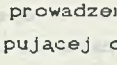
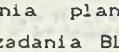
Wyniki badań dla małej (mniejszej od 20) liczby operacji przedstawiono w [8]. Analizę wyników dla liczby operacji większej od 20 oraz badania wpływu parametrów obiektu na efektywność algorytmu są tematem niniejszej pracy.

Do badań wykorzystano program komputerowego wspomagania BALANS, AUTOEXEC, opisany w [4].

Korzystając z planu doświadczeń typu 2^k dla całkowitego doświadczenia czynnikowego z dziedziny planowanego eksperymentu, zbadano czasy obliczeń algorytmu dla k-tej liczby parametrów, dla różnych zestawów danych.

Zgodnie ze sformułowanym zadaniem podczas badania przyjęto za stałe parametry obiektu, zmieniając parametry algorytmu.

Zmiany współczynników etapowych α i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach realizowane są na poziomie "-" dolnym i "+" górnym według schematu:

- wartości stałe (oznaczone ———),
- wartości rosnące (oznaczone ),
- wartości malejące (oznaczone ).

- wartości rosnąco - malejące (oznaczone ◇).

Zmiany reguł eliminacji realizowane są dla wszystkich możliwych kombinacji ($\binom{4}{2}$ = 6) następująco:

	1	2	3	4	5	6
"-"	rw	rw	rw	rd	rd	r(d+s)
"+"	rd	rs	r(d+s)	rs	r(d+s)	rs

5. Planowany eksperyment i analiza wyników

Metody planowanego eksperymentu i analizy wyników omówiono w pracach [2, 5, 6]. W badaniach analizowanych w [8] i niniejszej pracy zastosowano metodę całkowitych doświadczeń czynnikowych. Do analizy otrzymanych wyników zastosowano metodę bilansu losowego. Opis zastosowanej metody planowanego eksperymentu i metody bilansu losowego dla sformułowanego zadania i przyjętej strategii badań przedstawiono w [8].

Badania wstępne wykazały, że zastosowanie planowanego eksperymentu pozwoliło zminimalizować liczbę eksperymentów i efektywnie prowadzić analizę wyników. Badania czy tendencje i zależności charakterystyczne dla zadania z małą liczbą operacji zachowają swój charakter dla liczby operacji większej od 20 - są tematem analizy w tej części badań.

W badaniach właściwych wykorzystano program AUTOEXEC, na podstawie którego wyniki porównano z korespondującymi z nimi wynikami programu BALANS.

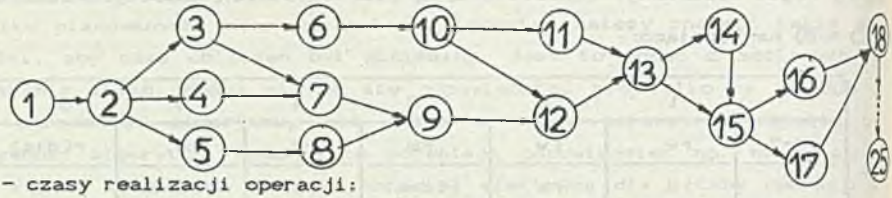
Wpływ wielkości parametrów algorytmu na jego efektywność zbadano w dwóch wariantach:

- wariant A - dla programu BALANS,
- wariant B - dla programu AUTOEXEC.

Przykład 1.

Przyjęto następujące dane:

1. Parametry obiektu:
   - liczba operacji = 25,
   - macierz ograniczeń kolejnościowych Γ:



- czasy realizacji operacji:

  Θ = [5,8,10,3,7,4,11,2,4,9,12,8,3,1,12,6,9,4,5,10,3,5,4,3,2],

- cykl = 40,

2. Parametry algorytmu:

   x_1 - współczynniki etapowe i x_2 - ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach dla:

model	wartości
"–"	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
	1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4
	4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1
	1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,3,3,3,3,2,2,2,2,1,1,1,1
"+"	3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3
	3,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6,6
	6,6,6,6,6,6,5,5,5,5,5,5,4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,3
	2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,5,4,4,4,4,3,3,3,3,2,2,2,2

- x_3 - reguły eliminacji.

W związku z wyróżnieniem 3 zmiennych wykonano plan typu 2^3 = 8 eksperymentów.

wartości: nr eksperymentu	x_0	x_1	x_2	x_3	$y = t_{obl}$ [s]
1	+	–	–	–	
2	+	+	–	–	
3	+	–	+	–	
4	+	+	+	–	
5	+	–	–	+	
6	+	+	–	+	
7	+	–	+	+	
8	+	+	+	+	

Przykładowe wyniki:

x_1: ——— x_2: ———

nr eksp.	1	2	3	4	5	6
1	6.97	6.97	6.97	7.03	7.03	7.52
2	7.03	7.03	7.03	7.03	7.03	7.52
3	1454.81	1454.81	1454.81	979.15	979.15	982.94
4	1415.92	1415.92	1415.92	1419.82	1419.82	1346.27
5	7.03	7.46	7.52	7.46	7.52	7.46
6	7.03	7.52	7.52	7.52	7.52	7.52
7	979.15	1378.19	982.94	1378.19	982.94	1378.19
8	1419.82	1341.50	1346.27	1341.50	1346.27	1341.50
$-x_1$	611.99	771.85	613.06	592.95	494.16	594.02
$+x_1$	712.45	692.99	694.17	693.96	695.16	675.70
$-x_2$	7.01	7.24	7.24	7.26	7.27	7.50
$+x_2$	1317.42	1397.60	1299.98	1279.66	1182.04	1262.22
$-x_3$	721.18	683.66	721.18	603.25	603.25	586.06
$+x_3$	603.25	721.18	585.92	683.66	586.06	683.66
Δx_1	100.54	18.86	81.11	101.01	201.00	81.67
Δx_2	1310.41	1390.36	1292.74	1272.40	1174.77	1254.72
Δx_3	117.92	37.51	135.25	80.41	17.19	97.60

a) Z przeprowadzonej analizy wynika, że największy wpływ na efektywność algorytmu ma ograniczenie liczby stanów na poszczególnych etapach. Pozostałe czynniki mają zdecydowanie mniejszy wpływ. Najkrótsze czasy obliczeń otrzymano dla zestawu zmiennych: x_1 i x_2 = [1,1,1,...,1,1.1], x_3 = rw o czasie obliczeń t_{obl} = 6.97s. Najbardziej efektywne rozwiązanie otrzymano dla rosnących współczynników etapowych α i stałych ograniczeń liczby stanów na poszczególnych etapach.

x_1: ——— x_2: ———

nr eksp.	1	2	3	4	5	6
1	1128.16	1128.16	1128.16	794.11	794.11	833.54
2	1121.46	1121.46	1121.46	1130.80	1130.80	2.85
3	1134.48	1134.48	1134.48	771.92	771.92	792.90
4	1415.92	1415.92	1415.92	1419.82	1419.82	1346.27
5	794.11	825.64	833.54	825.64	833.54	825.64
6	1130.80	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
7	771.92	785.59	792.90	785.59	792.90	785.59
8	1098.78	3.02	3.02	3.02	3.02	3.02
$-x_1$	957.16	968.46	972.27	794.31	796.11	809.41
$+x_1$	1110.16	554.23	554.23	556.86	558.86	2.93
$-x_2$	1043.63	769.52	771.50	688.35	690.32	416.22
$+x_2$	1023.69	753.17	755.00	664.82	666.65	396.13
$-x_3$	1118.42	1118.42	1118.42	948.90	948.90	408.07
$+x_3$	948.90	404.27	408.07	404.27	408.07	404.27
Δx_1	152.99	414.23	418.03	235.45	239.25	806.48
Δx_2	22.93	16.35	16.50	23.52	23.67	20.08
Δx_3	169.52	714.15	710.35	744.62	540.82	3.80

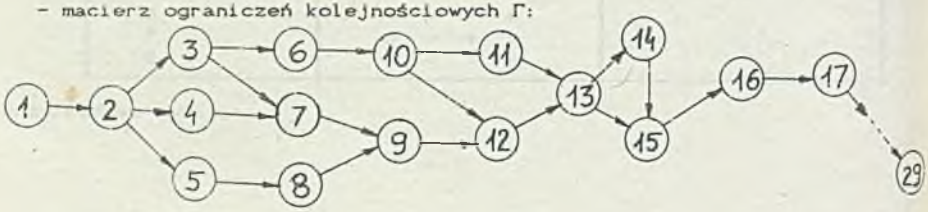
B) Z przeprowadzonej analizy wynika, że dominujący wpływ na efektywność algorytmu mają reguły eliminacji. Pozostałe czynniki mają zdecydowanie mniejszy wpływ. Najefektywniejsze rozwiązanie uzyskano dla zestawu: współczynniki etapowe α - rosnące i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - malejące. Najkrótszy czas obliczeń t_{obl} = 2.80s otrzymano dla zestawu: x_2 = [3,3,3,...,3,3,3] i x_3 = rs.

Przykład 2.

Wpływ wielkości parametrów algorytmu na jego efektywność zbadano dla zadania o 29 operacjach.

Przyjęto następujące dane:

1. Parametry obiektu:
   - liczba operacji = 29,
   - macierz ograniczeń kolejnościowych Γ:



- czasy realizacji operacji:

  Θ = [5,8,10,3,7,4,11,2,4,9,12,8,3,1,12,6,9,4,5,10,3,5,4,3,2,11,8,6,3],

- cykl = 40.

2. Parametry algorytmu:

x_1 - współczynniki etapowe i x_2 - ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach dla:

model	wartości
"-"	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
	1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8
	8,8,8,7,7,7,6,6,6,5,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3,3,2,2,2,2,1,1,1,1
	1,1,2,2,3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,7,7,6,6,5,5,4,4,3,3,2,2,1,1
"+"	6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6
	3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,6,7,7,7,8,8,8,9,9,9,10,10,10
	10,10,10,9,9,9,8,8,8,7,7,7,7,6,6,6,6,5,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3
	3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,8,9,9,10,9,9,8,8,7,7,6,6,5,5,4,4,3,3

x_3 - reguły eliminacji jak w strategii badań.

Zastosowano plan eksperymentu typu 2^3.

Przykładowe wyniki:

x_1: ———— x_2: ————

nr eksp.	1	2	3	4	5	6
1	15.70	15.70	15.70	15.76	15.76	15.76
2	15.70	15.70	15.70	15.76	15.76	15.76
3	1378.95	1378.95	1378.95	1277.73	1277.73	1287.01
4	1323.86	1323.86	1323.86	1327.10	1327.10	1336.28
5	15.76	15.81	15.81	15.81	15.81	15.81
6	15.81	15.81	15.81	15.81	15.81	15.81
7	1277.73	1387.08	1287.01	1387.08	1287.01	1387.08
8	1327.10	1333.97	1336.28	1333.97	1336.28	1333.97
$-x_1$	672.03	699.38	674.36	674.09	649.07	676.42
$+x_1$	670.60	672.33	672.92	673.16	673.75	675.48
$-x_2$	15.73	15.75	15.77	15.75	15.80	15.82
$+x_2$	1326.91	1355.96	1331.52	1331.47	1307.03	1336.08
$-x_3$	683.55	683.55	683.55	659.08	659.08	663.74
$+x_3$	659.08	688.16	663.74	688.16	663.16	688.16
Δx_1	1.43	27.05	1.44	0.93	24.67	0.94
Δx_2	1311.18	1340.21	1315.75	1315.71	1291.23	1320.26
Δx_3	24.46	4.61	19.81	29.08	4.65	24.42

A) Z przeprowadzonej analizy wynika, że dla programu BALANS dominujący wpływ na efektywność algorytmu mają ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach. Pozostałe czynniki mają mniejszy wpływ. Najbardziej efektywne rozwiązania otrzymano dla rosnących współczynników etapowych i stałych ograniczeń liczby stanów na poszczególnych etapach.

x_1: ——— x_2: ———

nr eksp.	1	2	3	4	5	6
1	1103.94	1103.94	1103.94	1051.27	1051.27	1130.25
2	1082.85	1082.85	1082.85	1087.63	1087.63	3.57
3	1146.95	1146.95	1146.95	1035.01	1035.01	1098.78
4	1067.20	1067.20	1067.20	1071.98	1071.98	3.73
5	1051.27	1125.86	1130.25	1125.86	1130.25	1125.86
6	1087.63	3.51	3.57	3.51	3.57	3.51
7	1035.01	1094.28	1098.78	1094.28	1098.78	1094.28
8	1071.98	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73
$-x_1$	1084.29	1117.75	1119.98	1076.60	1078.82	1112.29
$+x_1$	1077.41	539.32	539.33	541.71	541.72	3.63
$-x_2$	1081.42	829.04	830.15	817.06	818.18	565.79
$+x_2$	1080.28	828.04	829.16	801.16	802.37	550.13
$-x_3$	1100.23	1100.23	1100.23	1061.47	1061.47	559.08
$+x_3$	1061.47	556.84	559.08	556.84	559.08	556.84
Δx_1	6.87	578.43	580.64	534.89	537.10	1108.65
Δx_2	1.13	1.00	0.96	15.81	15.80	15.66
Δx_3	38.76	547.39	541.15	504.62	502.39	2.23

B) Z analizy wyników dla programu AUTOEXEC otrzymujemy, że największy wpływ na efektywność algorytmu mają reguły eliminacji. Tylko dla współczynników etapowych α - stałych największy wpływ mają one same. Wpływ pozostałych zmiennych jest mniejszy. Najlepszą efektywność algorytmu otrzymano dla: x_1 - rosnące, x_2 - stałe, a najkrótszy czas obliczeń t_{obl} = 3.51s dla: x_1 = [1,1,...,1,1], x_3 - rs.

6. Wpływ parametrów obiektu na efektywność algorytmu

W przeprowadzonym badaniu parametry obiektu przyjęto za stałe dla każdego zadania. Jak zmieni się czas obliczeń algorytmu, gdy dla pełnego kompletu parametrów algorytmu uznanego za stały, zmieniane będą parametry obiektu:

- wartości cyklu linii,
- wartości czasów realizacji operacji?

W poszukiwaniu odpowiedzi przeprowadzono następujące badania.

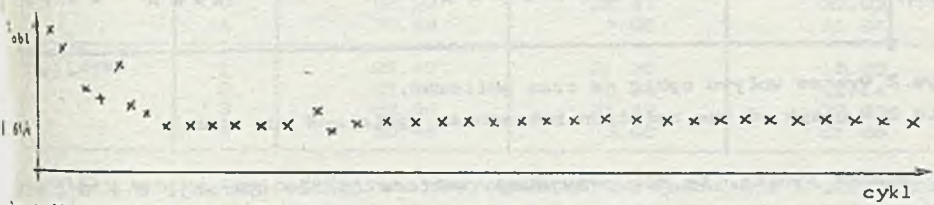
Przykład 3.

1. Parametry obiektu -jak w przykładzie 1 z liczbą operacji 25.
   - czasy realizacji operacji:
   Θ = [5,8,10,3,7,4,11,2,4,9,12,8,3,1,12,6,9,4,5,10,3,5,].
2. Parametry algorytmu:
   x_1 - współczynniki etapowe i x_2 - ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach dla:

model	wartości
	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
	1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4
	4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1
	1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,3,3,3,3,2,2,2,2,1,1,1,1

x_3 - reguły eliminacji - rw.

Wyniki eksperymentów przedstawiono na rys.1:



Rys.1 Wykres wpływu cyklu na czas obliczeń.

Fig.1 A graph of the relation between an cycle and run time.

Wyniki badań wykazują, że dla przyjętego wektora czasów operacji Θ, ze wzrostem cyklu czas obliczeń t_{obl} maleje wykładniczo. Wykładniczy charakter zależności zostaje zachowany dla zmienionego wektora czasów realizacji Θ_1.

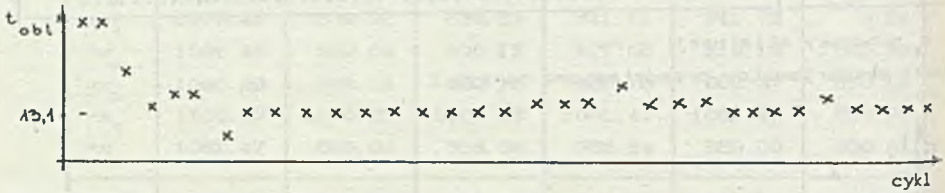
Przykład 4.

Przyjęto następujące dane:

1. Parametry obiektu - jak w przykładzie 2;
   - czasy realizacji operacji:
   Θ_1 = [2,3,4,5,3,10,5,4,9,6,12,1,3,8,12,9,4,2,11,4,7,3,10,8,5,3].
2. Parametry algorytmu:

model	wartości
——	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
◁	1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,7,7,7,8,8,8
▷	8,8,8,7,7,7,6,6,6,5,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3,3,2,2,2,2,1,1,1,1
◇	1,1,2,2,3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,7,7,6,6,5,5,4,4,3,3,2,2,1,1
——	6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6
◁	3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,6,7,7,7,8,8,8,9,9,9,10,10,10
▷	10,10,10,9,9,9,8,8,8,7,7,7,7,6,6,6,6,5,5,5,5,4,4,4,4,3,3,3,3
◇	3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,8,9,9,10,9,9,8,8,7,7,6,6,5,5,4,4,3,3

Wyniki eksperymentów przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2 Wykres wpływu cyklu na czas obliczeń.

Fig. 2 A graph of the relation between an cycle and run time.

Z badania wynika, że dla przyjętego wektora czasów operacji Θ i Θ_i, czas obliczeń t_{obl} maleje wykładniczo ze wzrostem cyklu.

7. Badanie wpływu reguł wyboru na efektywność algorytmu

W badaniu przeprowadzono również eksperymenty pozwalające określić wpływ parametru algorytmu na jego efektywność dla różnych reguł wyboru: LIFO, FIFO LLB. Badanie prowadzono dla liczby operacji 25 i 29 dla programu AUTOEXEC.

Przykład 5.

Przyjęto dane:

1. Parametry obiektu jak w przykładzie 1 dla 25 operacji.
2. Parametry algorytmu:
   - współczynniki etapowe α - rosnące:

[1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4].

- ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - malejące:
  [4,4,4,4,4,4,3,3,3,3,3,3,2,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1],
- reguły eliminacji: rw, rs, rd, r(d+s).

Otrzymano następujące wyniki:

reguły wyboru		FIFO	LLB	LIFO
eliminacji	eksp.	$y = t_{obl}$ [s]		
rw	1	1441.65	1087.14	1163.54
	2	1441.65	1089.61	1163.54
	3	1645.51	1089.33	1160.19
	4	1645.56	1089.61	1160.24
rd	1	27.40	296.04	16.20
	2	27.35	1098.78	16.25
	3	21.25	133.74	16.25
	4	21.20	1098.78	16.31
rs	1	35.04	21.53	29.27
	2	13.56	3.02	11.14
	3	52.39	21.47	37.93
	4	30.48	3.02	21.86
r(d+s)	1	27.40	21.36	16.25
	2	27.40	3.02	11.14
	3	52.39	21.47	37.93
	4	30.48	3.02	21.86

Z analizy wynika, że najkrótsze czasy obliczeń otrzymano dla reguły wyboru LLB z wyjątkiem reguły dominacji (rd), dla której minimalne czasy obliczeń charakteryzują regułę LIFO. Niezależnie od przyjętej reguły eliminacji najdłuższe czasy obliczeń otrzymano dla reguły FIFO.

Przykład 6.

Przyjęto następujące dane:

1. Parametry obiektu dla 29 operacji jak w przykładzie 2.
2. Parametry algorytmu:
   - współczynniki etapowe α - rosnące:
     [1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6,6,7,7,7,7,8,8,8,8],
   - ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - stałe:
     [3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3],
   - reguły eliminacji: rw, rs, rd, r(d+s).

Otrzymano następujące wyniki:

reguły wyboru		FIFO	LLB	LIFO
eliminacji	eksp.	$y = t_{obl}$ [s]		
rw	1	1244.99	15.76	1125.58
	2	1244.94	15.70	1125.58
	3	1840.05	1344.63	1119.54
	4	1840.05	1324.92	1119.49
rd	1	122.64	15.78	51.52
	2	122.64	15.81	16.36
	3	25.48	458.46	19.02
	4	25.43	1326.99	19.05
rs	1	19.82	15.81	17.52
	2	18.56	15.81	16.36
	3	125.99	1352.43	82.44
	4	125.55	1334.08	82.11
r(d+s)	1	122.86	15.92	51.62
	2	122.86	15.87	51.62
	3	25.48	461.59	19.11
	4	25.48	1336.44	19.11

Z badania wynika, że najkrótsze czasy obliczeń otrzymano dla reguły wyboru LLB. Największy wpływ parametrów algorytmu na jego efektywność mają reguły eliminacji. Czasy obliczeń charakteryzują regułę LIFO. Niezależnie od przyjętej reguły eliminacji najdłuższe czasy obliczeń otrzymano dla reguły eliminacji.

8. Wnioski i uwagi końcowe

Na podstawie przeprowadzonych testów komputerowych i wyników badań wpływu parametrów algorytmu na jego efektywność, ujmującego problem BLM - model uogólniony, można sformułować następujące wnioski i zachodzące prawidłowości:

1) Zastosowanie planowanego eksperymentu pozwoliło zminimalizować liczbę eksperymentów i efektywnie prowadzić analizę wyników dla sformułowanego zadania i przyjętej strategii badań.

2) Na podstawie badań dla algorytmu w programie BALANS:
   - dominujący wpływ parametrów algorytmu na jego efektywność mają ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach dla zadań z liczbą operacji: 8, 15, 25 i 29.
   - najlepszą efektywność algorytmu otrzymano dla współczynników etapowych α - rosnących i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - stałych, dla zadań z liczbą operacji: 8, 15, 25 i 29.

3) Na podstawie badań dla algorytmu w programie AUTOEXEC:
   - dominujący wpływ parametrów algorytmu na jego efektywność mają reguły

eliminacji dla zadań z liczbą operacji 25 i 29,
- najefektywniejsze rozwiązanie otrzymano:
  - w zadaniach z liczbą operacji 25 dla współczynników etapowych α - rosnących i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - malejących,
  - w zadaniach z liczbą operacji 29 dla współczynników etapowych α - rosnących i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - malejących.

4) Na podstawie analizy wyników badań dla programów: BALANS i AUTOEXEC, najlepszą efektywność algorytmu uzyskano dla współczynników etapowych α - rosnących (dla liczby operacji: 15, 25, 29) i ograniczenia liczby stanów na poszczególnych etapach - stałych (dla liczby operacji: 15, 25) dla malejących (dla liczby operacji - 29).

5) Z badania wpływu parametrów obiektu na czas obliczeń wynika, iż czas obliczeń maleje ze wzrostem cyklu do określonej wartości.

6) Badania wykazały, że cykl linii nie ma wpływu na czas obliczeń dla różnych wektorów czasów realizacji operacji Θ.

7) Efektywność algorytmu w programie AUTOEXEC zależy nie tylko od parametrów algorytmu i obiektu, lecz również od zastosowanej reguły wyboru stanów aktywnych: LIFO, FIFO i LLB. Badanie efektywności algorytmu wykazało, że:
- dla reguł LLB i LIFO największy wpływ mają reguły eliminacji,
- dla reguły FIFO największy wpływ na efektywność algorytmu mają współczynniki etapowe α.

8) Zastosowanie planowanego eksperymentu pozwoliło zminimalizować liczbę eksprymentów, efektywnie prowadzić analizę wyników, sformułować bardziej ogólne wnioski i zachodzące prawidłowości.

W dalszym etapie badań można zastąpić metodę całkowitych doświadczeń czynnikowych planowaniem trójpoziomowym, dogodnym dla 2 i 3 zmiennych. Dla tej metody można powtórzyć testy komputerowe. Porównanie zależności i prawidłowości dla obu metod pozwoliłoby w większym stopniu ocenić możliwości wykorzystania metod planowanego eksperymentu do optymalizacji parametrów w dziedzinie dyskretnych procesów przemysłowych.

LITERATURA

1. Christos H. Papadrimitriou, Kenneth Steiglitz.: Combinatorial Optimization Algorithms and Complexity. Prentice-Hall. INC. Engleewood Cliffs New Jersey 1982.
2. Kacprzyński K. B.: Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne. WNT, Warszawa 1974.

3. Kowalowski H.: Metodyka, modelowanie i optymalizacja sterowania procesami montażu na linii z uwzględnieniem diagnostyki i kontroli międzyoperacyjnej. Raport z pracy n-b Instytutu Automatyki Gliwice 1987 (nie publikowane).
4. Krystek J.: Balansowanie linii montażowej z szeregową strukturą montażu. ZN Pol. Śl., Automatyka, nr 95, ss. 47-62, Gliwice 1988.
5. Mańczak K.: Technika planowanego eksperymentu. WNT, Warszawa 1974.
6. Nalimow W. W., Czernowa N. A.: Statystyczne metody planowania doświadczeń ekstremalnych. WNT, Warszawa 1967.
7. Marecki F.: Modele matematyczne i algorytmy alokacji operacji i zasobów na linii montażowej. ZN Pol. Śl., Automatyka, nr 82, Gliwice 1986.
8. Paluchiewicz B., Rasztabiga D.: Próba wykorzystania metod planowanego eksperymentu do optymalizacji zadania balansowania linii montażowej. ZN Pol. Śl., Automatyka, nr 94, ss. 211-222, Gliwice 1988.
9. Rasztabiga D.: Możliwości wykorzystania metod planowanego eksperymentu do optymalizacji zadań projektowania dyskretnych procesów przemysłowych na przykładzie balansowania linii montażowej. Praca dyplomowa magisterska, Gliwice 1988.

Recenzent: Prof.dr h.inż.S.Piasecki

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

THE ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF THE EXPERIMENTAL DESIGN TECHNIQUE TO THE ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM OPTIMIZATION

S u m m a r y

The paper presents the solution of the assembly line balancing optimization task with respect to the algorithm efficiency. The experimental design method has been applied. The problem with 8 and 15 operations were solved and results were discussed in [8]. The main research concerning the case of over 20 operation, extended with the study of the influence of the object parameters and division rules on the algorithm efficiency.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЛАНИРОВАНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ БАЛЛАНСИРОВАНИЯ МОНТАЖНОЙ ЛИНИИ

Р е з ю м е

В статье дано решение задачи оптимизации баллансирования монтажной линии учитывая эффективность алгоритма. Для исследований исползован метод планированого эксперимента. Задачу решено для 8 и 15 операций. Результаты оговорены в [8]. Представлены также соответственные исследования для числа операций более 20. Исследования эти учитовали также влияние параметров объекта и правил выбора на эффективность алгоритма.