

Roman Siowiński, Jan Węglarz
Politechnika Poznańska

Bolesław Soniewicki
Centralny Ośrodek Oświaty
i Postępu w Rolnictwie
Poznań

ALGORYTMY PRIORYTETOWE I ALGORYTMY SYMULOWANEJ RELAKSACJI DLA PROBLEMÓW ROZDZIAŁU ZASOBÓW

Streszczenie. W systemie wspomagania decyzji MPS dla wielokryterialnego rozdziału ograniczonych zasobów między operacje niepodzielne częściowo uporządkowane stosuje się równoległe algorytmy priorytetowe i algorytmy symulowanej relaksacji. W tej pracy przedstawiono sposób realizacji zasady symulowanej relaksacji w algorytmach rozdziału zasobów w przypadku jednokryterialnym. Sposób ten zilustrowany jest przykładem rozdziału zasobów odnawialnych i nieodnawialnych między operacje przedsięwzięcia rolniczego.

1. Wstęp

System wspomagania decyzji MPS [6] obejmuje maksymalną klasę deterministycznych problemów rozdziału zasobów pomiędzy operacje niepodzielne o dyskretnych żądaniach zasobowych. Jego główne cechy charakterystyczne to :

- uwzględnienie łączne zasobów odnawialnych, nieodnawialnych i podwójnie ograniczonych (por. [1]),
- dopuszczenie dowolnej, skończonej liczby sposobów wykonywania każdej operacji (czyli tzw. interakcji czas wykonywania operacji - ilość zasobu (por. [4]),
- uwzględnienie (także wektorowe) wielu kryteriów oceny rozwiązań.

Na aktualnym etapie rozwoju tego systemu zrealizowano w nim algorytmy przybliżone należące do dwóch klas : równoległych algorytmów priorytetowych oraz algorytmów opartych na metodzie podziału i ograniczeń.

W tej pracy przedstawiamy koncepcję wykorzystania w jednokryterialnych algorytmach rozdziału zasobów systemu MPS idei symulowanej relaksacji. Rozdział 2 zawiera zwięzły opis tej idei, rozdział 3 - jej implementację w rozpatrywanych algorytmach, rozdział 4 - przykład ilustrujący, a rozdział 5 - uwagi końcowe.

2. Zasada symulowanej relaksacji

Algorytm symulowanej relaksacji (simulated annealing) można traktować jako stochastyczną wersję algorytmu iteracyjnego poprawiania rozwiązań (iterative improvement). Ten ostatni, startując od zadanego rozwiązania dopuszczalnego, przeszukuje rozwiązania sąsiednie, tzn. konstruowane z danego rozwiązania, najczęściej przez wymianę jego elementów. Jeśli znalezione rozwiązanie poprawia wartość funkcji celu, to ono staje się nowym rozwiązaniem startowym i algorytm jest kontynuowany. W przeciwnym razie poszukuje się kolejnego rozwiązania sąsiedniego. Jeśli nie znajdzie się rozwiązania sąsiedniego poprawiającego wartość kryterium, to stop. Algorytm ten kończy zatem pracę po znalezieniu optimum lokalnego. Uwagę zwraca tu zależność wygenerowanej wartości kryterium od rozwiązania początkowego. Brak także wskazówek co do kolejności przeszukiwania rozwiązań sąsiednich oraz trudno jest oszacować czas wykonywania obliczeń w najgorszym przypadku.

W celu wyeliminowania podstawowej wady algorytmu iteracyjnego poprawiania rozwiązań, jaką jest generowanie w ogólności optimum lokalnego, Kirkpatrick i in. [3] zaproponowali zasadę symulowanej relaksacji polegającą na tym, by według pewnego rozkładu prawdopodobieństwa losować rozwiązania sąsiednie i następnie z pewnym niezerowym prawdopodobieństwem przyjmować je jako kolejne rozwiązania startowe, niezależnie od tego, czy wartość funkcji celu uległa poprawie, czy nie. Wylosowane rozwiązanie poprawiające funkcję celu przyjmuje się jako następne rozwiązanie startowe z prawdopodobieństwem równym 1. Prawdopodobieństwo przyjęcia rozwiązania gorszego od rozwiązania startowego może być zdefiniowane analogicznie do prawdopodobieństwa osiągnięcia przez

cząstkę metalu energii E na określonym etapie stygnięcia metalu o zadanej temperaturze T . Prawdopodobieństwo przyjęcia przez cząstkę energii E wynika z rozkładu Boltzmanna :

$$(1) \quad \text{Pr}(E=E) = (1/Z(T)) \exp(-E/(k_B T)),$$

gdzie k_B jest stałą Boltzmanna, natomiast $Z(T)$ jest funkcją zależną od temperatury wyjarzanego metalu.

Utożsamiając energię z wartością minimalizowanej funkcji celu zadania kombinatorycznego, prawdopodobieństwo, że znalezione rozwiązanie o gorszej wartości funkcji celu będzie następnym rozwiązaniem startowym, jest równe

$$(2) \quad Y = \exp(-\Delta C_{i,j}/c)$$

gdzie $\Delta C_{i,j}$ jest wartością pogorszenia funkcji celu, a c jest parametrem kontrolnym. Istnieje więc niezerowe prawdopodobieństwo kontynuowania obliczeń z gorszą wartością funkcji celu niż dla aktualnego rozwiązania startowego. Poszukiwanie rozwiązań sąsiednich jest kontynuowane do momentu osiągnięcia "stanu równowagi", a więc do momentu, gdy rozkład prawdopodobieństwa wartości funkcji celu dla sekwencji rozwiązań osiągnie rozkład Boltzmanna :

$$(3) \quad \text{Pr}\{\text{rozwiązanie}=i\} = (1/Q(c)) \exp(C(i)/c)$$

gdzie $Q(c)$ jest stałą normalizacji, a $C(i)$ jest wartością funkcji celu dla i -tego rozwiązania.

W praktyce jako kryterium osiągnięcia stanu równowagi można zastosować prostszą regułę [2], na przykład uznać, że stan równowagi jest osiągany po ustalonej liczbie przyjętych rozwiązań startowych. Przy małych wartościach parametru kontrolnego c liczba ta jest korygowana w dół. Każdorazowo, po osiągnięciu symulowanego stanu równowagi parametr kontrolny c jest zmniejszany. Procedura kończy się, gdy w określonej liczbie kolejnych sekwencji rozwiązań nie uzyskano poprawy funkcji celu.

Algorytm symulowanej relaksacji jest więc uogólnionym algorytmem iteracyjnego poprawiania rozwiązań, w którym akceptuje się przejście do rozwiązania z gorszą wartością funkcji celu z niezerowym prawdopodobieństwem zmniejszającym się z iteracji na iterację. Eksperymentalnie stwierdzono [2], że stosując algorytm symulowanej relaksacji uzyskuje się lepsze wyniki od uzyskiwanych w drodze wielokrotnego zastosowania algorytmu iteracyjnego poprawiania z wieloma różnymi rozwiązaniami startowymi, mimo że w granicy oba podejścia osiągają minimum globalne. W pracy [2] zamieszczono dowód asymptotycznej zbieżności algorytmu symulowanej relaksacji.

5. Symulowana relaksacja w algorytmach rozdziału zasobów

W algorytmach priorytetowych odpowiednie funkcje biorące pod uwagę charakterystyki czasowe i/lub zasobowe operacji nadają operacjom priorytety, które determinują ich kolejność na liście. W wersji równoległej, dla danego rozwiązania częściowego, rozpatruje się przydział zasobów do jednej z operacji gotowych do wykonania w kolejności określonej przez listę priorytetową. Przydział ten rozpatruje się w kolejnych chwilach, w których następuje zwolnienie zasobów odnawialnych przez inne operacje. Równoległe algorytmy priorytetowe umożliwiają stosunkowo szybkie otrzymanie rozwiązania, lecz nie zawierają żadnego mechanizmu iteracyjnej poprawy jakości rozwiązań. Aby wyeliminować tę niekorzystną cechę, w [6] włączono do algorytmu priorytetowego mechanizm lokalnego przeszukiwania rozwiązań, z różnymi punktami startu. Rozwiązania sąsiednie w stosunku do rozwiązania aktualnego były konstruowane poprzez modyfikowanie listy operacji; nowa lista była z kolei stosowana w algorytmie priorytetowym. Konstruowano pięć rozwiązań sąsiednich w stosunku do rozwiązania startowego, wybierano z nich rozwiązanie ekstremalizujące funkcję celu i następnie algorytm przechodził do innego rozwiązania startowego, obliczonego dla listy wynikającej z innej reguły priorytetowej. Biorąc pod uwagę 11 reguł i 5 rozwiązań sąsiednich generowanych dla każdej reguły,

otrzymywano zbiór co najwyżej 55 różnych rozwiązań, z których wybierano najlepsze według przyjętego kryterium. W pewnym sensie stosowano więc ideę algorytmu lokalnego przeszukiwania.

Obecnie, na bazie algorytmów priorytetowych, zastosujemy ideę symulowanej relaksacji. Podstawową rolę odgrywa tu pojęcie rozwiązania sąsiedniego w stosunku do aktualnego rozwiązania startowego. Dla problemu rozdziału zasobów rozwiązanie sąsiednie generuje się następująco. Losuje się numery dwóch operacji przedsięwzięcia, które nie są uporządkowane przez relację częściowego porządku (tzn. przez ograniczenia kolejnościowe). Następnie zamienia się miejscami położenie wylosowanych operacji na liście. Nowa lista jest podstawą do uzyskania za pomocą algorytmu równoległego rozwiązania sąsiedniego. Algorytm symulowanej relaksacji dla rozdziału zasobów składa się zatem następujących kroków :

Krok 1. Utwórz rozwiązanie startowe za pomocą równoległego algorytmu priorytetowego.

Krok 2. Przyjmij wartość początkową parametru kontrolnego :

$$c = \frac{\Delta \bar{C}}{\ln(x_0^{-1})} ,$$

gdzie $\bar{\Delta C}$ jest równe akceptowanemu pogorszeniu wartości funkcji celu względem rozwiązania startowego (np. 20%),

x_0 jest zadany współczynnikiem akceptacji rozwiązań bliskim jedności (np. 0.9).

Krok 3. Skonstruuj rozwiązanie sąsiednie w stosunku do rozwiązania startowego.

Krok 4. Jeśli wartość funkcji celu dla tego rozwiązania jest mniejsza (tzn. lepsza) niż dla rozwiązania startowego, to prawdopodobieństwo γ jego wyboru jako rozwiązania startowego do następnej iteracji przyjmij równe 1. W przeciwnym razie prawdopodobieństwo to oblicz ze wzoru 1

$$Y = \exp(-\bar{\Delta C}/c)$$

gdzie ΔC jest różnicą wartości funkcji celu dla aktualnego rozwiązania startowego, a c jest parametrem kontrolnym.

- Krok 4. Wygeneruj liczbę losową z zakresu $[0,1]$ według rozkładu równomiernego. Jeśli liczba ta jest mniejsza lub równa Y , to przyjmij jako nowe rozwiązanie startowe rozwiązanie skonstruowane w kroku 3; w przeciwnym razie nie zmieniaj rozwiązania startowego.
- Krok 5. Powtarzaj kroki 3 i 4 do momentu, gdy liczba nowych rozwiązań startowych zrówna się z przyjętą stałą, co odpowiada w przybliżeniu stanowi równowagi.
- Krok 6. Przyjmij $c = 0.9 * c$. Powtarzaj kroki 3,4 i 5 do momentu, gdy nie będzie poprawy dla trzech kolejnych wartości parametru c .

4. Przykład ilustrujący.

Jako przykład ilustrujący działanie algorytmu przyjęty został uproszczony projekt przedsięwzięcia rolniczego, dla którego dane przedstawiono w [6]. Obejmuje on 40 operacji, 2 zasoby odnawialne oraz 1 zasób nieodnawialny. Zasoby odnawialne to pracownicy i traktory, natomiast zasób nieodnawialny to środki finansowe. Dostępność zasobów odnawialnych została ustalona na poziomie 245 pracowników i 210 traktorów. Dla każdej operacji określony został 1 sposób wykonywania odpowiadający pierwszemu wariantowi przydziału zasobów z tabeli 1 w [6]. Inne dane z tabeli 1 w [6], w tym pożądane terminy agrotechniczne dotyczące rozpoczęcia i zakończenia operacji, nie ulegają zmianie.

Jako funkcję celu przyjęto średnie opóźnienie wykonania operacji w stosunku do terminów agrotechnicznych.

Początkowe rozwiązanie startowe obliczane jest za pomocą priorytetowego algorytmu równoległego z funkcją priorytetową ustalającą kolejność operacji zgodnie z wzrastającym najpóźniejszym terminem rozpoczęcia wykonywania operacji, wynikającym z analizy drogi krytycznej.

Parametry i wyniki pracy algorytmu symulowanej relaksacji zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1.

Lp.	Wylosow. operacje zamienione miejscami		c	Y	Decyzja (T/N)	Wartość funkcji celu	
	rozw. aktualnego	rozw. poprzedn.					
1	7	29	54.1	1.000	T	38	38
2	22	37	54.1	1.000	T	38	38
3	2	37	54.1	1.000	T	38	38
4	2	34	54.1	1.000	T	30	38
5	10	27	54.1	0.740	N	38	30
6	24	28	54.1	0.740	N	38	30
7	7	17	54.1	0.740	T	38	30
8	17	34	48.7	1.000	T	38	38
9	28	29	48.7	1.000	T	38	38
10	2	7	48.7	1.000	T	38	38
11	13	18	48.7	1.000	T	38	38
12	4	39	43.8	1.000	T	30	38
13	12	17	43.8	0.833	T	34	30
14	4	8	43.8	1.000	T	34	34
15	19	28	43.8	1.000	T	34	34
16	15	24	39.4	1.000	T	34	34
17	32	36	39.4	1.000	T	34	34
18	17	24	39.4	1.000	T	34	34
19	10	26	39.4	0.820	T	38	34
20	3	22	35.5	0.798	N	42	38
21	23	31	35.5	1.000	T	34	38
22	11	20	35.5	0.730	T	42	34
23	1	14	35.5	1.000	T	38	42
24	10	27	35.5	1.000	T	30	38
25	17	28	31.9	1.000	T	30	30

W kolumnie oznaczonej "Decyzja" przez T oznaczono przejście do nowego rozwiązania startowego, a N - pozostanie przy starym. Zmiana parametru kontrolnego c dokonywana była po czterech przejściach do nowych rozwiązań startowych.

Po 25 losowaniach algorytm symulowanej relaksacji wygenerował rozwiązanie o wartości funkcji celu równej 30. Najlepszy rezultat uzyskany za pomocą wiązki deterministycznych algorytmów priorytetowych opisanych w [6] był równy 34.

5. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono koncepcję wykorzystania idei symulowanej relaksacji w algorytmach rozdziału zasobów systemu wspomagania decyzji MPS. Przedstawiony przykład wskazuje na możliwość uzyskania w ten sposób lepszych wyników niż te, które daje zastosowanie równoległych algorytmów priorytetowych. Podanie konkretniejszych wskazówek w tym zakresie wymaga obszernego eksperymentu obliczeniowego, przeprowadzonego dla różnych kryteriów i różnych reguł przydziału priorytetów, który jest w toku. Dalszy krok to wykorzystanie wyników uzyskanych dla pojedynczych kryteriów w odpowiednich algorytmach wielokryterialnych.

LITERATURA

- [1] J. Błażewicz, W. Cellary, R. Słowiński, J. Węglarz; Scheduling Under Resource Constraints - Deterministic Models, Baltzer, Basel, 1986.
- [2] P.J.M. Laarhoven; Theoretical and Computational Aspects of Simulated Annealing, Erasmus University, Rotterdam, 1988 (praca doktorska).
- [3] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt jr., M.P. Vecchi; Optimization by Simulated Annealing, Science 220, 671-680, 1983

- [5] J.H. Patterson, R. Słowiński, F.B. Talbot, J. Węglarz; An algorithm for a general class of precedence and resource constrained scheduling problems, Chapter 1 in R. Słowiński, J. Węglarz (eds.), *Advances in Project Scheduling*, Elsevier, Amsterdam, 1989, 3-28.
- [6] R. Słowiński; Multiobjective project scheduling under multiple-category resource constraints, Chapter 7 in R. Słowiński, J. Węglarz (eds.), *Advances in Project Scheduling*, Elsevier, Amsterdam, 1989, 151-167.
- [6] R. Słowiński, B. Soniewicki, J. Węglarz; MPS - komputerowy system wspomagania decyzji dla wielokryterialnego rozdziału zasobów, *Archiwum Automatyki i Telemekhaniki* (w druku).

Recenzent: Doc.dr h.inż. J. Klamka

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

SIMULATED ANNEALING IN RESOURCE ALLOCATION PROBLEMS

Summary

In the decision support system MPS for multicriteria project scheduling problems with resource and precedence constraints, parallel priority algorithms and B&B type heuristics have been implemented. In this paper we propose an implementation of the simulated annealing approach in this system for single-criterion problems. The proposed implementation is illustrated on the basis of a practical example in which renewable and nonrenewable resources have to be allocated among agricultural activities.

ПРИОРИТЕТНЫЕ АЛГОРИТМЫ И АЛГОРИТМЫ СИМУЛИРОВАННОЙ РЕЛЯЦИИ ДЛЯ ПРОБЛЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Резюме

В операционной системе принятия решений МПС для полукритериального разделения органических ресурсов между неразделимыми операциями частично упорядоченными применяются параллельные приоритетные алгоритмы и алгоритмы симулированной реляции. В работе представлен способ реализации принципа симулированной реляции в алгоритмах однокритериального разделения ресурсов. Этот способ иллюстрирован примером разделения обновляемых и необновляемых ресурсов между операциями сельскохозяйственного предприниматель-