ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z. 117 Nr kol. 1061

Janusz WALCZAK
Marian PASKO

Instytut Elektrotechniki
Teoretycznej i Przemysłowej
Politechniki Śląskiej

O PEWNYM PROBLEMIE SYNTEZY DWÓJNIKÓW PASYWNYCH LC

Streszczenie. W artykule sformalizowano problem syntezy dwójników pasywnych LC, sprowadzający się do wyznaczenia funkcji reaktancyjnych dwójników, gdy zadane są wartości tych funkcji w skończonej liczbie punktów. Podano warunek istnienia rozwiązania postawionego problemu syntezy.

1. Wprowadzenie

W teorii syntezy układów liniowych proces syntezy przeprowadza się (por. np. [3], [7]) w dwóch kolejno po sobie następujących etapach:

1. Etap aproksymacji polegający na określeniu transmitancji dwójnika (wielowrotnika), spełniającej warunki fizycznej realizowalności dwójnika w przyjętej klasie elementów.

2. Etap przyporządkowania danej transmitancji konkretnego modelu fizycznego dwójnika (proces ten jest z reguły niejednoznaczny).

W pracy zagadnienie syntezy dwójników pasywnych LC postawiono inaczej, formalizując je jeko pewien problem interpolacji. Przyjęto, że funkcje interpolujące są funkcjami wymiernymi oraz wykazano, że funkcje te spełniają warunki konieczne i wystarczające realizowalności dwójników w klasie LC.

Wymieniony problem syntezy nie jest nowy i znajduje wiele zastosowań, np. w układach kompensacji mocy biernej [1], [2]. W literaturze (np. [1]) istnieją przykłady rozwiązań tego problemu dla niewielkiej liczby węzłów funkcji interpolującej, brak jest natomiast analizy i warunków istnienia rozwiązań wymienionego problemu dla dowolnej, lecz skończonej liczby węzłów. Istnieją również przykłady [12] świadczące o tym, że nie zawsze wymieniony problem syntezy ma fizykalne rozwiązanie. W pracy [11] wymieniony problem syntezy rozwiązano dla pewnej szczególnej podklasy dwójników klasy LC, natomiast w niniejszym artykule przeanalizowano warunki istnienia rozwiązania tego problemu w całej klasie dwójników LC.

2. Formalizacja problemu syntezy

Sformalizujmy obecnie problem syntezy dwójników LC:

PROBLEM SYNTEZY PS.I

Wyznaczyć funkcję raktancyjną B_r, określoną wzorem:

$$B_r(\omega^2) = \frac{A}{\omega} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{n} (\omega^2 - \overset{*}{\omega}{}^2_{2i+1})}{\prod_{i=1}^{n} (\omega^2 - \overset{*}{\omega}{}^2_{2i})}, \qquad A \in R \tag{1}$$

gdzie:

$$\overset{*}{\omega}_i = \begin{cases} \text{dla} \quad i = 2k \pm 1, \quad k \in N, \quad \text{zera funkcji reaktancyjnej} \\ \text{dla} \quad i = 2k, \quad k \in N, \quad \text{bieguny funkcji reaktancyjnej} \end{cases} \tag{2}$$

$$0 \leq \overset{*}{\omega}_1 < \overset{*}{\omega}_2 < \ldots < \overset{*}{\omega}_{2n} \tag{3}$$

lub

$$0 \leq \overset{*}{\omega}_1 < \overset{*}{\omega}_2 < \ldots < \overset{*}{\omega}_{2n} < \overset{*}{\omega}_{2n+1} \tag{4}$$

przy założeniu, że dane są wartości tej funkcji w skończonej liczbie punktów ω_h:

$$\omega_h = h\omega = h\frac{2\pi}{T}, \qquad h \in N_s \subset N, \qquad T \in R^+ \tag{5}$$

gdzie:

N_s - pewien skończony podzbiór zbioru liczb naturalnych,

oraz, że wartości funkcji B_r w punktach ω_h spełniają warunki określone wzorem

$$B_r(\omega_h) = -B_h, \quad h \in N_s, \quad B_h \in R \tag{6}$$

gdzie:

B_h - zadane stałe.

Uwaga

1. Warunek narzucony wzorami (3), (4) na zera i bieguny funkcji B_r nosi nazwę "warunku przeplatania" zer i biegunów.

2. Zbiór wszystkich dwójników klasy LC opisywany funkcją określoną wzorem (1) można podzielić na cztery rozłączne klasy, charakteryzujące się różnymi własnościami funkcji B_r przy dążeniu ich argumentów do zera i do nieskończoności.

Klasa D1

$\overset{*}{\omega}_1 \neq 0$, $A > 0$, znak " + " w liczniku wzoru (1).

Dwójniki tej klasy spełniają warunki:

$$\lim_{\omega \to 0^+} B_r = -\infty \tag{7}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} B_r = \infty \tag{8}$$

Klasa D2

$\overset{*}{\omega}_1 \neq 0$, $A < 0$, znak " - " w liczniku wzoru (1)

Dwójniki tej klasy spełniają warunki:

$$\lim_{\omega \to 0^+} B_r = -\infty \tag{9}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} B_r = 0. \tag{10}$$

Klasa D3

$\overset{*}{\omega}_1 = 0$, $A > 0$, znak " + " w liczniku wzoru (1)

Dwójniki tej klasy spełniają warunki:

$$\lim_{\omega \to 0^+} B_r = -\infty \tag{11}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} B_r = 0. \tag{12}$$

Klasa D4

$\overset{*}{\omega}_1 = 0$, $A < 0$, znak " - " w liczniku wzoru (1)

Dwójniki tej klasy spełniają warunki:

$$\lim_{\omega \to 0^+} B_r = 0, \tag{13}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} B_r = 0. \tag{14}$$

Przedstawiony problem syntezy (PS.I) sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań algebraicznych nieliniowych:

$$-B_h\, h\omega \prod_{i=1}^{n}((h\omega)^2 - \overset{*}{\omega}{}^2_{2i}) = A \prod_{i=1}^{n}((h\omega)^2 - \overset{*}{\omega}{}^2_{2i\pm 1}),$$

$$h \in N_s, \tag{15}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

względem niewiadomych $A, \overset{*}{\omega}_1, \overset{*}{\omega}_2, \ldots, \overset{*}{\omega}_{2n}$ (ewentualnie $\overset{*}{\omega}_{2n+1}$), przy czym niewiadome (zera i bieguny funkcji B_r) $\overset{*}{\omega}_i$ ($i \in \{1,\ldots,2n\}$ lub $i \in \{1,\ldots,2n+1\}$) powinny spełniać warunek przeplatania określony wzorami (3) lub (4).

Przyjęcie $\overset{*}{\omega}_1 > 0$ lub $\overset{*}{\omega}_1 = 0$ oraz znaków " + " lub " - " we wskaźniku $2n \pm 1$ występującym we wzorze (15) determinuje wybór przyjętej do realizacji klasy dwójników LC. Rozwiązanie układu równań (15) pozwala więc wyznaczyć zera i bieguny funkcji wymiernej (1). Funkcja ta będzie spełniała warunki konieczne i wystarczające realizowalności w klasie dwójników LC, gdy [3]:

- współczynnik A posiada znak odpowiedni dla przyjętej do realizacji klasy (D1, D2, D4) dwójników,
- zera i bieguny funkcji wymiernej spełniać będą warunek przeplatania (por. wzory (3), (4)).

Rozwiązanie problemu syntezy (PS.I) wymaga:

- wykazania istnienia rozwiązań silnie nieliniowych układów równań (15) wraz z podaniem konstrukcji efektywnej procedury rozwiązywania tego układu równań i zawierającej sposób doboru przybliżenia początkowego,
- wykazania, że przy odpowiednio dobranym przybliżeniu początkowym istnieje rozwiązanie wymienionego układu równań, spełniające warunki realizowalności w klasie LC, tzn. "warunek przeplatania" zer i biegunów.

Ponieważ wykazanie wymienionych faktów jest rzeczą bardzo trudną (metodami jakościowymi), por. np. [9], [10], sprowadźmy problem syntezy (PS.I) do postaci umożliwiającej wykorzystanie teorii operatorów liniowych do jego rozwiązania.
W tym celu zauważamy, że funkcję B_r (wzór (1)) przedstawić można w postaci następujących wzorów:

- dla dwójników klasy D1

$$B_r(\omega) = \frac{H}{\omega} \cdot \frac{L(\omega^2)}{M(\omega^2)}, \; H = 1 \tag{16}$$

gdzie:

$$L(\omega^2) = (-1)^{n+1} \sum_{i=0}^{n+1} (-1)^i a_{2i}\, \omega^{2i} \tag{17}$$

$$M(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=0}^{n} (-1)^i a_{2i+1} \omega^{2i} \tag{18}$$

- dla dwójników klasy D2

$B_r(\omega)$ - określa wzór (16) przy $H = -1$, przy czym:

$$L(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=0}^{n} (-1)^i a_{2i} \omega^{2i} \tag{19}$$

$M(\omega^2)$ określa wzór (18),

- dla dwójników klasy D3

$$B_r(\omega) = H\omega \frac{L(\omega^2)}{M(\omega^2)}, \quad H = 1 \tag{20}$$

gdzie:

$L(\omega^2)$ - określa wzór (19),
$M(\omega^2)$ - określa wzór (18),

- dla dwójników klasy D4

$B_r(\omega)$ określa wzór (20), przy $H = -1$,

oraz

$$L(\omega^2) = (-1)^{n+1} \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i a_{2i} \omega^{2i}, \tag{21}$$

$$M(\omega^2) = (-1)^n \sum_{i=0}^{n} (-1)^i a_{2i+1} \omega^{2i}. \tag{22}$$

Współczynniki wielomianów występujących we wzorach (17), (18), (19)-(21), (22) muszę być dodatnie. Wzory (17), (18), (19), (21), (22) umożliwiają sprowadzenie problemu syntezy (PS.I) do rozwiązania pewnego układu równań liniowych względem zadanego podzbioru współczynników wielomianów L,M.

Wyznaczanie wszystkich współczynników wielomianów L, M, a zatem wyznaczanie wszystkich zer (biegunów) funkcji B_r, co łatwo wykazać, prowadzi zawsze do jednorodnego układu równań liniowych. Można również wykazać [11], że wymieniony układ równań jednorodnych ma wyłącznie rozwiązanie zerowe. Poprzez proste obliczenia można również sprawdzić, że wyzna-

czanie części współczynników wielomianu L oraz części współczynników wielomianu M, a zatem wyznaczanie części zer i części biegunów funkcji B_r prowadzi do:

- niepożądanego zwiększania stopnia funkcji B_r,
- jednorodnego układu równań liniowych względem niewadomych współczynników wielomianów L,M, który posiada wyłącznie rozwiązania zerowe.

Z przedstawionych powodów konieczne jest założenie znajomości wszystkich biegunów (zer) funkcji B_r i wyznaczanie wszystkich współczynników wielomianu L(M) drogą rozwiązania pewnego układu równań liniowych. Tak więc sformalizujmy następny problem syntezy:

PROBLEM SYNTEZY PS.II

Dla przyjętej klasy (D1 do D4) dwójników LC wyznaczyć współczynnik wielomianu L mając dane:

- n - zer $\overset{*}{\omega}_{2k}$ $(k \in \{1,\dots,n\})$ odpowiedniego wielomianu M (tzn. wszystkie bieguny funkcji B_r), spełniające warunki:

$$\bigwedge_{\substack{k \in \{1,\dots,n\} \\ n \in N}} \overset{*}{\omega}_{2k} > \overset{*}{\omega}_{2k-2}, \qquad \overset{*}{\omega}_{2k} > 0, \tag{23}$$

- m - wartości funkcji B_r dla częstotliwości ω_h, równych:

$$\bigwedge_{h \in N_s} B_r(\omega_h) = - B_h, \quad m = \operatorname{card} N_s, \quad B_h \in R, \tag{24}$$

gdzie:

B_h - zadane warości funkcji B_r dla zadanych częstotliwości ω_h.

Zera wielomianów L,M powinny spełniać warunek "przeplatania".

3. Rozwiązanie problemu syntezy PS.II

Rozwiązanie przedstawionego problemu syntezy (PS.II) wiąże się z problemem istnienia pewnych rozwiązań układu równań liniowych, których postać różni się nieznacznie dla różnych klas (D1) do (D4) dwójników LC. Zapiszmy wymieniony układ równań dla należącego do klasy (D2), co w niczym nie zmniejszy ogólności przeprowadzanych w dalszym ciągu rozważań i nie wpłynie na ogólność uzyskanych wyników.

Układ równań dla dwójnika rzędu n-tego (n - liczba parzysta) ma postać:

$$\mathbf{V}\,\mathbf{a} = \mathbf{b} \tag{25}$$

gdzie:

$$\mathbf{a} = \left[a_0, -a_2, a_4, \ldots, -a_{2n-2}, a_{2n}\right]^T, \quad \dim \mathbf{a} = n+1 \quad \bigwedge_{k \in \{0,\ldots,n\}} a_{2k} > 0 \tag{26}$$

$$\mathbf{b} = \left[B_1\omega_1 M(\omega_1^2), \ldots, B_h\omega_h M(\omega_h^2), \ldots, B_p\omega_p M(\omega_p^2)\right]^T$$

$$h \in N_s, \quad B_h \in R,$$

$$p = \max h, \tag{27}$$

$$\operatorname{cavd} N_s = n+1,$$

$$\dim \mathbf{b} = n+1.$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_1^2 & \ldots\ldots & \omega_1^{2n-4} & \omega_1^{2n-2} & \omega_1^{2n} \\ 1 & \omega_h^2 & \ldots\ldots & \omega_h^{2n-4} & \omega_h^{2n-2} & \omega_h^{2n} \\ 1 & \omega_p^2 & \ldots\ldots & \omega_p^{2n-4} & \omega_p^{2n-2} & \omega_p^{2n} \end{bmatrix} \tag{28}$$

Z założenia $\omega_i \neq \omega_j$ (dla $i \neq j$, $i,j \in N_s$), a więc macierz $\mathbf{V}$ o wymiarze $n+1$, jest macierzą Vandermonde'a i jest ona nieosobliwa [8]. Układ równań (25) jest układem Cramera i posiada zawsze rozwiązania niezerowe [8]. Twierdzenie Cramera nie podaje warunków istnienia rozwiązań układu równań (25) o postaci określonej wzorem (26), tzn. o znakach zmieniających się na przemian, co stanowi warunek konieczny realizowalności funkcji reaktancyjnej dwójników LC [3].

Zauważamy, że znaki składowych wektora $\mathbf{b}$ (wzór (27)) dla założeń przyjętych przy formalizacji problemu PS.II mogą być dowolne. Jeżeli nie zachodzi zgodność znaków składowych wektorów $\mathbf{a}$ $\mathbf{b}$ o tym samym indeksie, to wydaje się że, niemożliwe jest wykazanie dodatniości współczynników wielomianu L, a tym samym wykazanie warunku koniecznego realizowalności funkcji B_r w klasie dwójników LC metodami jakościowymi [4], [5], [6].

Załóżmy więc, że zachodzi zgodność znaków wektorów $\mathbf{a}$ $\mathbf{b}$ o tym samym indeksie (warunki, przy których założenie to jest spełnione, zostaną przeanalizowane w dalszej części artykułu).

Zdefiniujmy stożki $T_s(n+1, R^{n+1})$, $s \in \{1,2,3,4\}$ [4], [5], zgodnie ze wzorem:

$$T_s(n+1,R^{n+1}) =$$

$$= \left\{ \boldsymbol{b} = \left[b_1, b_2, \ldots, b_{n+1}\right]^T \in R^{n+1} ; \begin{cases} b_1>0,\ b_2<0, \ldots, b_h<0,\ b_{h+1}>0, \text{dla } s=1 \\ b_1>0,\ b_2<0, \ldots, b_h>0,\ b_{h+1}<0, \text{dla } s=2 \\ b_1<0,\ b_2>0, \ldots, b_h<0,\ b_{h+1}>0, \text{dla } s=3 \\ b_1<0,\ b_2>0, \ldots, b_h>0,\ b_{h+1}<0, \text{dla } s=4 \end{cases} \right\}. \tag{29}$$

Warunek konieczny realizowalności dwójników LC będzie spełniony (tzn. wszystkie współczynniki wielomianów L uzyskane drogą rozwiązania układu równań (25) będą dodatnie), gdy operator V^{-1} (opisany macierzą $\mathbf{V}^{-1}$ odwrotną do macierzy określonej wzorem (28)) będzie odwzorowywał stożki (29) w siebie.

$$V^{-1} : T^s(n+1, R^{n+1}) \longrightarrow V^{-1}\, T^s(n+1, R^{n+1}) \subset T^s(n+1, R^{n+1})$$

$$s \in \{1,2,3,4\} \tag{30}$$

Z definicji mnożenia macierzy wynika wprost, że operator V^{-1} będzie odwzorowywał stożki (29) w siebie, gdy znaki elementów v_{ij}^{-1} macierzy $\mathbf{V}^{-1}$ spełniają warunki:

$$\operatorname{sgn} V_{ij}^{-1} = (-1)^{i+j} \tag{31}$$

gdzie:

i,j - indeksy: wierszowy i kolumnowy elementu V_{ij} macierzy $\mathbf{V}^{-1}$.

Zbadajmy, kiedy warunki określone wzorem (31) dla macierzy $\mathbf{V}^{-1}$ są spełnione.

Można wykazać [6], że jeśli częstotliwości $\omega_h \in R^+$, $h \in N_s$ użyte do konstrukcji macierzy Vandermonde'a tworzą ciąg rosnący, to macierz jest znakoregularna, tzn. wszystkie minory k-tego rzędu ($k \in \{1,\ldots,n+1\}$) tej macierzy są dodatnie.

Z powyższego stwierdzenia, definicji macierzy odwrotnej oraz faktu, że transpozycja macierzy, której minory n-tego rzędu są dodatnie, nie zmienia znaku dopełnień algebraicznych n-tego rzędu tej macierzy wynika, że jeśli częstotliwości ω_h użyte do konstrukcji macierzy Vandermonde'a tworzą ciąg rosnący, to elementy macierzy $\mathbf{V}^{-1}$ spełniają warunek określony wzorem (31).

Przejdźmy obecnie do określenia warunków, przy których zachodzi zgodność znaków odpowiadających składowym wektorów $\mathbf{a}$ $\mathbf{b}$. Można przypuszczać, że warunki te będą dotyczyć:

- sposobu doboru częstotliwości przyporządkowanych zadanym biegunom funkcji B_r i usytuowania względem nich częstotliwości ω_h przyporządkowanych zadanym wartościom funkcji B_r, oznaczonym przez B_h,

- charakteru jakościowego zmian wartości B_h w funkcji częstotliwości.

Zapisując wzory określające funkcje B_r dwójników należących do klas D1 - D4 w postaci:

$$B_r(\omega) = \frac{H}{\omega} \cdot \frac{L(\omega^2)}{M^o(\omega^2)}, \tag{32}$$

lub $H = \pm 1$

$$B_r(\omega) = H\omega \cdot \frac{L(\omega^2)}{M^o(\omega^2)} \tag{33}$$

(por. wzory (16), (20), przy czym

- $L(\omega^2)$ - określają dla przyjętej klasy dwójników wzory (17), (19), (21)

$$M^o(\omega^2) = \prod_{i=1}^{n} (\omega^2 - \overset{*}{\omega}{}_{2i}^{2}), \quad h \in N \tag{34}$$

oraz wykorzystując wzór (24) i posługując się metodą indukcji można wykazać, że warunki konieczne i wystarczające zgodności znaków składowych wektorów **a** **b** są następujące:

- dla dwójników klasy D1

$$0 < \omega_1 < \omega_2 < \overset{*}{\omega}_2, \tag{35}$$

$$\bigwedge_{\substack{h \in N_s \\ h > 2}} \overset{*}{\omega}_{2k-2} < \omega_h < \overset{*}{\omega}_{2k}, \quad k \in \{2,\dots,n\} \tag{36}$$

$$B_1 > 0 \quad \text{dla} \quad \omega = \omega_1, \qquad B_2 < 0 \quad \text{dla} \quad \omega = \omega_2,$$

$$\bigwedge_{\substack{h \in N_s \\ h > 2}} B_h > 0, \tag{37}$$

- dla dwójników klasy D2

$$\bigwedge_{h \in N_s} \overset{*}{\omega}_{2k-2} < \omega_h < \omega_{2k}, \quad k \in \{1,\dots,n\} \tag{38}$$

$$\bigwedge_{h \in N_s} B_h > 0, \tag{39}$$

- dla dwójników klasy D3

$$\bigwedge_{h \in N_s} \overset{*}{\omega}_{2k-2} < \omega_h < \overset{*}{\omega}_{2k}, \qquad k \in \{1,\dots,n\} \tag{40}$$

$$\bigwedge_{h \in N_s} B_h < 0, \tag{41}$$

- dla dwójników klasy D4

$$\bigwedge_{h \in N_s} \overset{*}{\omega}_{2k-2} < \omega_h < \omega_{2k}, \qquad k \in \{1,\dots,n\} \tag{42}$$

$$\bigwedge_{h \in N_s} B_h < 0. \tag{43}$$

We wzorach (35) do (43) wielkości $\overset{*}{\omega}_{2k}$, $k \in \{1,\dots,n\}$ oznaczają częstotliwości przyporządkowane biegunom funkcji reaktancyjnej danej klasy dwójników LC, a wielkości ω_h oznaczają częstotliwości przyporządkowane stałym B_h.

Wykażemy obecnie, że funkcje wymierne B_r uzyskane drogą rozwiązania problemu PS.II, zgodnie z kryterium doboru klasy dwójników podanym powyżej, są funkcjami reaktancyjnymi, tzn. spełniają warunek realizowalności przeplatania się zer i biegunów) funkcji wymiernych w postaci dwójników LC.

Rozwiązania, podobnie jak poprzednio, przeprowadzimy dla dwójników klasy D2, co w niczym nie umniejsza ich ogólności i co zachodzi również (jak łatwo sprawdzić) dla pozostałych klas dwójników.

Funkcję wymierną B_r opisującą dwójniki należące do klasy D2 określa wzór (16) przy $H = -1$. Wykażemy, że:

$$\bigwedge_{\omega \neq \overset{*}{\omega}_{2k}} \frac{\partial B_r}{\partial \omega} \neq 0, \qquad k \in \{1,\dots,n\} \tag{44}$$

Ze wzoru (16) wynika, że

$$\frac{\partial B_r(\omega)}{\partial \omega} = \frac{L(\omega^2)\, M(\omega^2) + \omega \dfrac{\partial M(\omega^2)}{\partial \omega} - \dfrac{\partial L(\omega^2)}{\partial \omega}\, \omega M(\omega^2)}{\omega^2 \left[M(\omega^2)\right]^2} \tag{45}$$

Mianownik wzoru (45) jest ściśle dodatnio określony z wyjątkiem przypadków: $\omega = 0$, $M(\omega^2) = 0$ (znanych biegunów).

Zatem $\dfrac{\partial B_r}{\partial \omega} = 0$ wtedy, gdy licznik wzoru (45) jest równy zeru.

Licznik wzoru (45) można przedstawić w postaci:

$$L(\omega^2)\ \xi(\omega^2) - \frac{\partial L(\omega^2)}{\partial \omega}\,\omega\ , \qquad \omega \neq \omega_{2k}, \qquad k \in \{1,\dots,n\} \tag{46}$$

gdzie:

$$\xi(\omega^2) = 1 + \omega\ \frac{\dfrac{\partial M(\omega^2)}{\partial \omega}}{M(\omega^2)}\ . \tag{47}$$

Załóżmy, że istnieje taki punkt $\omega_x \in R^+$, w którym licznik wzoru (45) określony wzorem (46) jest równy zeru. Zauważamy, że na współczynniki wielomianu L, wyznaczane drogą rozwiązywania układu równań (25) narzucone jest $(n+1)$ więzów $(n \in N)$, które spełniają ten układ równań. Uzupełniając układ równań (25) równaniem uzyskanym ze wzoru (46) dla $\omega = \omega_x$, można wykazać posługując się twierdzeniem Kroneckera [8] (podobnie jak w pracy [11]), że uzyskany układ $h + 2$ równań jest sprzeczny, a tym samym wykazuje się, że dla każdej częstotliwości $\omega_x \in R_+$ liczniku wzoru (45) nie może być równy zeru.

Analiza wzoru (1) z wykorzystaniem warunku określonego wzorem (44) pozwala stwierdzić, że prawdziwa jest implikacja

$$\bigwedge_{\substack{\omega \in R^+ \\ \omega \neq \omega_{2k} \\ k \in \{1,\dots,n\}}} \frac{\partial B_r}{\partial \omega} \neq 0 \Longrightarrow \frac{\partial B_r}{\partial \omega} > 0, \tag{48}$$

a zatem spełniony jest warunek wystarczający realizowalności dwójników LC.

Podsumowanie przeprowadzonych rozważań stanowi

LEMAT 1

Jeżeli częstotliwości przyporządkowane stałym B_h tworzą ciąg rosnący, a stałe B_h i bieguny funkcji wmiernej B_r spełniają warunki określone wzorami (35) - (43), w zależności od przyjętej klasy (D1-D4) realizacji dwójników, to problem syntezy PS.II w przyjętej klasie dwójników LC ma zawsze jednoznaczne rozwiązanie. Można również wykazać, posługując się metodą podaną w pracy [11], że jeśli stałe B_h nie spełniają warunków określonych wzorami (35)-(43), to problem syntezy PS.II również ma zawsze rozwiązanie.

4. Podsumowanie

W artykule przeprowadzono formalizację problemów syntezy:

PS.I - sprowadzającą się do rozwiązania układu nieliniowych równań algebraicznych,

PS.II - sprowadzającą się do rozwiązania układu równań liniowych.

Wykazano, że przy spełnieniu warunków określonych wzorami (35)-(43) problem syntezy PS.II ma zawsze rozwiązanie, realizowalne fizycznie w postaci dwójnika pasywnego LC.

LITERATURA

[1] Czarnecki L.S., Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. MONOGRAFIA. ZN. Pol.Śl. Elektryka, z. 91, Gliwice 1984.

[2] Czarnecki L.S., Power theories of periodic nonsinusoidal systems. Rozprawy elektrotechniczne. TXXX Z. 3-4. p. 659-685. 1986.

[3] Guillemin E.A., Synthesis of networks. J. Wiley. NY. 1957.

[4] Karlin S., Positive operators. J.Math.Mech. Vol. 8, No 6. p.907-937 Feb. 1959.

[5] Karlin S., Total positivity Vol. Stanf. Calif. Univ. Press. 1968.

[6] Krasnosielskij M.A., Liefschetz E.A., Sobolew A.M., Pozitiwnyje liniejnyje sistiemy. GRFML, Moskwa 1985.

[7] Karni S., Network theory: Analysis and Synthesis. Bac. Inc. Boston - Mass. 1966.

[8] Mostowski A., Stark M., Elementy algebry wyższej. PWN, Warszawa 1970.

[9] Oberschoff N., Vorteilung und Berechnung der Wullstellenreller Polynome Springer, Berlin 1963.

[10] Ostrowski A.M., Solution of equations and system of equations. J. Wiley, New York 1968.

[11] Pasko M., Walczak J., Metoda syntezy układów kompensacji składowej reaktancyjnej prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym. ZN. Pol.Śl. Elektryka z. 113, Gliwice 1990.

[12] Pasko M., Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornkka liniowego zasilanego napięciem odkształconym. XII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów. Wisła 1989.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Stanisław Osowski

Wpłynęło do Redakcji dnia 20 kwietnia 1989 r.

О НЕКОТОРОЙ ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА
ПАССИВНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ LC

Р е з ю м е

В работе сделана формализация проблемы синтеза пассивных LC двухполюсников, сводящаяся к определению функции реакивных двухполюсников, для известных значений этой функции в конечном количестве точек. Дано условие существования решения поставленной проблемы синтеза.

ON A CERTAIN PROBLEM OF PASSIVE
ONE-PORT LC SYNTHESIS

S u m m a r y

The problem of synthesis of passive LC, one - ports reitself to the determination of one - port reactance function, with the values of these function assigned in a finite number of points, has been formalized in the paper. The condition under which a solution of the synthesis problem stated exists has also been given.