ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z. 117 1061

Marian PASKO,
Magdalena UMIŃSKA-BORTLICZEK,
Janusz WALCZAK

Instytut Elektrotechniki
Teoretycznej i Przemysłowej
Politechniki Śląskiej

ILOŚCIOWA ANALIZA PORÓWNAWCZA WYBRANYCH ROZKŁADÓW ORTOGONALNYCH PRĄDÓW ODBIORNIKÓW 3-FAZOWYCH W PRZESTRZENIACH FUNKCJI OKRESOWYCH

Streszczenie. W pracy porównano pewne właściwości energetyczne uzyskane dla układu 3-fazowego 4-przewodowego z uwzględnieniem sprzężeń elektromagnetycznych opierając się na ortogonalnym rozkładzie prądów w potrójnej przestrzeni Hilberta $L_3^2(0;T)$ z wynikami uzyskanymi na podstawie ortogonalnego rozkładu prądów w potrójnej przestrzeni Sobolewa $W_{2,\lambda_3}^1(0;T)$.

1. Wstęp

W pracach [1], [2], [3], [6], [7] przeprowadzono analizę teoretyczną (jakościową) właściwości energetycznych obwodów wielofazowych z przebiegami odkształconymi. Analiza ta umożliwiła uzyskanie nowych rozkładów ortogonalnych prądów odbiorników oraz umożliwiła zdefiniowanie wielu nowych pojęć mocy. W pracach [1], [2] przeprowadzono analizę tych obwodów wyłącznie z energetycznego punktu widzenia, tzn. minimalizacji strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiorników. W pracach [3], [4] przeprowadzono analizę obwodów wielofazowych zarówno z punktu widzenia właściwości energetycznych (strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiorników), jak i właściwości jakościowych, tzn. zniekształceń funkcji prądów odbiorników.

Celem niniejszego artykułu jest analiza porównawcza (ilościowa) wyników uzyskanych w pracach [1], [2] oraz w pracach [3], [4].

2. Analiza układów trójfazowych (4-przewodowych) z punktu widzenia strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiornika

Analizę tę przeprowadza się w przestrzeni Hilberta $L_3^2(0;T)$ skonstruowanej w pracach [1], [2]. Iloczyn skalarny i normę w przestrzeni $L_3^2(0;T)$ określają wzory

$$(f|g)_{L_3^2(0;T)} = \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha(t)\, g_\alpha(t)\, dt, \alpha \in \{1,2,3\} \tag{1}$$

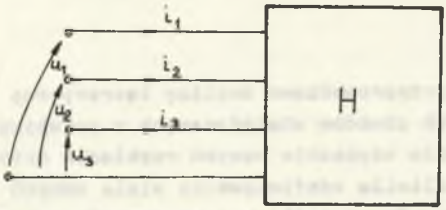
$$\| f \|_{L_3^2(0;T)} = \sqrt{(f|f)_{L_3^2(0;T)}} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha^2(t)\, dt} \tag{2}$$

gdzie: $f = (f_1, f_2, f_3)$; $g = (g_1, g_2, g_3)$; $f, g \in L_3^2(0;T)$.

Zakładając, że prąd $i = [i_1, i_2, i_3]^T$, napięcie $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ odbiornika trójfazowego (rys. 1) są elementami przestrzeni $L_3^2(0;T)$ oraz że odbiornik jest opisany dla każdej harmonicznej $h \in N$ zespoloną macierzą admitancyjną postaci

$$Y_h = G_h + j B_h \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \tag{3}$$

przy czym zakłada się, że $G_{\alpha\beta h} = G_{\beta\alpha h}$, $B_{\alpha\beta h} = B_{\beta\alpha h}$, $\alpha, \beta \in \{1,2,3\}$.



Rys. 1

Można wykazać, że minimalizacja funkcjonału

$$L(i, \gamma) = \| i \|^2_{L_3^2(0;T)} + \gamma (P - (u|i)_{L_3^2(0;T)}) \tag{4}$$

prowadzi do wyróżnienia tzw. składnika aktywnego odbiornika ${}_a i = [{}_a i_1, {}_a i_2, {}_a i_3]^T$ określonego wzorem

$${}_a i_\alpha = G_e U_{\alpha o} + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_e U_{\alpha h} \exp(jh\omega t), \quad \alpha \in \{1,2,3\} \tag{5}$$

przy założeniu, że $u_\alpha = U_{\alpha o} + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} U_{\alpha h} \exp(jh\omega t)$,

gdzie: $$G_e = \frac{(u|i)_{L_3^2(0;T)}}{\| u \|^2_{L_3^2(0;T)}} \tag{6}$$

Składnik aktywny prądu ${}_a i$ minimalizuje straty mocy czynnej na symetrycznym doprowadzeniu do odbiornika oraz zapewnia dopływ zadanej mocy czynnej do odbiornika. Wykorzystując klasyczną bazę trygonometryczną przestrze-

ni $L_3^2(0;T)$ oraz metodę symboliczną przeprowadza się rozkład prądu odbiornika i na trzy wzajemnie ortogonalne składniki w sensie normy tej przestrzeni

$$i = {}_a i + {}_r i + {}_s i \tag{7}$$

Składnik ${}_a i$ określa wzór (5), natomiast składniki ${}_r i$ i ${}_s i$ określają wzory

$$ {}_r i_\alpha = \sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{3} jB_{\alpha\beta h} U_{\beta h} \exp(jh\omega t), \quad \alpha,\beta \in \{1,2,3\} \tag{8}$$

$$ {}_s i_\alpha = \sum_{\beta=1}^{3} (G_{\alpha\beta o} - G_e \delta_{\alpha\beta})\, U_{\beta o} + $$

$$+ \sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{3} (G_{\alpha\beta h} - G_e \delta_{\alpha\beta}) U_{\beta h} \exp(jh\omega t). \tag{9}$$

Postacie symboliczne wymienionych składników rozkładu ortogonalnego (7) przedstawiają wzory:

$$I_h = {}_a I_h + {}_r I_h + {}_s I_h, \tag{10}$$

gdzie:

$$ {}_a I_h = \begin{bmatrix} {}_a I_{1h} \\ {}_a I_{2h} \\ {}_a I_{3h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_e & 0 & 0 \\ 0 & G_e & 0 \\ 0 & 0 & G_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$ {}_s I_h = \begin{bmatrix} {}_s I_{1h} \\ {}_s I_{2h} \\ {}_s I_{3h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11h}-G_e & G_{12h} & G_{13h} \\ G_{21h} & G_{22h}-G_e & G_{23h} \\ G_{31h} & G_{32h} & G_{33h}-G_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$ {}_r I_h = \begin{bmatrix} {}_r I_{1h} \\ {}_r I_{2h} \\ {}_r I_{3h} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} B_{11h} & B_{12h} & B_{13h} \\ B_{21h} & B_{22h} & B_{23h} \\ B_{31h} & B_{32h} & B_{33h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} \tag{13}$$

3. Analiza układów trójfazowych (4-przewodowych) z punktu widzenia strat mocy czynnej na doprowadzeniu oraz z punktu widzenia zniekształceń prądów odbiornika

Analizę tę przeprowadza się w przestrzeniach Hilberta $W^1_{2\lambda,3}(0;T)$ (nazywanych w literaturze przestrzeniami Sobolewa), które skonstruowano w pracy [3]. Iloczyn skalarny i normę w przestrzeni $W^1_{2,\lambda,3}(0;T)$ określają wzory:

$$(f|g)_{W^1_{2,\lambda,3}} = \sum_{r=0}^{1} \lambda_r \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha^{(r)}(t)\, g_\alpha^{(r)}(t)\, dt \qquad \alpha \in \{1,2,3\} \tag{14}$$

gdzie:

1 - rząd pochodnej,

λ_r - waga pochodnej,

(przy czym $f_\alpha^{(o)} = f_\alpha$; $\lambda_r \geqslant 0$, $\lambda_o > 0$).

$$\|f\|_{W^1_{2,\lambda,3}(0;T)} = \sqrt{(f|f)_{W^2_{2,\lambda,3}(0;T)}} = \sqrt{\sum_{r=0}^{1} \lambda_r \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{T} \int_0^T (f_\alpha^{(r)}(t))^2 dt} \tag{15}$$

ponadto

$$W^1_{2,\lambda,3}(0;T) \subset L^2_3(0;T). \tag{16}$$

Prądy i napięcia odbiornika (rys. 1) (opisanego macierzą (3) dla $h \in N$) interpretuje się jako elementy przestrzeni $W^1_{2,\lambda,3}(0;T)$. Zauważmy, że kwadrat normy prądu (wzór (15)) ustala zadany kompromis za pomocą współczynników wagi λ_r pomiędzy stratami mocy czynnej na symetrycznym doprowadzeniu do odbiornika a oceną zniekształceń poprzez uwzględnienie pochodnych z odpowiednimi współczynnikami wagi funkcji prądu.

Z wzoru (15) wynika, że dla $r=0$ zachodzi:

$$\|i\|_{W^o_{2,\lambda,3}(0;T)} = \|i\|_{L^2_3(0;T)} \tag{17}$$

Korzystając z wyników pracy [5], w pracy [3] wykazano, że minimalizacja funkcjonału

$$W = \|i\|^2_{W^1_{2,\lambda,3}(0;T)} + \gamma(P - (u|i)_{L^2_3(0;T)}) \tag{18}$$

prowadzi do wyróżnienia składnika aktywnego $\underset{(s)}{i} = \left[{}_{a}i_1, {}_{a}i_2, {}_{a}i_3\right]^T$ określonego wzorem

$$\underset{(s)}{i}{}_{\alpha} = G_{eo}\, U_{\alpha o} + \sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{eh}\, U_{\alpha h}\, \exp(jh\omega t),\ \alpha \in \{1,2,3\} \tag{19}$$

gdzie:

$$G_{eh} = \frac{P}{\nabla_h^2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{|U_{\alpha k}|^2}{\nabla_k^2}} \tag{20}$$

$$\nabla_k^2 = \lambda_0 + \lambda_1 (k\omega)^2 + \lambda_2 (k\omega)^4 + \ldots + \lambda_l (k\omega)^{2l}, \tag{21}$$

$k, h \in N$, λ_l - współczynnik wagi.

Składnik aktywny $\underset{(s)}{i}$ prądu odbiornika ustala kompromis (poprzez współczynnik wagi λ_r) pomiędzy stratami mocy czynnej na symetrycznym doprowadzeniu do odbiornika oraz zniekształceniami (uwzględnienie pochodnych we wzorze 15) funkcji prądu i ponadto zapewnia dopływ zadanej mocy czynnej P do odbiornika.

Podobnie jak w przypadku przestrzeni $L_3^2(0;T)$ [2], przeprowadza się rozkład prądu odbiornika trójfazowego na trzy składniki

$$i = \underset{a(s)}{i} + \underset{r(s)}{i} + \underset{s(s)}{i} \tag{22}$$

ortogonalne w sensie normy przestrzeni $W^1_{2,\lambda,3}(0;T)$ określone wzorami

$$\underset{r(s)}{i}{}_{\alpha} = \sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{3} j\, B_{\alpha\beta h}\, U_{\beta h}\, \exp(jh\omega t) \tag{23}$$

$$\underset{s(s)}{i}{}_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{3} (G_{\alpha\beta o} - G_{eo}\delta_{\alpha\beta})\, U_{\beta o} + \sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{3} (G_{\alpha\beta h} - G_{eh}) U_{\beta h} \exp(jh\omega t) \tag{24}$$

natomiast $\underset{(s)}{i}{}_{\alpha}$ określono wzorem (19). Postać symobliczną wymienionych składników rozkładu ortogonalnego przedstawiają wzory

$$I_h = \underset{a(s)}{I}{}_h + \underset{r(s)}{I}{}_h + \underset{s(s)}{I}{}_h \tag{25}$$

$$ {}_{a(s)}\mathbf{I}_h = \begin{bmatrix} {}_a I_{1j} \\ {}_a I_{2h} \\ {}_a I_{3h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{eh} & 0 & 0 \\ 0 & G_{eh} & 0 \\ 0 & 0 & G_{eh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} ; \tag{26} $$

$$ {}_{r(s)}\mathbf{I}_h = \begin{bmatrix} {}_r I_{1h} \\ {}_r I_{2h} \\ {}_r I_{3h} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} B_{11h} & B_{12h} & B_{13h} \\ B_{21h} & B_{22h} & B_{23h} \\ B_{31h} & B_{32h} & B_{33h} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} ; \tag{27} $$

$$ {}_{s(s)}\mathbf{I}_h = \begin{bmatrix} {}_s I_{1h} \\ {}_s I_{2h} \\ {}_s I_{3h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11h}-G_{eh} & G_{12h} & G_{13h} \\ G_{21h} & G_{22h}-G_{eh} & G_{23h} \\ G_{32h} & G_{32h} & G_{33h}-G_{eh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{1h} \\ U_{2h} \\ U_{3h} \end{bmatrix} , \quad h \in N. \tag{28} $$

4. Porównanie uzyskanych wyników

Wyniki rozważań przeprowadzonych w pracach [1], [2], [3] oraz w punktach 2 i 3 artykułu prowadzą do sformułowania następujących wniosków:

1. Wskaźnik jakości prądów odbiornika zdefiniowano jako:

- kwadrat normy przestrzeni $L_3^2(0,T)$ (wzór (2)) umożliwia wyłącznie ocenę strat mocy czynnej na symetrycznym doprowadzeniu do odbiornika,
- kwadrat normy przestrzeni $W^1_{2,\lambda,3}(0,T)$ (wzór (15)) umożliwia ocenę zarówno strat mocy cznnej na symetrycznym doprowadzeniu do odbiornika jak i ocenę zniekształceń jego prądów.

Wybór parametrów (1-rząd pochodnej, λ_1 - waga pochodnej) i uwzględnionych w normie (wzór (15)) realizuje zadany kompromis pomiędzy stratami mocy czynnej na doprowadzeniu prądów do odbiornika oraz "skażeniu" tych prądów wyższymi harmonicznymi.

2. Minimalizacja wymienionych wskaźników, przy ograniczeniu równościowym na moc czynną doprowadzoną do odbiornika (wzory (4) i (18)) prowadzi do wyróżnienia tzw. składowych aktywnych prądu ${}_a\mathbf{i}$, ${}_{a(s)}\mathbf{i}$ o różnych właściwościach:

- widmo częstotliwościowe prądu ${}_a i_\alpha$, $\alpha \in \{1,2,3\}$ pokrywa się z widmem napięcia u_α, $\alpha \in \{1,2,3\}$ zasilającego odbiornik z dokładnością do stałej G_e,
- widmo częstotliwościowe prądu ${}_{a(s)}\alpha$ nie pokrywa się z widmem napięcia zasilającego u_α, zachodzi natomiast proporcjonalność (poprzez stałe G_{eh}) pomiędzy harmonicznymi napięcia u_α i prądu ${}_{a(s)}\alpha$ o tym samym numerze.

3. Widma mocy czynnej transportowanej przez prądy $_a\mathbf{i}$ i $_{a(s)}\mathbf{i}$ zasadniczo różnią się. Z uwagi na nierówności $G_{e(h+1)} < G_{eh}$, $G_{e1} > G_e$, $h \in N$ następuje w przypadku prądu $_{a(s)}\mathbf{i}$ przesunięcia widma mocy czynnej o wyższych amplitudach w kierunku niższych częstotliwości.

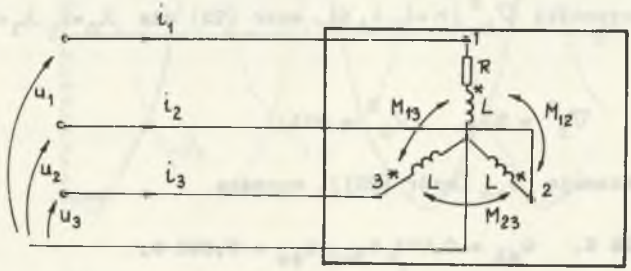
4. W wyniku przeprowadzonych rozkładów ortogonalnych prądów można zauważyć, że w obydwu przypadkach postacie składowych $_r\mathbf{i}$, $_{r(s)}\mathbf{i}$ są takie same. Składowe $_r\mathbf{i}$ i $_{r(s)}\mathbf{i}$ są kompensowalne dla skończonej liczby harmonicznych za pomocą układów LC.

5. Składowe $_s\mathbf{i}$ i $_{s(s)}\mathbf{i}$ posiadają odmienną budowę. Kompensacja składowych $_r\mathbf{i}$ i $_s\mathbf{i}$ powoduje wyłącznie minimalizację strat mocy czynnej na symetrycznych doprowadzeniach, natomiast kompensacja składowych $_{r(s)}\mathbf{i}$ i $_{s(s)}\mathbf{i}$ powoduje zarówno minimalizację strat mocy czynnej na doprowadzeniach, jak minimalizację zniekształceń prądów.

Przedstawione powyżej spostrzeżenia i wnioski zilustorano na przykładzie.

Przykład

Dany jest odbiornik trójfazowy (rys. 2)



Rys. 2

gdzie: $R = 0{,}5\Omega$, $\omega L = 1\Omega$, $\omega M_{12} = \omega M_{23} = \omega M_{13} = \omega M = 0{,}5\Omega$

$$u_1(t) = 60\sqrt{2}\left(\cos\omega t + \frac{1}{3}\cos 3\omega t + \frac{1}{5}\cos 5\omega t\right),$$

$$u_2(t) = u_1\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad u_3(t) = u_1\left(t + \frac{T}{3}\right), \quad \omega = 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Dla układu przedstawionego na rys. 2 macierz admitancyjna (dla poszczególnych harmonicznych, wzór (3) ma postać:

$$\mathbf{Y}_{1h} = \begin{bmatrix} 0{,}72 & -0{,}24 & -0{,}24 \\ -0{,}24 & 0{,}079 & 0{,}08 \\ -0{,}24 & 0{,}08 & 0{,}079 \end{bmatrix} + j\begin{bmatrix} -0{,}96 & 0{,}32 & 0{,}32 \\ 0{,}32 & -1{,}44 & 0{,}56 \\ 0{,}32 & 0{,}56 & -1{,}44 \end{bmatrix} \text{S}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{Y}_{3h} = \begin{bmatrix} 0{,}117 & -0{,}0392 & -0{,}0392 \\ -0{,}0392 & 0{,}013 & 0{,}013 \\ -0{,}0392 & 0{,}013 & 0{,}013 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -0{,}47 & 0{,}1568 & 0{,}1568 \\ 0{,}1568 & -0{,}496 & 0{,}169 \\ 0{,}1568 & 0{,}169 & -0{,}496 \end{bmatrix} \mathrm{S}, \tag{2a}$$

$$\mathbf{Y}_{5h} = \begin{bmatrix} 0{,}044 & -0{,}0146 & -0{,}0146 \\ -0{,}0146 & 0{,}0049 & 0{,}0049 \\ -0{,}0146 & 0{,}0049 & 0{,}0049 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -293 & 0{,}097 & 0{,}097 \\ 0{,}097 & -0{,}287 & 0{,}1 \\ 0{,}097 & 0{,}1 & -0{,}287 \end{bmatrix} \mathrm{S}. \tag{3a}$$

Całkowita moc czynna doprowadzona do odbiornika

$$P = \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{5} \mathbf{U}_h^T \mathbf{I}_h^* = 4616{,}1 \text{ W}, \tag{4a}$$

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2_{L_3^2(0;T)}} = 0{,}3719 \text{ S}.$$

Natomiast współczynniki ∇_h^2 $(h=1, 3, 5)$, wzór (21) dla $\lambda_0=1$, $\lambda_1=1$, $\lambda_2=1$, $l=2$ wynoszą

$$\nabla_1^2 = 3, \quad \nabla_3^2 = 91, \quad \nabla_5^2 = 651.$$

Obliczona konduktancja G_{eh} (wzór (20)), wynoszą

$$G_{e1} = 0{,}426 \text{ S}, \quad G_{e3} = 0{,}014 \text{ S}, \quad G_{e5} = 0{,}002 \text{ S}.$$

Obliczone składowe rozkładów ortogonalnych prądów wymienionego odbiornika w przestrzeni $L_3^2(0;T)$ są następujące:

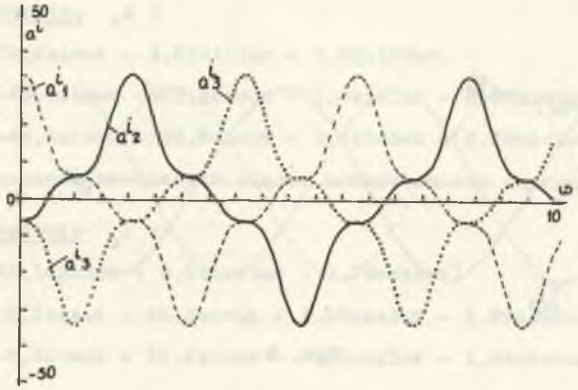
<u>Prąd aktywny</u> $_a i$

$$_a i_1 = \sqrt{2}\,(22{,}26 \cos\omega t + 7{,}42 \cos 3\omega t + 4{,}45 \cos 5\omega t)$$

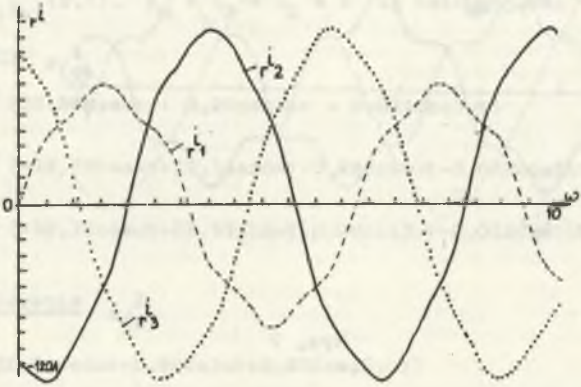
$$_a i_2 = \sqrt{2}\,(-11{,}13\cos\omega t + 19{,}2 \sin\omega t + 7{,}42\cos 3\omega t - 2{,}22\sin 5\omega t - 3{,}84\cos 5\omega t)$$

$$_a i_3 = \sqrt{2}\,(-11{,}13\cos\omega t - 19{,}2\sin\omega t + 7{,}42\cos\omega t - 2{,}2\sin 5\omega t + 3{,}84\cos 5\omega t). \tag{5a}$$

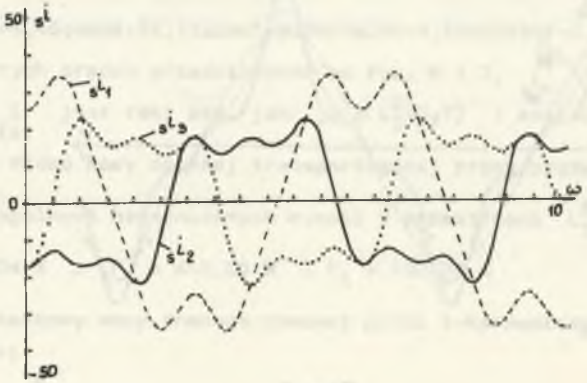
Przebiegi czasowe powyższych prądów przedstawiono na rys. 3. Należy zaznaczyć, że kształt ich przebiegu jest taki sam, jak przebieg napięć zasilających $(_a i_\alpha = G_e\, u_\alpha,\ \alpha \in \{1,2,3\})$.



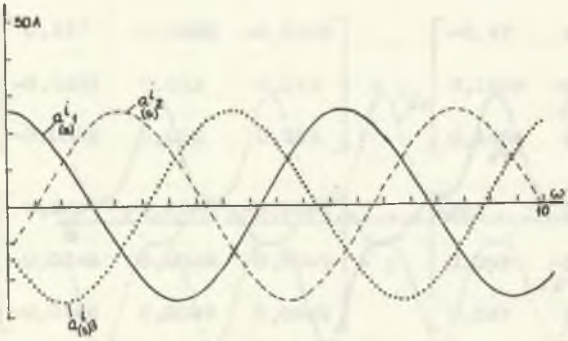
Rys. 3



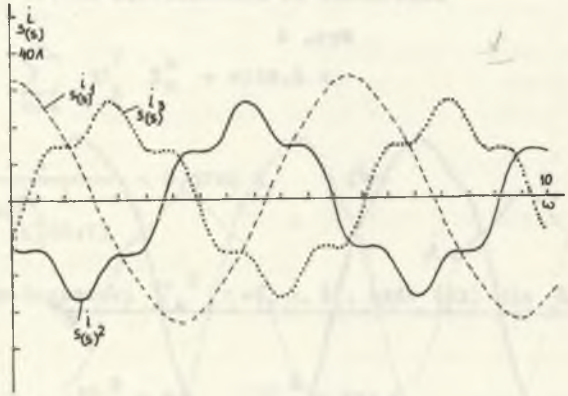
Rys. 4



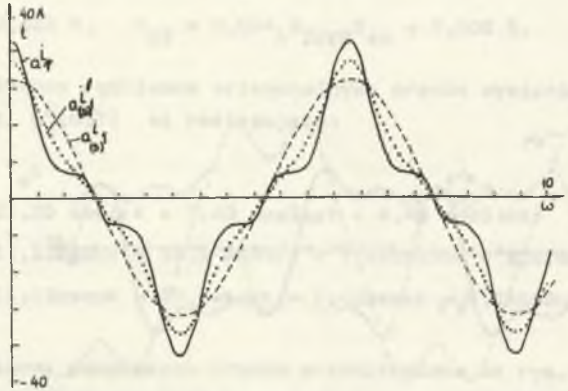
Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8

Prąd reaktancyjny ${}_{r}i$:

$${}_{r}i_1 = \sqrt{2}\,(76{,}8\sin\omega t + 3{,}13\sin 3\omega t + 4{,}68\sin 5\omega t)$$

$${}_{r}i_2 = \sqrt{2}\,(-45{,}6\sin\omega t - 103{,}8\cos\omega t + 3{,}4\sin 3\omega t - 2{,}28\sin 5\omega t + 4{,}02\cos 5\omega t)$$

$${}_{r}i_3 = \sqrt{2}\,(-45{,}6\sin\omega t + 103{,}8\cos\omega t + 3{,}4\sin 3\omega t - 2{,}28\sin 5\omega t - 4{,}02\cos 5\omega t). \tag{6a}$$

Przebiegi czasowe powyższych prądów przedstawiono na rys. 4.

Prąd rozproszenia ${}_{s}i$:

$${}_{s}i_1 = \sqrt{2}\,(35{,}34\cos\omega t - 6{,}64\cos 3\omega t - 3{,}74\cos 5\omega t)$$

$${}_{s}i_2 = \sqrt{2}\,(-8{,}1\cos\omega t - 19{,}2\sin\omega t - 7{,}68\cos 3\omega t - 1{,}99\cos 5\omega t + 3{,}89\sin 5\omega t)$$

$${}_{s}i_3 = \sqrt{2}\,(-8{,}1\cos\omega t + 19{,}2\sin\omega t - 7{,}68\cos 3\omega t - 1{,}99\cos 5\omega t - 3{,}89\sin 5\omega t). \tag{7a}$$

Przebieg tego prądu przedstawiono na rys. 5.

Obliczono składowe rozkładów ortogonalnych prądów odbiornika w przestrzeni $W^2_{2,\lambda,3}(0,T)$, $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = 1$ są następujące:

Prąd aktywny ${}_{a}i_{(s)}$

$${}_{a}i_{(s)1} = \sqrt{2}\,(25{,}56\cos\omega t + 0{,}28\cos 3\omega t + 0{,}024\cos 5\omega t)$$

$${}_{a}i_{(s)2} = \sqrt{2}\,(-12{,}78\cos\omega t + 22{,}13\sin\omega t + 0{,}28\cos 3\omega t - 0{,}012\cos 5\omega t - 0{,}021\sin 5\omega t)$$

$${}_{a}i_{(s)3} = \sqrt{2}\,(-12{,}78\cos\omega t - 22{,}13\sin\omega t + 0{,}28\cos 3\omega t - 0{,}012\cos 5\omega t + 0{,}021\sin 5\omega t). \tag{8a}$$

Prąd rozproszenie ${}_{s}i_{(s)}$

$${}_{s}i_1 = \sqrt{2}\,(32{,}04\cos\omega t + 0{,}5\cos 3\omega t + 0{,}686\cos 5\omega t)$$

$${}_{s}i_2 = \sqrt{2}\,(-6{,}45\cos\omega t - 22{,}13\sin\omega t - 0{,}54\cos 3\omega t - 4{,}198\cos 5\omega t + 0{,}021\sin 5\omega t) \tag{9a}$$

$${}_{s}i_2 = \sqrt{2}\,(-6{,}45\cos\omega t + 22{,}13\sin\omega t - 0{,}54\cos 3\omega t - 4{,}198\cos 5\omega t - 0{,}021\sin 5\omega t).$$

Przebiegi tych prądów przedstawiono na rys. 6 i 7.

Prąd ${}_{r}i_{(s)}$ jest taki sam, jak ${}_{r}i \in L^2_3(0;T)$ i został przedstawiony na rys. 4. Widmo mocy czynnej transportowanej przez prądy ${}_{a}i$ i ${}_{a}i_{(s)}$ dla poszczególnych harmonicznych wynosi w przestrzeni $L^2_3(0;T)$

$P_1 = 4010{,}04$ W i $P_3 = 445{,}56$ W : $P_5 = 160{,}04$ W

udział procentowy mocy transportowanej przez 1-harmoniczną do całkowitej mocy czynnej

$$\delta_{1L} = \frac{P_1}{P} = 86\%.$$

W przestrzeni $W^2_{2,\lambda,3}(0;T)$: $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = 1$

$P_1 = 4598{,}64$ W i $P_3 = 16{,}8$ W, $P_5 = 0{,}864$ W

natomiast $\delta_{1W} = 98{,}7\%$.

Dodatkowo na rys. 8 pokazano przebieg prądu aktywnego w fazie 1.

$$a^{i}{}_1 \in L^2_3(0;T), \quad a^{i}_{(s)}{}_1 \in W^2_{2,\lambda,3}(0;T), \quad \lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = 1,$$

$$a^{i'}_{(s)}{}_1 \in W^1_{2,\lambda,3}(0;T) \quad \lambda_0 = 1, \quad \lambda_1 = 0{,}1.$$

LITERATURA
LITERATURA

[1] Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielozaciskowych o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne, z.1, 1989.

[2] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Jednolita teoria mocy dla obwodów trójfazowych o przebiegach odkształconych. Materiały X-SPETO, Gliwice-Wisła 1987.

[3] Brodzki M., Walczak J.: O pewnym sposobie oceny prądów odkształconych odbiorników wielozaciskowych wykorzystujących pojęcie przestrzeni Sobolewa. Materiały XI-SPETO, Gliwice-Wisła 1988.

[4] Brodzki M., Walczak J.: Metoda oceny prądów odkształconych odbiorników wielozaciskowych wykorzystując pojęcie przestrzeni Sobolewa. I. Konstrukcja wskaźnika jakości prądów odkształconych i rozwiązanie pewnego problemu optymalizacji. Archiwum Elektrotechniki (przesłane do redakcji).

[5] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Propozycja nowego wskaźnika jakości elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI-SPETO, Gliwice-Wisła 1988.

[6] Czarnecki L.S.: Ortogonalny rozkład prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego asymetryczny, nieliniowy odbiornik trójfazowy. Materiały X-SPETO, Gliwice-Wisła 1987.

[7] Czarnecki L.S.: New power theory of the 3-phase non-linear asymmetrical circuits supplied from nonsinusoidal voltage sources. ISCAS'88 (Finlandia).

Praca wykonana w ramach RPBP 02.07.II.3.2.1/1988.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

Wpłynęło do Redakcji dnia 20 kwietnia 1989 r.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ТОКОВ ТРЁХФАЗНЫХ ПРИЁМНИКОВ В ПРОСТРАНСТВАХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Р е з ю м е

В работе проведено сравнение некоторых энергетических свойств полученных для трёхфазной четырёхпроводной цепи с учётом электромагнитных связей на базе ортогонального разложения токов в трёхмерном Гилбертовом пространстве $L_3^2(0;T)$ с результатами полученными на базе ортогонального разложения токов в трёхмерном пространстве Соболева $W^1_{2,\lambda,3}(0;T)$.

QUALITATIVE COMPARATIVE ANALYSIS OF CHOSEN ORTHOGONAL DECOMPOSITIONS OF 3-PHASE LOAD CURRENTS IN SPACES OF PERIODICAL FUNCTIONS

S u m m a r y

In the paper the comparison of certain power properties obtained for 3-phese circuits (with zero) which takes into consideration elektromagnetic coupling and are based on orthogonal decomposition of currents in triple Hilbert space $L_3^2(0;T)$ with the results got with aid of orthogonal decomposition of currents in triple Sobolew $W^1_{2,\lambda,3}(0:T)$ space is presented.