ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z. 117 Nr kol. 1061

Tadeusz SKOCZKOWSKI

Instytut Elektrotechniki
Teoretycznej i Przemysłowej
Politechniki Śląskiej

MODEL MATEMATYCZNY PROCESU NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO RUR UWZGLEDNIAJĄCY WPŁYW TYRYSTOROWEGO ŹRÓDŁA ZASILANIA

Streszczenie. Zaproponowano prosty model matematyczny procesu indukcyjnego nagrzewania rur stalowych przy zasilaniu nagrzewnicy z falownika tyrystorowego. Pole elektromagnetyczne i temperatury opisano metodami analitycznymi, a pracę falownika równoległego metodą pierwszej harmonicznej. Proces nagrzewania linearyzowano wieloodcinkowo. Pokazano konieczność uwzględnienia w obliczeniach takich nagrzewnic wpływu źródła zasilania i jego układu regulacji.

Ważniejsze oznaczenia i symbole

a - dyfuzyjność cieplna
c - ciepło właściwe
f - częstotliwość
H - natężenie pola magnetycznego
J_o, J_1, Y_o, Y_1 - funkcje Bessela
l_2 - długość wsadu
$m = \frac{\sqrt{2}r}{\Delta}$ - wielkość charakteryzująca efekt powierzchniowy, $m_2 = \frac{\sqrt{2}r_2}{\Delta}$
p_K - pierwiastki równania charakterystycznego (7)
p_o - jednostkowa moc powierzchniowa
r - promień, r_1, r_2 - promień wewnętrzny i zewnętrzny rury
t - czas
T - temperatura
W_o - funkcja opisująca rozkład wewnętrznych źródeł ciepła
γ - gęstość masy
$\varepsilon = r/r_2$ - bezwymiarowa współrzędna; $\varepsilon_o = r_1/r_2$
η_T - sprawność cieplna
Θ - temperatura względna kryterialna
λ - przewodność cieplna właściwa
μ - przenikalność magnetyczna
ϱ - rezystywność
A, B, C, D - złożone kombinacje funkcji Bessela

Kryteria podobieństwa:

$F_o = \frac{a\,t}{r^2}$ - kryterium Fouriera

$K_i = \frac{p_o\,r}{\lambda T}$ - kryterium Kirpiczewa

1. Wstęp

Klasyczne metody projektowania nagrzewnic indukcyjnych zasilanych najczęściej z generatorów elektromaszynowych lub sieci przemysłowej zakładają spełnienie szeregu założeń upraszczających - stałej w trakcie nagrzewania mocy powierzchniowej p_o, stałej częstotliwości prądu wzbudnika f i uśrednionych wartości c, λ i μ materiału wsadu [1].

Wprowadzenie falowników tyrystorowych do zasilania nagrzewnic spowodowało, że stosowanie klasycznych metod obliczania nagrzewnic stało się niemożliwe. Moc i częstotliwość wyjściowa falownika zmieniają się w trakcie nagrzewania w tak szerokich granicach, że nawet przybliżone traktowanie tych wielkości jako stałych jest niedopuszczalne.

Powstała więc konieczność opracowania algorytmu obliczeń pozwalających wyznaczyć podstawowe wielkości fizyczne w trakcie nagrzewania przy uwzględnieniu wpływu półprzewodnikowego źródła zasilania.

2. Analityczny opis pola elektromagnetycznego i temperatury w nagrzewnicy indukcyjnej rur

Cechą charakterystyczną indukcyjnych układów grzejnych jest występowanie silnie sprzężonych pól - elektromagnetycznego i temperatury. Oba te pola można opisać układem równań różniczkowych cząstkowych - równaniami Maxwella dla pola elektromagentycznego i równaniami Fouriera - Kirchhoffa dla pola temperatury. Równania tego układu są silnie nieliniowe z uwagi na zależność stałych materiałowych, głównie wsadu, od wielkości polowych T i H. Ogólną postać tych równań można znaleźć np. w pracy [2]. Postać ta jest jednak bardzo złożona i dla celów inżynierskich mało przydatna.

Opracowując koncepcję symulacji procesu nagrzewania indukcyjnego rur zdecydowano się na metodę podziału procesu nagrzewania na przedziały temperatury i przyjmowanie w każdym z nich uśrednionych wartości stałych materiałowych oraz analityczny opis każdego z pól. Taka odcinkowa linearyzacja procesu nagrzewania pozwala na rozdzielenie równań pola elektromagnetycznego od równań pola temperatury i ich niezależną analizę. Poprawność takiej koncepcji jest uwarunkowana odpowiednim doborem ilości przedziałów temperatury, w których przyjmujemy uśrednione wartości współczynników równań pól.

Opis analityczny zjawisk polowych w nagrzewnicy wymaga przyjęcia szeregu założeń upraszczających. Zakładamy więc, że:

- ciała są jednorodne i izotropowe, a ich wymiary są niezmienne w czasie,
- wsad i wzbudnik przyjmuje się jako nieskończenie długie o pełnej symetrii osiowej,
- przy analizie zjawisk termokinetycznych pomija się wpływ wzbudnika i jego izolacji cieplnej,
- pomija się pętlę histerezy przyjmując do obliczeń jednoznaczną charakterystykę magnesowania,
- parametry cieplne c i λ są niezależne od temperatury.

3. Zastosowanie przekształcenia Hankela do rozwiązywania równania pola temperatury [3]

Pole temperatury generowane w ściance rury podczas jej nagrzewania indukcyjnego, przy przyjęciu wymienionych wyżej założeń, opisuje równanie:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right] + \frac{W_o(r,t)}{c\,\gamma} \tag{1}$$

Warunki graniczne dla tego równania zapiszemy w formie:

$$T(r,0) = T_o \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_1} = 0 \tag{3}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_2} = -\frac{q_o}{\lambda} \tag{4}$$

Jak widać z warunku (4), zakładamy znajomość strumienia strat ciepła z zewnętrznej powierzchni rury. W praktyce oznacza to co najmniej konieczność oszacowania sprawności cieplnej nagrzewnicy.

W celu rozwiązania równania (1) przy warunkach granicznych (2)...(4) zastosowano całkowe przekształcenie Hankela, określone zależnością:

$$H\left[f(\varepsilon,F_o)\right] = f_H(p,F_o) = \int_{\varepsilon_o}^{1} \varepsilon f(p,F_o) M_o(p\varepsilon)\,d\varepsilon \tag{5}$$

Jądro przekształcenia przyjmiemy jako:

$$M_o(p_K,\varepsilon) = \frac{\pi}{2}\left[\frac{Y_1(p_K\,\varepsilon_o)}{J_1(p_K\,\varepsilon_o)}\,J_o(p_K\varepsilon) - Y_o(p_K\varepsilon)\right] \tag{6}$$

gdzie:

p_K - są pierwiastkami równania charakterystycznego:

$$J_1(p)\,Y_1(p\,\varepsilon_o) - J_1(p\,\varepsilon_o)\,Y_1(p) = 0. \tag{7}$$

Rozwiązanie równania (1) można po wprowadzeniu liczb kryterialnych i jednostek względnych zapisać w postaci:

$$\Theta(\beta,F_o) = Ki\left[\Theta_{KS}(\varepsilon,F_o) - \Theta_p(\varepsilon,F_o)\right] \tag{8}$$

W zależności tej $\Theta_{KS}(\varepsilon,F_o)$ oznacza składową quasi-stacjonarną o postaci:

$$\Theta_{KS}(\varepsilon,F_o) = \frac{2\,\eta_T}{1-\varepsilon_o^2}\,F_o + \frac{\eta_T}{1-\varepsilon_o^2}\left[\frac{1}{2}\,\varepsilon^2 - \varepsilon_o^4\ln\varepsilon - \frac{\varepsilon_o^4}{1-\varepsilon_o^2}\ln\varepsilon_o + \right.$$
$$\left. + \frac{[B\,C - AD]_{21} - \varepsilon_o\,[B\,C - A\,D]_{11}}{(m_2^2-m_1^2)\,[A\,C + B\,D]_{21}} - \frac{[C^2 + D^2]_{o1}}{2m_2\,[A\,C + B\,D]_{21}}\right] \tag{9}$$

a $\Theta_p\,(\varepsilon_1,F_o)$ opisuje składową przejściową i ma postać:

$$\Theta_p(\varepsilon,F_o) = \pi\sum_{K=1}^{\infty}\frac{J_1^2(p_K)\,J_1^2(p_K\,\varepsilon_o)}{p_K\,J_1(p_K\,\varepsilon_o) - J_1(p_K)}\,M_o(p_K\,\varepsilon_o)\,\times$$
$$\times\,\left[(1-\eta_T) + W_H(p_K)\right]\,\exp\,(-p_K^2\,F_o) \tag{10}$$

gdzie:

$$W_H(p_K) = \frac{m_2}{[AC + BD]_{21}}\,\frac{\pi}{2}\int_{\varepsilon_o}^{1}\left[A^2(\varepsilon) + B^2(\varepsilon)\right]_{o1}\,M_o(p_K\,\varepsilon)\varepsilon\,d\varepsilon \tag{11}$$

Zależności powyższe pozwalają obliczyć rozkład temperatury w przekroju ścianki rury przy dowolnym czasie nagrzewania.

Dla czasów nagrzewania $F_o \geqslant 0{,}8\,(1-\varepsilon)^2$ składową przejściową można pominąć. Możliwość pominięcia stanu nieustalonego w przebiegu temperatury pozwala uzyskać wiele interesujących informacji o przebiegu procesu nagrzewania bez konieczności obliczania złożonego szeregu (10).

4. Elektryczny schemat zastępczy nagrzewnicy

Harmoniczne pole elektromagnetyczne w nieskończenie długiej nagrzewnicy przy założeniu stałej wartości przenikalności magnetycznej wsadu opisać można w znany sposób za pomocą funkcji Bessela [4]. Opierając się na znajomości rozkładu pola można wyznaczyć parametry elektrycznego schematu zastępczego nagrzewnicy. Parametry wzbudnika przyjmowano jako liniowe i stałe. Rezystancję i reaktancję wsadu rurowego obliczono jako:

$$R_2 = 2\pi\rho_2 \frac{m_2}{I_2} \frac{[AC + BD]_{21}}{[C^2 + D^2]_{21}} \tag{12}$$

$$X_2 = 2\pi\rho_2 \frac{m_2}{I_2} \frac{[BC - BD]_{21}}{[C^2 + D^2]_{21}} \tag{13}$$

Oznaczenia w zależnościach (12) i (13) są dobrze znane w teorii grzejnictwa indukcyjnego [4,5].

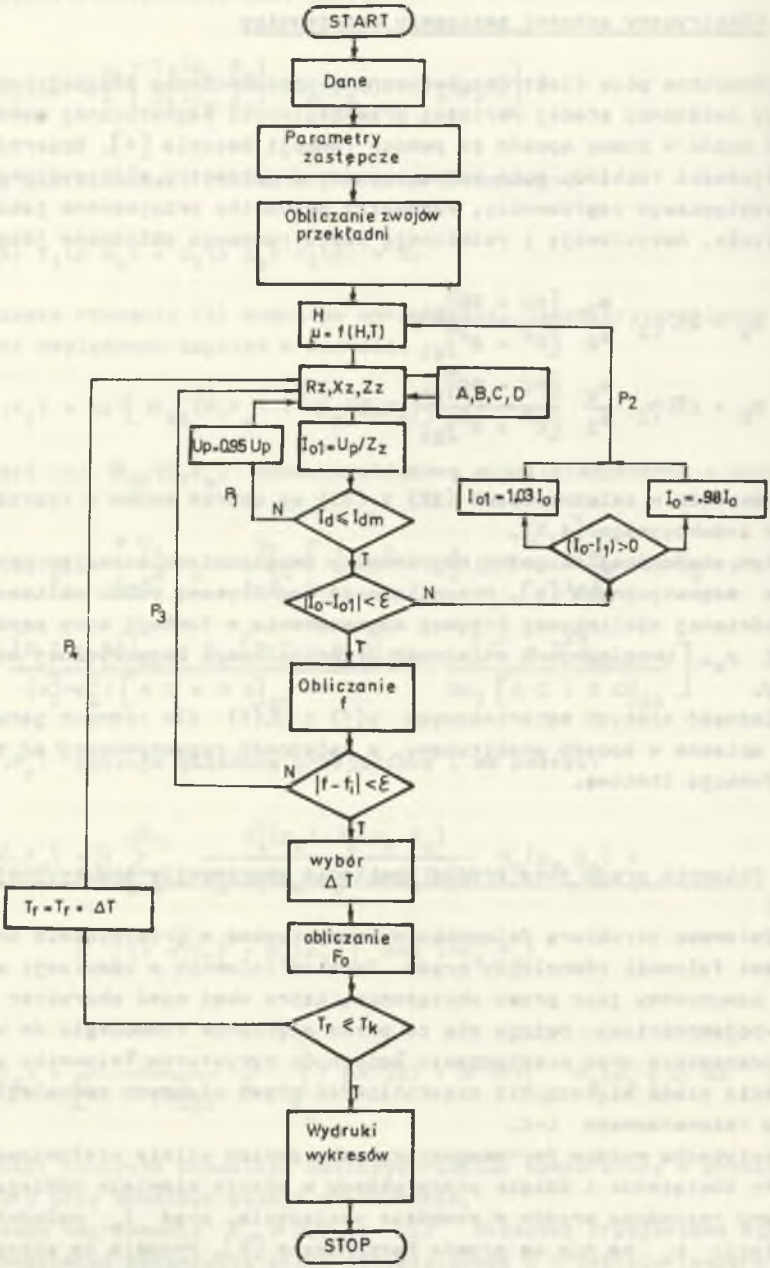
Wpływ skończonej długości nagrzewnicy uwzględniono stosując metodę oporów magnetycznych [5]. Przenikalność magnetyczną wsadu obliczono z uśrednionej nieliniowej krzywej magnesowania w funkcji mocy powierzchniowej p_o. Uwzględniono zależność przenikalności magentycznej od temperatury.

Zależność stałych materiałowych $c(T)$ i $\lambda(T)$ dla różnych gatunków stali opisano w sposób analityczny, a zależność rezystywności od temperatury funkcją liniową.

5. Falownik prądu jako źródło zasilania nagrzewnicy indukcyjnej

Podstawową strukturą falownika wykorzystywaną w grzejnictwie indukcyjnym jest falownik równoległy prądu. Jest to falownik o komutacji zewnętrznej - komutowany jest przez obciążenie, które musi mieć charakter rezystancyjno-pojemnościowy. Osiąga się to przez włączenie równolegle do wzbudnika kondensatora oraz przełączanie kolejnych tyrystorów falownika z częstotliwością nieco większą niż częstotliwość drgań własnych równoległego obwodu rezonansowego L-C.

W przypadku wsadów ferromagnetycznych, pomimo silnie nieliniowego charakteru obciążenia i dzięki pracy układu w stanie niewiele odbiegającym od stanu rezonansu prądów w obwodzie obciążenia, prąd I_o wzbudnika i napięcie U_o na nim są prawie harmoniczne [6]. Pozwala to stosować do analizy pracy takiego falownika metodę pierwszej harmonicznej.



Rys. 1. Schemat blokowy programu symulacji nagrzewania indukcyjnego rur
Fig. 1. Flow chart of the simulation program of induction heating of pipes

Przyjęto, że impulsowanie tyrystorów odbywa się w taki sposób, że falownik pracuje utrzymując stały czas dysponowany na odzyskanie własności zaworowych tyrystorów. Założono, że zadaniem układu regulacji falownika jest niedopuszczenie do przekroczenia wartości dwóch wielkości - prądu I_d w obwodzie pośredniczącym i napięcia U_o na induktorze. Oznacza to, że nagrzewanie odbywa się zawsze z maksymalną przy danym obciążeniu mocą. Założenia te odpowiadają w pełni układom rzeczywistym.

6. Opis programu symulacji komputerowej

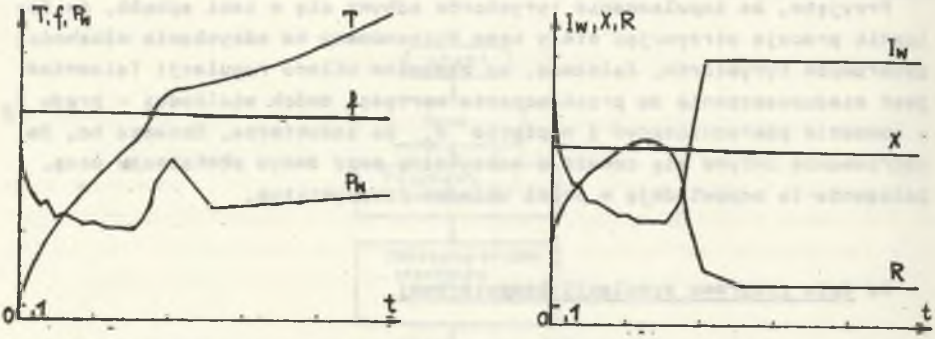
Opisany powyżej sposób analizy pola temperatury w nagrzewanej indukcyjnie rurze za pomocą przekształcenia Hankela oraz omówiony sposób zamodelowania pracy falownika tyrystorowego równoległego zasilającego nagrzewnicę indukcyjną zostały wykorzystane do budowy programu symulacji komputerowej procesu nagrzewania indukcyjnego rur.

Schemat blokowy programu pokazano na rys. 1. Istotę programu są trzy pętle iteracji. W pętli najbardziej wewnętrznej oblicza się tak długo prąd wzbudnika I_o, aż przy uwzględnieniu nieliniowości obciążenia wartość I_o przyjęta do obliczeń odpowiada wartości rzeczywistej prądu. Pętla środkowa modeluje układ ograniczenia prądu I_d i napięcia U_o. Jeżeli któraś z tych wielkości przekroczy wartość dopuszczalną, następuje zmniejszenie napięcia U_p prostownika. W pętli zewnętrznej dobiera się tak częstotliwość pracy falownika, aby tak jak w układzie rzeczywistym, czas potrzebny na wyłączenie tyrystorów był stały.

Chcąc dokonać symulacji całego procesu nagrzewania, zakres temperatury, w którym prowadzona jest symulacja, należy podzielić na szereg małych przedziałów, przyjmując w każdym z nich stałą moc powierzchniową p_o, częstotliwość prądu wzbudnika f i stałe wartości stałych materiałowych w funkcji T i H (pętla P_4). Jest to równoznaczne z wieloodcinkową linearyzacją procesu nagrzewania. Wybierając dostatecznie duże przyrosty temperatury można posługiwać się zależnością (9) bez konieczności obliczania składowej przejściowej (10).

Wybór kroku obliczeń uzależniony jest od różnicy temperatury pomiędzy ścianką zewnętrzną i wewnętrzną rury i w praktyce wynosi od 40 do 120°C.

Program oblicza zużycie energii oraz średnią moc procesu nagrzewania. Pozwala na dobranie wzbudnika, baterii kondensatorów i przekładni transformatora pośredniczącego. Wykonuje wykresy wszystkich podstawowych wielkości elektrycznych i temperatury. Przykład wyników symulacji pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Przebiegi podstawowych wielkości w trakcie nagrzewania
Fig. 2. Change of basic quantities during the heating process

DANE WEJŚCIOWE

Promień zewnętrzny	r_2 = 0,065 m	Max U_o wzbudnika	U_o = 500 V
Promień wewnętrzny	r_1 = 0,055 m	Max I_d prostownika	I_d = 400 A
Długość	l_2 = 0,3 m	Kondensator	C = 475 μF
Szczelina	h = 0,05 m	Liczba zwojów	w = 10
Czas wyłączenia tyrystora	t_d = 40 μs	Częstotliwość	f = 2000 Hz

SKALE			WYNIKI	
Czas	t	1 dz = 2,1 s	Temperatura końcowa	T = 1010°C
Temperatura	T	1 dz = 60,9°C	Czas nagrzewania	t_n = 54,2 s
Moc	P_w	1 dz = 11 kW	Moc średnia	$P_{śr}$ = 77,8 kW
Prąd	I_w	1 dz = 196,7 A		
Rezystancja	R	1 dz = 4 mΩ		
Reaktancja	X	1 dz = 17 mΩ		

7. Podsumowanie

Zaproponowany algorytm symulacji pracy nagrzewnicy indukcyjnej oparty na koncepcji wieloodcinkowej linearyzacji procesu nagrzewania uwzględnia:

- wpływ skończonej długości układu,
- zależność stałych cieplnych i elektromagnetycznych wsadu w funkcji T i H,
- straty cieplne przez oszacowanie,
- sposób zasilania z falownika prądu poprzez uwzględnienie:
  - zmiany częstotliwości wyjściowej falownika, tak aby czas potrzebny na wyłączenie tyrystorów pozostawał stały,
  - kaskadowego połączenia regulatorów napięcia wzbudnika i prądu falownika,
  - zmiany mocy dostarczonej przez falownik.

Przedstawiona metoda obliczeń nagrzewnicy indukcyjnej stanowi nowy sposób obliczania tego typu układów zasilanych ze źródeł tyrystorowych. Opracowany algorytm może zostać rozbudowany i pogłębiony m.in. przez wprowadzenie numerycznego opisu pól, zamodelowanie pracy falownika na podstawie układu równań różniczkowych zwyczajnych 6 .

Wykonano w ramach RPBP 02.7.

LITERATURA

[1] Pawłow N.A.: Inżeniernyje tiepłowyje rasczoty indukcyonnych nagriewatieleju. Energija, Moskwa 1978.

[2] Skoczkowski T.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych w nagrzewnicach indukcyjnych wsadów walcowych. Praca doktorska. Gliwice 1985.

[3] Skoczkowski T.: Analytical method of evaluation temperature field in an induction heated pipe. Zgłoszone do druku w "Archiwum Elektrotechniki".

[4] Rodygin N.M.: Indukcjonnyj nagriew stalnych izdielij. Mietalurgizdat, Swierdłowsk 1950.

[5] Słuchockij A.E., Ryskin S.E.: Induktory dla indukcjonnogo nagriewa. Energija, Leningrad 1974.

[6] Skoczkowski T.: Określenie wpływu charakteru źródła zasilania na proces nagrzewania. Sprawozdanie z pracy 3.9.13 wykonanej w CPBR Nr 5.7, Gliwice 1987.

Recenzent: Prof. dr inż. Zygmunt Kuczewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 września 1989 r.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ТРУБ УЧИТЫВАЮЩАЯ ВЛИЯНИЕ ТИРИСТОРНОГО ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

Р е з ю м е

Предложено простую математическую модель индукционного нагрева стальных труб с питанием нагревателя использующим тиристорный инвертер. Электромагнитное и температурное поле описаны аналитическим методом, а работа параллельного инвертера-методом первой гармоники. Процесс нагрева линеаризован несколькими отрезками. Показана необходимость учёта в расчётах таких нагревателей влияния источника питания и его системы регулирования.

MATHEMATICAL MODEL OF INDUCTION HEATING
OF PIPES TAKING THE INFLUENCE OF
THYRISTOR SUPPLY SOURCE INTO ACCOUNT

S u m m a r y

A simply mathematical model of induction heating process of ferromagnetic pipes when the heater is supplied from a thyristor converter has been suggested. The electromagnetic field and temperatures have been described by analytical methods and the work of the parallel converter by the "first harmonic" method. The heating process has been linearized in many intervals. The necessity of taking into account the influence of the supply source and its control system in calculations of such heaters has been shown.