KONFERENCJA ŚRODOWISKOWA
SEKCJI MECHANIKI GRUNTÓW I SKAŁ ORAZ FUNDAMENTOWANIA
KOMITETU INŻYNIERII LĄDOWEJ I WODNEJ PAN
„GEOTECHNIKA W OŚRODKU GLIWICKIM"

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: BUDOWNICTWO z. 80 Nr kol. 1288

Maciej GRYCZMAŃSKI
Katedra Geotechniki
Politechnika Śląska

O KALIBROWANIU MODELI KONSTYTUTYWNYCH GRUNTÓW

Streszczenie. Referat jest ogólnym studium teoretycznym poświęconym problematyce lokalnego i globalnego kalibrowania modeli konstytutywnych gruntów. W każdym z tych przypadków zidentyfikowane są zmienne procesu, dane źródłowe (eksperymentalne), kryteria optymalnego doboru parametrów i procedury optymalizacji. Naszkicowane są programy testów dostarczających danych eksperymentalnych i zinterpretowane współczynniki wagi.

ON CALIBRATION OF CONSTITUTIVE MODELS FOR SOILS

Summary. The paper is a general theoretical study devoted to problems of local and global calibrating constitutive models for soil. For each of both cases variables of process, source (experimental) data, criteria of optimal selection of model parameters and optimization procedures are identified. The programs of experimental tests providing data are outlined and weight coefficients are interpreted.

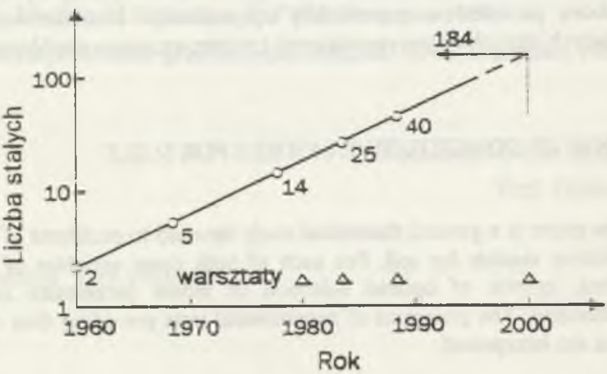
CALIBRAGE DES MODELES CONSTITUTIFS DE SOLS

Résume. Ce rapport c'est une étude teorique consacrée aux problemes locaux et globaux du calibrage des modeles constitutifs de sol. Dans chaque de ces cas on identifie les variables de processus, les données de source (expérimentales), les criteres d'une selection optimale des parametres et d'un procédé d'optimalisation. On esquisse les programmes des tests qui nous fournissent les données experimentales et les coefficients pondérés interprétés.

1. ROZWAŻANIA WSTĘPNE

Kalibrowanie modeli gruntów, czyli mówiąc tylko nieco mniej ogólnikowo, optymalny dobór parametrów w opisujących ich zachowanie związkach „naprężenie-odkształcenie" jest problemem ekstremalnie złożonym. Widoczny w mechanice gruntów od co najmniej trzech dekad trend poszukiwania coraz ściślejszych i bardziej uniwersalnych praw konstytutywnych wiąże się nieuchronnie z progresywnym wzrostem liczby stałych materiałowych. Pouczająca jest w tym względzie prognoza Scotta [20], przytoczona bez komentarza na rys.1.

Już przy kilkunastu parametrach tracą sens próby ich fizycznej interpretacji. Stają się dla badacza tym, czym w istocie są - współczynnikami aproksymacji, a ściślej, wobec losowej natury zjawisk w gruncie, regresji wyników eksperymentów. Intuicja i doświadczenie badacza niewiele tu znaczą, gdy trzeba ocenić wiarygodność uzyskanych oszacowań. Jest to, być może, najważniejszy powód sprzeciwu środowiska geotechnicznego wobec ekspansji wyrafinowanych praw konstytutywnych, mimo ich niewątpliwej wartości jako narzędzia poznania.



Rys. 1. Wzrostowy trend liczby parametrów modeli gruntów (wg Scotta [20])

Fig. 1. Progressive trend of the number of soil model parameters (after Scott [20])

Stanowisko to jest w znacznym stopniu uzasadnione, choć wybór modelu prostszego, który z góry ogranicza dokładność przewidywań, nie gwarantuje bynajmniej bezproblemowej, jednoznacznej identyfikacji parametrów. Stałe z założenia, zależą one bowiem w istocie od bieżącego stanu oraz historii naprężenia lub odkształcenia, zmiennych wewnętrznych, czasu [2], [22]. Im mniej adekwatny, a więc w ogólności prostszy model, tym istotniejsze są te zależności. W efekcie różnym ścieżkom obciążania próbek gruntu w laboratorium i różnym programom jego badań *in situ* odpowiadają różne wartości parametrów wybranego modelu. Teoretyczne przewidywanie odpowiedzi gruntu na ścieżkę obciążenia, zasadniczo odbiegającą od tych, które wykorzystywane były do szacowania parametrów, może się wyraźnie rozbiegać z wynikami eksperymentu. Spektakularnych przykładów dostarczają prace międzynarodowych seminariów w Grenoble w 1982 [10] i w Cleveland w 1988 [18]. Podobnych niezgodności można oczekiwać w odniesieniu do przemieszczeń współdziałających z gruntem budowli i sił wewnętrznych w ich konstrukcji.

Wprowadzone na wstępie sformułowanie „dobór optymalny" nabiera w świetle powyższych rozważań właściwego sensu. Optymalizacja oznacza tu, rzecz biorąc najogólniej, oszacowanie parametrów, zapewniające najlepsze dopasowanie teoretycznych przewidywań z zastosowaniem danego modelu do rzeczywistości. Wszystkie elementy procesu, począwszy od określenia zmiennych (obciążeń i odpowiedzi) oraz definicji samych pojęć reprezentacji rzeczywistości i dopasowania (kryterium optymalizacji), przez sprecyzowanie modelu gruntu (funkcji regresji) i układu „budowla - podłoże", po sposób rozwiązania problemu optymalizacji, mają charakter opcjonalny.

Przede wszystkim proces kalibrowania gruntu zależy w wysokim stopniu od tego, czy kryterium optymalizacji dotyczy lokalnej odpowiedzi gruntu na ścieżki obciążania małego elementu w warunkach jednorodnych stanów naprężenia i odkształcenia (np. próbki laboratoryjnej), czy też globalnych wielkości (przemieszczeń i sił wewnętrznych) w budowlach geotechnicznych (fundamentach, ścianach oporowych, tunelach, budowlach ziemnych, konstrukcjach zbrojących, etc.) współdziałających z masywem gruntowym.

Praca niniejsza ma charakter teoretyczny. Dotyczy raczej odpowiedzi na pytanie, jak szacować optymalnie parametry modelu dla określonej bazy danych, głównie eksperymentalnych, niż jak do tej bazy dochodzić. Dwa kolejne rozdziały poświęcone będą omówieniu kolejnych elementów procesu lokalnego i globalnego kalibrowania (optymalnego doboru parametrów) modeli gruntu.

W rozdziale czwartym przedyskutowane będą jednak m.in. problemy programowania badań.

2. LOKALNE (ELEMENTOWE) KALIBROWANIE MODELI GRUNTÓW

2.1. Zmienne procesu i dane eksperymentalne

W rozważanym przypadku obciążenia i odpowiedzi reprezentowane są najczęściej przez niezmienniki naprężenia efektywnego (naprężenie średnie p' oraz ścinające q') oraz odkształcenia (odkształcenie objętościowe ε_v i postaciowe ε_s) zdefiniowane następująco:

$$p' = \frac{1}{3}\mathbf{m}^T\sigma' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$$

$$q = \left(\frac{3}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

$$\varepsilon_v = \mathbf{m}^T\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{2}{3}\mathbf{e}^T\mathbf{e}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

gdzie:

$$\sigma' = \left\{\sigma_x - u, \sigma_y - u, \sigma_z - u, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\right\}^T$$

$$\varepsilon = \left\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\right\}^T \tag{2}$$

$$\mathbf{s} = \sigma' - p'\mathbf{m} \quad \mathbf{e} = \varepsilon - \frac{1}{3}\varepsilon_v\mathbf{m}$$

$$\mathbf{m} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T,$$

a σ'_1, σ'_2, σ'_3 oraz ε_1, ε_2, ε_3 są odpowiednio efektywnymi naprężeniami i odkształceniami głównymi, u - nadwyżką ciśnienia wody w porach.

W przypadku prawdziwych testów trójosiowych na próbkach sześciennych oraz badań próbek w kształcie wydrążonego cylindra uwzględniane są jeszcze kąty Lodego ε_ϑ i θ w przestrzeniach odkształceń i naprężeń.

Rzeczywistość w procesie optymalizacji reprezentowana jest przez wyniki pomiaru odpowiedzi (odkształcenia lub naprężenia efektywnego) na ścieżki obciążania, realizowane w konwencjonalnych i prawdziwych badaniach trójosiowych oraz w kilku innych jeszcze typach testów laboratoryjnych.

2.2. Kryteria optymalnego doboru parametrów

Jako funkcję kryterium najlepiej jest przyjąć sumę ważoną J kwadratów odchyleń między wartościami odpowiedzi gruntu na obciążenia, pomierzonymi w laboratorium, a obliczonymi z równań kalibrowanego modelu konstytutywnego. Ogólnemu sformułowaniu problemu optymalizacyjnego w przypadku kontrolowanych ścieżek naprężenia można nadać w związku z tym postać:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} \Big\{ C_{vi}\big[\hat{\varepsilon}_{vi} - \varepsilon_v(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)\big]^2 + C_{si}\big[\hat{\varepsilon}_{si} - \varepsilon_s(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)\big]^2 + C_{\theta i}\big[\hat{\varepsilon}_{\vartheta i} - \varepsilon_\vartheta(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)\big]^2 \Big\} = \min \qquad (3)$$

gdzie N jest liczbą pomiarów; C_{vi}, C_{si}, $C_{\theta i}$ - współczynnikami wagi; $\hat{\varepsilon}_{vi}, \hat{\varepsilon}_{si}, \hat{\varepsilon}_{\vartheta i}$ - wynikami pomiaru dla $p'=p'_i$, $q=q_i$, $\theta=\theta_i$ i wreszcie $A_1, \ldots, A_n$ zbiorem estymowanych parametrów modelu.

Sformułowanie ma charakter ogólny. W przypadku konwencjonalnych badań trójosiowych warunek (3) upraszcza się w wyniku podstawienia $C_{\vartheta i}=0$ i pominięcia argumentu $\theta_i=\text{const}$. Szczególnie elementarny jest problem optymalizacji w odniesieniu do testu hydrostatycznego. Wobec $C_{si}=C_{\theta i}=0$ i po pominięciu $q_i=0$, $\theta_i=\text{const}$, warunek (3) przechodzi w:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{M} \big[\hat{\varepsilon}_{vi} - \varepsilon_v(p'_i; A_1, \ldots, A_n)\big]^2 = \min \qquad (4)$$

W przypadku tzw. deformacyjnych modeli konstytutywnych, wiążących bieżące stany naprężenia efektywnego i odkształcenia, funkcje regresji $\varepsilon_v = \varepsilon_v(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)$, $\varepsilon_s = \varepsilon_s(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)$, $\varepsilon_\vartheta = \varepsilon_\vartheta(p'_i, q_i, \theta_i; A_1, \ldots, A_n)$ dane są w postaci wyrażeń analitycznych. Podobne formuły można uzyskać całkując przyrostowe związki fizyczne. Jest to jednak możliwe jedynie w odniesieniu do testów wzdłuż prostych ścieżek naprężenia. W ogólności, wartości ε_{vi}, ε_{si}, $\varepsilon_{\vartheta i}$ uzyskiwane są w drodze numerycznego rozwiązywania „krok po kroku" zagadnienia początkowego dla przyrostowych równań kalibrowanego modelu, określonego przez daną ścieżkę naprężenia. Warunek (3) powinien być w tym przypadku zmodyfikowany do postaci:

$$J_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N} \Big[C_{vi}(\hat{\varepsilon}_{vi} - \varepsilon_{vi})^2 + C_{si}(\hat{\varepsilon}_{si} - \varepsilon_{si})^2 + C_{\theta i}(\hat{\varepsilon}_{\vartheta i} - \varepsilon_{\vartheta i})^2 \Big] = \min \qquad (5)$$

Zmienne i parametry dane są tu implicite, w postaci zbiorów wartości.

2.3. Procedury kalibrowania (optymalizacji)

Sposób zdefiniowania funkcji regresji i wynikająca stąd postać kryterium optymalizacji wywierają zasadniczy wpływ na procedurę kalibrowania. Metoda analizy w przypadku stosowania warunku (3), w którym występują explicite parametry modelu, zależy tylko od klasy równań regresji [4]. Jeśli funkcje regresji są liniowe względem parametrów i względem zmiennej losowej J_ε (lub są możliwe do zlinearyzowania przez modyfikację zmiennych), procedura jest prosta i dobrze znana. Warunek (3) jest spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\frac{\partial J_\varepsilon}{\partial A_r} = 0 \qquad (r=1, 2,..., n) \tag{6}$$

co prowadzi do liniowego układu równań względem parametrów.

Nawet w rozważanej grupie prostszych modeli gruntów częściej jednak funkcje regresji są nieliniowe ze względu na parametry. Warunki (6) prowadzą wtedy do układu nieliniowych równań algebraicznych, przestępnych lub mieszanych. Spośród różnych metod rozwiązywania najpowszechniej używana jest iteracyjna metoda Levenberga-Marquardta [16]. Zainteresowanych szczegółami można odesłać do literatury [3], [16], [19]. Warto dodać, że program autorski Marquardta, stale rozszerzany i doskonalony, jest w posiadaniu Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej.

Zupełnie inaczej postępuje się w przypadku, gdy stosowane jest kryterium (5) i wartości $\varepsilon_{vi}, \varepsilon_{si}, \varepsilon_{9i}$ wyznaczane są numerycznie w punktach pomiarowych *i*. Konieczne jest wtedy stosowanie metod poszukiwań bezpośrednich [12]. W każdym kroku procedury optymalizacyjnej ustala się wpierw w określony sposób wartości parametrów modelu i wprowadza je do opisujących model przyrostowych związków konstytutywnych, a następnie, rozwiązując „krok po kroku" odpowiadające danej ścieżce obciążania zagadnienie początkowe, oblicza się zbiór wartości $\varepsilon_{vi}, \varepsilon_{si}, \varepsilon_{9i}$ i w końcu J_ε. Charakterystyczny dla danej metody algorytm ustalania w kolejnych krokach wartości parametrów ma zapewnić możliwie szybkie osiągnięcie minimalnej wartości J_ε. Jedną z najbardziej znanych jest metoda simpleks [12], z powodzeniem stosowana już w geotechnice [8], [11].

2.4. Alternatywne kryteria optymalizacji

Kryteria optymalizacji (3) i (5) stosowane są w sytuacjach, kiedy obciążeniem elementu próbki) są ścieżki naprężenia. W przeciwnym razie korzysta się z warunków odwrotnych:

$$
\begin{aligned}
J_\sigma = \sum_{j=1}^{N} \Big\{ & D_{pj}\left[\hat{p}'_j - p'\left(\varepsilon_{vj}, \varepsilon_{sj}, \varepsilon_{\theta j}; A_1, \ldots, A_n\right)\right]^2 + D_{qj}\left[\hat{q}_j - q\left(\varepsilon_{vj}, \varepsilon_{sj}, \varepsilon_{\theta j}, A_1, \ldots, A_n\right)\right]^2 + \\
& + D_{\theta}\left[\hat{\theta}_j - \theta\left(\varepsilon_{vj}, \varepsilon_{sj}, \varepsilon_{\theta j}; A_1, \ldots, A_n\right)\right]^2 \Big\} = \min
\end{aligned}
\tag{7}
$$

lub:

$$
J_\sigma = \sum_{j=1}^{N}\left[D_{pj}\left(\hat{p}'_j - p'_j\right)^2 + D_{sj}\left(\hat{q}_j - q_j\right)^2 + D_{\theta}\left(\hat{\theta}_j - \theta_j\right)^2 \right] = \min \tag{8}
$$

Uwagi dotyczące metodyki rozwiązywania problemów optymalizacji zdefiniowanych warunkami (3), (5) pozostają w mocy.

2.5. Zastosowania

Kalibrowanie lokalne, czyli identyfikacja parametrów modeli na podstawie elementowych badań laboratoryjnych i dopasowania do nich niezmienników, wyznaczonych z równań konstytutywnych, znajduje zastosowanie w analizach teoretycznych, jak i w praktyce inżynierskiej. W pierwszym przypadku chodzi o badania zachowania się materiału w warunkach złożonych ścieżek obciążania i weryfikację modeli, w drugim - o ocenę nośności i sztywności masywu gruntowego współdziałającego z budowlą.

Optymalny dobór parametrów w tym drugim obszarze sprawia jednak poważne trudności. Należy określić pole ścieżek naprężenia lub odkształcenia w masywie współdziałającym z daną budowlą, a następnie wybrać kilka ścieżek reprezentatywnych, użytych w badaniach elementowych. Zadania te, zwłaszcza drugie, są trudne, a cała procedura czasochłonna (por. rozdz.4)

3. GLOBALNE KALIBROWANIE MODELI GRUNTÓW

3.1. Zmienne procesu i dane źródłowe

Coraz wyraźniej rysuje się w geotechnice tendencja do stosowania w identyfikacji parametrycznej modeli gruntów drugiej grupy wymienionych w p.2.1 kryteriów optymalizacji.

Wielkości stanowiące jej obiekt mają tu charakter globalny. Są to pola przemieszczeń styku budowli z gruntem oraz sił wewnętrznych w konstrukcji, najczęściej momentów zginających, niekiedy sił poprzecznych, jak też naprężeń kontaktowych.

Kwestia reprezentacji rzeczywistości nie jest tu tak oczywista jak poprzednio. Najlepiej dysponować bazą danych eksperymentalnych - wynikami monitoringu przemieszczeń rzeczywistej budowli lub badań modelowych techniką próbnych obciążeń. Każde z tych źródeł ma swoje ograniczenia. Monitoring stanowi znakomite narzędzie kontroli i weryfikacji. Może być natomiast używany tylko w ograniczonym zakresie do prognozowania będącego ekstrapolacją pomiarów prowadzonych we wczesnych stadiach wznoszenia budowli. Mankamentu tego nie mają próbne obciążenia. Ze względów technicznych można je jednak realizować tylko na małych obszarach powierzchni. Zasięg rozsądnych zastosowań dobranych na ich podstawie parametrów jest ograniczony do analiz współdziałania gruntu z budowlami o wymiarach nie różniących się w sposób zasadniczy od próbnych obciążeń. Trzeba jednak dodać, że restrykcja ta dotyczy głównie parametrów silnie zależnych od średniego naprężenia efektywnego p'. Inną przeszkodę w wykorzystywaniu wyników próbnych obciążeń stanowi obecność warstwy o sztywności zupełnie innej niż ta w strefie przypowierzchniowej. Sposobem na to mogą być jedynie dodatkowe obciążenia wgłębne, przykładane do stropu wspomnianej warstwy.

W wielu przypadkach dojście do każdego z powyższych eksperymentalnych źródeł danych wydaje się szczególnie trudne. Chodzi tu przede wszystkim o pomiar sił wewnętrznych w konstrukcji. Dlatego nie można odrzucać innej reprezentacji rzeczywistości, którą tworzą wyniki teoretycznych przewidywań wielkości kontaktowych i sił wewnętrznych, uzyskanych w drodze numerycznej analizy zagadnienia współdziałania budowli z podłożem, z zastosowaniem znacznie adekwatniejszego modelu gruntu niż specyfikowany.

Powstaje oczywiste pytanie o sens takiego podejścia. Otrzymane wyniki porównawcze całkowicie wszak satysfakcjonują jako rozwiązanie ostateczne. Ich wykorzystanie do kalibrowania modelu prostszego i wykonanie ponownej analizy problemu przy użyciu tego ostatniego nie uściśli przewidywań i wygląda na czystą stratę czasu. Tak być jednak nie musi, jeśli możliwe okaże się rozsądnie dokładne oszacowanie parametrów na podstawie analizy zagadnienia statycznie i geometrycznie prostszego niż to, które jest do rozwiązania. Klasycznym przykładem może być kalibrowanie modelu podłoża fundamentowej płyty lub rusztu o rzucie zbliżonym do kwadratu, na bazie analizy osiowo-symetrycznej analizy 2-D ekwiwalentnej płyty kolistej. Inny przykład to identyfikacja parametryczna modelu gruntu wokół użebrowanej ściany oporowej bądź krótkiej zapory ziemnej, przy użyciu analizy równoważnego zagadnienia płaskiego stanu odkształcenia. Możliwości te trzeba i warto zweryfikować.

3.2. Kryteria optymalnego doboru parametrów

Podobnie jak reprezentacja rzeczywistości opcjonalne są też kryteria optymalizacji. Pierwsza z opcji kontynuuje opisaną w p.2.2 ideę najlepszego dopasowania według minimum ważonej sumy odchyleń wyników obliczeń od danych źródłowych:

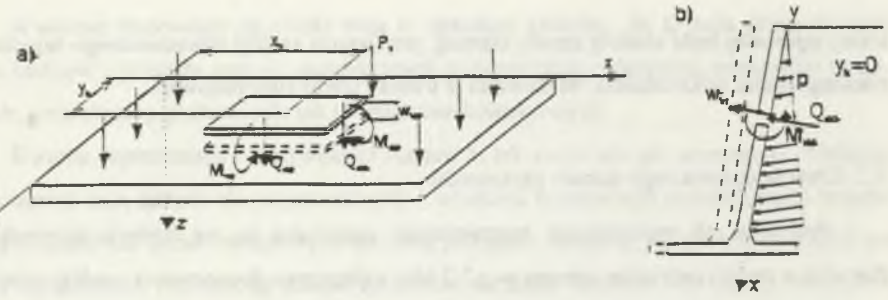
$$J=\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\Big[C_{wk}\left(\hat{w}_{kl}-w_{kl}\right)^2+C_{Mxk}\left(\hat{M}_{xkl}-M_{xkl}\right)^2+C_{Myk}\left(\hat{M}_{ykl}-M_{ykl}\right)^2+ \\ +C_{Qxk}\left(\hat{Q}_{xkl}-Q_{xkl}\right)^2+C_{Qyk}\left(\hat{Q}_{ykl}-Q_{ykl}\right)^2\Big]=\min \tag{9}$$

W warunku (9) k identyfikuje punkt powierzchni kontaktu budowli z gruntem o współrzędnych $x_k=(x_k,y_k)$, natomiast l - poziom obciążenia budowli. Zbiór $\hat{w}_{kl},\hat{M}_{xkl},\hat{M}_{ykl},\hat{Q}_{xkl},\hat{Q}_{ykl}$ obejmuje źródłowe (pomierzone lub obliczone przy użyciu adekwatniejszego modelu pomocniczego, w punkcie k - rys.2, na poziomie l obciążenia) wartości przemieszczenia normalnego, momentów zginających i sił poprzecznych w konstrukcji. Z kolei $w_{kl},M_{xkl},M_{ykl},Q_{xkl},Q_{ykl}$ są korespondującymi wartościami zależnymi implicite od x, P oraz parametrów $A_1,\dots,A_n$, obliczonymi w punkcie k, na poziomie l obciążenia, przy użyciu kalibrowanego modelu. Pod symbolem P zapisany jest układ sił zewnętrznych, działających na budowlę, który się zmienia od zera do stanu eksploatacyjnego lub granicznego, natomiast $C_{wk},C_{Mxk},C_{Myk},C_{Qxk},C_{Qyk}$ są współczynnikami wagi.

Teoretycznie warunek (9) mógłby być jeszcze poszerzony o naprężenia kontaktowe, styczne składowe przemieszczenia, momenty skręcające. Z drugiej strony, w praktyce rozważa się raczej szczególne przypadki (9). Zwykle $C_{Qx}=C_{Qy}=0$, a w przypadku belki fundamentowej dodatkowo $C_{Myk}=0$ i zapis upraszcza się do postaci:

$$J=\sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\Big[C_{wk}\left(\hat{w}_{kl}-w_{kl}\right)^2+C_{Mk}\left(\hat{M}_{kl}-M_{kl}\right)^2\Big]=\min \tag{10}$$

gdzie $\hat{M}_{kl}\equiv\hat{M}_{xkl}$, $M_{kl}\equiv M_{xkl}$.



Rys.2. Przykłady interpretacji wielkości występujących w warunku (9):

a) w płycie fundamentowej, b) w kątowej ścianie oporowej

Fig.2. Examples of interpretation of quantities occuring in condition (9):

a) in foundation slab, b) in angular retaining wall

Warto zauważyć, że projektanta budowli geotechnicznej nie interesują z zasady pośrednie stany przemieszczenia i sił wewnętrznych w konstrukcji. Wymiaruje on obiekt na poziomie obciążeń eksploatacyjnych. Oznacza to, że L=1 i opuszczając indeks l, można dalej uprościć zapis. Np. (10) przechodzi w:

$$J = \sum_{k=1}^{K}\left[C_{wk}(\hat{w}_k - w_k)^2 + C_{Mk}(\hat{M}_k - M_k)^2\right] = \min \tag{11}$$

Za inny szczególny przypadek kalibrowania modelu wg kryterium najlepszego dopasowania średniokwadratowego można uważać rezultaty próbnych obciążeń. W próbnym obciążeniu sztywną płytą kolistą (lub kwadratową) przedmiotem badania jest osiadanie jednego punktu na różnych poziomach obciążenia. Zatem w warunku (10) jest K=1, C_{wk}=1, C_{Mk}=0 i opuszczając indeks k można zapisać:

$$J = \sum_{l=1}^{L}(\hat{w}_l - w_l)^2 = \min \tag{12}$$

Kryterium w postaci (12) zastosowane zostało m.in. przez Pieczyraka [17]. W przypadku próbnych obciążeń skarpy [14], [15] można badać przebiegi krawędziowych punktów przekroju balastu, prostopadłego do skarpy. Warunek (10) przyjmie tutaj postać:

$$J = \sum_{l=1}^{L}\left[(\hat{w}_{1l} - w_{1l})^2 + (\hat{w}_{2l} - w_{2l})^2\right] = \min \tag{13}$$

Drugą opcję kryterium globalnego kalibrowania modeli stanowi schemat kollokacyjny [6]. Zamiast minimalizować ważoną sumę odchyleń, wymaga się ścisłej zgodności dopasowywanych przemieszczeń i sił wewnętrznych w zbiorze charakterystycznych punktów na poziomie eksploatacyjnym. Ogólne kryterium kalibrowania ma zatem postać układu równań (na ogół nieliniowych):

$$\hat{w}_i - w_i = 0, \quad \hat{M}_{xj} - M_{xj} = 0, \quad \hat{M}_{yk} - M_{yk} = 0, \quad \hat{Q}_{xl} - Q_{xl} = 0, \quad \hat{Q}_{ym} - Q_{ym} = 0 \qquad (14)$$

Podzbiory punktów charakterystycznych dla poszczególnych wielkości nie muszą się przy tym pokrywać, obowiązuje natomiast zgodność liczby równań i parametrów. W modelach o małej liczbie parametrów oznacza to potrzebę starannej selekcji branych pod uwagę wartości. Z zasady rozpoczyna się od wartości ekstremalnych. Np. dla belki fundamentowej na podłożu opisanym trzema parametrami racjonalny jest układ:

$$\hat{w}_{max} - w_{max} = 0, \quad \left|\hat{M}_x\right|_{max} - \left|M_x\right|_{max} = 0 \quad \left|\hat{Q}_x\right|_{max} - \left|Q_x\right|_{max} = 0 \qquad (15)$$

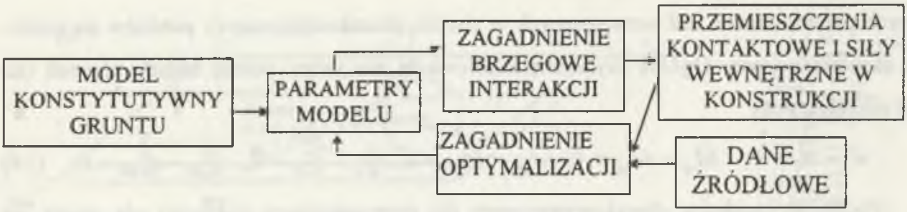
Przy większej liczbie parametrów uwzględnia się ponadto lokalne ekstrema sił wewnętrznych, przemieszczenia krawędzi, etc. Zbyt mała liczba stawia kalibrującego przed dylematem, z których warunków zrezygnować. Np. w odniesieniu do kolistej płyty fundamentowej na klasycznej półprzestrzeni zachodzi konieczność oszacowania jednego parametru $E/(1-\nu^2)$ albo z warunku $\hat{w}_{max} - w_{max} = 0$ albo $\hat{M}_{r\,max} - M_{r\,max} = 0$. Jak wykazały prace [7], [13], prowadzi to do zupełnie różnych oszacowań.

Niezależnie od ograniczeń opcja kollokacyjna ma jedną ważną zaletę – jest prosta i zgodna ze współczesną strategią wymiarowania elementów konstrukcji na ekstremalne wartości sił wewnętrznych.

3.3. Analiza wsteczna

Znamienną cechą globalnego kalibrowania praw konstytutywnych gruntów, wiążących lokalne wielkości – bieżące stany i przyrosty naprężenia efektywnego i odkształcenia elementu, jest to, że wielkości owe nie występują w kryteriach optymalnego doboru parametrów.

Aby przejść od związków „naprężenie – odkształcenie" do wielkości globalnych: przemieszczeń kontaktowych i sił wewnętrznych w konstrukcji, trzeba rozwiązać zagadnienie brzegowe interakcji układu „budowla – masyw gruntowy". Jeśli do oszacowania są parametry przy danych rozwiązaniach, normalny tok analizy odwraca się. Postępowanie to nosi powszechnie dziś znaną nazwę analizy wstecznej (rys.3).



Rys.3. Schemat poglądowy analizy wstecznej

Fig.3. Conceptual scheme of back analysis

Drugą znamienną cechą globalnego kalibrowania modeli gruntów jest to, że opiera się ono z konieczności na numerycznych (MES, MEB) rozwiązaniach zagadnień interakcji. Analityczne wyrażenie przemieszczeń kontaktu (i sił wewnętrznych) obejmuje kilka najprostszych przypadków (prostsze zagadnienia presjometryczne, wciskanie sztywnej płyty kolistej w klasyczną półprzestrzeń). Kilka analitycznych rozwiązań zagadnień dla liniowo sprężystej półprzestrzeni można znaleźć w monografii Selvaduraia [21].

W tej sytuacji analiza wsteczna jest realizowana z reguły według algorytmu podobnego do opisanego w punkcie 2.3, w odniesieniu do warunku (5). Algorytm ten można prześledzić na rys.3. W każdym kroku ustala się parametry modelu i w drodze rozwiązania odpowiedniego zagadnienia kontaktowego wyznacza się w_{kl}, M_{xkl}, etc. Konfrontując je z danymi źródłowymi w ramach kryterium optymalizacji z grupy (9)÷(13) albo do układu równań (14), bądź (15) określa się sumę ważoną lub residua równań. Kolejne przybliżenia parametrów ustalane są na podstawie jednej z iteracyjnych metod poszukiwań bezpośrednich, powiedzmy – wspomnianej już procedury simpleks. Należy zauważyć, że w przypadkach kalibrowania modeli hiposprężystych lub sprężysto-plastycznych analiza wsteczna obejmująca szereg przyrostowo-iteracyjnych rozwiązań zagadnień interakcji dla różnych zbiorów parametrów jest bardzo czasochłonna. Racjonalizacja siatki elementów skończonych lub brzegowych oraz procedury „krok po kroku" staje się sprawą pierwszorzędnej wagi. Warto zauważyć, że przykładem efektywnego zastosowania kryterium kollokacyjnego i analizy wstecznej jest kalibracja modelu sztywno-plastycznego w pracach [14], [15].

4. BAZA DOŚWIADCZALNA

Wartości parametrów w ramach lokalnego kalibrowania w drodze realizacji odpowiedniego kryterium z grupy (3)÷(5), (7), (8) zależą w oczywisty sposób od zbioru danych eksperymentalnych $\hat{\varepsilon}_{vi}, \hat{\varepsilon}_{si}, \hat{\varepsilon}_{\vartheta i}$ lub $\hat{p}_j, \hat{q}_j, \hat{\theta}_j$. Zbiór ten wiąże się z programem badań eksperymentalnych. Można rozróżnić trzy typy takich programów:

1) program dostosowany do najprostszych oszacowań parametrów,
2) program obejmujący możliwie szerokie spektrum ścieżek obciążenia próbek,
3) program obejmujący ścieżki reprezentatywne dla danego zagadnienia interakcji.

W pierwszym przypadku stosuje się testy wzdłuż prostych ścieżek naprężenia, definiujące dane parametry. Klasycznego przykładu dostarcza kalibrowanie modelu Modified Cam-clay: test hydrostatyczny z odciążeniami definiuje parametry λ, κ, badania ścinania „bez drenażu" - parametry M i Γ [1], [22]. Ta opcja nastawiona jest na minimum pracy laboratoryjnej. Mankamentem może być znaczna rozbieżność wyników obliczeń i pomiarów przy ścieżkach drastycznie odbiegających od wyżej wymienionych.

Drugi wariant obejmuje badania wzdłuż prostych i złożonych ścieżek naprężenia lub odkształcenia o bardzo różnych przebiegach. Efektem ma być model, który opisuje z podobną precyzją odpowiedzi na dowolne historie obciążenia. Opcja wymaga w ogólności bardzo dużej liczby testów. Nawet przy zastosowaniu matematycznego planowania eksperymentu (metod ortogonalnych, rotatabilnych etc.) wydaje się technicznie mało realna, a przy tym, w przypadku prostszych modeli, wyrównana precyzja może być niedostateczna.

Trzeci nurt, wspomniany w p.2.5, jest rekomendowany przez czołowych geomechaników, np. Gudehusa [9]. W celu określenia programów badań reprezentatywnych dla danego zagadnienia można się posłużyć metodą ścieżek naprężenia (por.np.[5]). Mimo sygnalizowanych w p.2.5 trudności opcja stanowi wciąż alternatywę dla globalnego kalibrowania.

5. O WSPÓŁCZYNNIKACH WAGI

Współczynniki wagi pełnią różne funkcje. Jedną pokazano w p.2.2, 2.3. Zerując niektóre z występujących w formułach typu (3) lub (9), generuje się kryteria kalibrowania w różnych ważnych dla praktyki przypadkach szczególnych. Nie mniej istotne jest wykorzystanie współczynników wagi do skalowania odchyleń. Dotyczy to zwłaszcza przypadków składników sumy

J różniących się mianem i rzędem wielkości (np. przemieszczeń i momentów zginających). W kategoriach statystyki są one precyzyjnie definiowane, jako:

$$\left.\begin{array}{c} C_{vi}=\bar{\sigma}_{vi}^{-2}, C_{si}=\bar{\sigma}_{si}^{-2}, C_{\theta}=\bar{\sigma}_{\theta}^{-2}, D_{pj}=\bar{\sigma}_{pj}^{-2}, D_{qj}=\bar{\sigma}_{qj}^{-2} \\ C_{wk}=\bar{\sigma}_{wk}^{-2}, C_{Mxk}=\bar{\sigma}_{Mxk}, C_{myk}=\bar{\sigma}_{Qxk}^{-2}, \ldots \end{array}\right\} \tag{16}$$

gdzie: $\bar{\sigma}_{vi}^2, \bar{\sigma}_{si}^2, \bar{\sigma}_{\theta}^2, \ldots, \bar{\sigma}_{pj}^2, \ldots, \bar{\sigma}_{wk}^2$ są wariacjami pomiarów i, j, k zmiennych ε_v, ε_s, ε_θ i innych występujących w warunkach (3)÷(5), (7), (8), (9)÷(11).

Współczynniki wagi mogą wreszcie służyć arbitralnemu różnicowaniu dokładności dopasowywania różnych zmiennych, w zależności od tego, które wielkości są dla kalibrującego najważniejsze.

6. PODSUMOWANIE

W przedstawionym studium nacisk położony jest na problematykę doboru parametrów modeli gruntu, przy założeniu że kalibrujący dysponuje bazą danych. Pokazane są w sposób zupełnie ogólny różne możliwości rozwiązywania tych problemów. Rozważania nie są związane z żadnym konkretnym gruntem i modelem, w odróżnieniu od innych, obszerniejszych niż prezentowana, prac, takich jak np. [22]. Jeśli można mówić w niniejszym artykule o preferencjach, to dotyczą one kalibrowania globalnego. W tym sensie artykuł tworzy pewną całość z przedstawionymi równolegle rezultatami badań współpracowników [14], [15], [17].

LITERATURA

[1] Atkinson J.T, Bransby P.L.: The mechanics of soils. An introduction to critical state soil mechanics. Mc Graw-Hill, London 1978.

[2] Atkinson J.T., Sallfors G.: Experimental determination of stress-strain - time characteristics in laboratory and in situ tests.Gen.rep., Proc. 10th ECSMFE, Firence 1991, pp. 915–956.

[3] Bauer J., Strzelecki T., Sysak Z.: Konsolidacja próbki edometrycznej pod działaniem pola elektrycznego i obciążenia. Mat. Konf. SMGSF KILiW PAN „Konsolidacja gruntów. Aktualne prace badawcze", Janowice 1980, s.216-226.

[4] Gryczmański M.: Zagadnienie estymacji parametrów w nieliniowych równaniach konstytutywnych dla gruntów. Prace Nauk. Inst. Geot. Pol. Wroc., nr 17, 1984, s.31-40.

[5] Gryczmański M.: Metody ścieżek obciążenia w mechanice gruntów. Zesz.Nauk. WSI Opole, Budownictwo, Nr 35, 1992 s.65-8.

[6] Gryczmański M.: Analytical and numerical subsoil models for soil - foundation interaction problems, Studia Geotechnica et Mechanica 16, No 3-4, 1994, pp.29-72.

[7] Gryczmański M., Jurczyk P.: Modele podłoża gruntowego i ich ocena. Inżynieria i Budownictwo, nr 2/1995, s. 98-104.

[8] Gryczmański M., Rygol A.: Koncepcja wyznaczania parametrów sprężysto-plastycznych modeli gruntów na podstawie badania presjometrycznego, Zesz. Nauk. WSI Opole, Budownictwo, Nr 35, 1992, s.97-107.

[9] Gudehus G.: Requirements for constitutive relations for soils, In „Mechanics of Geomaterials" (ed. Z.P.Bażant), Wiley, New York,1985, Chapt. 4, pp.47-63.

[10] Gudehus G., Darve F., Vardoulakis I.(Editors): Results of Int. Workshop on Constitutive Relations for Soil, Grenoble, 1982, Balkema, Rotterdam 1984.

[11] Huang A.-B., Chameau J.-L., Holtz R.D.: Interpretation of pressuremeter data in cohesive soils by simplex algorithm. Geotechnique, 36, No 4, 1986, pp.599-603.

[12] Jacoby S.L.S., Kowalik J.S., Pizzo J.T.: Iterative methods for nonlinear optimization problems. Prentice Hall, New Jersey 1972.

[13] Jurczyk P.: Próba teoretycznej weryfikacji prostych modeli podłoża. Praca magisterska, Pol.Śl., Gliwice 1994.

[14] Kawalec J.: Modelowe badania stateczności skarp wykonanych z odpadów kopalnianych. Konf. Środow. SMGSF KILiW PAN „Geotechnika w Ośrodku Gliwickim", Zesz. Nauk. Pol. Śl., Budownictwo, Nr 80, 1995.

[15] Kawalec J., Kawalec B.: Parametry wytrzymałościowe odpadów kopalnianych w świetle badań modelowych (w druku). Mat. 41 Konf. Nauk. Krynickiej, Krynica 1995.

[16] Marquardt D.W.: An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. J.Soc.Industr. Appl. Mathematics, 11, No 2, 1963, pp. 431-441

[17] Pieczyrak J.: Zastosowanie analizy wstecznej wyników próbnego obciążenia płytą do identyfikacji parametrycznej modelu MCC. Konf. Środow. SMGSF KILiW PAN „Geotechnika w Ośrodku Gliwickim", Zesz. Nauk. Pol. Śl., Budownictwo, Nr 80, 1995.

[18] Saada A., Bianchini G. (Editors): Proc. Int. Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Cleveland, 1988, Balkema, Rotterdam 1988

[19] Sadler D.R.: Numerical methods for nonlinear regression. Univ. Queensland Press, 1975.

[20] Scott R.F.: Constitutive relations for soil: present and future. Proc.Int. Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Cleveland 1988.

[21] Selvadurai A.P.S.: Elastic analysis of soil-foundation interaction, Elsevier Sci. Publ., Amsterdam 1979.

[22] Szymański A.: Czynniki warunkujące analizę odkształcenia gruntów organicznych obciążonych nasypem. Rozprawa habilitacyjna. Wyd. SGGW-AR, Warszawa 1991.

Recenzent: dr hab. inż. Alojzy Szymański
Prof. SGGW

Wpłynęło do Redakcji 5.05.1995 r.

Abstract

The study deals with the problems of calibration of constitutive models for soils. It means optimal selection of their parameters assumed to be material constants but really dependent on current states and histories of stress or strain, internal variables and time. The emphasis is laid to disscusion of all elements of calibration process, i.e. state variables (loads and material responses), source (experimental) data, optimization (nonlinear regression) problems, and procedures of their solutions, a.o. the back analysis. An attention is paid on possibilities of source data achievement and the meaning of the weight coefficients. Two cases are considered separately. The first one called the local (element) calibration means estimations of parameters on the ground of element tests on laboratory soil samples, and the other one called the global calibration is based on the best fitting some design quantities for geotechnical stuctures such as contact displacements, bending moments, etc to source data. The study is of the entirely general theoretical character and it is not related to any special constitutive model.