

**KONFERENCJA ŚRODOWISKOWA  
SEKCJI MECHANIKI GRUNTÓW I SKAŁ ORAZ FUNDAMENTOWANIA  
KOMITETU INŻYNIERII LĄDOWEJ I WODNEJ PAN  
„GEOTECHNIKA W OŚRODKU GLIWICKIM”**

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

1995

Seria: BUDOWNICTWO z. 80

Nr kol. 1288

Jacek PIECZYRAK  
Katedra Geotechniki  
Politechnika Śląska

**ZASTOSOWANIE ANALIZY WSTECZNEJ  
WYNIKÓW PRÓBNEGO OBCIĄŻENIA PŁYTY  
DO IDENTYFIKACJI PARAMETRYCZNEJ MODELU MCC**

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono warunki i wyniki badań próbnego obciążenia w skali laboratoryjnej. Następnie na drodze poszukiwań numerycznych metodą elementów skończonych, opierając się na programie CRISP i stosując analizę wsteczną, znaleziono dla modelu MCC taki zestaw wartości parametrów modelu, który dawał dobre przybliżenie zależności teoretycznej do empirycznej (rys. 8).

**APPLICATION OF BACK ANALYSIS OF LOADING PLATE TEST RESULTS  
TO PARAMETRIC IDENTIFICATION OF MCC MODEL**

**Summary.** In the paper conditions and results of laboratory loading plate tests are presented. The back analysis based on the direct search and finite element procedures is used for evaluation of the MCC model parameters. The set of parameters giving a good approximation the theoretical load – settlement curve to experimental results has been found (Fig. 8).

## ПРИМЕНЕНИЕ ОБРАТНОГО АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ОПЫТНОГО НАГРУЖЕНИЯ ПЛИТОЙ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ МСС

**Резюме.** В докладе представлены условия и результаты исследований опытного нагружения в лабораторных масштабах. Затем показано как путем численных поисков методом конечных элементов, опираясь на программу CRISP и применяя обратный анализ, была найдена для модели МСС такая группа значений параметров модели, которая дает хорошую приближительность теоретической зависимости к эмпирической (рис. 8).

### 1. WSTĘP

Parametry modeli gruntu zależą od historii obciążenia i nie są dokładnie stałymi materiałowymi. Każde zadanie geotechniczne można opisać właściwym dla niego zbiorem ścieżek obciążenia. Jednakże identyfikacja ścieżek naprężenia, a w zasadzie określenie uogólnionej (reprezentatywnej) ścieżki naprężenia dla danego zadania sprawia wiele kłopotu. W aparacie trójosiowym sterowanym komputerowo możliwe jest odwzorowanie w zasadzie dowolnej ścieżki obciążenia, o ile tylko ścieżka ta mieści się na płaszczyźnie  $\sigma_2 = \sigma_3$ . Klasyczny aparat trójosiowego ściskania umożliwia realizację obciążenia i odciążenia izotropowego oraz standardowego ścinania dewiatorowego. W przypadku zadań geotechnicznych, charakteryzujących się ścieżkami odmiennymi lub bardziej złożonymi, korzystanie z wyników badań uzyskanych dla prostych ścieżek obciążenia pozwala uzyskać jedynie lub większe przybliżenie rozwiązania.

Obecnie nie ma uniwersalnych modeli gruntu i trudno oczekiwać, aby w najbliższej przyszłości pojawiły się. W związku z tym zrodził się pogląd, że parametry gruntu należy wyznaczać oddzielnie dla konkretnego zadania, realizując ścieżki naprężenia występujące w tym zagadnieniu. Niestety, nie zawsze jest to możliwe. W przypadku fundamentów bezpośrednich badaniem takim jest próbne obciążenie sztywnym stemplem, które wraz ze zmniejszeniem skali przechodzi w badanie modelowe typu plate test [2].

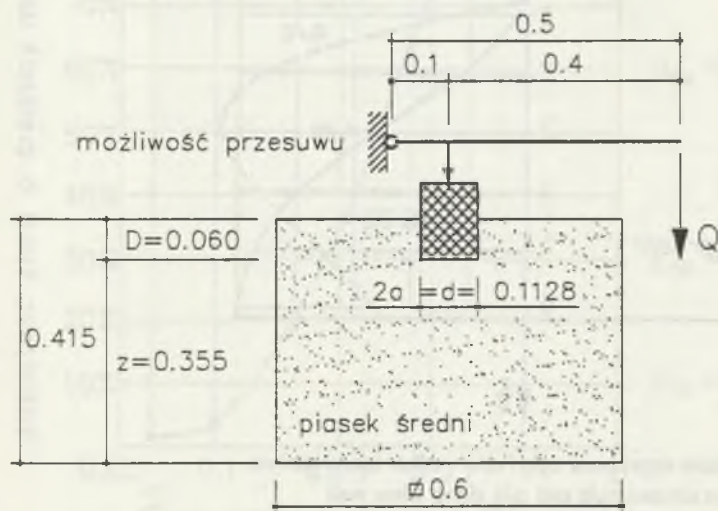
Badanie plate test związane jest z wystąpieniem niejednorodnego stanu naprężenia i odkształcenia. Ponieważ wynik badania stanowi globalne rozwiązanie zagadnienia brzegowego

i bezpośrednie oszacowanie parametrów jest tu niemożliwe, zatem zachodzi potrzeba określenia ich na drodze analizy wstecznej.

W referacie przedstawiony będzie rezultat próby zastosowania analizy wstecznej wyników próbnego obciążenia płytą (badanie w skrzyni modelowej) do identyfikacji parametrycznej modelu Modified Cam – clay (MCC).

## 2. BADANIA MODELOWE

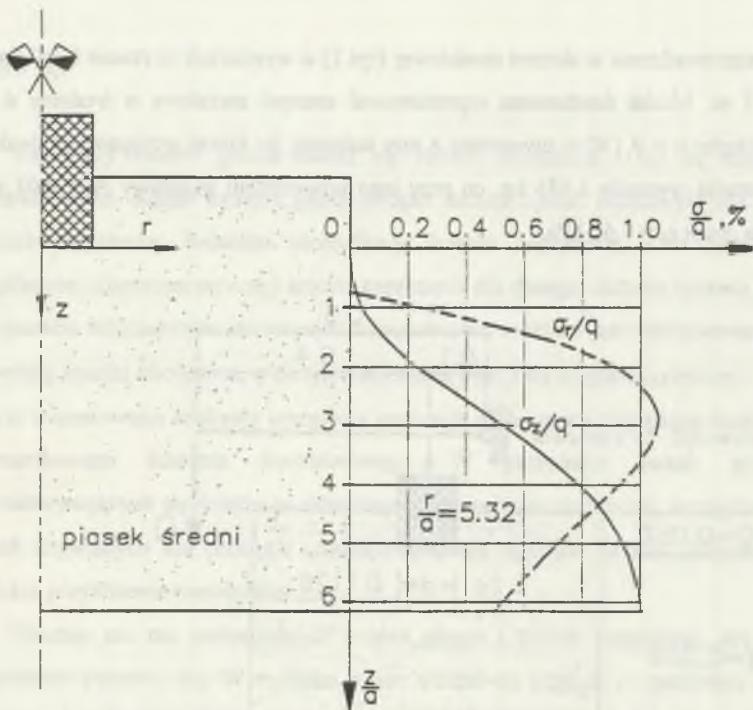
Badania przeprowadzono w skrzyni modelowej (rys.1) o wymiarach w rzucie 0,6/0,6m i wysokości 0,415 m. Model fundamentu reprezentował stempel metalowy o średnicy  $d = 0,1128$  m i wysokości  $h = 0,130$  m utworzony z rury stalowej, do której przyspawano denka. Masa własna stempla wynosiła 1,655 kg, co przy jego powierzchni podstawy  $A = 0,01$  m<sup>2</sup> dawało nacisk na grunt  $q_s = 1,62$  kPa.



Rys. 1. Schemat stanowiska do badań modelowych

Fig. 1. Scheme of the model testing stand

Podane wyżej wymiary skrzyni i stempla zostały tak zaprojektowane, aby wpływ ścian skrzyni, powodujący deformację stanu naprężenia w gruncie, był istotnie mały. Na rys. 2 pokazano względną wartość naprężeń  $\sigma_r$  i  $\sigma_z$  wzdłuż osi pokrywającej się ze ścianą skrzyni. Ponieważ podane tam zależności ustalono dla ciała liniowo-sprężystego, zatem w odniesieniu do zadania realnego stanowią one oszacowanie górne. Ściana skrzyni, a tym samym i rozważana oś oddalona była od osi obciążenia na względną odległość  $r/a = 5,32$  (gdzie  $a$  – promień stempla).



Rys.2. Względne naprężenia  $\sigma_z/q$  i  $\sigma_r/q$  wzdłuż ściany skrzyni

Fig.2. Relative stresses  $\sigma_z/q$  and  $\sigma_r/q$  along a box wall

Pod osi stempla na poziomie dna skrzyni ( $z/a = 6,21$ ) naprężenie  $\sigma_z$  osiągało wartość wynoszącą 3,77 % obciążenia przykładanego do stempla.

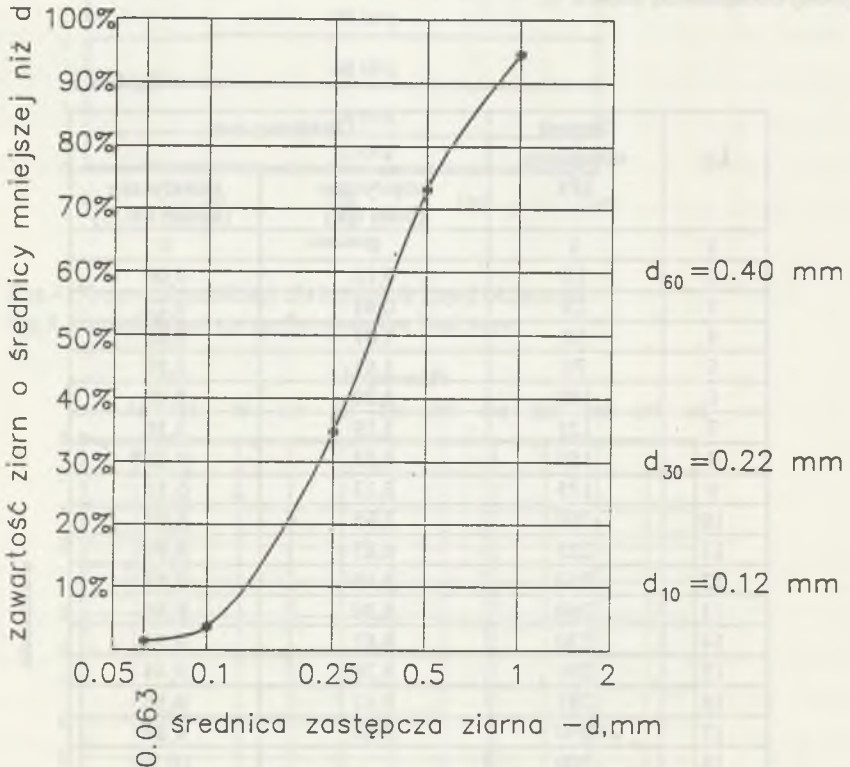
Do badań użyto równoziarnistego piasku średniego (rys. 3). Piasek w skrzyni układano warstwami o miąższości 6 cm. Każdą warstwę zagęszczano. Do zagęszczenia piasku użyto



bijaka o masie 4,9 kg i wymiarach powierzchni uderzenia 0,125 / 0,125 m, który zrzucano z wysokości 0,397m. Jedną sześciocentymetrową warstwę piasku zagęszczono 2x25 uderzeniami bijaka. W efekcie piasek w skrzyni zagęszczono energią  $E_z = 88,26 \text{ J/dm}^3$  stanowiącą 15% normalnej energii proctorowskiej ( $E_p = 588,399 \text{ J/dm}^3$ ). Uzyskana wartość  $\rho_d$  wyniosła  $1,83 \text{ g/cm}^3$ . Natomiast wilgotność i gęstość właściwa piasku wyniosły odpowiednio  $w = 0,15\%$  i  $\rho_s = 2,65 \text{ g/cm}^3$ .

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 3.3$$

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10} d_{60}} = 1.8$$



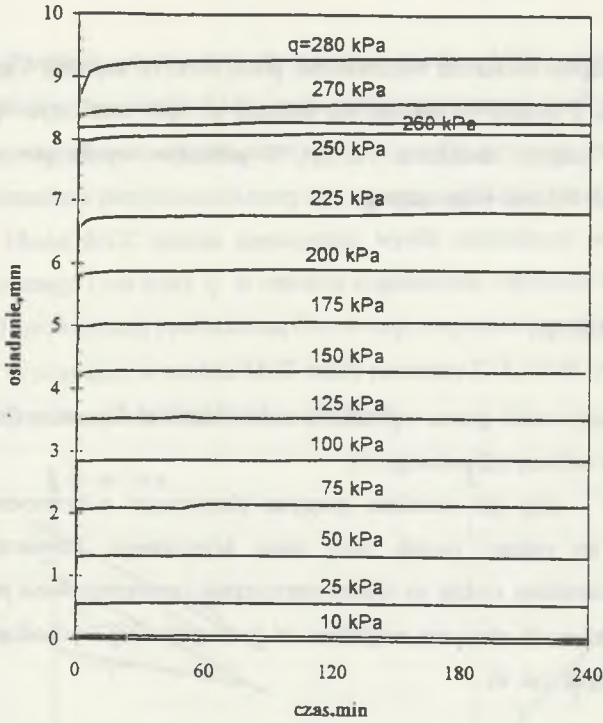
Rys.3. Charakterystyki uziarnienia piasku średniego użytego do badań  
Fig.3. Granulation characteristic of medium sand used in tests

Stempel osadzono w gruncie na głębokości  $D = 0,06$  m, co odpowiada względnej głębokości posadowienia  $D/d = 0,532$ . Warstwa gruntu zalegającego powyżej poziomu posadowienia stempla wywierała nacisk  $\rho \cdot D = 1,08$  kPa.

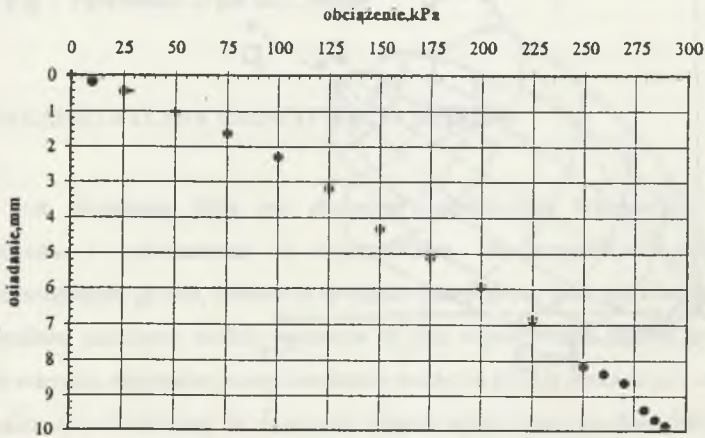
Obciążenie stempla realizowano za pomocą dźwigni jednoramiennej o przełożeniu 1:5. Badanie (obserwację osiadań stempla) prowadzono od chwili zamontowania dźwigni, tj. od chwili przyłożenia na stempel obciążenia 6,52 kPa (co wraz z ciężarem własnym stempla dawało nacisk 8,14 kPa). Następnie obciążenie przekazywane przez stempel zwiększono najpierw do 10 kPa, a potem do 25 kPa. Kolejne stopnie obciążenia były (aż do  $q = 250$  kPa) wielokrotnością wartości  $\Delta q = 25$  kPa. Powyżej wartości  $q = 250$  kPa zastosowano mniejsze przyrosty obciążenia  $\Delta q$  (tablica 1).

Tablica 1

Lp.	Stopień obciążenia kPa	Osiadanie, mm	
		empiryczne (plate test)	teoretyczne (model MCC)
1	0	0	0
2	10	0,16	0,08
3	25	0,43	0,22
4	50	1,01	0,68
5	75	1,63	1,39
6	100	2,29	2,29
7	125	3,19	3,36
8	150	4,33	4,22
9	175	5,13	5,15
10	200	5,95	6,04
11	225	6,85	6,99
12	250	8,16	8,17
13	260	8,36	8,56
14	270	8,62	8,91
15	280	9,39	9,44
16	285	9,67	9,56
17	290	9,86	9,84
18	300		10,26



Rys.4. Krzywe konsolidacji dla kolejnych stopni obciążenia  
 Fig.4. Consolidation curves for succesive load steps



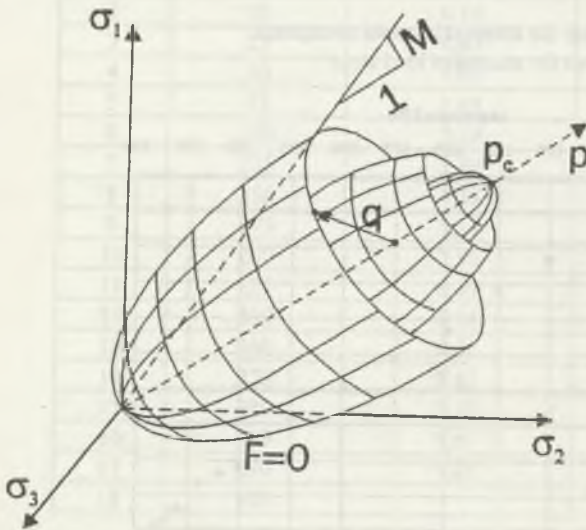
Rys.5. Wyniki badań eksperymentalnych  
 Fig.5. Experimental results

Po każdym kolejnym stopniu obciążenia wyczekiwano, przez okres co najmniej 4 godz., aż prędkość osiadań stempla  $\dot{s}$  zmaleje do wartości nie większej jak 0,01 mm/h (rys. 4), po czym przykładano kolejny stopień obciążenia. Na rys. 5 pokazano wyniki pomiarów sprzężonych ( $q_i, s_i$ ) w postaci wykresu rozproszonego.

### 3. WYBÓR MODELU GRUNTU

Wśród niemałej już liczby modeli gruntu wyróżniono model Modified Cam-clay (MCC) zaproponowany przez grupę badaczy z Cambridge [3].

Model Modified Cam – clay jest modelem sprężysto–plastycznym o wzmocnieniu izotropowym, należącym do rodziny modeli teorii stanu krytycznego. Powierzchnia plastyczności tego modelu określona została na drodze teoretycznej i reprezentowana jest w przestrzeni naprężeń przez elipsoidę obrotową względem osi hydrostatycznej wychodzącej z początku układu współrzędnych (rys. 6).



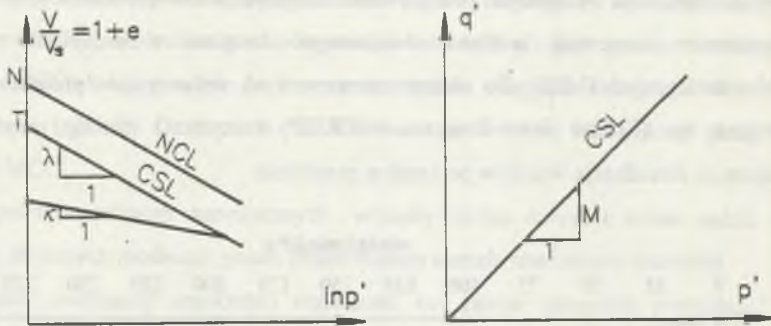
Rys. 6. Powierzchnia plastyczności modelu MCC  
Fig. 6. Yield surface of the MCC model



Ewolucja powierzchni plastyczności modelu MCC zależy od plastycznych zmian wskaźnika porowatości. Kiedy grunt podlega zagęszczeniu ( $\Delta e^{pl} < 0$ ), powierzchnia rozszerza się i następuje wzmocnienie materiału. W przypadku gdy grunt podlega rozluźnieniu ( $\Delta e^{pl} > 0$ ) powierzchnia plastyczności kurczy się i następuje osłabienie materiału.

Model MCC dobrze aproksymuje wyniki doświadczeń wewnątrz powierzchni stanu krytycznego (wet side), tj. w obszarze zagęszczenia. Natomiast w obszarze rozluźnienia (dry side) aproksymacja powierzchnią Hvorsleva jest wyraźnie gorsza.

Występujące w modelu MCC cztery parametry  $\Gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$  i  $M$  (rys. 7) mogą być wyznaczone w standardowych badaniach laboratoryjnych.



Rys.7. Parametry modelu MCC  
Fig.7. Parameters of the MCC model

#### 4. PARAMETRYCZNA IDENTYFIKACJA MODELU

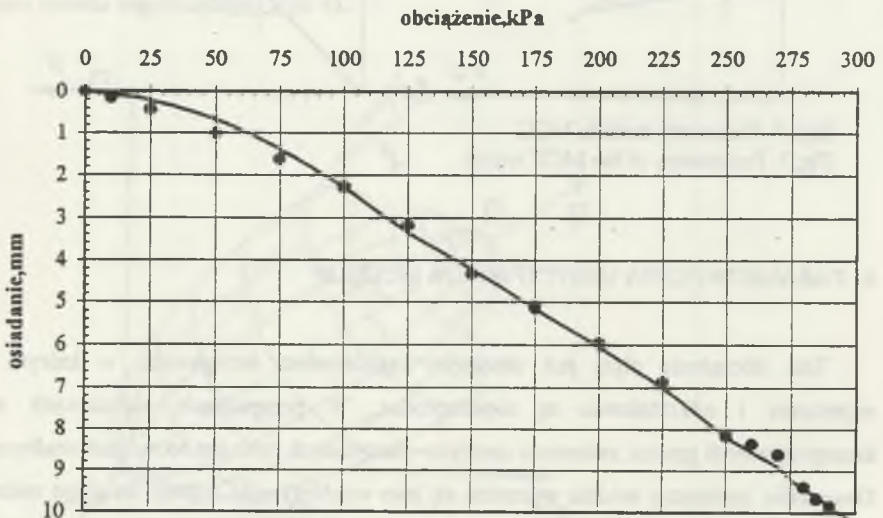
Test obciążenia płytą jest złożonym zagadnieniem brzegowym, w którym stany naprężenia i odkształcenia są niejednorodne. W przypadkach nieliniowych modeli konstytutywnych gruntu, zwłaszcza sprężysto–plastycznych brak jest rozwiązań analitycznych. Generalnie, parametry modelu wyznacza się jako współczynniki regresji drugiego rodzaju na bazie warunku minimalnej sumy kwadratów odchyłek (SKO) dyskretnych wyników pomiarów od zależności modelowej. W przypadku modeli nieliniowych możliwe jest tylko numeryczne rozwiązanie zagadnienia wciskania stempla, np. MES, które daje w wyniku zbiór wartości osiadań stempla, obliczonych dla kolejnych stopni obciążenia (analiza przyrostowa).

Jedyna możliwa tu do zastosowania procedura to tzw. „analiza wsteczna” (back analysis). Procedura ta, w przypadku rozwiązania numerycznego, polega na wielokrotnym powtarzaniu trzech następujących kroków:

1. przyjęcie wektora stałych materiałowych,
2. wykonanie analizy MES,
3. obliczenie sumy kwadratów odchyleń (SKO).

Za każdym powtórzeniem przyjmuje się kolejny (nowy) wektor stałych materiałowych. Uzyskanie najmniejszej (lub zadowalającej) sumy kwadratów odchyleń wskazuje, że przyjęty wektor stałych materiałowych dobrze identyfikuje badany model gruntu. W zakresie poszukiwań rozwiązania możliwe jest postępowanie heurystyczne lub optymalizacyjne.

Zagadnienie równowagi podłoża obciążonego stemplem rozwiązywano metodą elementów skończonych (MES). Do obliczeń numerycznych wykorzystano program CRISP [1]. Program ten (Critical State Program = CRISP) korzysta z metody przyrostowej pozwalającej na aktualizację wyników po każdym przyroście.



Rys. 8. Porównanie wyników badań eksperymentalnych (wykres punktowy) z wynikami badań numerycznych (wykres ciągły)

Fig. 8. Comparison of the results of experimental (set of points) and numerical (continuous curve) tests

Stosując analizę wsteczną wyników próbnego obciążenia płytą (rys. 5) i posługując się metodą (przeszukiwania systematycznego) ręcznie sterowanej iteracji, uzyskano zbiór parametrów modelu  $\{\Gamma, \lambda, \kappa, M\} = \{2,5; 0,1; 0,001; 1,5\}$  dający dobre dopasowanie krzywej teoretycznej MCC do krzywej empirycznej (rys. 8).

## 5. ROZWAŻANIA KOŃCOWE

Prowadząc badanie w skrzyni modelowej, uzyskano empiryczną zależność pomiędzy obciążeniem i osiadczeniem sztywnego stempla (rys. 5). Posługując się MES i korzystając z programu CRISP, znaleziono na drodze analizy wstecznej taki zbiór parametrów rozważanego modelu MCC, który sprawił, że krzywa teoretyczna osiągnęła dobrą zgodność z krzywą empiryczną (rys. 8). Oznacza to, że dokonano zamierzonej identyfikacji parametrycznej modelu MCC.

Wyniki poszukiwań numerycznych wypadły bardzo dobrze i można sądzić, że przy bardziej złożonych modelach gruntu prezentowana metoda również nie zawiedzie.

Autor, zachęcony uzyskanym rezultatem, ma zamiar sprawdzić przydatność analizy wstecznej wyników badań eksperymentalnych do identyfikacji parametrycznej innych modeli gruntu.

Realizacja tych planów wymaga przede wszystkim poszerzenia bazy wyników eksperymentalnych i to zarówno co do rodzaju gruntu, jak i skali badania.

Wydaje się, że elementem wieńczącym powinno być znalezienie racjonalnie optymalnej metody poszukiwań numerycznych w miejsce dość prymitywnej metody heurystycznej.

## LITERATURA

- [1] Britto A.M., Gunn M.J.: Critical state soil mechanics via finite elements. Ellis Horwood, Chichester 1987.
- [2] Hillier R.P.: The plate test on clay – a finite element study. A thesis submitted for the degree of doctor of philosophy The University of Surrey, June, 1992.

- [3] Roscoe K.H., Burland J.B.: On the generalized stress-strain behaviour of „wet” clay. In „Engineering Plasticity”, ed. J. Heyman, F.A. Leckie, Cambridge Univ. Press, 535–609.

Recenzent: Dr hab. Alojzy Szymański  
Prof. SGGW

Wpłynęło do Redakcji 4.05.1995 r.

### Abstract

Soil behaviour is described using some idealised models. In spite of a considerable number of various proposals there is no model which would exactly determine soil response to all possible loads. Moreover, soil model parameters depend on loading histories and they are not adequately material constants. Thus, an individual approach is required for every geotechnical problem.

In the paper an attempt of application of the loading plate tests results to the parameter identification of the Modified Cam-clay model is presented. For this propose the back analysis idea and incremental FEM „rigid circular plate – elasto-plastic subsoil” interaction problem analyses were used.

The experimental tests were carried out in the model box (Fig. 1) for medium sand (Fig.3). The numerical simulations were realised using the IBM PC 486 DX-2/50 computer by help of the CRISP FEM package. A very good agreement of theoretical and experimental load-settlement curves was accomplished. It means that the planned parameter identification of the MCC model was executed.