

Tadeusz Szkodny  
Politechnika Śląska

## WYZNACZANIE STEROWAŃ ROBOTA IRb-6

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono metodę wyznaczania sterowań, którymi są momenty obrotowe, jakie powinny wytwarzać silniki napędowe manipulatora robota IRb-6, aby zapewnić ruch chwytaka po zadanej trajektorii. Momenty te wyznaczono przy sterowaniu w torach otwartych.

### 1. Wstęp

Wyznaczanie sterowań jest elementem problemu symulacji sterowań manipulatora robota IRb-6 dla dowolnych znanych struktur układów sterowania pracujących w torach zamkniętych. Przedstawiony tu fragment problemu ma podstawowe znaczenie, gdyż uwzględnia fizykę złożonego i silnie nieliniowego obiektu, którym jest manipulator o pięciu stopniach swobody. Dokładność symulacji sterowań tak złożonych obiektów jest w zasadzie zdominowana dokładnością modeli obiektów, gdyż złożoność regulatorów, przetworników pomiarowych itp. jest mniejsza.

Stosowane w kraju modele manipulatora robota IRb-6 [1, 2] są uproszczone. O skali tych uproszczeń świadczy fakt pominięcia dwóch ostatnich stopni swobody. Modele dynamiki manipulatora tego robota zostały zbudowane z wykorzystaniem metod identyfikacji [2]. Modele te zostały zidentyfikowane z dokładnością do parametrów opisujących manipulator. Jednak manipulator robota IRb-6 ma takich parametrów przynajmniej 35 i to przy dużych uproszczeniach (np. pominięcie wszystkich momentów dewiacji członów). Zatem dokładność identyfikacji tak dużej liczby parametrów musi budzić wątpliwości.

W tej pracy wykorzystano oryginalne modele manipulatora opracowane przez autora. Model kinematyki pozwala wyznaczyć współrzędne naturalne opisujące przestrzeń wewnętrzną manipulatora, odpowiadające zadanej trajektorii ruchu chwytaka, opisanej macierzą jednorodną. Model dynamiki jest rygorystyczny w stosunku do znanych klasycznych praw Newtona. Wyznaczono parametry modelu dynamiki z uwzględnieniem rozkładu mas poszczególnych członów składowych manipulatora.

W drugim punkcie przedstawiono modele kinematyki pozwalające na dekompozycję ruchu chwytaka z przestrzeni zewnętrznej do przestrzeni wew-

nętrznych opisanych przez współrzędne naturalne członów i silników. Przedstawiono również model dynamiki pozwalający wyznaczyć momenty obrotowe silowników, czyli sterowania. W trzecim punkcie wyznaczono sterowania w torach otwartych w postaci momentów obrotowych silników, niezbędnych do zapewnienia ruchu chwytaka po zadanej trajektorii. Sterowania te wyznaczono dla ruchu niezakłóconego, tj. przy pustym chwytaku i zakłóconego przez przedmiot manipulacji znajdujący się w palcach chwytaka. W czwartym punkcie sformułowano wnioski końcowe.

## 2. Modele obiektu manipulatora

Jak już wspomniano, sygnałami sterującymi są momenty napędowe wytwarzane przez silniki, a wielkościami wyjściowymi - współrzędne opisujące ruch chwytaka w przestrzeni zewnętrznej. Do wyznaczenia sterowań w torach otwartych należy rozwiązać zadanie odwrotne kinematyki oraz zadanie proste dynamiki manipulatora. Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki manipulatora polega na wyznaczeniu przebiegów kątów obrotów  $\theta_{s1} \div \theta_{s5}$  silników dla zadanej trajektorii ruchu  $X_{\text{zad}}$  chwytaka [3, 5]. Kąty te opisują modele kinematyki [4]. Rozwiązanie zadania prostej dynamiki polega na wyznaczeniu momentów obrotowych  $F_{s1} \div F_{s5}$ , jakie muszą wytworzyć silniki dla wyznaczonych wcześniej przebiegów  $\theta_{s1} \div \theta_{s5}$ . Momenty te opisuje model dynamiki [3, 5].

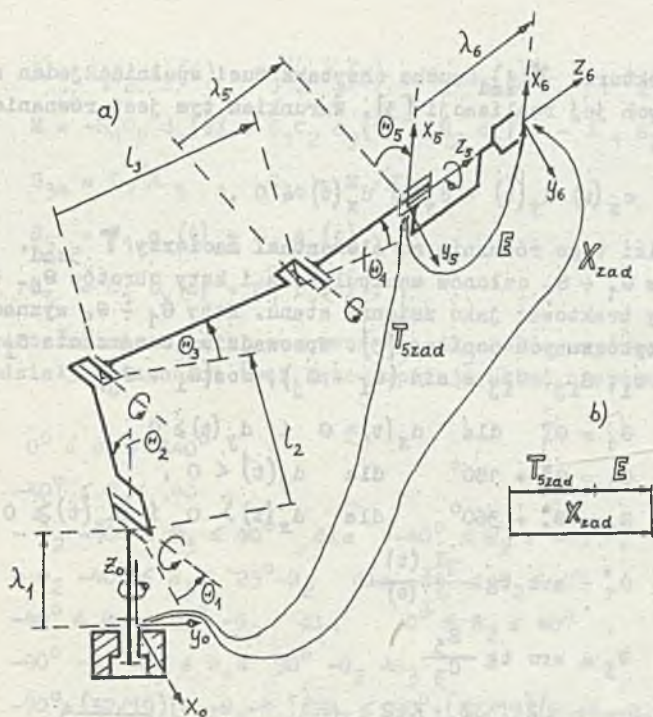
### 2.1. Modele kinematyki

W ogólnym przypadku zadaną trajektorię ruchu chwytaka opisuje się w przestrzeni zewnętrznej. Przestrzeń zewnętrzną opisują współrzędne określające położenie i orientację chwytaka względem układu bazowego  $x_0, y_0, z_0$ , skojarzonego z podstawą manipulatora jak na rys. 1. Trajektorię tę można opisać za pomocą macierzy przekształceń jednorodnych  $X_{\text{zad}}$  [3]. Trajektorii tej odpowiada macierz  $T_{5\text{zad}}$  opisująca ruch końcówki chwytaka [3].

$$T_{5\text{zad}} = \begin{bmatrix} a_x(t) & b_x(t) & c_x(t) & d_x(t) \\ a_y(t) & b_y(t) & c_y(t) & d_y(t) \\ a_z(t) & b_z(t) & c_z(t) & d_z(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad //1/$$

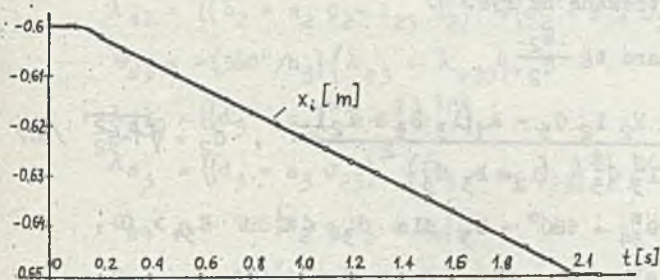
gdzie  $t$  - czas ruchu.





Rys.1. a) Schemat kinematyczny manipulatora robota IRb-6,  
b) Graf przekształceń

Fig.1. a) Kinematics scheme of robot IRb-6 manipulator  
b) Transformation graph



Rys.2. Przebieg  $x_1(t)$

Fig.2. Time graph  $x_1(t)$

Zadana trajektoria  $X_{\text{zad}}$  ruchu chwytaka musi spełniać jeden z warunków kinematycznych jej realizacji [3]. Warunkiem tym jest równanie więzów [3],

$$c_x(t) d_y(t) - c_y(t) d_x(t) = 0, \quad /2/$$

gdzie czynniki tego równania są elementami macierzy  $T_{5\text{zad}}$ . Kąty obrotów  $\theta_1 \div \theta_5$  członów manipulatora i kąty obrotów  $\theta_{s1} \div \theta_{s5}$  silników możemy traktować jako zmienne stanu. Kąty  $\theta_1 \div \theta_5$  wyznaczymy z formuł przytoczonych poniżej [3]. Wprowadzimy oznaczenia  $S_i, C_i = \sin \theta_i, \cos \theta_i, S_{ij}, C_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j), \cos(\theta_i + \theta_j)$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_1^* \quad \text{dla} \quad d_x(t) \geq 0 \quad \text{i} \quad d_y(t) \geq 0, \\ \theta_1 &= \theta_1^* + 180^\circ \quad \text{dla} \quad d_y(t) < 0, \\ \theta_1 &= \theta_1^* + 360^\circ \quad \text{dla} \quad d_x(t) > 0 \quad \text{i} \quad d_y(t) \leq 0, \end{aligned}$$

$$\theta_1^* = \arctg \frac{-d_x(t)}{d_y(t)}. \quad /3a/$$

$$\theta_3 = \arctg \frac{S_3}{C_3},$$

$$S_3 = \frac{k_1^2 + k_2^2 - (l_2^2 + l_3^2)}{2 l_2 l_3}, \quad C_3 = \sqrt{1 - S_3^2},$$

$$k_1 = -S_1 d_x(t) + C_1 d_y(t) - \lambda_5 S_1 c_x(t) - C_1 c_y(t),$$

$$k_2 = d_z(t) - \lambda_1 - \lambda_5 c_z(t). \quad /3b/$$

$\lambda_1, l_2, l_3, \lambda_5$  - stałe parametry konstrukcyjne zilustrowane na rys. 1.

$$\theta_2 = \arctg \frac{S_2}{C_2},$$

$$S_2 = \frac{k_2 l_2 C_3 - k_1 (l_3 S_3 + l_2)}{l_3^2 C_3^2 + (l_2 + l_3 S_3)^2}, \quad C_2 = \sqrt{1 - S_2^2} \quad /3c/$$

$$\theta_4 = \theta_{34}^* + 180^\circ - \theta_3 \quad \text{dla} \quad C_{34} < 0 \quad \text{i} \quad S_{34} > 0,$$

$$\theta_4 = \theta_{34}^* - \theta_3 \quad \text{dla} \quad C_{34} \geq 0,$$

$$\theta_4 = \theta_{34}^* - 180^\circ - \theta_3 \quad \text{dla} \quad C_{34} < 0 \quad \text{i} \quad S_{34} < 0,$$

$$\theta_{34}^* = \arctg \frac{l_1}{M},$$



$$L = S_1 S_2 d_x(t) - C_1 S_2 d_y(t) + C_2 d_z(t) - \lambda_1 C_2 - l_2 - l_3 S_3,$$

$$M = -S_1 C_2 d_x(t) + C_1 C_2 d_y(t) + S_2 d_z(t) - \lambda_1 S_2 - l_3 C_3$$

$$S_{34} = L/\lambda_5, \quad C_{34} = M/\lambda_5. \quad /3d/$$

$$S_5 = C_1 a_x(t) + S_1 a_y(t),$$

$$C_5 = C_1 b_x(t) + S_1 b_y(t). \quad /3e/$$

Znając wartości  $\sin \theta_5 = S_5$  oraz  $\cos \theta_5 = C_5$  możemy wyznaczyć  $\theta_5$ .

Przedziały zmienności tych kątów opisuje układ nierówności jak poniżej:

$$0^\circ \leq \theta_1 \leq 340^\circ,$$

$$-40^\circ \leq \theta_2 \leq 40^\circ,$$

$$-\theta_2 - 40^\circ \leq \theta_3 \leq 40^\circ \quad \text{dla} \quad -40^\circ \leq \theta_2 \leq -15^\circ,$$

$$-\theta_2 - 40^\circ \leq \theta_3 \leq 25^\circ - \theta_2 \quad \text{dla} \quad -15^\circ \leq \theta_2 \leq 0^\circ,$$

$$-40^\circ \leq \theta_3 \leq 25^\circ - \theta_2 \quad \text{dla} \quad 0^\circ \leq \theta_2 \leq 40^\circ,$$

$$-90^\circ - \theta_2 - \theta_3 \leq \theta_4 \leq 90^\circ - \theta_2 - \theta_3,$$

$$-90^\circ + (32/19)(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \leq \theta_5 \leq 90^\circ + (32/19)(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4).$$

Kąty  $\theta_{B1} \div \theta_{B5}$  wyznaczamy z formuł [3]:

$$\theta_{B1} = -158 \theta_1, \quad /4a/$$

$$\theta_{B2} = -(360^\circ/h_2)(\lambda_{B2} - \lambda_{B20}), \quad /4b/$$

$$\lambda_{B20} = ((a_2 + b_2)^2 + (d_2 - l_{21})^2)^{1/2},$$

$$\lambda_{B2} = ((b_2 + a_2 C_2 - l_{21} S_2)^2 + (d_2 - l_{21} C_2 - a_2 S_2)^2)^{1/2}.$$

$$\theta_{B3} = -(360^\circ/h_3)(\lambda_{B3} - \lambda_{B30}), \quad /4c/$$

$$\lambda_{B30} = ((d_3 - a_3)^2 + b_3^2)^{1/2},$$

$$\lambda_{B3} = ((d_3 - a_3 C_3)^2 + (b_3 - a_3 S_3)^2)^{1/2},$$

$$\theta_{B4} = -128(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4), \quad /4d/$$

$$\theta_{B5} = -128(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + 76 \theta_5, \quad /4e/$$

$h_2, h_3, a_2, b_2, d_2, l_{21}, a_3, b_3, d_3$  - parametry konstrukcyjne [3, 5].

## 2.2. Modele dynamiki

Stosując formuły /3/ możemy wyznaczyć w każdym punkcie zadanej trajektorii ruchu pierwsze i drugie pochodne kątów  $\theta_1 \div \theta_5$  po czasie. Stosując modele dynamiki [3, 4, 5] manipulatorów możemy wyznaczyć momenty obrotowe  $F_j$ , jakie muszą być przyłożone do członów manipulatora.

$$F_i = \sum_{j=1}^5 D_{ij} \ddot{\theta}_j + \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^5 D_{ijk} \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k + D_i, \quad /5/$$

$1 \leq i \leq 5.$

Współczynniki  $D_{ij}$ ,  $D_{ijk}$  oraz  $D_i$  dla manipulatora robota IRb-6 wyznaczono w [5].

Stosując dalej model dynamiki [3 ÷ 5] wyznaczymy momenty obrotowe  $F_{si}$ , jakie muszą wytworzyć silniki.

$$F_{si} = \sum_{j=1}^5 F_j \frac{\partial \theta_j}{\partial \theta_{si}}, \quad 1 \leq i \leq 5. \quad /6/$$

Pochodne  $\partial \theta_j / \partial \theta_{si}$  wyznaczono z formuły /4/ w [5].

## 3. Wyznaczanie sterowań dla zadanej trajektorii ruchu chwytaka

Zadaną trajektorią jest ruch wzdłuż prostej z jednoczesną zmianą orientacji chwytaka (układu  $x_6, y_6, z_6$  na rys. 1). Trajektorię tę opisuje sześć wielkości wyjściowych;  $x, y, z$  - współrzędne opisujące położenie chwytaka (początku układu  $x_6, y_6, z_6$ ),  $\phi, \theta, \psi$  - kąty Eulera opisujące orientację chwytaka. Wielkości te są zadane w postaci dyskretnych wartości co 0,1 sekundy. Macierz  $X_{zad}(t_i)$  ma następującą postać [5]:

$$X_{zad}(t_i) = \text{Trans}(x_i, y_i, z_i) \text{ Euler}(\phi_i, \theta_i, \psi_i)$$

gdzie  $x_i$  ilustruje rys. 2,

$$y_i = 0,6 \text{ m}, \quad z_i = 1,0 \text{ m} \text{ dla dowolnego } t_i,$$

$$\phi_i = 90^\circ + \text{arc tg}(-x_i / y_i),$$

$$\theta_i = \frac{0.65 + x_i}{0.05} \cdot 180^\circ,$$

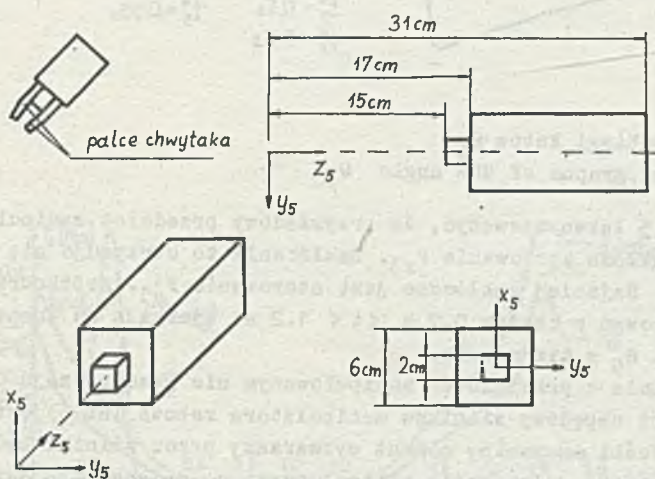
$$\psi_i = \frac{0.61 + x_i}{0.05} \cdot 180^\circ. \quad /7/$$



Tak zadanej trajektorii odpowiadają sterowania  $F_{s1} \div F_{s5}$  przedstawione na rys. 5. Są to sterowania dla ruchu z pustym chwytakiem.

Po objęciu przedmiotu manipulowanego sterowania  $F_{s1}$  zapewniające zadaną trajektorię ruchu chwytaka wzrosną o  $\Delta F_{s1}$ . Przyrosty te kompensują zakłócenia ruchu wynikłe z oddziaływania przedmiotu manipulowanego.

Obecność przedmiotu manipulowanego zmienia macierz pseudobezwładności  $J_5$  ostatniego członu manipulatora o  $\Delta J_5$  [3]. Rys. 3 przedstawia przykładowy ołowiany przedmiot manipulowany oraz jego położenie względem układu  $x_5 y_5 z_5$ .

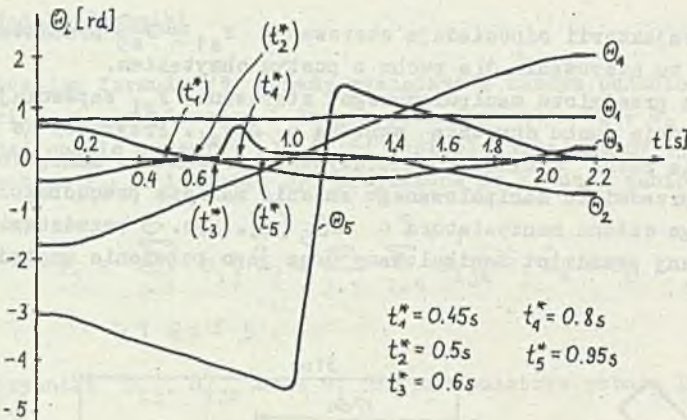


Rys. 3. Przedmiot manipulowany i jego położenie względem układu  $x_5 y_5 z_5$   
Fig. 3. Manipulation object and its placement in the coordinate system  $x_5 y_5 z_5$

Przedmiot ten daje zmiany:

$$\Delta J_5 = \begin{bmatrix} 17.11 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17.11 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.319 & 1.32 \\ 0 & 0 & 1.32 & 5.79 \end{bmatrix} \quad /8/$$

Z rys. 4 wynika, że kąty  $\theta_1$ ,  $\theta_3$  i  $\theta_4$  mają względnie łagodne przebiegi. Kąt  $\theta_2$  zmienia się znacznie w czasie  $0,7 \text{ s} \leq t \leq 0,9 \text{ s}$ . Kąt  $\theta_5$  zmienia się gwałtownie w czasie  $1,0 \text{ s} \leq t \leq 1,2 \text{ s}$ .

Rys. 4. Przebiegi kątów  $\theta_1$ Fig. 4. Time graphs of the angle  $\theta_1$ 

Z rys. 5 łatwo zauważyć, że przykładowy przedmiot manipulowany najbardziej zakłóca sterowanie  $F_{S3}$ . Zakłócenie to utrzymuje się przez cały czas ruchu. Najmniej zakłócone jest sterowanie  $F_{S1}$ . Krótkotrwałe duże zmiany sterowań w czasie  $0.7 \text{ s} \leq t \leq 1.2 \text{ s}$  wynikają ze znacznych zmian kątów  $\theta_2$  i  $\theta_5$  w tym czasie.

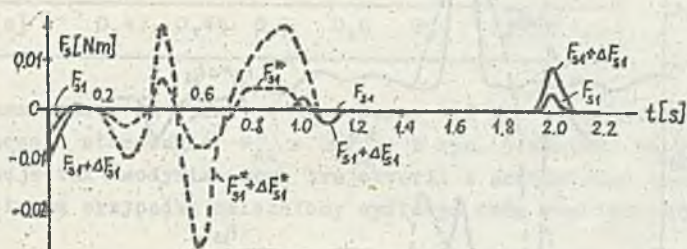
Sterowania z przedmiotem manipulowanym nie przekraczają  $0.9 \text{ Nm}$ . Nominalny moment napędowy silników manipulatora robota IRb-6 jest równy  $0.537 \text{ Nm}$ . Jeśli maksymalny moment wytwarzany przez silniki będzie większy niż  $0.9 \text{ Nm}$ , wtedy sterowanie manipulatorem po zadanej trajektorii zakłócanie przedmiotem manipulowanym jest możliwe.

Gdyby maksymalny moment był równy np.  $0.8 \text{ Nm}$ , wtedy nie można by zrealizować zadanej trajektorii ruchu z przedmiotem manipulowanym. Można tu postawić pytanie - czy jest możliwa taka korekta zadanej trajektorii, aby ruch z przedmiotem manipulowanym odbywał się nadal po linii prostej z jednoczesną zmianą orientacji, w czasie  $2.1$  sekundy bez przekroczenia sterowania  $0.8 \text{ Nm}$ ?

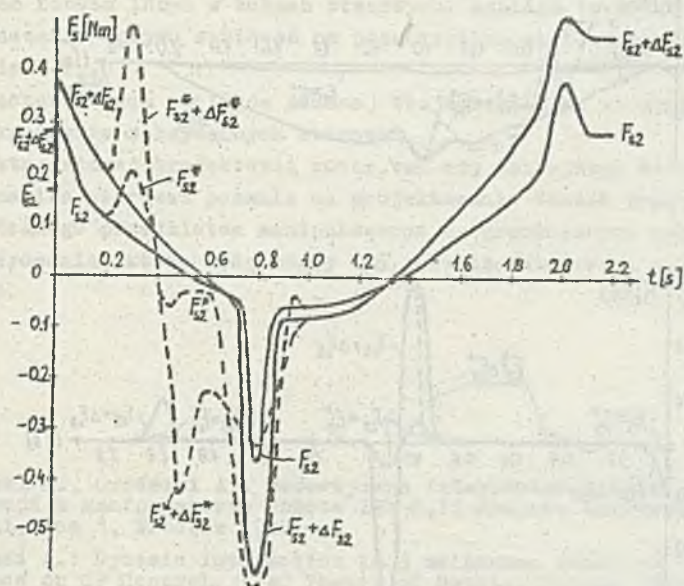
Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy zbadać możliwość zmniejszenia  $F_{S3} + \Delta F_{S3}$  przynajmniej do  $0.8 \text{ Nm}$ . Gwałtowny wzrost sterowania  $F_{S3} + \Delta F_{S3}$  w czasie  $0.7 \text{ s} \leq t \leq 0.9 \text{ s}$  spowodowany jest gwałtowną zmianą  $\theta_3$  w tym czasie. Z rys. 4 widać, że dla czasów  $0.6 \text{ s} \leq t \leq 0.7 \text{ s}$  oraz  $0.9 \text{ s} \leq t \leq 1.0 \text{ s}$  zmiany  $\theta_1 \div \theta_5$  są łagodne i sterowania  $F_{S1} + \Delta F_{S1}$  są mniejsze od  $0.8 \text{ Nm}$ . Dlatego możemy złagodzić gwałtowność zmian  $\theta_3$  przez zmianę czasów przyporządkowanych poszczególnym wartościom  $\theta_1$ . I tak, szybkość zmian  $\theta_3$  możemy zmniejszyć w przybliżeniu dwukrotnie przez przyporządkowanie czasów  $t_1^*$  czasem  $t_1$  jak w tabeli 1.



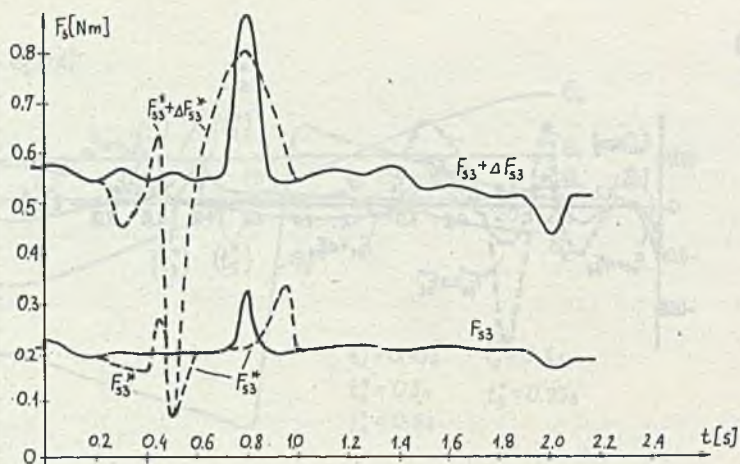
a)



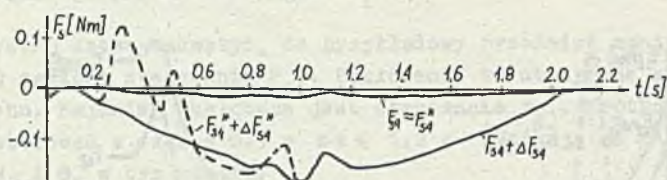
b)



c)



d)



e)

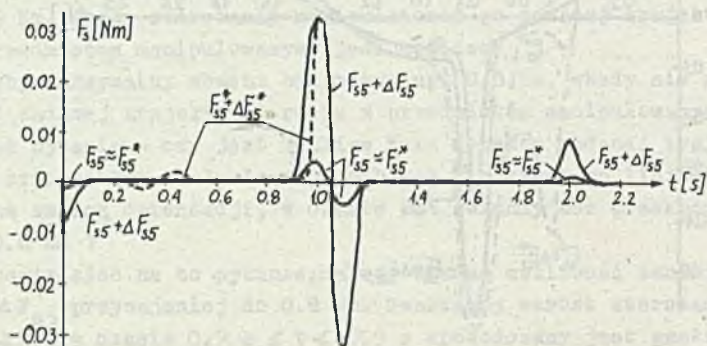
Rys. 5. Sterowania  $F_{s1} \div F_{s5}$  i  $F_{s1} + \Delta F_{s1} \div F_{s5} + \Delta F_{s5}$ Fig. 5. Control variables  $F_{s1} \div F_{s5}$  and  $F_{s1} + \Delta F_{s1} \div F_{s5} + \Delta F_{s5}$



Tabela 1

$t_i$ [s]	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$t_i^*$ [s]	0,4	0,45	0,5	0,6	0,8	0,95	1,0

Czasy  $t_i^*$  zaznaczono na rys. 4 w nawiasach. Dla tak zmodyfikowanych czasów wyznaczono sterowania  $F_{si}^x + \Delta F_{si}^*$ . Z rys. 5 wynika, że jest możliwa realizacja tak zmodyfikowanej trajektorii z przedmiotem manipulowanym. W przeciwnym przypadku należałoby wydłużyć czas realizacji trajektorii.

Z powyższego wynika, że ograniczone możliwości sterowania (maksymalne momenty wytwarzane przez silniki) są także czynnikami zakłócającymi.

#### 4. Wnioski końcowe

Przedstawione modele w punkcie 2 są przydatne do analizy sterowań manipulatorem robota IRb-6 w torach otwartych. Analiza ta umożliwia:

- wyznaczanie wpływu zakłóceń na poszczególne sterowania - wyznaczanie  $F_{si}$
- wyznaczenie tych odcinków zadanej trajektorii, na których nastąpi przekroczenie maksymalnych sterowań,
- korektę zadanej trajektorii ruchu, tak aby zmniejszyć sterowania.

Zatem analiza sterowań pozwala na projektowanie takich trajektorii ruchu zakłócanego przedmiotem manipulowanym i ograniczonymi wartościami sygnałów sterowania, które będą mogły być zrealizowane przez manipulator robota IRb-6.

#### LITERATURA

- [1] Gosiewski A., Grodecki A.: Teoretyczna Interpretacja Dynamicznych Interakcji w Manipulatorze Robota IRb-6. II Krajowa Konferencja Robotyki, tom 1, Wrocław 1988.
- [2] Gosiewski A.: Dynamic Interaction in 3 mainsaxes Robot and their Influence on CP Control. IFAC Theory of Robots, Vienna 1986, Austria.
- [3] Szkodny T.: Manipulatory Robotów Przemysłowych - Modele Matematyczne. Wyd. Polit. Śl. Gliwice, w druku.
- [4] Szkodny T.: Dynamika Manipulatorów Robotów Przemysłowych. II Krajowa Konferencja Robotyki, tom 3, Wrocław 1988.
- [5] Szkodny T.: Dynamika Manipulatora Robota IRb-6 (praca niepublikowana).

Recenzent: Prof.dr h.inż.A.Woźniak

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

## DETERMINATION OF CONTROL VARIABLES OF THE IRb-6 ROBOT

## Summary

In the paper a method of determining the control variables of the IRb-6 robot is presented. The control variables are the rotation moments which should be produced by the motors of IRb-6 in order to realize a proper trajectory of the robot's arm. The moments have been determined for the open-channel control case.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЕНИЙ РОБОТА ИР6-6

## Резюме

В работе представлен метод определения управлений, которыми являются вращательные моменты. Определяемые значения этих моментов равны значениям необходимым для движения захвата по заданной траектории. Вращательные моменты определены для управления в системе с открытой структурой.