ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: GÓRNICTWO z. 129 Nr kol. 784

Piotr GAWOR
Władysław ZAPAŁA

POMIARY PRĄDÓW BŁĄDZĄCYCH W KOPALNIACH W ŚWIETLE TEORII RACHUNKU PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Streszczenie. W pracy przedstawiono sposób analizy przebiegów czasowych prądów błądzących oraz podstawy teoretyczne nowej metody pomiarów prądów błądzących w kopalniach

1. Wstęp

Zmienność czasowa prądów błądzących może być przyczyną błędnej oceny zagrożenia przy robotach strzelniczych. Wobec ograniczonego czasu wykonywania pomiarów wynik pomiaru należy traktować jako zdarzenie losowe. Określenie prawdopodobieństwa zmierzenia wartości największej a także sposobu przeprowadzania pomiarów gwarantujących (z założonym prawdopodobieństwem) zmierzenie największej wartości możliwe jest w oparciu o analizę statystyczną przebiegów czasowych prądów błądzących występujących w kopalniach.

2. Relacje między współczynnikiem bezpieczeństwa i zmierzoną wartością prądu błądzącego

Głównym celem pomiarów prądów błądzących jest uzyskanie największej wartości prądu błądzącego występującego w danym miejscu w celu porównania jej z prądem bezpiecznym stosowanego zapalnika elektrycznego. Obowiązujące obecnie zasady wykonywania pomiarów prądów błądzących są sprecyzowane w "Wytycznych w zakresie pomiarów prądów błądzących w kopalniach węgla kamiennego" [4]. Zgodnie z zaleceniami "Wytycznych..." czas wykonywania pomiaru w jednym punkcie nie powinien być krótszy od 1 minuty. Jeżeli w czasie 1 min. wystąpi wartość prądu, która przekroczy 25% wartości bezpiecznej prądu stosowanych zapalników, to pomiar należy wydłużyć do co najmniej 2-5 minut. Największą zmierzoną wartość prądu błądzącego niezależnie od kierunku jego przepływu należy porównać z prądem bezpiecznym zapalnika, przyjmując wartość współczynnika bezpieczeństwa n=2. Jako kryterium bezpieczeństwa przyjmuje się więc nierówność:

$$I_{zm} < \frac{I_B}{n} = \frac{I_B}{2} \qquad (1)$$

Spełnienie tego warunku jest podstawą do podjęcia decyzji o prowadzeniu robót strzelniczych.

Jest sprawą oczywistą, że jeżeli w czasie pomiaru zostanie zmierzona wartość bliska wartości maksymalnej prądu błądzącego, występującej na danym stanowisku pomiarowym, to przyjęty współczynnik bezpieczeństwa będzie zbyt duży. Z drugiej strony, jeżeli zostanie zmierzona wartość najmniejsza z występujących, współczynnik bezpieczeństwa będzie zbyt mały. Współczynnik bezpieczeństwa powinien odzwierciedlać rzeczywiste relacje pomiędzy wartością zmierzoną i największą możliwą. Traktując bezwzględne wartości prądu błądzącego jako zmienną losową, można zatem założyć, że rzeczywista wartość współczynnika bezpieczeństwa jest funkcją parametrów rozkładu gęstości prawdopodobieństwa tej zmiennej losowej. I tak, zakładając, że zmierzona została wartość prądu błądzącego równa i_1, która w rozkładzie gęstości prawdopodobieństwa zajmuje określone miejsce:

$$i_1 = E(i) + k\sigma(i)$$

współczynnik bezpieczeństwa powinien mieć taką wartość n, aby spełniona była nierówność:

$$n \cdot \left[E(i) + k\sigma(i) \right] \geqslant E(i) + z\sigma(i) \qquad (2)$$

gdzie:

$E(i)$ - wartość średnia rozkładu, którego odchylenie standardowe wynosi $\sigma(i)$,

z - krotność odchylenia standardowego, przy której z założonym, dowolnie dużym prawdopodobieństwem $P(z)$ można powiedzieć, że nie wystąpią wartości prądu błądzącego $i > E(i) + z\sigma(i)$,

k - krotność odchylenia standardowego odpowiadająca zmierzonej wartości.

Z nierówności (2) wyznaczyć można wymaganą wartość współczynnika bezpieczeństwa:

$$n \geqslant 1 + \frac{z - k}{\frac{1}{\vartheta} + k} \qquad (3)$$

gdzie:

$\vartheta = \frac{\sigma(i)}{E(i)}$ - wskaźnik zmienności rozkładu.

Odwracając zadanie, z nierówności (2) można wyznaczyć krotność k, odpowiadającą wartości $E(i) + k\sigma(i)$, jaką przy zadanym współczynniku bezpieczeństwa n należy zmierzyć, aby z założonym prawdopodobieństwem móc

twierdzić, że maksymalna wartość prądu nie przekroczy wartości E(i)+ + zó(i):

$$k \geqslant \frac{(1 - n)\frac{1}{\sqrt{n}} + z}{n} \tag{4}$$

Tak więc przy rozpatrywaniu zmienności czasowej prądów błądzących nie jest najistotniejszy zakres bezwzględnych wartości prądów błądzących lecz względny zakres zmian odniesiony np. do wartości przeciętnej.

3. Założenia i podstawy teoretyczne sposobu przeprowadzania pomiarów prądów błądzących w kopalniach

Przypuśćmy, że znane jest prawdopodobieństwo $p(t_k, i_k)$ zdarzenia, że podczas jednego pomiaru trwającego t_k zmierzymy wartość prądu równą i_k. Stawiamy pytanie: ile co najmniej należy wykonać pomiarów (każdy o czasie trwania t_k), aby z prawdopodobieństwem nie mniejszym od założonego P(B) można było twierdzić, że chociaż raz zostanie zmierzona wartość i_k?

Oznaczając wymaganą liczbę pomiarów przez w, a przez A zdarzenie polegające na tym, że co najmniej jeden raz zmierzymy wartość i_k, można napisać:

$$P(\bar{A}) = \left[1 - p(t_k, i_k)\right]^w \tag{5a}$$

oraz

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left[1 - p(t_k, i_k)\right]^w \tag{5b}$$

Uwzględniając warunek:

$$P(A) \geqslant P(B) \tag{6}$$

obliczyć można liczbę wymaganych pomiarów:

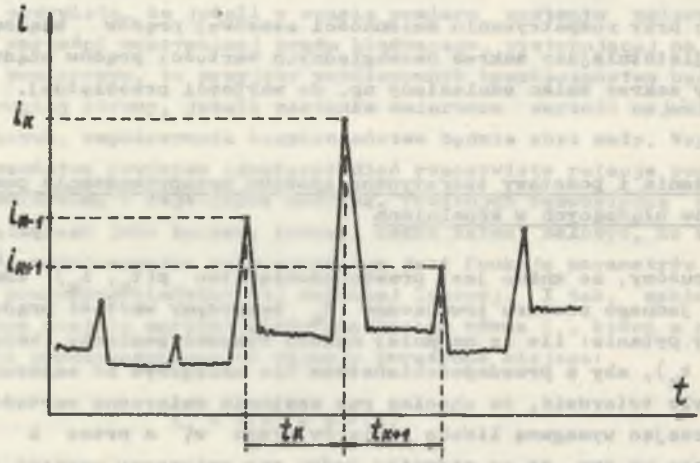
$$w > \frac{\log(1 - P(B))}{\log(1 - p(t_k, i_k))} \tag{7}$$

Problem sposobu przeprowadzania pomiarów został zatem sprowadzony do zadania wyznaczenia prawdopodobieństwa $p(t_k, i_k)$.

Na rys. 1 przedstawiono przykładowy przebieg prądu błądzącego w czasie. Cechą charakterystyczną przebiegów uzyskanych podczas pomiarów w kopalniach jest występowanie wyraźnych maksimów wartości prądu, przy czym maksima te - nazwane chwilowymi wartościami szczytowymi prądu błądzącego - następują po sobie w różnych odstępach czasu. Dla takiego przebiegu przyjęto dwie zmienne losowe:

i - chwilowa wartość szczytowa prądu błądzącego,

t - czas pomiędzy dwiema kolejnymi chwilowymi wartościami szczytowymi prądu błądzącego.



Rys. 1. Przykładowy przebieg prądu błądzącego w czasie

Wówczas funkcja $p(t = t_k, i = i_k) = p(t_k, i_k)$ jest funkcją prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej (t,i), a funkcja

$$F(t_k, i_k) = \sum_{\substack{t < t_k \\ i < i_k}} p(t_k, i_k)$$

jest dystrybuantą tej zmiennej losowej.

Ponadto [1], [3]:

$p(t = t_k, i < \infty) = p(t_k)$ - jest rozkładem brzegowym zmiennej losowej t w dwuwymiarowym rozkładzie (t,i),

$p(t < \infty, i = i_k) = p(i_k)$ - jest rozkładem brzegowym zmiennej losowej i w dwuwymiarowym rozkładzie (t,i),

$F(t_k) = \sum_{t < t_k} p(t_k)$ - jest dystrybuantą rozkładu brzegowego t, a jednocześnie oznacza prawdopodobieństwo że w odcinku czasu t_k wystąpi chwilowa wartość szczytowa prądu błądzącego,

$F(i_k) = \sum_{i < i_k} p(i_k)$ - jest dystrybuantą rozkładu brzegowego i, a jednocześnie oznacza prawdopodobieństwo, że chwilowa wartość szczytowa prądu błądzącego jest mniejsza od i_k,

$p(t_k|i_k)$ i $p(i_k|t_k)$ - są prawdopodobieństwami warunkowymi.

Wykorzystując prawdopodobieństwo warunkowe, napisać można zależność:

$$p(t_k,i_k) = p(t_k|i_k) \cdot p(i_k) = p(i_k|t_k) \cdot p(t_k),$$

która w przypadku niezależnych zmiennych losowych t,i przyjmie postać:

$$p(t_k,i_k) = p(t_k) \cdot p(i_k).$$

Uwzględniając powyższe związki, można wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że w odcinku czasu t_k wystąpi chwilowa wartość szczytowa prądu błądzącego przekraczająca wartość i_k:

$$p(t < t_k, i \geq i_k) = p(t < t_k, i < \infty) - p(t < t_k, i < i_k) =$$

$$= \sum_{t<t_k} p(t_k) - \sum_{\substack{t<t_k \\ i<i_k}} p(t_k,i_k) = F(t_k) - F(t_k,i_k) =$$

$$= F(t_k) - F(t_k) \cdot F(i_k) = F(t_k) \cdot \left[1 - F(i_k)\right], \qquad (8)$$

a biorąc dodatkowo pod uwagę wzór (7), obliczyć wymaganą liczbę pojedynczych pomiarów o czasie trwania t_k potrzebnych do zmierzenia tej wartości:

$$w \geq \frac{\log\left[1 - P(B)\right]}{\log\left[1 - p(t < t_k, i \geq i_k)\right]} \qquad (9)$$

Postawmy z kolei jeszcze jedno pytanie: jakie jest prawdopodobieństwo P(x), że w trakcie w pomiarów (każdy o czasie trwania t_k) zostanie zmierzonych dokładnie x chwilowych wartości szczytowych prądu błądzącego z przedziału (i_k, ∞)?
Prawdopodobieństwo to dla x=0 określa prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego do zdarzenia A (wyr. 5a i 5b). Zadane, dowolnie duże prawdopodobieństwo P(B) można więc wyrazić:

$$P(B) = 1 - P(x=0) \qquad (10)$$

Jeżeli czas trwania pojedynczego pomiaru będzie malał, to prawdopodobieństwo $p(t < t_k, i \geq i_k)$ będzie również malało. Równocześnie wymagana liczba pomiarów będzie zwiększała się (por. wyrażenie (9)). Można to zapisać następująco:

$$t_k \to 0 \Rightarrow p(t < t_k, i \geq i_k) \to 0 \Rightarrow w \to \infty$$

Jeżeli okazałoby się, że iloczyn $w.p(t < t_k, i \geq i_k)$ byłby wielkością stałą oznaczoną np. przez ϑ:

$$w.p(t < t_k, i \geq i_k) = \vartheta = \text{const.}, \tag{11}$$

to prawdopodobieństwo $P(x)$ podlegałoby rozkładowi Poissona określonemu wzorem:

$$P(x) = \frac{\vartheta^x \cdot e^{-\vartheta}}{x!} \tag{12}$$

Wyrażenie (10) przyjmie wówczas postać:

$$p(B) = 1 - P(x = 0) = 1 - e^{-\vartheta}$$

Stąd:

$$\vartheta = -\ln\left[1 - P(B)\right] \tag{13}$$

i

$$P(x) = \frac{\left\{-\ln\left[1 - P(B)\right]\right\}^x \cdot \left[1 - P(B)\right]}{x!} \tag{14}$$

Wymaganą liczbę pomiarów w wyliczyć wówczas można ze wzoru przybliżonego:

$$w \geq \frac{-\ln\left[1 - P(B)\right]}{p(t < t_k, i \geq i_k)} \tag{15}$$

W celu sprawdzenia hipotezy (11) przeprowadzono analizę przebiegów czasowych prądów błądzących zmierzonych w jednej z kopalń wyróżniając łącznie 2153 chwilowe wartości szczytowe z pomiarów trwających łącznie 345 minut [2]. Uzyskane wyniki ilustruje tabela 1.

Należy jeszcze zaznaczyć, że wnioski wyciągane z danych pomiarowych są słuszne z prawdopodobieństwem:

$$P = P(B) \cdot P(z) \tag{16}$$

gdzie:

$P(B)$ - założona wartość prawdopodobieństwa, że w trakcie w pomiarów zmierzona zostanie co najmniej jedna wartość z przedziału $\left[E(i) + k\sigma(i), \infty\right]$,

$P(z) = 1 - p\left[i > E(i) + z\sigma(i)\right]$ - prawdopodobieństwo odpowiadające przyjętemu poziomowi ufności.

Tabela 1

Liczba wymaganych pomiarów na stanowisku I
dla $P(B) = 0,99$, $z = 4$, $n = 1,75$, $k = 2$

$t < t_k$ (s)	$p(t < t_k, i \geq i_k)$	Liczba pomiarów liczona ze wzoru (9)	$\gamma = w.p(t < t_k, i \geq i_k)$	Liczba pomiarów liczona ze wzoru (15)
2	0,00588	780,0	4,59	781,8
4	0,03382	133,8	4,53	135,9
6	0,05491	81,5	4,48	83,7
8	0,06619	67,2	4,45	69,4
10	0,07207	61,5	4,43	63,8
12	0,07796	56,7	4,42	59,0
14	0,08336	52,9	4,41	55,1
16	0,08630	51,0	4,40	53,3
18	0,08924	49,2	4,39	51,5
20	0,09120	48,1	4,39	50,4
22	0,09169	47,9	4,39	50,1
24	0,09169	47,9	4,39	50,1
∞	0,09708	45,1	4,37	47,3

4. Wnioski końcowe

- Zaproponowany opis zmienności prądów błądzących umożliwia przeprowadzenie analizy statystycznej i wyciąganie wniosków co do sposobu przeprowadzania pomiarów prądów błądzących.
- Wprowadzenie proponowanej metody przeprowadzania pomiarów prądów błądzących wymagało będzie odpowiedniej organizacji samych pomiarów i odpowiedniego wyposażenia technicznego.
- W celu uzyskania wniosków uogólniających niezbędne jest zebranie danych na podstawie pomiarów z różnych kopalń i opracowanie wyników w sposób zaproponowany w niniejszej pracy.

LITERATURA

[1] Gesternkorn T.: Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa. PWN Warszawa 1974.

[2] Prace IEiAG: Metoda pomiarów i oceny zagrożenia od prądów błądzących przy prowadzeniu robót strzelniczych. Praca NB-306/RG/1/81 (niepublikowana), Gliwice 1981.

[3] Smirnow N.W., Dunin-Barkowski I.W.: Kurs rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1973.

[4] Wytyczne w zakresie pomiarów prądów błądzących w kopalniach węgla kamiennego, MG, Katowice 1979.

Recenzent: Doc. mgr inż. Eligiusz MATYJA

Wpłynęło do redakcji w marcu 1983 r.

ИЗМЕРЕНИЯ БЛУЖДАЮЩИХ ТОКОВ В ШАХТАХ
НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Р е з ю м е

В работе представлены способ анализа временных процессов блуждающих процессов а также теоретические основы нового метода измерений блуждающих токов в шахтах.

EARTH CURRENTS MEASUREMENTS IN MINES IN THE LIGHT
OF PROBABILISTIC THEORY

S u m m a r y

In the paper a way of analyses of transients of earth currents has been presente. Theoretical bases of a new method of earth currents measurements in mines are also given.