ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: AUTOMATYKA z.102 Nr kol. 1084

Jakub Gutenbaum
Wiktor Olinger
IBS PAN Warszawa

HARMONOGRAMOWANIE PRACY MASZYN W SYSTEMACH PRODUKCJI WIELU WYROBÓW

Streszczenie

W pracy rozpatruje się zadanie wyznaczania harmonogramu dla wielostopniowego ciągu produkcyjnego wytwarzającego wiele wyrobów. Każdy stopień ciągu składa się ze zbioru maszyn o zadanych wydajnościach i magazynu buforowego.
Przedstawiono modyfikację dwupoziomowego algorytmu heurystycznego rozwiązującego zadanie dla jednego wyrobu motywowaną uwzględnieniem strat na przezbrojenia maszyn i program komputerowy stanowiący implementację tego zmodyfikowanego algorytmu.

1. Wstęp

Nowocześnie zorganizowane procesy produkcyjne, w przypadkach produkcji mało- i średnioseryjnej, charakteryzują się wysoką elastycznością na zmiany asortymentu, a jednocześnie odpornością na zakłócenia. Elastyczność osiąga się przez stosowanie zasady "akurat na czas" (just-in-time). Polega ona na tym, że kolejny stopień produkcyjny określa plan produkcyjny stopnia poprzedniego, tak aby pokryć aktualne potrzeby. W ten sposób zapotrzebowanie na produkt końcowy wymusza rytm produkcji wszystkich stopni produkcyjnych. Praktycznie nie ma produkcji "na skład", zmiany asortymentu odbywają się prawie bez strat. Niezbędne zapasy międzyoperacyjne mają jedynie zapewnić ciągłość produkcji. Jest to więc system, w którym występuje mechanizm "ssania", w odróżnieniu od organizacji produkcji na zasadzie "tłoczenia", obowiązującej w bardziej konwencjonalnych systemach produkcyjnych. Stosowanie zasady "tłoczenia" zakłada maksymalne wykorzystanie mocy produkcyjnych, co powoduje powstawanie stosunkowo dużych zapasów międzyoperacyjnych. Natomiast systemy produkcyjne typu ssącego wymagają nadwyżek mocy produkcyjnych, tak aby prawie zawsze sprostać chwilowym potrzebom [3].
Tym niemniej, szczególnie jeśli występują duże wahania ilościowe w planach produkcyjnych oraz system ma być odporny na zakłócenia w dostawach materiałów lub na inne sytuacje awaryjne, nie można się obejść w ogóle bez międzyoperacyjnych magazynów buforowych. Jednakże należy dążyć do tego, aby niezbędne pojemności magazynowe były możliwie małe. Tego typu organizacja produkcji będzie dalej rozpatrywana.
Przy braku magazynów buforowych zainstalowana moc produkcyjna Q_{max}, w przypadku jednego produktu, powinna spełniać warunek:

$$Q_{max} \geq \max_{r \in R} \max_{t \in T} a^r(t), \tag{1}$$

gdzie:

$a^r(t)$ - r-ty plan produkcji,

T - horyzont planowania,

$t = 1, \ldots, T$;

R - zbiór rozważanych planów produkcyjnych.

W przypadku produkcji wielu wyrobów i przy wielu stopniach produkcyjnych warunek (1) powinien być spełniony dla każdego wyrobu i dla każdego stopnia produkcyjnego.

Istnienie magazynów buforowych o pojemności pozwalającej pokryć w każdym przedziale czasu niedobór między zapotrzebowaniem wynikającym z planu produkcji a zdolnością produkcyjną pozwala na zmniejszenie zainstalowanej mocy produkcyjnej do wartości $\dot{Q}$:

$$\dot{Q} = \max_{r \in R} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} a^r(t) . \tag{2}$$

W praktyce realizowany jest pewien kompromis, polegający na tym, że istnieją magazyny buforowe o istotnie ograniczonej pojemności, które umożliwiają wykonywanie planów produkcyjnych przy mocy produkcyjnej Q mniejszej niż podana w warunku (1) moc Q_{max} :

$$\dot{Q} \leq Q \leq Q_{max} . \tag{3}$$

W dalszych rozważaniach zakłada się, że należy wyznaczyć harmonogram produkcji przy zadanym planie produkcji $a(t)$, zadanych mocach produkcji Q oraz ograniczonej pojemności magazynów międzyoperacyjnych.

W pracy [1] przedstawiono przypadek wyznaczania harmonogramu produkcji przy jednym wyrobie i jednym stopniu produkcyjnym.

W pracy [2] zagadnienie rozszerzono na przypadek wielu wyrobów i wielu stopni produkcyjnych, jednakże bez doświadczenia wynikającego z implementacji komputerowej algorytmów. W niniejszej pracy przedstawiono sprawdzony komputerowymi obliczeniami wstępnymi efektywny algorytm wyznaczania harmonogramów produkcyjnych w przypadku ogólnym

2. Sformułowanie zadania

Rozpatrujemy proces produkcyjny o G stopniach produkcyjnych ($g = 1, \ldots, G$), produkujących każdy N_g wyrobów ($n_g = 1, \ldots, N_g$). Każdy stopień produkcyjny dysponuje pewną liczbą maszyn - M_g , o wydajnościach (godzinnej, dziennej) wyrobu n_g równych $Q^{m_g}_{n_g}$ ($m_g = 1, \ldots, M_g$).

Ponadto każda maszyna m_g charakteryzuje się stratami na przezbrojenie z produkcji wyrobu n_g na wyrób k_g : $R^{n_g/k_g}_{m_g}$, przy czym $Q^{n_g}_{m_g}$ i $R^{n_g/k_g}_{m_g}$ są wielkościami całkowitoliczbowymi oraz $R^{n_g/k_g}_{m_g} \in [0, Q^{n_g}_{m_g})$.

Specjalizację poszczególnych maszyn można uwzględnić przyjmując, że jeśli maszyna m_g nie nadaje się do produkcji wyrobu n_g , to obowiązuje:

$$Q^{n_g}_{m_g} = 0 . \tag{4}$$

Wyznaczony zbiór zmiennych decyzyjnych powinien spełniać następujące warunki:

- zapewnić wykonanie planu produkcji wyrobów gotowych $a^{n_G}(t)$ dla $n_G = 1, \ldots, N_G$;

$t = 1, 2, \ldots, T$;
- zapewnić spełnienie ograniczeń na zapasy w magazynach:

$$S^g_{min}(t) \leq s^g(t) \leq S^g_{max}; \ \forall(t, g) \tag{5}$$

gdzie

$$s^g(t) = \sum_{n_g=1}^{N_g} s^{n_g}(t) \tag{6}$$

$$s^{n_g}(t) = s^{n_g}(t-1) - a^{n_g}(t) + \sum_{m_g=1}^{M_g} Q^{n_g}_{m_g}(t) x^{n_g}_{m_g}(t) . \tag{7}$$

Wypływy z magazynów międzyoperacyjnych $a^{n_g}(t)$, dla $g = 1, \ldots, G-1$ również o wartościach całkowitoliczbowych, wynikają z zapotrzebowania na wyrób n_g stopnia produkcyjnego $g+1$ i powinny zapewnić możliwie małą (minimalną) wartość następującej funkcji celu, charakteryzującej wahania poziomu zapasów w magasynach:

$$J = \sum_{t=1}^{T} \sum_{g=1}^{G} \sum_{n_g=1}^{N_g} \alpha^{n_g} [a^{n_g}(t) - \sum_{m_g=1}^{M_g} Q^{n_g}_{m_g}(t) x^{n_g}_{m_g}(t)]^2 \tag{8}$$

gdzie α^{n_g} - współczynniki wagowe.
W ograniczeniach (5) dolne wartości progowe $S^g_{min}(t)$ wynikają z konieczności zapewnienia ciągłości produkcji również w przypadkach awaryjnych lub z potrzeby realizacji nieprzewidzianych a priori zamówień priorytetowych. Wartości progowe górne ograniczają maksymalną liczbę wyrobów znajdującą się w toku produkcji; im mniejsza jest wartość $\max_t(S^g_{max}(t))$, tym mniejsza może być pojemność magazynu wchodzącego w skład g-tego stopnia produkcyjnego.

3. Zadanie przy jednym stopniu produkcyjnym i jednym wyrobie

Załóżmy, że zadane są:
wynikający z planu produkcyjnego wypływ $a(t)$ z magazynu,
dolna $S_{min}(t)$ i górna $S_{max}(t)$ - dopuszczalne wartości graniczne poziomu zapasów $s(t)$ w magazynie spełniające warunki:

$$S_{min}(t) \leq s(t) \leq S_{max}; \quad t = 1, \ldots, T \tag{9}$$

gdzie

$$s(t) = s(t-1) - a(t) + \sum_{m=1}^{M} Q_m(t) x_m(t) \tag{10}$$

dla zadanego $s(0)$,

$$x_m(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy m-ta maszyna pracuje w okresie t} \\ 0 & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \tag{11}$$

przy czym $a(t)$ i $Q_m(t)$ są wielkościami całkowitoliczbowymi nieujemnymi.

Wartości zmiennych decyzyjnych $x_m(t)$ wyznaczano z warunku minimalizacji funkcji celu J o postaci:

$$J = \sum_{t=1}^{T} [a(t) - \sum_{m=1}^{M} Q_m(t)x_m(t)]^2 \tag{12}$$

przy spełnieniu ograniczeń (9).
Minimalizacja funkcji celu (12) oznacza dążenie do zachowania stałego poziomu zapasów w magazynie; mamy bowiem na podstawie (10) i (12):

$$J = \sum_{t=1}^{T} [s(t) - s(t-1)]^2 \tag{13}$$

Jak pokazano w [4], ścisłe rozwiązanie zadania (9) - (12) przy

$$S_{min}(t) = S_{min} = const \ ,$$

$$S_{max}(t) = S_{max} = const.$$

wymaga sprawdzenia następującej liczby wariantów w_1 :

$$w_1 = T\, b\, 2^M \ , \tag{14}$$

gdzie

$$b = S_{max} - S_{min} \ . \tag{15}$$

Jeśli liczba M nie jest duża ($M \leq 10$), to zadanie może być rozwiązane w sposób ścisły w rozsądnym czasie.
W pracach [1] i [2] przedstawiono metodę przybliżoną rozwiązania omawianego zagadnienia bez założenia o stałości wartości progowych S_{max} i S_{min}. Metoda polega na rozbiciu zadania na dwa etapy. W pierwszym etapie dla każdego t tworzy się kolejkę maszyn ustalającą porządek ich włączania według heurystycznie przyjętych reguł. Etap drugi polega na wyznaczeniu dla każdego t liczby działających maszyn. Zadanie drugiego etapu może być rozwiązane dokładnie przy stałych wartościach S_{max} i S_{min}. Liczba wariantów do sprawdzenia jest równa:

$$w_2 = T\, b\, M \ . \tag{16}$$

Jak wykazały badania numeryczne [2], przy stosowaniu metody przybliżonej zasadnicza część odchylenia od rozwiązania optymalnego wynika z przybliżenia dokonywanego w etapie pierwszym (ustawianie kolejek maszyn), natomiast zadanie drugiego etapu rozwiązuje się metodą przybliżoną stosunkowo dokładnie.
Dalej rozpatruje się zadanie bardziej ogólne, a mianowicie zadanie obejmujące wielostopniowy ciąg produkcyjny wytwarzania wielu wyrobów. Proponuje się rozwiązywać to uogólnione zadanie przez dekompozycję na stopnie produkcyjne i według wyrobów. W ten sposób zadanie to można sprowadzić do zadań analogicznych do zadania (9)-(12).

4. Program DPPMS2

Program DPPMS2 - Diverse Products Parallel Mashine Scheduling 2 jest przeznaczony do wyznaczania harmonogramu dla równolegle pracujących maszyn wytwarzających wiele produktów do wspólnego magazynu i jest kolejnym komputerowym opracowaniem modyfikacji algorytmu przedstawionego w poprzednich rozdziałach. W porównaniu do programu DPPMS wprowadzono dodatkowe opcje : wirtualny podział maszyny i odpowiadającej jej wydajności oraz agregację maszyn. Opcje te pozwalają na testowanie przyjetego algorytmu przy zwiększającej się liczbie maszyn i wykorzystywanie ewentualnych symetrii zadania, a także skracają proces tworzenia zbioru danych.
Program DPPMS2 został napisany w języku C i uruchomiony na komputerze IBM PC AT z kolorowym monitorem.
Uwzględnienie strat na przezbrojenia powoduje istotne zwiększenie się powiązań między zadaniami. Rozsądne zastosowanie schematu dekompozycyjnego staje się możliwe pod warunkiem osłabienia tego efektu; na przykład przez minimalizację liczby przezbrojeń. Dlatego proponuje się inny sposób szeregowania maszyn, oparty o rozkład zbioru maszyn na podzbiory maszyn związanych z produkcją jednego wyrobu.
W zmodyfikowanym algorytmie można wyróżnić trzy poziomy. Na poziomie pierwszym ustala się uporządkowanie produktów odpowiadające przyjętej kolejności wyznaczania harmonogramów. W aktualnej wersji algorytmu porządkuje się produkty zgodnie z nierosnącą wartością określającą zapotrzebowanie na dany produkt - sumą wypływów z magazynu w poszczególnych przedziałach czasu.
Na poziomie drugim wyznacza się uszeregowanie maszyn ustalające kolejność ich włączania. W aktualnej wersji algorytmu robi się to w sposób następujący. Załóżmy, że wyznaczamy kolejny k-ty harmonogram dla p-tego produktu. Zbiór maszyn zostaje rozbity na dwa podzbiory:
- maszyny wolne (podzbiór ten zawiera maszyny, które nie były wykorzystane w żadnym z wyznaczonych dotychczas harmonogramów),
- maszyny użyte (podzbiór ten zawiera maszyny wykorzystane w co najmniej jednym z wyznaczonych dotychczas harmonogramów). Maszyny należące do tego podzbioru mogą być wykorzystane w aktualnym harmonogramie, tylko w tych przedziałach czasu, w których nie są zaangażowane w żadnym z wyznaczonych dotychczas harmonogramów.

Maszyny pierwszego podzbioru są zawsze uszeregowane przed maszynami drugiego podzbioru. Wewnątrz pierwszego podzbioru maszyny szereguje się zgodnie z nierosnącą wartością ich wydajności. Wewnątrz drugiego podzbioru maszyny szereguje się zgodnie z niemalejącą wartością sumy dwóch współczynników przezbrojenia dla danej maszyny (z produktu p_a , w którego wytwarzaniu była zaangażowana ostatnio, na produkt p oraz odwrotnie z p na p_a).
Na poziomie trzecim wyznacza się liczbę maszyn włączonych w każdym przedziale czasu, uwzględniając ich uszeregowanie. Postępuje się jednak inaczej niż w przypadku dwupoziomowego algorytmu heurystycznego [1],[2]. Tam liczba maszyn włączonych była wyznaczana, tak by minimalizować wahania poziomu zapasów w magazynie, z ewentualną korekcją liczby maszyn włączonych w danym przedziale czasu, spowodowaną przekroczeniem ograniczenia na stan magazynu. W nowym algorytmie minimalizujemy liczbę maszyn wolnych zaangażowanych przy realizacji danego harmonogramu, uwzględniając ich uszeregowanie. W tym celu wyznaczamy pewną liczbę m z przedziału [0, *liczba maszyn wolnych*), np.

entier [*liczba maszyn wolnych* / (*liczba produktów k*)] .

Następnie dążymy do wyznaczenia harmonogramu dla p-tego produktu, angażując w tym celu tylko $m + 1$ pierwszych maszyn (wymaga to modyfikacji procedur korekcji przekroczenia ograniczenia na stan magazynu). Jeżeli algorytm nie może wyznaczyć takiego harmonogramu, to m powiększa się o jedność. Jeżeli

$$m = 0 ,$$

to następuje przełączenie i postępujemy analogicznie jak w algorytmie dwupoziomowym.

Opisany sposób szeregowania i wyznaczania liczby włączonych maszyn zmierza do minimalizacji liczby przezbrojeń, a zatem efektywnego wykorzystania wydajności maszyn poprzez rozbicie zbioru maszyn na podzbiory zaangażowane w produkcję jednego tylko wyrobu (podzbiory te nazwano pasmami). Postępujemy tak aż do wyczerpania podzbioru maszyn wolnych. Dopiero w dalszej kolejności wykorzystuje się podzbiór maszyn użytych. Właściwym wskaźnikiem jakości tak działającego algorytmu jest liczba przezbrojeń maszyn, a nie wskaźnik mierzący wahania poziomu zapasów w magazynie.

Program DPPMS2 umożliwia także znajdowanie rozwiązania zadania bez uwzględniania strat na przezbrojenia. Stosowany jest wówczas algorytm dwupoziomowy opisany w poprzednim paragrafie.

W przeprowadzonych testach algorytm heurystyczny dwupoziomowy dążący do minimalizacji wypływów z magazynu osiąga wartości funkcji celu o rząd wielkości mniejszą od analogicznej wartości dla zadania z uwzględnieniem strat na przezbrojenia. Występuje zjawisko szafowania wydajnością maszyn polegające na tym, że po wyznaczeniu harmonogramu dla wszystkich produktów moc maszyn niezaangażowanych w realizację harmonogramu we wszystkich przedziałach czasu jest znacznie mniejsza dla przypadku z pominięciem strat niż dla przypadku z uwzględnieniem strat.

Uwzględniając wyniki obliczeń testowych, można sformułować hipotezę, że jedynie w przypadku znacznego nadmiaru mocy produkcyjnych algorytm z pominięciem strat na przezbrojenia daje lepsze rozwiązania i może stanowić kryterium oceny otrzymanego rozwiązania.

Pewnym problemem jest utworzenie zbioru danych. Na przykład tablica wydajności 10 maszyn produkujących 10 produktów w 10 okresach zawiera 1000 liczb. Jeśli dane te są w jakikolwiek sposób symetryczne, to zaleca się korzystanie z opcji wirtualnego podziału maszyn i wydajności, bezpośrednio wprowadzając dane dla mniejszego układu. Opcja ta może też być wykorzystana dla porównania ciągu rozwiązań dla zwiększającej się liczby maszyn (przy quasi jednorodnym podziale wydajności) z rozwiązaniem problemu ciągłego.

Omówiony algorytm heurystyczny wyznacza jeden harmonogram dla każdego zestawu danych. Jeżeli wydajności maszyn są niewystarczające, jest to harmonogram częściowy dla kilku pierwszych produktów z uwzględnieniem ich uporządkowania.

LITERATURA

[1] Gutenbaum J., Olinger W.: Harmonogramowanie równoległej pracy urządzeń za pomocą heurystycznego algorytmu dwupoziomowego. Archiwum A. i T. Nr 3, 1990 (w druku).

[2] Gutenbaum J., Olinger W.: Harmonogramowanie produkcji w ciągach produkcyjnych z magazynami buforowymi, Zeszyty naukowe A G.H Automatyka Z.49, Kraków 1989 .

[3] Toczyłowski E.: Niektóre metody strukturalne optymalizacji do sterowania w

dyskretnych systemach wytwarzania, WNT, Warszawa 1989 .
[4] Zorychta K.: Rozwiązanie pewnego problemu sterowania produkcją i zapasami, Archiwum A. i T. Nr 3, 1990 (w druku).

Recenzent: Doc.dr h.inż. F.Marecki

Wpłynęło do Redakcji do 1990-05-15.

MACHINE OPERATION SCHEDULING IN MULTI-PRODUCT MANUFACTURING SYSTEM

S u m m a r y

The problem of scheduling for a multi-stage manufacturing line with multiple products is discussed in the paper. Each stage consists of a set of machines with preset outputs and of a buffering store. A modification of two-stage hauristic algorithm is presented, which solves the problem for a single product, with the losses due to machine setup changes considered. A computer program being the implementation of the modified algorithm is reported.

КАЛЕНДАРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТЫ МАШИН В СИСТЕМАХ ПРОИЗВОДСТВА МНОГИХ ИЗДЕЛИЙ

Р е з ю м е

В работе рассмотрена задача определения календарного плана для многостепенной производственной последовательности производящей многие изделия. Каждая ступень последовательности состоит из множества машин определенной производительности и буферного магазина. Представлена модификация двухуровневого эвристического алгоритма решающего задачу для одного изделия с учетом затрат на перенастраивание машин. Излагаемый алгоритм использован программой для ЭВМ.