

Danuta Rasztąbaga, Franciszek Marecki

Politechnika Śląska

## MODEL MATEMATYCZNY PROCESU WALCOWANIA CIĄGŁEGO

Streszczenie: W artykule przedstawiono model matematyczny i algorytm sterowania Walcownią Ciągłą Kęsów (WCK), na podstawie którego napisano program komputerowy, symulujący pracę walcowni i wymiany złożeń. W algorytmie sterowania WCK wyróżniono heurystyki, a obliczenia zilustrowano testami komputerowymi. Przy rozwiązywaniu problemu przyjęto kryterium maksymalizacji wydajności WCK.

### 1. Wprowadzenie

Walcownia Ciągła Kęsów (WCK) składa się ze złożeń walców tworzących linię. Każde złożenie jest parą walców. Na powierzchni każdego walca znajdują się wykroje o przekroju prostokątnym (rys.1). Przepuszczając walcowany materiał przez otwór utworzony przez przeciwległe wykroje walców tworzących złożenie, otrzymuje się produkt o określonych wymiarach geometrycznych.

Każde złożenie ma różne wykroje. W trakcie walcowania materiał jest przepuszczany jednokrotnie przez jeden z wykrojów każdego złożenia. Materiał przeznaczony do walcowania nazywany jest wsadem. W rezultacie walcowania z WCK otrzymuje się produkty. Z wsadu danego typu można uzyskać niektóre produkty.

Dla uzyskania konkretnego produktu należy odpowiedni wsad przepuścić przez określony wykroj każdego złożenia. Droga, po której musi być przepuszczany dany wsad, jest nazywana marszrutą technologiczną dla określonego produktu. Wymiary nominalne wykrojów leżących na marszrucie technologicznej ulegają odpowiedniemu zmniejszeniu dla kolejnych złożeń linii.

W trakcie procesu walcowania powierzchnie walców (w wykrojach) ulegają ścieraniu. W wyniku tego ścierania wymiary wykrojów ulegają powiększeniu. Jeśli wymiary te przekroczą dopuszczalne granice, to walce złożenia muszą być wymienione (oddane do regeneracji) na nowe. Wymiana złożeń powoduje przestój całej WCK. Przestoje WCK można minimalizować poprzez odpowiednie sterowanie procesem walcowania.

WCK otrzymuje wsad w sposób ciągły. Na wejściu i wyjściu WCK znajdują się magazyny buforowe. Magazyny te mają nieograniczoną pojemność. Zapasy wsadu w magazynie buforowym uzupełniane są przez stały w czasie strumień masy wsadu. Opróżnienie z konkretnego rodzaju wsadu magazynu wejściowego uniemożliwia produkcję określonego rodzaju produktu. Produkty z WCK są przekazywane porcjami do dalszych agregatów. Agregaty te powinny pracować w sposób ciągły. Dla zapewnienia ciągłości pracy agregatów zlokalizowano przed nimi magazyny buforowe dla odpowiednich produktów (rys.2). W każdym magazynie buforowym może znajdować się produkt jednego typu. Brak produktu powoduje określone straty produkcyjne.

Sterowanie WCK powinno minimalizować straty produkcyjne. Straty te wynikają z przestoju agregatów oraz regeneracji walców. Wydajność WCK jest większa niż suma wydajności agregatów. Pozwala to na przestoje WCK dla wymiany walców. Sterowanie WCK polega na określaniu: produktu, który ma być walcowany, liczby ton tego produktu oraz wyznaczaniu walców do wymiany.

W referacie przedstawiono model matematyczny i algorytm sterowania WCK, na podstawie którego napisano program komputerowy symulujący pracę walcowni i wymiany złożów. W algorytmie sterowania WCK wyróżniono heurystyki. Opis programu komputerowego, symulującego pracę walcowni i wymiany złożów oraz opis heurystyk w algorytmie sterowania przedstawiono w [5]. Przy rozwiązywaniu problemu, przyjęto kryterium maksymalizacji wydajności WCK. Maksymalizacja wydajności WCK sprowadza się do minimalizacji czasu przestoju.

## 2. Podstawowe założenia i określenia

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

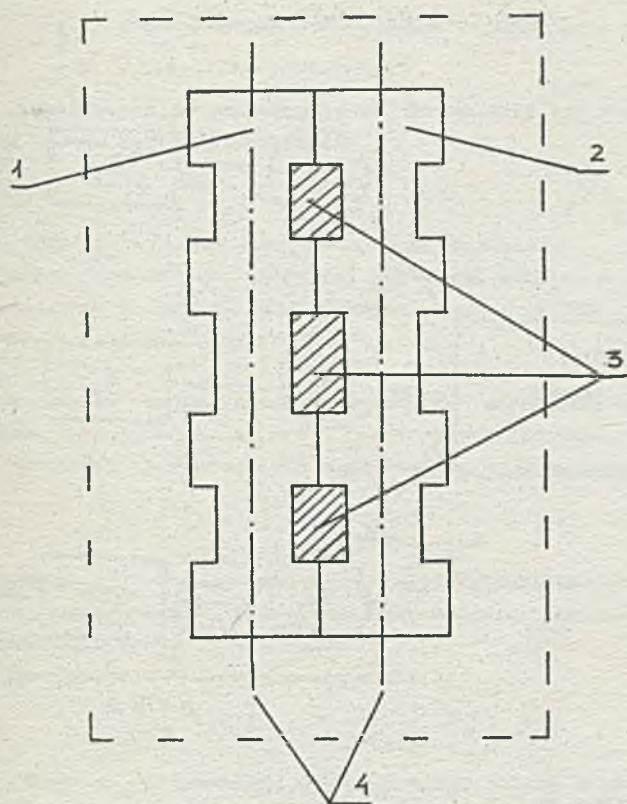
- M - liczba typów wsadu,
- N - liczba typów produktów,
- I - liczba złożów WCK,
- J - maksymalna liczba wykrojów złożenia.

Założymy, że przyporządkowanie produktów do wsadu jest określone przez macierz:

$$A = [a_{m,n}] \quad \begin{matrix} m=1, \dots, M \\ n=1, \dots, N \end{matrix} \quad (1)$$

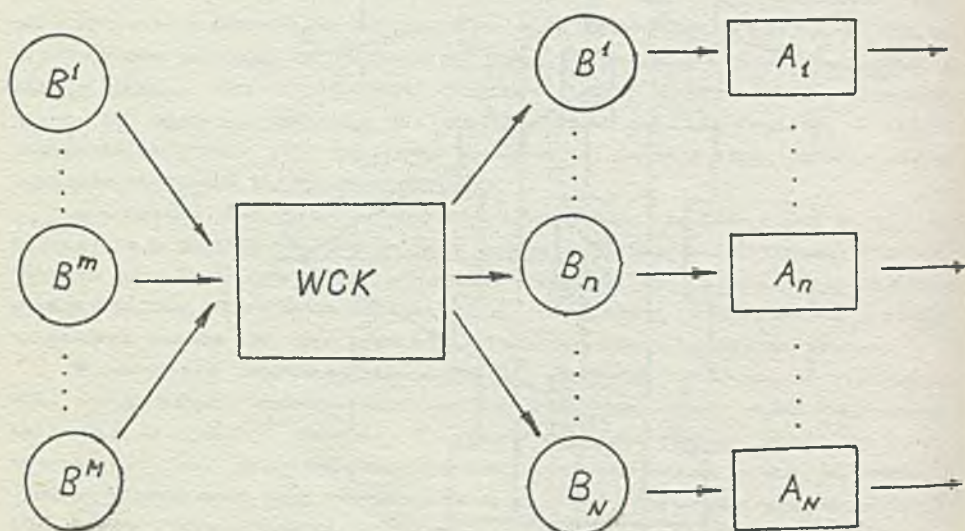
Elementy tej macierzy są zdefiniowane następująco:





Rys.1 Złożenie walców. (1, 2 - walec numer 1 i 2;  
3 - wykroje złożenia; 4 - osie obrotu walców)

Fig.1 Assembly rollers. (1, 2 - rollers 1 and 2;  
3 - assembly passes; 4 - roller rotation axis)



Rys. 2 System WCK.

$A_n$  - n-ty agregat;  $B_n$  - n-ty magazyn buforowy;  
 $N$  - liczba agregatów (magazynów buforowych lub produktów);  
 $B^m$  - m-ty magazyn wsadu;  $M$  - liczba typów wsadu

Fig. 2 BCH System.

$A_n$  - n-th aggregate;  $B_n$  - n-th store;  $N$  - number of aggregates;  
 $B^m$  - m-th input store;  $M$  - number of charge types.



$$a_{m,n} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli z } m\text{-tego wsadu można uzyskać } n\text{-ty produkt} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (1a)$$

Liczba wykrojów poszczególnych złożeń może być różna, zatem dla opisu WCK za pomocą macierzy przyjmiemy

$$J = \max_{1 \leq i \leq I} J_i \quad (2)$$

gdzie:  $J_i$  - liczba wykrojów  $i$ -tego złozenia.

Każdy produkt jest określony przez swe wymiary przekroju poprzecznego, zatem liczba produktów, które można uzyskać z WCK, jest liczbą wykrojów ostatniego złozenia, czyli:

$$N = J_I \quad (3)$$

Marszruty technologiczne produktów można określić podając numery wykrojów kolejnych złożeń, przez które ma przejść wsad.

Marszruty technologiczne produktów opisuje macierz:

$$A = \left[ \lambda_{i,n} \right] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ n=1, \dots, N \end{matrix} \quad (4)$$

gdzie:  $\lambda_{i,n}$  - numer wykroju  $i$ -tego złozenia dla  $n$ -tego produktu.

Liczba ton wsadu, którą można przewalcować na pewnym wykroju, nazwiemy żywotnością wykroju.

Żywotności wykrojów opisuje macierz:

$$G = \left[ g_{i,j} \right] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (5)$$

gdzie:  $g_{i,j}$  - żywotność  $j$ -tego wykroju  $i$ -tego złozenia.

Jeżeli

$$\exists_i J_i < J \quad (6)$$

to w macierzy (5) przyjmujemy dla nieistniejących wykrojów:

$$\forall_j (J_i < j \leq J) \Rightarrow (g_{i,j} = -1) \quad (6a)$$

Wykroje, które nie istnieją, nie będą brane pod uwagę w obliczeniach.

Załóżmy, że pojemności magazynów buforowych przed agregatami są zapisane w wektorze:

$$B = \left[ b_n \right] \quad n=1, \dots, N \quad (7)$$

gdzie:  $b_n$  - pojemność magazynu buforowego  $n$ -tego produktu (przed agregatem  $A_n$ ).

Magazyn przed WCK ma nieograniczoną pojemność.

Wydażności WCK oraz agregatów dla poszczególnych produktów są zapisane w macierzy:

$$W = [w_{n,l}] \quad \begin{matrix} n=1, \dots, N \\ l=1, 2 \end{matrix} \quad (8)$$

gdzie:  $w_{n,1}$  - wydajność n-tego agregatu (dla n-tego produktu),

$w_{n,2}$  - wydajność WCK dla n-tego produktu.

Wydajność jest rozumiana jako liczba ton materiału obrabianego w jednostce czasu.

Przyjmujemy, że wydajności spełniają warunek:

$$\forall_n \quad w_{n,1} > w_{n,2} \quad (8a)$$

Straty jednostkowe przestoju agregatów są zapisane w wektorze:

$$H = [h_n] \quad n=1, \dots, N \quad (9)$$

gdzie:  $h_n$  - strata przestoju n-tego agregatu w jednostce czasu.

Czasy wymian złożeń są zapisane w wektorze:

$$T = [\tau_i] \quad i=1, \dots, I \quad (10)$$

gdzie:  $\tau_i$  - czas wymiany i-tego złożeń.

Czas przestoju WCK w wyniku wymiany złożeń jest zależny od liczby brygad (sownic). Jeżeli liczba brygad nie jest ograniczona, to przestój WCK jest równy najdłuższemu czasowi  $\tau_i$ .

Założmy, że jednostkowe dostawy wsadu są zapisane w wektorze:

$$D = [d_m] \quad m=1, \dots, M \quad (11)$$

gdzie:  $d_m$  - dostawa wsadu m-tego typu w jednostce czasu.

Przyjmujemy, że pojemność magazynów buforowych dla wsadu przed WCK nie jest ograniczona.

### 3. Opis matematyczny

W procesie walcowania na WCK można wyróżnić operacje:

- walcowania wsadu,
- wymiany złożeń.

Po każdej operacji zmienia się stan WCK.

Oznaczmy przez  $k$  numer kolejnej operacji,  $k=1, \dots, K$ . Liczba operacji  $K$  nie jest dana. Wynika ona z warunków walcowania (np. zadana chwila zakończenia procesu).

DEF.1 Stan WCK po  $k$ -tej operacji jest macierzą:

$$X^k = [x_{i,j}^k] \quad \begin{matrix} i=1, \dots, I \\ j=1, \dots, J \end{matrix} \quad (12)$$

gdzie:  $x_{i,j}^k$  - liczba ton wsadu przewalcowanego na  $j$ -tym wykoju



1-tego złozenia.

Ponieważ złozenia sa wymieniane, elementy  $x_{i,j}^k$  okrešlaja liczbę ton wsadu przewalcowanego na tym samym złozeniu.

Jeżeli w k-tej operacji i-te złozenie jest wymieniane, to przyjmujemy, że:

$$\forall 1 \leq j \leq J_i \quad x_{i,j}^k = 0 \quad (13a)$$

oraz

$$\forall J_i < j \leq J \quad x_{i,j}^k = -1 \quad (13b)$$

Załozenie może być wymienione, jeżeli spełnia warunek:

$$\exists 1 \leq j \leq J_i \quad x_{i,j}^k = g_{i,j} \quad (14)$$

Zatem współrzędne stanu WCK spełniają warunek:

$$\forall 1 \leq i \leq I \quad \forall 1 \leq j \leq J_i \quad 0 \leq x_{i,j}^k \leq g_{i,j} \quad (15a)$$

oraz

$$\forall 1 \leq i \leq I \quad \forall J_i \leq j \leq J \quad x_{i,j}^k = -1 \quad (15b)$$

DEF. 2 Sterowanie wymianami złożeń WCK w k-tej operacji jest wektorem:

$$y^k = [y_i^k] \quad i=1, \dots, I \quad (16)$$

Elementy tego wektora określamy następująco:

$$y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli w k-tej operacji i-te złozenie jest wymieniane} \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (16a)$$

Zatem w k-tej operacji może być wymienionych wiele złożeń.

Czas  $\tau^k$  przestoju WCK na skutek wymiany złożeń wyznaczamy następująco:

- dla jednej brygady:

$$\tau^k = \sum_{i=1}^{i=I} y_i^k = \tau_i \quad (17a)$$

- dla nieograniczonej liczby brygad:

$$\tau^k = \max_{1 \leq i \leq I} y_i^k = \tau_i \quad (17b)$$

DEF. 3 Sterowanie walcowaniem wsadu WCK w k-tej operacji jest wektorem:

$$U^k = [u_l^k] \quad l=1, \dots, M+1 \quad (18)$$

Elementy tego wektora określamy następująco:

$u_1^k$  - numer produktu, który ma być realizowany,

$u_2^k$  - liczba ton produktu  $u_1^k$ , dla  $m=1, \dots, M$

$u_{m+2}^k$  - liczba ton wsadu  $m$ -tego typu, który ma być walcowany dla realizacji  $n$ -tego produktu,  $m=1, \dots, M$ .

DEF.4 Zapas wsadu WCK po  $k$ -tej operacji jest wektorem:

$$S^k = [s_m^k] \quad m=1, \dots, M \quad (19)$$

gdzie:  $s_m^k$  - zapas wsadu  $m$ -tego typu.

Przyjmujemy, że w procesie musi być spełniony warunek:

$$\forall 1 \leq m \leq M \quad u_{m+2}^k \leq s_m^{k-1} \quad (20)$$

DEF.5 Zapas produktów WCK po  $k$ -tej operacji jest wektorem:

$$Z^k = [z_n^k] \quad n=1, \dots, N \quad (21)$$

gdzie:  $z_n^k$  - zapas produktu  $n$ -tego typu.

Przyjmujemy, że w procesie musi być spełniony warunek:

$$\forall 1 \leq n \leq N \quad z_n^k \leq b_n \quad (22)$$

Czas  $\theta^k$  operacji walcowania wsadu WCK wyznaczamy ze wzoru:

$$\theta^k = \frac{u_2^k}{u_{n,1}^k} \quad (23)$$

przy czym

$$n = u_1^k \quad (24)$$

Oznaczmy przez  $t^k$  chwilę zakończenia  $k$ -tej operacji, ( $t^0=0$ ).

Zatem dla operacji walcowania wsadu otrzymamy:

$$t^k = t^{k-1} + \theta^k \quad (25a)$$

a dla operacji wymiany walców:

$$t^k = t^{k-1} + \tau^k \quad (25b)$$

Czas  $\theta^k$  wyznaczamy z (23), natomiast czas  $\tau^k$  odpowiednio z (17a) lub z (17b)



#### 4. Równania stanu

Na podstawie przyjętych założeń i definicji zostaną wyprowadzone równania stanu procesu walcowania.

Założmy, że dane są:  $X^{k-1}$ ,  $S^{k-1}$  oraz  $Z^{k-1}$ , przy czym  $X^0$ ,  $S^0$  oraz  $Z^0$  są danymi warunkami początkowymi. Należy wyznaczyć stan po kolejnej operacji  $X^k$ .

##### 4.1 Operacja wymiany ziożeń

Jeżeli  $k$ -ta operacja polega na wymianie ziożeń, tzn.

$$\exists y_i^k = 1 \quad (26)$$

to otrzymamy:

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} 0, & \text{dla } y_i^k = 1 \\ x_{i,j}^{k-1}, & \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases} \quad (27)$$

Ponadto dla sekwencyjnej wymiany walców

$$t^k = t^{k-1} + \sum_{i=1}^{i=I} y_i^k \cdot \tau_i \quad (28a)$$

lub dla równoczesnej wymiany walców

$$t^k = t^{k-1} + \max_{1 \leq i \leq I} y_i^k \cdot \tau_i \quad (28b)$$

Zapasy wsadu wyznaczamy ze wzoru:

$$s_m^k = s_m^{k-1} + d_m \cdot (t^k - t^{k-1}) \quad m=1, \dots, M \quad (29)$$

Zapasy produktów wyznaczamy ze wzoru:

$$z_n^k = \max \left[ 0, z_n^{k-1} - w_{n,2} \cdot (t^k - t^{k-1}) \right] \quad (30)$$

Zatem, by zapas nie był zerowy, musi być spełniony warunek:

$$\tau^k < \frac{s_n^k}{w_{n,2}} \quad (31)$$

Przyjmijmy, że sterowanie  $U^k$  dla operacji wymiany ziożeń jest wektorem zerowym.

##### 4.2 Operacja walcowania wsadu

Jeżeli  $k$ -ta operacja polega na walcowaniu wsadu, tzn.

$$\forall_{1 \leq i \leq I} y_i^k = 0 \quad (32)$$

a ponadto realizowany jest n-ty produkt, to zadane jest sterowanie  $U^k$

Na podstawie  $U^k$  otrzymamy:

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} x_{i,j}^{k-1} + u_2^k, & \text{dla } (u_1^k = n) \wedge (j = \lambda_{i,n}) \\ x_{i,j}^{k-1}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (33)$$

Ponadto

$$l^k = l^{k-1} + \frac{u_2^k}{w_{n,1}} \quad (34)$$

Zapasy wsadu wyznaczamy ze wzoru:

$$s_m^k = s_m^{k-1} - u_{m+2}^k + d_m * (l^k - l^{k-1}) \quad (35)$$

Zapasy produktów wyznaczamy ze wzoru:

$$z_n^k = \begin{cases} z_n^{k-1} + u_2^k - w_{n,2} * (l^k - l^{k-1}), & \text{dla } n = u_1^k \\ \max [0, z_n^{k-1} - w_{n,2} * (l^k - l^{k-1})], & \text{dla } n \neq u_1^k \end{cases} \quad (36)$$

Zatem, aby nie nastąpiło przepełnienie n-tego magazynu buforowego, musi być spełniony warunek:

$$\theta^k \leq \frac{b_n - z_n^{k-1}}{w_{n,1} - w_{n,2}} \quad (37)$$

co wynika z (36) dla  $n = u_1^k$ .

## 5. Sterowanie

W równaniach stanu zakładano, że sterowanie w k-tej operacji jest zadane. Obecnie rozważymy dopuszczalne sterowanie  $P^k$  oraz  $U^k$ .

Dla operacji wymiany złożeń wektor  $P^k$  ma niezerowe współrzędne a wektor  $U^k$  jest zerowy. Z kolei dla operacji walcowania wsadu wektor  $U^k$  ma niezerowe współrzędne, a wektor  $P^k$  jest zerowy.

Ponieważ przestoje WCK mogą powodować przestoje dalszych agregatów, zatem przyjmiemy, że wymiany złożeń dokonuje się tylko w przypadkach koniecznych.

Jeżeli:

$$\forall_{1 \leq n \leq N} \min_{1 \leq i \leq I} (g_{i,\lambda_{i,n}} - x_{i,\lambda_{i,n}}^{k-1}) = 0 \quad (38)$$

to w stanie  $X^{k-1}$  na WCK nie można realizować żadnego produktu. Zatem trzeba dokonać wymiany niektórych złożeń. Przyjmujemy, że złożenie przeznaczone do



wymiany musi spełniać warunek:

$$\exists_j \quad x_{i,j}^{k-1} = a_{i,j} \quad (39)$$

W przypadku, gdy wiele ziożeń spełnia warunek (39), powstaje problem najlepszego wyboru z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacji. Po wymianie ziożeń warunek (38) nie może być spełniony.

Jeżeli warunek (38) nie jest spełniony, to należy wybrać:

- numer produktu ( $u_1^k = n$ ),
- tonaż produktu ( $u_2^k$ ),
- typy i tonaż wsadów ( $u_{m+2}^k$ ).

Dopuszczalny numer produktu  $u_1^k = n$  musi spełniać warunek:

$$\left[ \min_{1 \leq i \leq I} (g_{i,\lambda_{i,n}}^{k-1} - x_{i,\lambda_{i,n}}) > 0 \right] \wedge (z_n^{k-1} < b_n) \wedge \left( \sum_{m=1}^{m=M} s_m^{k-1} \cdot a_{m,n} > 0 \right) \quad (40)$$

Wartość  $u_2^k$  musi spełniać warunek:

$$0 < u_2^k \leq \min \left\{ \min_{1 \leq i \leq I} (g_{i,\lambda_{i,n}}^{k-1} - x_{i,\lambda_{i,n}}); (b_n - z_n^{k-1}) \cdot \frac{w_{n,1}}{w_{n,1} - w_{n,2}}; \sum_{m=1}^{m=M} s_m^{k-1} \cdot a_{m,n} \right\} \quad (41)$$

Typy wsadów muszą spełniać warunek:

$$\forall (u_{m+2}^k > 0) \Rightarrow (a_{m,n} = 1) \quad (42)$$

$$1 \leq m \leq M$$

Tonaże wsadów muszą spełniać warunki:

$$\forall u_{m+2}^k \leq s_m^{k-1} \quad (43a)$$

$$1 \leq m \leq M$$

oraz

$$\sum_m u_{m+2}^k = u_2^k \quad (43b)$$

Śśród sterowań dopuszczalnych należy wybrać najlepsze z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacji.

Założmy, że w procesie walcowania należy minimalizować przestoje agregatów. Dla rejestracji tych przestołów wprowadzimy wektor:

$$V^k = [v_n^k] \quad n=1, \dots, N \quad (44)$$

gdzie:  $v_n^k$  - sumaryczna strata przestoju n-tego agregatu.

Elementy wektora (44) wyznaczamy następująco:

$$v_n^k = \begin{cases} v_n^{k-1} + \lambda_n = [c \ t^k - \max(\psi_n^k, t^{k-1})], & \text{jeśli } t_n^k > \psi_n^k \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (45)$$

W obliczeniach należy zapamiętać wektor:

$$\psi_n^k = [\psi_n^k] \quad n=1, \dots, N \quad (46)$$

gdzie:  $\psi_n^k$  - chwila, w której po k-tej operacji zapas n-tego produktu spadnie do zera.

Wartości początkowe przyjmujemy następująco:

$$\psi_n^0 = \frac{z_n^0}{w_{n,2}} \quad n=1, \dots, N \quad (47)$$

Jeśli k-ta operacja była wymiana walców, to otrzymamy:

$$\psi_n^k = \frac{z_n^{k-1}}{w_{n,2}} \quad n=1, \dots, N \quad (48)$$

W przypadku, gdy k-ta operacja polegała na walcowaniu n-tego produktu, to otrzymamy:

$$\psi_n^k = \begin{cases} t^{k-1} + \frac{z_n^k}{w_{n,2}} & \text{dla } u_1^k = n \\ \psi_n^k & \text{dla } u_1^k \neq n \end{cases} \quad (49)$$

Aby nie naliczać wielokrotnie tych samych strat, w (45) przyjęto różnicę  $t^k - t^{k-1}$ , gdzie:

$$t = \max(\psi_n^k, t^{k-1}) \quad (50)$$

Jeśli

$$t^{k-1} > \psi_n^{k-1} \quad (51)$$

to dla k-1-szej operacji według (45) wyznacza się stratę dla przedziału czasu od  $\psi_n^{k-1}$  do  $t^{k-1}$ . Zatem, jeśli dla k-tej operacji mamy:

$$t^k > \psi_n^k = \psi_n^{k-1} \quad (52)$$

to stratę należy naliczyć tylko dla przedziału czasu od  $t^{k-1}$  do  $t^k$ . To uzasadnia wzór (50).



6. Reguły heurystyczne

Reguły heurystyczne powinny określać:

- który produkt realizować,
- ile produktu realizować,
- z jakiego wsadu realizować produkt,
- które walce wymieniać.

Reguły heurystyczne nie dają gwarancji wyznaczenia rozwiązania optymalnego.

Z punktu widzenia przyjętego kryterium optymalizacji (minimalizacji strat wynikających z przestoju walcowni finalnych) można przyjąć następujące reguły heurystyczne:

- Wybór produktu

Aby nie nastąpił przestój agregatu, zaleca się realizować produkt  $n$ , którego najwcześniej może zabraknąć w magazynie buforowym. Zatem korzystając z (48) lub (49), wyznaczamy:

$$\psi_n^k = \min_{1 \leq \nu \leq N} (\psi_\nu^{k-1}) \quad (53)$$

- Wybór ilości produktu

Ilość wybranego produktu  $u_2^k$  musi spełniać warunek (41). Ponadto przyjmuje się, że:

$$u_2^k < w_{n,1} * (\psi_n^k - \psi_l^k) \quad (54)$$

Jeśli  $\psi_l^k$  jest kolejnym terminem ( $l \neq n$ ), wyznaczonym według (53).

- Wybór wsadu

Dla realizacji  $n$ -tego produktu zaleca się wybór  $m$ -tego wsadu, którego zapas jest największy, tzn.:

$$s_m^k = \max_{1 \leq \mu \leq M} s_\mu^k * a_{\mu,n} \quad (55)$$

- Wybór walców do wymiany

Aby ograniczyć przestój WCK, zaleca się wymianę złożów o największych czasach  $\tau_i$ .

Założmy, że dany jest zbiór  $\beta^k$  walców przeznaczonych do wymiany:

$$\exists (x_{i,j}^k = g_{i,j}^k) \Rightarrow (i \in \beta^k) \quad (56)$$

Ze zbioru tego wyznaczamy walec  $i$ -ty, jeśli spełnia warunek:

$$\tau_i = \min_{i \in \beta^k} \tau_i \quad (57)$$

Jeśli po wymianie  $i$ -tego walca na WCK można realizować pewne produkty, to sprawdzamy warunek:

$$\forall_{1 \leq n \leq N} c_n^{k+1} < w_n^{k+1} \quad (58)$$

Jeśli ten warunek jest spełniony, to można wymienić kolejny walec spełniający warunek (57). W przypadku, gdy po wymianie pierwszego walca na WCK nie można realizować żadnego produktu, trzeba wymienić kolejne walce aż do "odetkania" pewnej marszruty technologicznej.

## 7. Wnioski

Istota problemu walcowania na WCK polega na podejmowaniu decyzji dotyczących wyrobu, który ma być produkowany oraz złożenia, które ma być wymienione przy spełnionym kryterium maksymalizacji wydajności WCK poprzez minimalizację liczby wymian złożów.

Zaproponowany algorytm sterowania procesem walcowania w sformułowanym modelu matematycznym pozwala na nieprzerwaną pracę walcowni finalnych, poprzez utrzymanie każdego produktu w magazynie wyjściowym. Z otrzymanego harmonogramu dla różnych heurystyk algorytmu sterowania pracą linii walcowniczej na WCK otrzymuje się numery zużytych złożów i chwile ich wymiany.

Na podstawie przedstawionego modelu matematycznego i heurystycznych algorytmów sterowania został napisany program symulujący sterowanie procesem walcowania i wymianami złożów [8]. Program ten pozwala na przeprowadzenie eksperymentów komputerowych (testów). Na podstawie testów można będzie ocenić jakościowo sterowanie linią walcowniczą dla różnych heurystyk, przyjętych do symulacji pracy walcowni i wymiany złożów oraz sformułować zależności i prawidłowości dla zadania sterowania procesem walcowania na WCK.

## LITERATURA

- [1] Zielińska - Król E., Marecki F.: Harmonogramowanie procesu walcowania na WCK. ZN Pol. Si. Automatyka, nr 44, ss. 123-133, Gliwice 1978.
- [2] Rasztabiga D.: Rolling process control. 8-th International Conference on Control and Computer Science, Bucharest 1989.
- [3] Wandzik M.: Sterowanie linią walcowniczą. Praca dyplomowa magisterska.



Instytut Automatyki, Gliwice 1989.

- [4] Marecki F. i inni: Symulatory sterowania dyskretnymi procesami przemysłowymi. Raport z pracy naukowo - badawczej, Instytut Automatyki, Politechnika Śląska, Gliwice 1989 (nie publikowana).
- [5] Rasztabiga D.: Sterowanie procesem walcowania ciągłego. Materiały konferencyjne IV Ogólnopolskiego Konwersatorium nt.: "Cybernetyka - Inteligencja - Rozwój" CIR'89, ZG PTC oraz COBniD Warszawa, WSRP w Siedlcach, ss. 135-144, Siedlce 1989.
- [6] Rasztabiga D.: Symulator sterowania procesem walcowania na Walcowni Ciągłej Kęsów. VI KKADPP Kozubnik k. Porąbki, ZN Pol. Śl., Automatyka, nr 102, Gliwice 1990
- [7] Rasztabiga D., Marecki F.: Minimalizacja czasu procesu walcowania ciągłego. ZN. Pol. Śl., Automatyka, Gliwice 1990 (w druku).
- [8] Rasztabiga D.: Maksymalizacja wydajności Walcowni Ciągłej Kęsów. I Ogólnopolska Konferencja nt. "Sztuczna inteligencja" CIR'90, Siedlce 1990 (w druku).

Recenzent: Doc.dr h.inż. K.Wala

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

#### MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTINUOUS-FLOW ROLLING PROCESS

##### Summary

The paper presents a mathematical model and an control algorithm of the Billet Continuous Mill (BCM). For control algorithm of the BCM the heuristics are distinguished and the calculations are illustrated with the examples. The criterion of minimization of the time continuous-flow rolling process has been assumed when solving the problem.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НЕПРЕРЫВНОГО ПРОКАТА

##### Резюме

В статье представлена математическая модель и алгоритм управления Непрерывным Прокатным Станом. Написана компьютерная управляющая программа циркулирующая работу Прокатного Стана и обмен прокатных валков. В алгоритме выделены эвристики а расчеты иллюстрированы компьютерными тестами. Для решения проблемы принят критерий максимизации производительности Прокатного Стана.