ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991
Seria: ELEKTRYKA z. 119 Nr kol. 1104

Otylia PASECKA

WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNE PRZEPŁYWOMIERZY CIEPLNYCH BEZKONTAKTOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono model fizyczny przepływomierza cieplnego bezkontaktowego termoanemometrycznego oraz ogólne równania różniczkowe wraz z warunkami brzegowymi.

Określenie właściwości dynamicznych przepływomierza wymaga obliczenia odpowiedzi temperatury $\vartheta(t)$ na znany przebieg prędkości przepływu $v(t)$. W tym celu dokonano uzasadnionych praktycznie uproszczeń i otrzymano równanie różniczkowe liniowe o stałych współczynnikach. Wykazano, że w przybliżeniu właściwości dynamiczne przepływomierza można charakteryzować stałą czasową zależną od: wymiarów geometrycznych rury, parametrów fizycznych rury i płynu oraz prędkości przepływu.

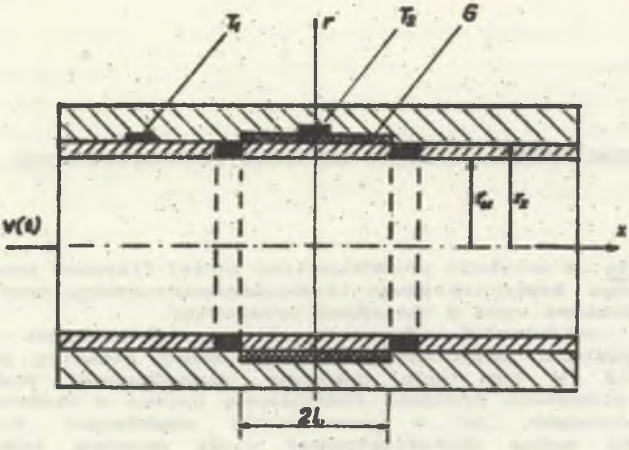
1. Wstęp

Zakres zastosowania przepływomierzy cieplnych bezkontaktowych jest ograniczony ich właściwościami dynamicznymi. Stała czasowa przepływomierza zależy od jego konstrukcji, właściwości fizycznych przepływającego płynu i rury oraz od zakresu pomiarowego. Im mniejsza prędkość przepływu tym większa stała czasowa, a więc gorsze właściwości dynamiczne. Jest to niekorzystne ze względu na statyczne właściwości przepływomierzy, ponieważ ich zaletą jest duża czułość dla małych prędkości przepływu.

Najlepsze właściwości dynamiczne mają przepływomierze cieplne bezkontaktowe typu termoanemometrycznego z wstawkami termoizolacyjnymi z obu stron grzejnika. W celu określenia stałej czasowej tego typu przepływomierzy przeprowadzona została analiza modelu fizycznego

2. Model fizyczny przepływomierza

Przez cienkościenną rurę (rys.1) o grubości ścianki $(r_z - r_w)$ przepływa płyn o stałym składzie chemicznym i stałej temperaturze ϑ_p. Rura wykonana jest z materiału o dużej konduktywności cieplnej λ_r. Na zewnątrz izolowanego termicznie odcinka rury o długości $2 \cdot l$ umieszczony jest grzejnik, a na nim termometr T_2. Termometr T_1 znajduje się przed grzejnikiem i mierzy temperaturę płynu ϑ_p.



Rys.1. Model fizyczny przepływomierza cieplnego bezkontaktowego
Fig.1. Physical model of the contactless thermal flow-meter

Z zasady działania tego typu przepływomierza wynika, że grzejnik o stałej mocy P jest chłodzony przez przepływający płyn [3, 4]. Wielkością wejściową jest uśredniona w przekroju prędkość płynu v(t), a wielkością wyjściową temperatura grzejnika ϑ mierzona termometrem T_2.

Ogólne równanie różniczkowe dla niestacjonarnego pola temperatury rury ma postać [2]:

$$\frac{\partial^2 \vartheta(x,r,t)}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,\frac{\partial \vartheta(x,r,t)}{\partial r}\right] = \frac{c_r\rho_r}{\lambda_r}\cdot\frac{\partial \vartheta(x,r,t)}{\partial t}, \qquad (1)$$

przy czym: ϑ - temperatura rury,
c_r - ciepło właściwe rury,
ρ_r - gęstość rury,
λ_r - konduktywność cieplna rury.

Warunek brzegowy dla rury określający wnikanie strumienia ciepła o gęstości $\frac{P}{2l}$ w przedziale $-l < x < l$ ma postać:

$$-\lambda_r\left[\frac{\partial \vartheta(x,r,t)}{\partial r}\right]_{r=r_z} = \frac{P}{4\,\Pi\, l\, r_z} \qquad (2)$$

Wymianę ciepła z przepływającym płynem na powierzchni wewnętrznej rury określa warunek brzegowy:

$$- \lambda_r \left[\frac{\partial\, \vartheta(x,r,t)}{\partial r} \right]_{r=r_w} = \alpha(t) \left[\vartheta(x,r_w,t) - \vartheta_p \right] , \tag{3}$$

przy czym: $\alpha(t)$ - przejmowalność energii cieplnej.

Dla cienkościennej rury wykonanej z materiału o dużej konduktywności cieplnej λ_r można pominąć gradient temperatury na grubości ścianki $(r_z - r_w)$ i przyjąć średnią temperaturę ścianki $\vartheta(x,t)$, a przyrosty $\partial\,(r\,\frac{\partial\vartheta}{\partial r})$ i ∂r w równaniach (1), (2), (3) traktować jako skończone [1]. Równanie (1) przyjmuje więc postać:

$$\frac{\partial^2 \vartheta(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\bar{r}\,(r_z - r_w)} \left[r_z \left(\frac{\partial\, \vartheta(x,t)}{\partial r} \right)_{r=r_z} - r_w \left(\frac{\partial\, \vartheta(x,t)}{\partial r} \right)_{r=r_w} \right] =$$

$$= \frac{c_r\, \rho_r}{\lambda_r} \cdot \frac{\partial\, \vartheta(x,t)}{\partial t} \, . \tag{4}$$

przy czym: $\bar{r} = \frac{1}{2}\,(r_z + r_w)$ - średni promień rury.

Następnie zakłada się, że dla krótkiego grzejnika $\frac{l}{r} \le 0{,}5$ temperatura w strefie grzejnika jest stała [3] i wynosi $\vartheta(x,t) = \vartheta(t)$. Po uwzględnieniu warunków brzegowych (2) i (3) otrzymuje się równanie różniczkowe zwyczajne o zmiennych współczynnikach:

$$\frac{c_r \rho_r\,(r_z^2 - r_w^2)}{2\, r_w} \cdot \frac{d\, \vartheta(t)}{d\, t} + \alpha(t) \left[\vartheta(t) - \vartheta_p \right] = \frac{P}{4\, \Pi\, l\, r_z} \, . \tag{5}$$

Przejmowalność energii cieplnej $\alpha(t)$ określona jest dla przepływu laminarnego zależnościami [1, 2]:

$$\alpha(t) = k\, [v(t)]^{0,33} \, , \tag{6}$$

$$k = 1{,}17 \left(\frac{\lambda_p}{r_w} \right)^{0,66} \left(\frac{\rho_p\, c_p}{l} \right)^{0,33} \tag{7}$$

przy czym: λ_p - konduktywność cieplna płynu,
c_p - ciepło właściwe płynu,
ρ_p - gęstość płynu.

Model fizyczny przepływomierza cieplnego bezkontaktowego przedstawionego na rys.1 opisuje równanie różniczkowe (5) oraz zależności (6) i (7).

3. Właściwości dynamiczne przepływomierza

Określenie właściwości dynamicznych przepływomierza wymaga obliczenia odpowiedzi $\vartheta(t)$ na znany przebieg prędkości $v(t)$. W tym celu należy rozwiązać równanie różniczkowe (5) z uwzględnieniem zależności (6). Całka ogólna tego równania określona jest zależnością:

$$\vartheta(t) = \frac{P}{4 \Pi l r_z} \exp[-F(t)] \cdot \int \exp[F(t)]\, dt , \tag{8}$$

przy czym: $F(t)$ - funkcja pierwotna funkcji $\alpha(t) = \alpha\,[v(t)]$

Próby obliczenia $\int \exp[F(t)]\, dt$ dla prostych postaci funkcji $v(t)$ nie powiodły się. Równanie (5) nie nadaje się więc do ogólnej analizy.

Ze względu na to, że przepływomierze cieplne stosowane są do pomiarów przepływów w warunkach quasistacjonarnych możliwy jest przybliżony opis ich właściwości dynamicznych za pomocą równania różniczkowego o stałych współczynnikach. W tym celu przekształca się równanie (5) do postaci:

$$\frac{c_r \rho_r (r_z^2 - r_v^2)}{2 r_v \alpha(t)} \cdot \frac{d \vartheta(t)}{dt} + \vartheta(t) - \vartheta_p = \frac{P}{4 \Pi l r_z \alpha(t)} , \tag{9}$$

a następnie przeprowadza się analizę wartości współczynnika przy $\frac{d \vartheta(t)}{dt}$ oraz funkcji $\frac{P}{4 \Pi l r_z \alpha(t)}$.

Zakłada się, że w praktyce występują niewielkie zmiany prędkości w stosunku do prędkości ustalonej v_o, a przebiegi czasowe prędkości $v(t)$ oraz $\alpha(t)$ określają zależności:

$$v(t) = v_o + v_z(t) = v_o \left[1 + \frac{v_z(t)}{v_o} \right] , \tag{10}$$

$$\alpha(t) = \alpha_o + \alpha_z(t) = \alpha_o \left[1 + \frac{\alpha_z(t)}{\alpha_o} \right] , \tag{11}$$

przy czym: $v_z(t)$, $\alpha_z(t)$ - składowe zmienne.

Przejmowalność energii cieplnej $\alpha(t)$ po uwzględnieniu zależności (6) określona jest:

$$\alpha(t) = \alpha_o \left[1 + \frac{v_z(t)}{v_o} \right]^{0,33} . \tag{12}$$

Dla małych zmian prędkości $\frac{v_z(t)}{v_o} \ll 1$ można przyjąć $\alpha(t) \cong \alpha_o$. Np. dla $\frac{v_z(t)}{v_o} \leq 0,3$ zmiany $\alpha(t)$ są mniejsze od 0,1.

Można więc w przybliżeniu przyjąć, że współczynnik występujący przy $\frac{d\,\vartheta(t)}{dt}$ w równaniu (9) jest stały i określa stałą czasową:

$$T = \frac{c_r\,\rho_r\,(r_z^2 - r_v^2)}{2\,r_v\,\alpha_o}. \tag{13}$$

Funkcja $\frac{1}{\alpha(t)}$ występująca po prawej stronie równania różniczkowego (9) wymaga innego przekształcenia, ponieważ tu występuje istotna dla rozważań wielkość wejściowa $v(t)$:

$$\frac{1}{\alpha(t)} = \frac{1}{\alpha_o}\left[1 + \frac{v_z(t)}{v_o}\right]^{-0,33} \cong \frac{1}{\alpha_o}\left[1 - 0,33\,\frac{v_z(t)}{v_o}\right]. \tag{14}$$

Dla $\frac{v_z(t)}{v_o} \leq 0,3$ błąd wynikający z rozwinięcia w szereg nie przekracza 0,01. Po uwzględnieniu statycznego równania przetwarzania [5]:

$$\vartheta_o - \vartheta_p = \frac{P}{4\,\Pi\,l\,r_z\,\alpha_o}, \tag{15}$$

oraz zależności (13) i (14) równanie różniczkowe (9) sprowadza się do postaci:

$$T\,\frac{d\,\vartheta_z(t)}{dt} + \vartheta_z(t) = -\,\frac{0,33\,P}{4\,\Pi\,l\,r_z\,\alpha_o}\cdot\frac{v_z(t)}{v_o}. \tag{16}$$

Otrzymane równanie różniczkowe jest równaniem o stałych współczynnikach. Znak "-" po prawej stronie równania wynika z malejącej charakterystyki statycznej przepływomierza.

4. Podsumowanie

Przepływomierz cieplny bezkontaktowy jest w przybliżeniu przetwornikiem pierwszego rzędu o stałej czasowej T określonej zależnością (13). Określenie stałej czasowej jest bardzo potrzebne przy projektowaniu przetworników, przy czym wystarczy określić maksymalną wartość stałej czasowej dla dolnego zakresu pomiarowego.

Przeprowadzone doświadczenia potwierdziły, że obliczone i wyznaczone doświadczalnie wartości stałych czasowych są zbliżone. Np. dla przepływomierza wykonanego z miedzi o wymiarach: r_w = 3 mm; r_z = 3,5 mm; 2 l = 2,5mm stałe czasowe obliczone i wyznaczone doświadczalnie dla powietrza wynoszą odpowiednio 34,2 s i 36,4 s.

LITERATURA

[1] Azimow R.K.: Izmieritielnyje prieobrazowatieli s tiepłowymi raspriedielennymi parametrami. Energija. Moskwa 1977.

[2] Hering M.: Termokinetyka dla elektryków. WNT, Warszawa 1980.

[3] Pasecka O.: Analiza przepływomierzy cieplnych bezkontaktowych z uwzlęnieniem wpływu temperatury przepływającego płynu. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1979.

[4] Pasecka O.: Przepływomierze cieplne bezkontaktowe. Konferencja naukowa. Metrologia w służbie przemysłu. Gliwice 1984.

[5] Pasecka O.: Błąd temperaturowy przepływomierza cieplnego bezkontaktowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Elektryka z. 108. Gliwice 1989.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierek

Wpłynęło do redakcji dnia 3 kwietnia 1990 r.

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЕСКОНТАКТНЫХ ТЕПЛОРАСХОДОМЕРОВ

Р е з ю м е

В статье представлена физическая модель бесконтактного термоанемометрического теплорасходомера и общие дифференциальные уравнения вместе с краевыми условиями. Определение динамических свойств теплорасходомера требует вычисления ответа $\vartheta(t)$ на известный ход скорости потока v(t). Для этого сделаны практически обоснованные упрощения в исходных данных и получено линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Доказано, что динамические свойства теплорасходомера можно приблизительно характеризовать постоянной времени, которая зависит от: геометрических размеров трубопровода, физических параметров трубопровода и жидкости, а также от скорости потока.

DYNAMIC PROPERTIES OF CONTACTLESS THERMAL FLOW-METERS

S u m m a r y

The physical model of contactless thermal flow-meter of anemometer type and general differential equations with boundary conditions have been presented in the paper.

To describe dynamic properties of the flow-meter the calculation answer $\vartheta(t)$ to the known signal of the flow speed $v(t)$ have been made. To this end practical assumption simplifications has been achievemented and the differential linear equation with constant coefficients has been given. It has been proved that the dynamic properties of the flow-meter can be described aproximately by the time constant, which depends on: geometrical dimension of the tube, physical parameters of the tube and the fluid and the flow seed.