

Tadeusz GLINKA

Barbara KULESZ

ZAGADNIENIE RÓWNOWAŻNOŚCI UZWOJENIA GWIAZDOWEGO I TRÓJKĄTNEGO W  
MIKROSILNIKACH O 3 DZIAŁKACH KOMUTATORA

Streszczenie: Mikrosilniki prądu stałego z 3 działkami komutatora, wzbudzone magnesami trwałymi (rys. 1 i 2) są najbardziej powszechnymi silnikami w zakresie mocy do 2 W. Parametry i charakterystyki tych silników zależą od kształtu pola w szczelinie powietrznej, wymiarów konstrukcyjnych i tolerancji technologicznych. W artykule przedstawia się model matematyczny silnika w którym uwzględnia się kształty pola magnetycznego, jak na rys. 3 i 4, kąt łuku zęba wirnika ( $2\gamma$ ) i 3-fazowy gwiazdowy lub trójkątny układ połączenia wirnika. Wynikiem analizy jest obliczenie składowych harmoniczných prądu ( $\nu = 3n$ ) i strat dodatkowych generowanych przez ten prąd.

## 1. WPROWADZENIE

Mikrosilnik prądu stałego o 3 działkach komutatora jest najbardziej powszechnym napędem w zakresie mocy do około 2W. Silnik tego typu jest najtańszy w produkcji i najbardziej ekonomiczny w eksploatacji. W Polsce silników takich produkuje się kilka milionów sztuk rocznie. Mała liczba zębów i działek komutatora ( $Z=K=3$ ) powoduje znaczne pulsacje napięcia rotacji, momentu elektromagnetycznego i prądu silnika, które wpływają na pulsacje prędkości obrotowej. Ponieważ znaczna liczba tego typu silników jest stosowana w napędach fonicznych, pulsacje te muszą być minimalizowane, aby nie zakłócały odbieranego dźwięku.

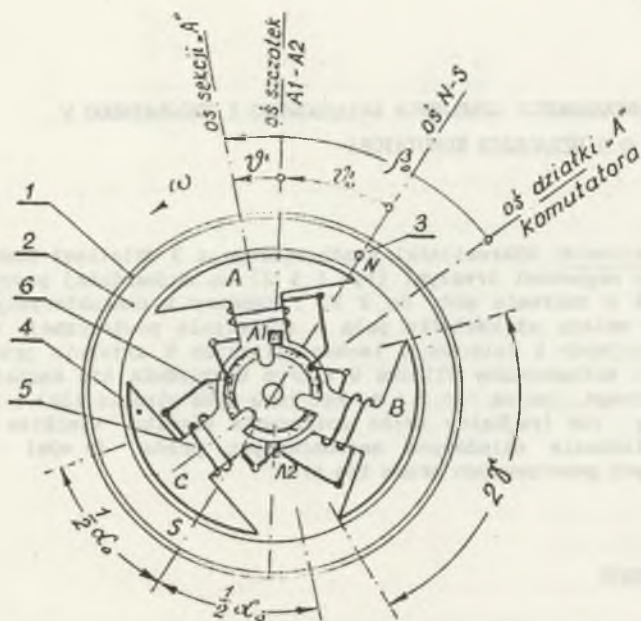
Na wymienione pulsacje ma wpływ:

- kształt pola magnetycznego w szczelinie silnika,
- poprawność wykonania i montażu poszczególnych podzespołów silnika.

Aby śledzić wpływ wymienionych czynników na pulsacje momentu elektromagnetycznego i prędkości katowej nie tylko od strony jakościowej lecz

również ilościowej opracowano model matematyczny silnika [1, 2], w którym parametrami są rozkład indukcji na obwodzie twornika oraz kąty  $\theta_0$  i  $\beta_0$  (rys.1), które określają dokładność montażu elementów silnika.

Model silnika opracowano przy dwóch grupach założeń upraszczających.



Rys.1. Obwód elektromagnetyczny silnika:

1-obudowa, 2-magnes trwały, 3-znak osi bieguna N, 4-rdzeń wirnika, 5-uzwojenie wirnika, 6-komutator

Fig.1. Motor electromagnetic circuit: 1-stator, 2-permanent magnet, 3-North pole of the p.m., 4-rotor core, 5-rotor winding, 6-commutator

Grupa I obejmuje założenia:

- liczby par biegunów  $2p=2$ ,
- płasko równoległego rozkładu pola magnetycznego w szczelinie, które ma dwie osie symetrii,
- pola magnetycznego równego zero w przestrzeni czoł w uzwojeń,
- symetrycznej budowy wirnika, tzn., że sekcje A, B, C są identyczne lecz przesunięte o kąt  $\frac{2}{3}\pi$ ,

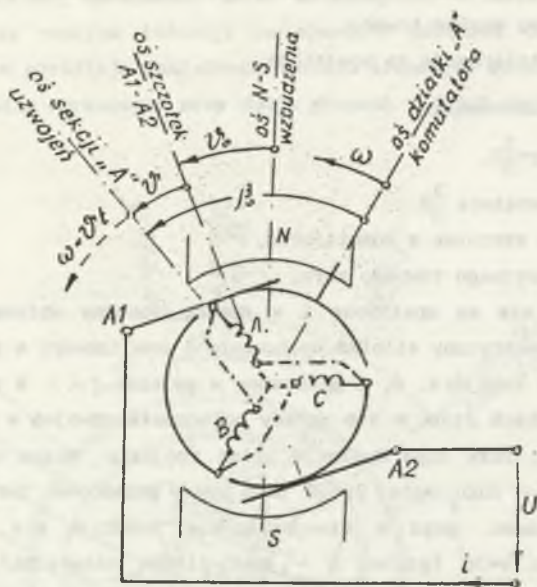
- przepływ twornika nie deformuje rozkładu pola magnetycznego w szczelinie wytworzonego przez magnes trwały, które z niewielką tolerancją są spełnione.

Grupa II obejmuje założenia:

- kąta łuku zęba  $2\gamma = \frac{2}{3}\pi$ ,
- kąta działki komutatora  $\frac{2}{3}\pi$ ,
- punktowego styku szczotek z komutatorem,
- momentu reluktancyjnego równego zero,

które w zasadzie nie są spełnione i w sposób znaczny wpływają na wynik analizy. Model matematyczny silnika opracowany i analizowany w pracach [1;2] posiadał uzwojenia sekcji A, B, C połączone w gwiazdę ( $\lambda$ ). W produkowanych obecnie mikrosilnikach stosuje się układy połączenia uzwojeń w gwiazdę ( $\lambda$ ) lub w trójkąt ( $\Delta$ ), przy czym dominuje układ trójkąta. Można udowodnić, że przy założeniu kąta łuku zęba  $2\gamma = \frac{2}{3}\pi$  uzwojenie gwiazdowe jest równoważne uzwojeniu trójkątnemu, gdyż w uzwojeniu nie indukuje się napięcie od harmonicznych pola  $v=3n$  (gdzie,  $n$  - jest liczbą naturalną), a zatem w uzwojeniu nie płynie prąd dodatkowy wywołany tymi harmonicznymi napięciami. Obecnie przeanalizujemy przypadek wirnika z łukiem zęba  $2\gamma < \frac{2}{3}\pi$  zakładając spełnienie pozostałych założeń, w tym również założenie styku punktowego szczotki z komutatorem. Warunek styku punktowego jest spełniony w silnikach z komutatorami walcowymi i przy szczotkach wykonanych z drutu sprężystego. Moment reluktancyjny równy zero można uzyskać poprzez skątne namagnesowanie magnesu trwałego. Celem obecnej pracy jest określenie wyższych harmonicznych napięcia i prądu indukowanych w uzwojeniu wirnika przy połączeniu poszczególnych sekcji w układ trójkąta oraz gwiazdy i ich wpływu na pracę silnika. Można przypuszczać, że silnik z uzwojeniem połączonym w trójkąt (rys.2) będzie posiadał wyższe straty mocy czynnej w uzwojeniu i co z tym jest związane, mniejszą sprawność w stosunku do silnika z gwiazdowym układem połączenia uzwojeń.

Ponieważ na zjawisko to mają wpływ harmoniczne napięcia rotacji  $v=3n$  zajmiemy się głównie analizą tych harmonicznych.



Rys.2. Schemat elektryczny mikrosilnika z zaznaczonymi charakterystycznymi osiami.  $\alpha$  przesunięcie kątowe zgodne ze strzałkami uważa się za dodatnie. Układ połączenia uzwojenia w trójkąt ( $\Delta$ ) lub gwiazdę ( $\lambda$ )

Fig.2. Electric scheme of a DC micromotor; characteristic axis indicated. Angular displacement as designated by the arrows is assumed to be positive. The winding scheme of connections can be made into a delta or a star

## 2. METODYKA ANALIZY I PARAMETRY ODNIIESIENIA

W pracy [1] przeprowadzono analizę wpływu kształtu pola magnetycznego i wymiarów konstrukcyjnych silnika oraz tolerancji technologicznych na parametry silnika przy układzie połączenia uzwojenia w gwiazdę. Zastosowana metodyka bazowała na prawie Faradaya [3]  $e = z \frac{d\phi}{dt}$ . Tą drogą najprościej można było włączyć, do opracowanego modelu matematycznego silnika, zarówno kształt pola magnetycznego, jak również wymiary obwodu magnetycznego i kąty

technologiczne  $\phi_0$  i  $\beta_0$ . Metodyka ta okazuje się jednak mało przydatna do analizy numerycznej wyższych harmonicznych indukowanych w sekcjach uzwojenia wirnika, z uwagi na operację różniczkowania występującą w algorytmie obliczeń. Z tego też względu, metodyka zastosowana w tym artykule została oparta na równaniu Faradaya  $e=BLv$ . Potwierdzeniem tego, że obydwie drogi są równorzędne może być równanie napięcia rotacji silnika między szczotkami A1A2, przy sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego w szczelnie silnika (rys. 3 i przy  $\alpha_0 = \pi$ )

$$B(\alpha) = B_m \sin \alpha \quad (1)$$

Z równania Faradaya można obliczyć wartość maksymalną napięcia indukowanego w sekcji uzwojenia

$$E_u = 2B_m l v z k_u \quad (2)$$

przy czym:  $k_u = \sin \gamma$  - współczynnik skrótu uzwojenia,

$$v = \frac{D}{2} \omega - \text{prędkość obwodowa wirnika,}$$

$\omega$  - prędkość kątowna wirnika,

$D, l$  - średnica i długość pakietu wirnika,

$z$  - liczba zwojów jednej sekcji uzwojenia.

Dla kąta łuku zęba  $2\gamma = \frac{2}{3}\pi$ , dla którego przeprowadzono analizę w pracy [1], amplituda napięcia rotacji wynosi:

$$E_u = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m D l w z \quad (3)$$

Z równania (3) można obliczyć wartość średnią napięcia wyprostowanego silnika między szczotkami A1A2. Wartość tego napięcia, przy uzwojeniu połączonym w gwiazdę wynosi:

$$E_{ar} = \frac{9}{2\pi} B_m D l w z \quad (4)$$

i jest identyczna z wartością opisaną w pracy [1] równaniami (1) i (10). Indukcja maksymalna  $B_m$  z równania (1) i amplituda napięcia rotacji opisana równaniem (3), będą wykorzystywane w dalszej części artykułu, jako parametry odniesienia.

Napięcie odniesienia  $E_u$ , (równanie (3)), dla każdego silnika można obliczyć z napięcia  $E_{1000}$ , które jest podawane w katalogach jako parametr.  $E_{1000}$  jest napięciem rotacji silnika przy prędkości obrotowej  $n=1000$  obr/min, to jest przy prędkości kątowej

$$\omega_{1000} = \frac{\pi n_{1000}}{30} \cdot \gamma = \frac{100}{3} \pi \quad [1/s] . \quad (5)$$

W silniku o sinusoidalnym rozkładzie pola magnetycznego

$$E_{1000\Delta} = E_{sr\Delta} \text{ (przy } \omega_{1000}) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} B_m D l \omega_{1000} z k_u \sin \alpha \, d\alpha . \quad (6)$$

Rzeczywista wartość kąta łuku zęba w silniku wynosi  $2\gamma \approx \frac{1}{2}\pi$ ; przy której  $k_u = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , stąd

$$E_{1000\Delta} = \sqrt{6} \cdot 50 B_m D l z . \quad (7)$$

Natomiast przy uzwojeniu połączonym w trójkąt

$$E_{1000\Delta} = \sqrt{2} \cdot 50 B_m D l z . \quad (8)$$

Napięcie odniesienia opisane równaniem (3) wynosi zatem

$$\bar{E}_m = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_{1000\Delta} \omega}{100} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E_{1000\Delta} m}{100} . \quad (9)$$

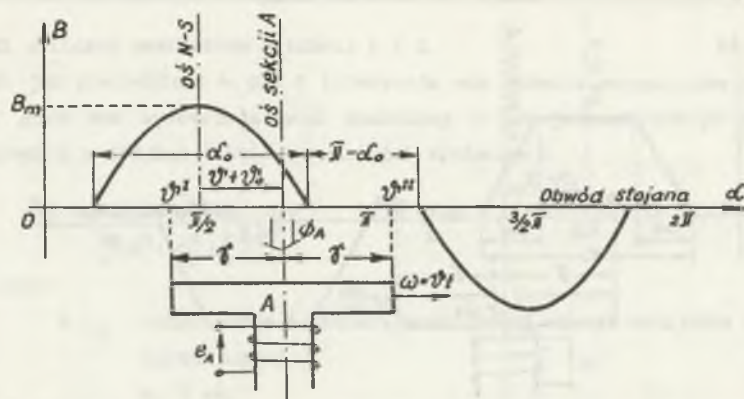
Dla dowolnego rozkładu indukcji w szczelinie wartość napięcia  $E_{1000}$  determinują harmoniczne  $\nu=1$  oraz  $6n\pm 1$  (patrz równanie (15)). Obliczanie zatem  $E_m$  z równania (9) jest przybliżeniem związanym z pominięciem harmonicznych napięcia  $(6n\pm 1)$ .

### 3. WPLYW ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO W SZCZELINIE SILNIKA NA JEGO PARAMETRY

Rozkład pola magnetycznego w szczelinie silnika zależy od uformowania magnesu trwałego w czasie magnesowania. Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono dwa charakterystyczne typy rozkładu pola: sinusoidalny i trapezowy.

W zależności od parametru  $\alpha_0$  rozkładu sinusoidalnego (rys.3) oraz parametrów  $\alpha_0$  i  $\Delta\alpha$  rozkładu trapezowego (rys.4) można otrzymać nieskończenie dużą liczbę rozkładów pola. Rozkłady te można rozłożyć na szereg harmoniczny Fouriera:

$$B(\alpha) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\nu m} \sin \nu \alpha . \quad (10)$$



$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$0 \leq \alpha < \frac{\bar{\pi} - \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \sin \frac{\bar{\pi} \alpha - \frac{1}{2} \bar{\pi} (\bar{\pi} - \alpha_0)}{\alpha_0}$	$\frac{\bar{\pi} - \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq \frac{\bar{\pi} + \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$\frac{\bar{\pi} + \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{3\bar{\pi} - \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \sin \frac{\bar{\pi} \alpha - \frac{3}{2} \bar{\pi} (\bar{\pi} - \alpha_0)}{\alpha_0}$	$\frac{3\bar{\pi} - \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\bar{\pi} + \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$\frac{3\bar{\pi} + \alpha_0}{2} < \alpha < 2\bar{\pi}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{B(\alpha - 2i\bar{\pi})}{B_m}$	$\alpha > 2\bar{\pi}$ $i = 1, 2, 3, \text{ itd.}$

Rys.3. Rozkład pola magnetycznego wzbudzenia odcinkowo sinusoidalny

Fig.3. Sinusoidal - like periodical magnetic field shape

Dla każdej z harmonicznych rozkładu pola można obliczyć amplitudę napięcia rotacji indukowanego w sekcji uzwojenia wirnika:

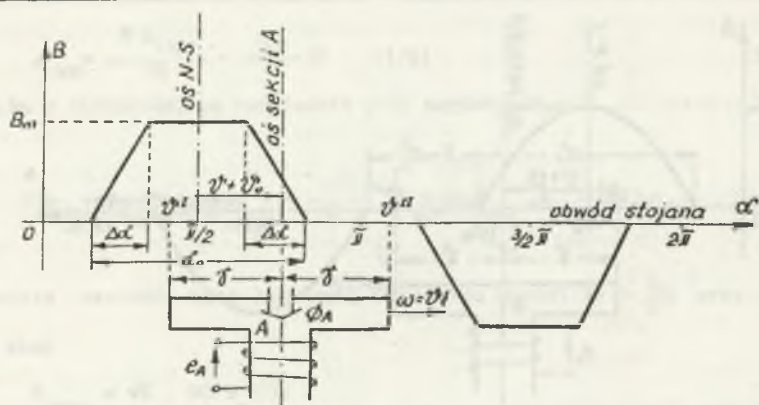
$$E_{\nu_m} = B_{\nu_m} D \omega_{\nu} z k_{\nu} \quad (11)$$

przy czym

$$k_{\nu} = |\sin \nu \gamma|.$$

Dla kilku wybranych rozkładów pola magnetycznego obliczono rozkłady harmoniczne amplitudy indukcji  $B_{\nu_m}$  i amplitudy napięcia rotacji  $E_{\nu_m}$ . Obliczenia przeprowadzono przy liczbie wyrazów szeregu Fouriera 19 i przy liczbie kroków całkowania, przy numerycznym obliczaniu współczynników Fouriera:

- 500 dla rozkładów pola podanych na rys.3,
- 200 dla rozkładów pola podanych na rys.4.



$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$0 \leq \alpha \leq \frac{\bar{J} - \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{\alpha}{\Delta\alpha} - \frac{\bar{J} - \alpha_0}{2\Delta\alpha}$	$\frac{\bar{J} - \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{\bar{J} - \alpha_0}{2} - \Delta\alpha$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 1$	$\frac{\bar{J} - \alpha_0}{2} - \Delta\alpha \leq \alpha \leq \frac{\bar{J} + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{\bar{J} + \alpha_0}{2\Delta\alpha} - \frac{\alpha}{\Delta\alpha}$	$\frac{\bar{J} + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha < \alpha < \frac{\bar{J} + \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$\frac{\bar{J} + \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq \frac{3\bar{J} - \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{3\bar{J} - \alpha_0}{2\Delta\alpha} - \frac{\alpha}{\Delta\alpha}$	$\frac{3\bar{J} - \alpha_0}{2} < \alpha < \frac{3\bar{J} - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = -1$	$\frac{3\bar{J} - \alpha_0}{2} + \Delta\alpha \leq \alpha \leq \frac{3\bar{J} + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{\alpha}{\Delta\alpha} - \frac{3\bar{J} + \alpha_0}{2\Delta\alpha}$	$\frac{3\bar{J} + \alpha_0}{2} - \Delta\alpha < \alpha < \frac{3\bar{J} + \alpha_0}{2}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = 0$	$\frac{3\bar{J} + \alpha_0}{2} \leq \alpha \leq 2\bar{J}$
$\frac{B(\alpha)}{B_m} = \frac{B(\alpha - 2i\bar{J})}{B_m}$	$\alpha > 2\bar{J}; \quad i = 1, 2, 3, \dots$

Rys. 4. Rozkład pola magnetycznego wzбудzenia odcinkowo trapezowy  
Fig. 4. Trapezoidal - like periodical magnetic field shape



Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 1 i 2.

Jak już powiedziano w pkt.1 interesują nas głównie harmoniczne napięcia  $v=3n$ , gdyż one wytwarzają prąd dodatkowy w uzwojeniach sekcji A, B, C połączonych w trójkąt (rys.2) |o| wartości skutecznej:

$$I_v = \frac{E_{v_m}}{[2(R^2 + \omega_v^2 L_v^2)]^{1/2}} \quad \text{dla } v=3n \quad (12)$$

przy czym:

$R L_v$  - rezystancja i indukcyjność jednej sekcji uzwojenia dla harmonicznej  $v$ ,

$$\omega_v = v\omega.$$

Straty mocy czynnej związane z przepływem prądu dodatkowego  $I_v$  wynoszą:

$$P_v = 2R \sum_{\substack{v=3n \\ v=1 \dots \infty}} I_v^2. \quad (13)$$

Wartość bezwzględna amplitudy napięcia harmonicznej  $v$  może być obliczona z danych podanych w tabelach 1 i 2.

Tabela 1

Dotyczy rozkładu pola przedstawionego na rys.3 i kąta łuku zęba  $2\gamma = \frac{1}{2}\pi$

Lp	Parametr $v$	1	3	5	7	9	$\alpha_o$
1	$B_{v_m}/B_m$	1	0	0	0	0	$\pi$
	$E_{v_m}/E_m$	0,816	0	0	0	0	
2	$B_{v_m}/B_m$	0,899	-0,143	-0,063	-0,031	-0,014	$\frac{5}{6}\pi$
	$E_{v_m}/E_m$	0,734	-0,117	-0,051	-0,025	-0,012	
3	$B_{v_m}/B_m$	0,764	-0,283	-0,042	0,020	0,024	$\frac{2}{3}\pi$
	$E_{v_m}/E_m$	0,623	-0,231	-0,035	0,016	0,020	
4	$B_{v_m}/B_m$	0,600	-0,360	0,086	0,040	-0,023	$\frac{1}{2}\pi$
	$E_{v_m}/E_m$	0,490	-0,284	0,070	0,032	0,020	

Tabela 2

Dotyczy rozkładu pola przedstawionego na rys. 4 i kąta łuku zęba  $2\gamma = \frac{1}{2}\pi$ 

Lp	Parametr $\nu$	1	3	5	7	9	$\Delta\alpha$	$\alpha_0$
1	$B_{\nu_n}/B_n$	1,273	0,425	0,255	0,182	0,142	0	$\Pi$
	$E_{\nu_n}/E_n$	1,039	0,346	0,208	0,149	0,115		
2	$B_{\nu_n}/B_n$	1,195	0,201	-0,078	-0,210	-0,255	0,1 $\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,976	0,164	-0,064	-0,171	-0,208		
3	$B_{\nu_n}/B_n$	1,096	-0,001	-0,191	-0,112	0,005	0,2 $\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,895	-0,001	-0,156	-0,091	0,003		
4	$B_{\nu_n}/B_n$	1,228	0,295	0,060	-0,054	-0,105	0	$\frac{5}{6}\Pi$
	$E_{\nu_n}/E_n$	1,002	0,241	0,048	-0,044	-0,085		
5	$B_{\nu_n}/B_n$	1,049	-0,132	-0,365	-0,243	0,008	$\frac{0,5}{6}\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,857	0,109	-0,298	-0,201	0,006		
6	$B_{\nu_n}/B_n$	0,968	-0,217	-0,234	0,008	0,083	$\frac{1}{6}\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,790	-0,177	-0,190	0,006	0,068		
7	$B_{\nu_n}/B_n$	1,106	0,007	-0,217	-0,161	-0,007	0	$\frac{2}{3}\Pi$
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,903	0,006	-0,178	-0,132	-0,006		
8	$B_{\nu_n}/B_n$	0,863	-0,389	-0,237	0,193	0,229	$\frac{0,2}{3}\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,704	-0,317	-0,193	0,157	0,187		
9	$B_{\nu_n}/B_n$	0,810	-0,375	-0,093	0,167	0,019	$\frac{0,4}{3}\Pi$	
	$E_{\nu_n}/E_n$	0,662	-0,306	-0,075	0,136	0,016		

$$E_{\nu_m} = E_{\alpha} \left( \frac{E_{\nu_m}}{E_m} \right) = \frac{\sqrt{3} \pi E_{1000} \Delta}{\sqrt{2} 3000} \left( \frac{E_{\nu_m}}{E_m} \right) n. \quad (14)$$

Jak widać z danych obliczeń podanych w tabeli 1 i 2 dla niektórych rozkładów pola napięcie  $(E_{\nu_m}/E_m)$  dla  $\nu=3n$  jest bliskie lub równe zero (np. Lp.=1 w tabeli 1 i Lp.=3 oraz 7 w tabeli 2), dla innych rozkładów pola harmoniczne te są duże (np. Lp.=1 w tabeli 2). Ilustracją wartości liczbowej prądu dodatkowego  $I_{\nu}$  i strat dodatkowych  $P_{\nu}$  w stosunku do prądu znamionowego  $I_N$  silnika i strat znamionowych  $\Delta P_{\text{cuN}}$  może być następujący przykład przeliczeń wykonany dla silnika PRM-33.1,5L o parametrach znamionowych:  $M_N=15 \cdot 10^{-4}$  Nm;  $n_N=200$  obr/min;  $E_{1000}=1,5$  V;  $I_N=160$  mA, rezystancja jednej sekcji uzwojenia  $R=11,25 \Omega$ , indukcyjność sekcji uzwojenia  $L_{\nu=(6n+1)}=15,8$  mH,  $L_{\nu=3n}=5,2$  mH. Indukcyjność  $L_{\nu=3n} < L_{\nu=(6n+1)}$ , gdyż o indukcyjności  $L_{\nu=3n}$  decydują indukcyjności rozproszeń, bo strumień główny oddziaływań twornika wytworzony przez przepływ  $zI_{\nu=3n}$  jest równy zero ( $\phi_{\nu=3n} \approx 0$ ).

Dla najbardziej niekorzystnego przypadku rozkładu pola magnetycznego (Lp.=1, tabela 2) wartość względna harmonicznej  $\nu=3$  napięcia rotacji wynosi:

$$\left( \frac{E_{\nu_m}}{E_m} \right)_{\nu=3} = 0,346.$$

Z równania (14) oblicza się amplitudę  $E_{\nu_m}=E_{3m}$ :

$$E_{3m} = \frac{\sqrt{3} \pi 1,5}{\sqrt{2} 3000} \cdot 0,346 \cdot 2000 = 1,33 \text{ V}.$$

Z równania (12) oblicza się wartość skutecznej prądu  $I_{\nu}=I_3$ :

$$I_3 = \frac{1,33}{\sqrt{2(11,25^2 + 100^2(2\pi)^2 5,2^2 \cdot 10^{-6})}} = 0,08 \text{ A}$$

oraz jego wartość względną:

$$\frac{I_3}{I_N} = \frac{0,083}{0,160} = 0,5.$$

Straty dodatkowe oblicza się z równania (13)

$$P_3 = 3 \cdot 11,25 \cdot 0,08^2 = 0,21 \text{ W}$$

i ich wartość względną odniesienia do strat podstawowych w uzwojeniu:

$$\frac{P_3}{\Delta P_{\text{cuN}}} = \frac{0,23}{7 \cdot 0,16^2} = 1,12.$$

Jak widać z podanego przykładu obliczeń straty dodatkowe w uzwojeniu od harmonicznej pola  $\nu=3$ , przy niekorzystnych rozkładach pola, są rzędu strat znamionowych. Składowe harmoniczne prądu  $I_{\nu=3n}$  generują ponadto zmienne momenty elektromagnetyczne, które mogą mieć wpływ na harmoniczne prędkości obrotowej jak również na głośność pracy silnika.

W uzwojeniu połączonym w gwiazdę harmoniczne napięcia  $\nu=3n$ , kompensują się nawzajem i nie ujawnia się w napięciach między zaciskami uzwojenia. Ponieważ dla  $\nu=3n$   $e_{3AB} = e_{3BC} = 0$ , składowa ta nie występuje także w napięciu między szczotkami A1A2 silnika. Pozostałe harmoniczne napięcia, bez względu na układ połączenia uzwojenia dodają się i po wyprostowaniu na komputerze, determinują napięcie silnika:

$$U_{A1A2} = k \frac{3}{\pi} \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \sum_{\substack{\nu=1; 6n \pm 1 \\ n=1 \dots \infty}} E_{\nu m} \sin \nu \alpha d\alpha, \quad (15)$$

przy czym:

$k=\sqrt{3}$  dla uzwojenia połączonego w gwiazdę,

$k=1$  dla uzwojenia połączonego w trójkąt.

#### LITERATURA

- [1] Glinka T., Pawlak A.: Wpływ kształtu pola w silnikach prądu stałego małej mocy wzbudzanych od magnesów trwałych na parametry tych silników. ZN Politechniki Śląskiej ELEKTRYKA z.82, Gliwice 1982 s.95-112.
- [2] Pawlak A., Glinka T.: A method for determining the field shape influence upon parameters of dc micromotor Electric Machines and Power Systems 10; 91-107; 1985.
- [3] Cholewicki T.: Elektrotechnika Teoretyczna tom I WNT, Warszawa 1967, s.97 i 127.

Recenzent: doc.dr hab.inż. Piotr Wach

Wpłynęło do Redakcji dnia 17 maja 1990 r.

## ВОПРОС ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЗВЕЗДНОЙ И ТРЕУГОЛЬНОЙ ОБМОТОК В МИКРОДВИГАТЕЛЯХ С ТРЕМЯ КОЛЛЕКТОРНЫМИ ПЛАСТИНКАМИ

## Резюме

Микродвигатели постоянного тока с 3-мя коллекторными пластинками, возбуждаемые постоянными магнитами, (рис.1 и 2) это самые популярные двигатели мощностью до 2 вт. Параметры и характеристики этих двигателей зависят от образа магнитного поля в воздушном зазоре, конструктивных размеров двигателя и технологических допусков. Предлагается модель двигателя, в которой учитывается образ магнитного поля (рис.3 и 4), угол излучины зубца якоря ( $2\gamma$ ) или треугольная цепь соединения обмотки якоря. Результатом анализа являются рассчитанные: гармоническая составляющая тока ( $\nu=3n$ ) и добавочные потери генерированные этим током.

## EQUIVALENCE PROBLEM OF THE STAR AND DELTA WINDING IN MICROMOTOR WITH THREE COMMUTATOR SLOTS

## Summary

DC micromotors with permanent magnets and three commutator slots, as shown in Figs.1 and 2 are the most popular motors in the range up to 2W output power, and are commonly used in a variety of applications. The motor characteristics and parameters depend upon the magnetic field shape in the air gap and rated parameters. This analysis presents the model of these motors taking into account the variety of magnetic field shapes, as shown in Figs.3 and 4. It also takes into account the length of the rotor teeth and the winding connections. Our goal is to determine the current harmonic ( $\nu=3n$ ) and the loss of power resulting from this current.