

Kazimierz GIERLOTKA

UKŁAD REGULACJI NAPĘDÓW Z POŁĄCZENIAMI SPRĘŻYSTYMI Z OBWODEM REGULACJI MOMENTU W ELEMENCIE SPRĘŻYSTYM

Streszczenie: W artykule przedstawiono strukturę układu regulacji dla napędów z mechanicznymi połączeniami sprężystymi zawierającą wewnętrzny obwód regulacji momentu w elemencie sprężystym i nadrzędny obwód regulacji prędkości. Podano sposób obliczania parametrów obwodu regulacji momentu sprężystego z regulatorem typu PD i PID, które zapewniają duże tłumienie oscylacji spowodowanych obecnością elementu sprężystego oraz dobre własności dynamiczne napędu.

W analizie układu oraz w obliczeniach parametrów obwodu regulacji momentu sprężystego uwzględniono wpływ stałej czasowej obwodu regulacji momentu silnika na własności dynamiczne napędu.

1. WPROWADZENIE

W artykule [1] przedstawiono strukturę układu regulacji napędu z połączeniem sprężystym z dodatkowym sprzężeniem od prędkości za elementem sprężystym oraz podano sposób obliczeń parametrów układu regulacji. W układzie tym można uzyskać duże tłumienie oscylacji spowodowanych obecnością elementu sprężystego, natomiast czas regulacji jest zależny od parametrów obiektu regulacji i w niektórych zastosowaniach dynamika takiego napędu może być niezadowalająca. Lepsze własności dynamiczne napędu (krótszy czas regulacji) można uzyskać w układzie z dodatkowym obwodem regulacji momentu w elemencie sprężystym (momentu sprężystego).

2. STRUKTURA UKŁADU REGULACJI

Dla podanych w artykule [1] założeń i na podstawie przedstawionego tam modelu matematycznego napędu z połączeniem sprężystym otrzymuje się w wielkościach względnych zależność momentu sprężystego m_s od momentu silnika m i momentu obciążenia m_c :

$$m_s(s) = \left[\frac{T_{m2}}{T_{m1}} m(s) + m_m(s) \right] \frac{\Omega_f^2}{s^2 + \Omega_e^2} \quad (1)$$

w której oznaczono:

$$T_{m1} = J_1 \Omega_n / M_n, \quad T_{m2} = J_2 \Omega_n / M_n$$

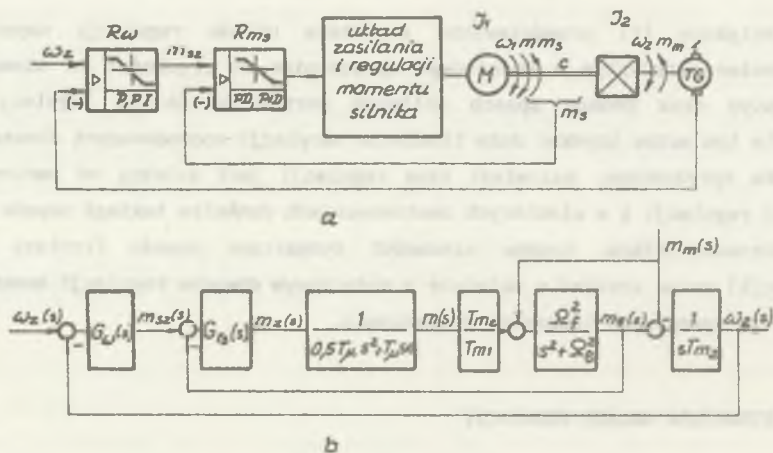
$$\Omega_f = \sqrt{c/J_2}, \quad \Omega_e = \sqrt{c(J_1 + J_2)/(J_1 J_2)}$$

Zależności prędkości silnika ω_1 i prędkości za połączeniem sprężystym ω_2 od momentu sprężystego m_s i momentu obciążenia m_m są następujące:

$$\omega_1(s) = \left[\frac{s^2 + \Omega_f^2}{\Omega_f^2} m_s(s) - \frac{T_{m2} \Omega_f^2}{T_{m1} (s^2 + \Omega_e^2)} m_m(s) \right] \frac{1}{s T_{m2}} \quad (2)$$

$$\omega_2(s) = \left[m_s(s) - m_m(s) \right] \frac{1}{s T_{m2}} \quad (3)$$

Ze względu na obecność członu oscylacyjnego ($s^2 + \Omega_e^2$) w zależności (2) w obwodzie regulacji prędkości należy zastosować sprzężenie od prędkości ω_2 za połączeniem sprężystym. Schemat funkcjonalny układu regulacji napędu przedstawiono na rys.1.a, a jego schemat blokowy na rys.1.b.



Rys.1. Układ regulacji napędu z połączeniem sprężystym

a. schemat funkcjonalny, b. schemat blokowy

Fig.1. Control system for the drive with elastic connection

a. functional diagram, b. block diagram

Transmitancja operatorowa zamkniętego obwodu regulacji momentu sprężystego jest równa

$$G_{sz}(s) = \frac{m_s(s)}{m_{sz}(s)} = \frac{\Omega_g^2 G_{rs}(s)}{\left(0.5T_\mu^2 s^2 + T_\mu s + 1\right) \left(s^2 + \Omega_e^2\right) + \Omega_g^2 G_{rs}(s)} \quad (4)$$

gdzie; $\Omega_g = \Omega_f \sqrt{T_{m2}/T_{m1}} = \sqrt{c/J_1}$

$G_{rs}(s)$ - transmitancja regulatora momentu sprężystego

T_μ - stała czasowa obwodu regulacji momentu silnika.

Łatwo stwierdzić, że dowolne tłumienie przebiegów przejściowych układu opisanego transmitancją operatorową (4) można uzyskać dla regulatora momentu sprężystego typu PD lub PID.

3. OBLICZANIE PARAMETRÓW OBWODU REGULACJI Z REGULATOREM TYPU PD

Dla regulatora momentu sprężystego typu PD o transmitancji operatorowej

$$G_{rs}(s) = k_s \left(1 + sT_s\right) \quad (5)$$

transmitancja (4) zamkniętego obwodu regulacji momentu sprężystego ma postać

$$G_{sz}(s) = \frac{2k_s \left(1 + sT_s\right) \Omega_g^2 T_\mu^2}{M_1(s)} \quad (6)$$

gdzie oznaczono

$$M_1(s) = s^4 + \frac{2}{T_\mu} s^3 + \left(\Omega_e^2 + \frac{2}{T_\mu^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\Omega_e^2}{T_\mu} + \frac{2k_s T_s \Omega_g^2}{T_\mu^2}\right) s + 2 \frac{\Omega_e^2 + k_s \Omega_g^2}{T_\mu^2} \quad (7)$$

Mianownik $M_1(s)$ można przedstawić w postaci:

$$M_1(s) = \left(s^2 + a\omega_0 s + \omega_0\right) \left(s^2 + b\omega_0 s + \omega_0^2\right) \quad (8)$$

Przez dobór wartości wzmacnienia k_s i stałej czasowej T_s regulatora momentu sprężystego można wpływać na wartości współczynników a i ω_0 transmitancji (8) a tym samym na tłumienie przebiegów przejściowych i szybkość działania układu. "Niesterowane" pierwiastki drugiego czynnika transmitancji (8) narzucają ograniczenia, przekroczenie których powoduje pogorszenie własności dynamicznych obwodu.

Zmieniając skalę czasu i przyjmując

$$p = s/\omega_0, \quad \omega_e = \Omega_e/\omega_0, \quad \omega_g = \Omega_g/\omega_0, \quad \tau_\mu = T_\mu \omega_0,$$

$$\tau_s = T_s \omega_0, \quad \omega = \omega_s/\omega_0$$

otrzymuje się z zależności (7) i (8) odpowiednio:

$$M_1(p) = p^4 + \frac{2}{\tau_\mu} p^3 + \left(\omega_e^2 + \frac{2}{\tau_\mu^2} \right) p^2 + 2 \left(\frac{\omega_e^2}{\tau_\mu} + \frac{k_s \tau_s \omega_g^2}{\tau_\mu^2} \right) p + \frac{2(\omega_e^2 + k_s \omega_g^2)}{\tau_\mu^2} \quad (9)$$

$$M_1(p) = p^4 + (a+b\omega) p^3 + (1+\omega^2+ab\omega) p^2 + (a\omega^2+b\omega) p + \omega^2. \quad (10)$$

Porównując współczynniki przy tych samych potęgach wielomianów (9) i (10) oraz uwzględniając, że współczynnik tłumienia ξ pierwiastków "sterowanych" transmitancji (8) jest związany z wartością współczynnika a zależnością

$$\xi = 0,5a \quad \text{dla } a \in \langle 0,2 \rangle \quad (11)$$

otrzymuje się zależności na dobór nastaw regulatora momentu sprężystego typu PD

$$k_s = \frac{1 - \omega_e^2}{\omega_g^2} \left\{ 1 + \frac{0,5\tau_\mu}{1 - \omega_e^2} \left[\tau_\mu (4\xi^2 + \omega_e^2 - 1) - 4\xi \right] \right\}. \quad (12)$$

$$k_s \tau_s = \frac{2\xi}{\omega_g^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[\frac{1 - \omega_e^2 - 4\xi^2}{2\xi} + \tau_\mu \left(2\xi^2 + 0,5\omega_e^2 - 1 \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Wartości współczynników dla pierwiastków "niesterowanych"

$$\omega^2 = \omega_e^2 + 2\tau_\mu^{-2} - 1 + 4\xi \left(\xi - \tau_\mu^{-1} \right), \quad (14)$$

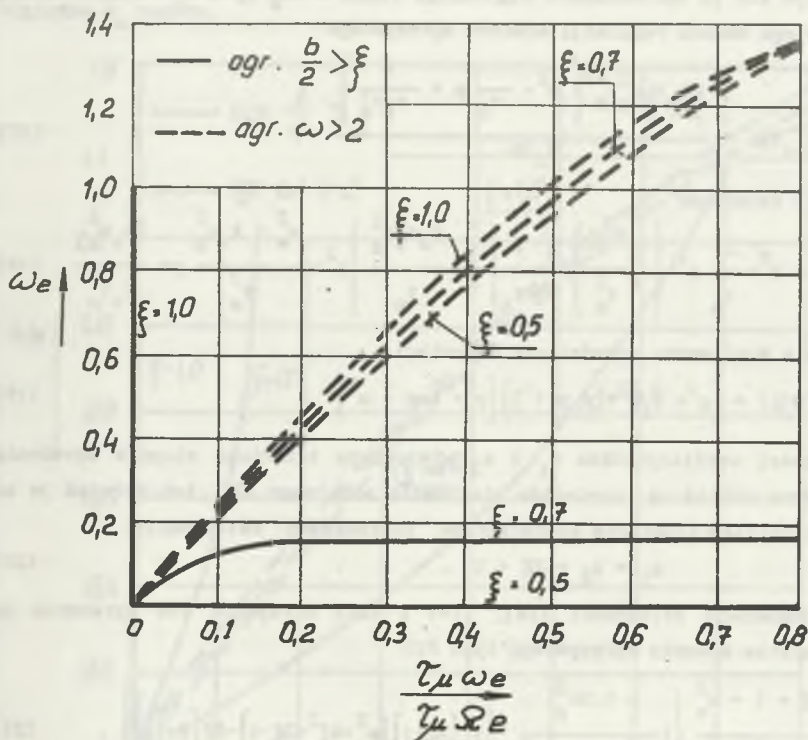
$$b\omega = 2 \left(\tau_\mu^{-1} - \xi \right). \quad (15)$$

Aby pierwiastki "niesterowane" nie pogarszały własności dynamicznych napędu przyjmuje się ograniczenia współczynników b i ω wynikające z warunków:

$$\text{szybkości działania} \quad \omega > 2,$$

$$\text{tłumienia} \quad 0,5b > \xi.$$

Przebieg tych ograniczeń dla kilku wartości współczynnika tłumienia ξ przedstawiono na rys.2. Dla określonej wartości iloczynu $T_{\mu} \Omega_e$ ograniczają one od dołu pulsację względną ω_e , a tym samym od góry szybkość układu (gdy ω_e rośnie to ω_0 maleje).



Rys.2. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla napędu z regulatorem momentu sprężystego typu P.

Fig.2. Limitations of relative oscillations frequency ω_e for the drive with P elastic torque controller.

4. OBLICZANIE PARAMETRÓW OBWODU REGULACJI Z REGULATOREM TYPU PID

Dla regulatora momentu sprężystego typu PID

$$G_{rs}(s) = k_s \left(1 + sT_s + \frac{1}{sT_c} \right) \quad (16)$$

otrzymuje się po wprowadzeniu względnego czasu $\tau = t\omega_0$ ($p = s/\omega_0$) transmitancję zamkniętego obwodu regulacji momentu sprężystego

$$G_{sz}(p) = \frac{2k_s \tau_s \omega_g^2 \tau_c^{-2} \left(p^2 + \frac{1}{\tau_s} p + \frac{1}{\tau_s \tau_c} \right)}{M_2(p)} \quad (17)$$

w której oznaczono

$$M_2(p) = p^5 + \frac{2}{\tau_\mu} p^4 + \left(\omega_e^2 + \frac{2}{\tau_\mu^2} \right) p^3 + \frac{2}{\tau_\mu} \left(\omega_e^2 + \frac{k_s \tau_s \omega_g^2}{\tau_\mu} \right) p^2 + 2 \frac{\omega_e^2 + k_s \omega_g^2}{\tau_\mu^2} p + \frac{2k_s \omega_g^2}{\tau_c \tau_\mu^2} \quad (18)$$

Mianownik $M(p)$ można przedstawić w postaci

$$M(p) = \left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1 \right) \left(p^2 + b\omega_p + \omega^2 \right) \quad (19)$$

Wartości współczynników a_1 i a_2 wielomianu trzeciego stopnia wyrażenia (19) można dobrać wg kryteriów sterowania modalnego [3], lub związać je ze współczynnikiem tłumienia pierwiastków "sterowanych" zależnością

$$a_1 = a_2 = 2\xi + 1 \quad (20)$$

Na podstawie zależności (18), (19) i (20) otrzymuje się wyrażenia na dobór nastaw momentu sprężystego typu PID

$$k_s = \frac{2\xi + 1 - \omega_e^2}{\omega_g^2} \left\{ 1 + \frac{0,5\tau_\mu^2}{2\xi + 1 - \omega_e^2} \cdot \left[\tau_\mu (2\xi + 1) \left(\omega_e^2 + 4\xi^2 + 2\xi - 1 \right) - 8\xi (\xi + 1) \right] \right\} \quad (21)$$

$$\frac{k_s}{\tau_c} = \frac{1}{\omega_g^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[0,5\tau_\mu \left(\omega_e^2 + 4\xi^2 + 2\xi \right) - 2\xi - 1 \right] \right\} \quad (22)$$

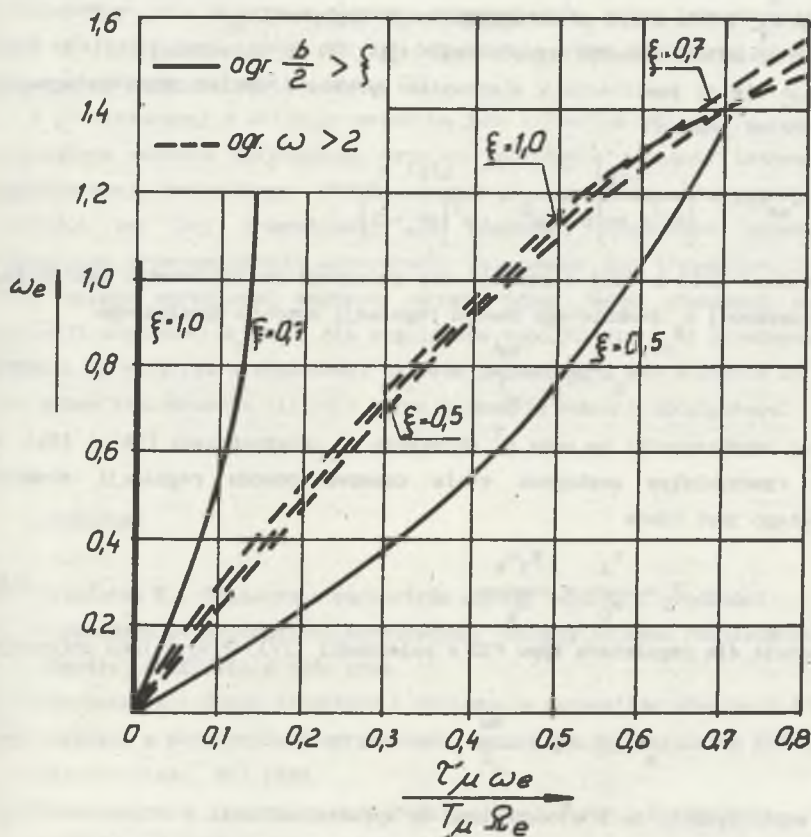
$$k_s \tau_s = \frac{2\xi + 1}{\omega_g^2} \left\{ 1 + \tau_\mu \left[0,5\tau_\mu \left(\frac{1}{2\xi + 1} + \omega_e^2 + 4\xi^2 - 1 \right) - 2\xi - \frac{\omega_e^2}{2\xi + 1} \right] \right\} \quad (23)$$

Wartości współczynników dla pierwiastków "niesterowanych"

$$\omega^2 = \omega_e^2 + 2\tau_\mu^{-2} + 2(2\xi + 1)\left(\xi - \tau_\mu^{-1}\right) \quad (24)$$

$$b\omega = 2\tau_\mu^{-1} - 2\xi - 1 \quad (25)$$

Na rys.3 przedstawiono przebieg ograniczeń wynikających z warunku nie pogorszenia przez pierwiastki "niesterowane" własności dynamicznych obwodu regulacji momentu sprężystego. Ograniczają one od dołu pulsację względną ω_e napędu.



Rys. 3. Ograniczenia pulsacji względnej ω_e dla napędu z regulatorem momentu sprężystego typu PI

Fig. 3. Limitations of relative oscillations frequency ω_e for the drive with PI elastic torque controller

4. DOBÓR NASTAW REGULATORA PRĘDKOŚCI

Jeżeli współczynnik tłumienia ξ jest dostatecznie duży, przebiegi w zamkniętym obwodzie regulacji momentu sprężystego można traktować jako aperiodyczne i regulator prędkości dobrać z kryteriów doboru regulatorów dla obiektów inercyjnych, np. z kryterium optimum symetrycznego. Zastępcza stała czasowa τ_z zamkniętego obwodu regulacji momentu sprężystego zależy jest od pulsacji ω_0 , a tym samym od doboru pulsacji względnej ω_e .

Dla regulatora momentu sprężystego typu PD z zależności (6) i (10) otrzymuje się po pominięciu w mianowniku wyrazów o wykładnikach potęgowych większych od jedności

$$G_{sz}(p) \approx \frac{L(p)}{(aw^2 + bw)p + \omega^2} = \frac{L(p)}{\omega^2(p\tau_z + 1)} \quad (26)$$

Z wyrażeń (11) i (26) otrzymuje się zależność na obliczenie zastępczej stałej czasowej τ_z zamkniętego obwodu regulacji momentu sprężystego

$$\tau_z = 2\xi + \frac{bw}{\omega^2} \quad (27)$$

w której współczynniki bw oraz ω^2 określone są zależnościami (14) i (15). W czasie rzeczywistym zastępcza stała czasowa obwodu regulacji momentu sprężystego jest równa

$$T_z = \frac{\tau_z}{\omega_0} = \frac{\tau_z \omega_e}{\Omega_e} \quad (28)$$

Podobnie dla regulatora typu PID z zależności (17), (19) i (20) otrzymuje się:

$$\tau_z = 2\xi + 1 + \frac{bw}{\omega^2} \quad (29)$$

gdzie współczynniki bw i ω^2 określone są wyrażeniami (24) i (25).

5. WNIOSKI

Prezentowana w artykule struktura układu regulacji i opisana metoda obliczenia parametrów regulatora momentu sprężystego pozwalają na uzyskanie dobrych własności dynamicznych napędu z połączeniem sprężystym.

W przedstawionym układzie konieczna jest jednak znajomość prędkości napędu za połączeniem sprężystym oraz momentu w elemencie sprężystym (lub równoważnego kąta skręcenia elementu sprężystego). Jeżeli bezpośredni pomiar tych wielkości jest trudny, do ich odtworzenia można zastosować obserwator, np. o strukturze opisanej w pracy [2].

W prezentowanej w artykule metodzie, jako kryterium obliczenia parametrów regulatora momentu sprężystego przyjęto położenie biegunów transmitancji operatorowej zamkniętego obwodu regulacji, pominięto natomiast wpływ wartości zer tej transmitancji na własności dynamiczne napędu. Aby ograniczyć przeregulowania spowodowane istnieniem zer transmitancji (6) i (17) należy ograniczyć szybkość układu przez dobór większych wartości pulsacji względnej ω_e (np. dla regulatora typu PD dla $\tau_s < 1$ przeregulowanie momentu sprężystego w odpowiedzi na skok jednostkowy jest mniejsze od 10%), lub przez zastosowanie filtru w torze zadawania momentu sprężystego.

LITERATURA

- [1] Gierlotka K.: Obliczanie parametrów obwodu regulacji prędkości w napędach z połączeniami sprężystymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej ELEKTRYKA z.120, 1991.
- [2] Gierlotka K.: Dobór struktury i obliczanie parametrów obserwatora w napędach z połączeniami sprężystymi, Materiały 13 Seminarium SPETO, Gliwice-Wisła, Maj 1990.
- [3] Krasowski A.A., Pospiełow G.S.: Podstawy automatyki i cybernetyki technicznej, WNT, Warszawa 1965.

Recenzent: prof.dr hab.inż. Ryszard Koziół

Wpłynęło do Redakcji dnia 18 maja 1990 r.

СИСТЕМА РЕГУЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ С КОНТУРОМ РЕГУЛИРОВАНИЯ МОМЕНТА В УПРУГОМ ЗВЕНЕ

Резюме

В статье представлена система подчинённого регулирования электроприводов с упругими связями содержащая внутренний контур регулирования момента в упругом звене и вышестоящий контур регулирования скорости. Приведен метод расчёта параметров контура регулирования с пропорционально - дифференциальным (ПД) и пропорционально - интегрально - дифференциальным (ПИД) регуляторами упругого момента, который обеспечивает большое демпфирование колебаний вызванных упругой связью и хорошие динамические свойства привода. Во время анализа системы и расчёта параметров контура регулирования упругого момента учитывается влияние постоянной времени контура регулирования момента двигателя на динамические свойства привода.

A CONTROL SYSTEM FOR THE DRIVES WITH ELASTIC CONNECTIONS WITH CONTROL CIRCUIT OF THE TORQUE IN ELASTIC ELEMENT

Summary

There is presented in the paper the control system for drives with mechanical elastic connections, including internal control circuit of the torque in the elastic element and primary speed control circuit. A method of calculating parameters of both P and PI kinds of elastic torque controllers, the ensuring strong damping of the oscillations owing to elastic connection and giving good dynamic properties is described.

The effect of the time constant of the motor torque control circuit is taken into account. Both in system analysis and in calculating parameters of the elastic torque control system,