

Tadeusz SKOCZKOWSKI

WPLYW UŚREDNIENIA PEWNYCH WSPÓLCZYNNIKÓW MATERIAŁOWYCH NA OBLICZANIE
ROZKŁADU TEMPERATURY PRZY NAGRZEWANIU INDUKCYJNYM

Streszczenie: W artykule przedstawiono wpływ uśrednienia współczynników materiałowych wsadu na obliczanie rozkładu temperatury w nagrzewanej indukcyjnie rurze stalowej. Obliczenia wykonano wykorzystując model sprzężonych zjawisk elektromagnetycznych i termokinetycznych w nieskończenie długiej nagrzewnicy indukcyjnej. Szczegółowo omówiono aproksymację współczynników materiałowych wsadu stalowego w funkcji temperatury. Przedstawiono wyniki obliczeń nagrzewania dla różnych wariantów uśrednienia $\lambda(T)$, $c(T)$, $\sigma(T)$, $\mu(H, T)$.

1. WSTĘP

Przedstawione w pracy [8] cechy nagrzewnic indukcyjnych obrazują złożoność zadania modelowania tych urządzeń, zarówno na etapie budowy modelu matematycznego procesu, jak i przy jego późniejszej realizacji na EMC. Pomimo znacznego w ostatnich latach rozwoju metod obliczeniowych elektrodynamiki technicznej i termokinetyki oraz mocy obliczeniowej dostępnych maszyn cyfrowych, celowa jest analiza wpływu różnych z wymienionych cech na dokładność uzyskanych wyników obliczeń - możliwość poczynienia pewnych założeń upraszczających już na etapie budowania modelu i znajomość wynikających z tego błędów może przyczynić się do znacznego skrócenia czasu i obniżenia kosztów obliczeń, czyniąc w ten sposób z programu efektywne narzędzie pracy inżyniera.

Celem niniejszego artykułu jest stwierdzenie, jaki wpływ na proces nagrzewania indukcyjnego ma zmienność poszczególnych współczynników materiałowych wsadu i określenie błędów, jakie popełniamy przyjmując do obliczeń uśrednione wartości niektórych z nich. Można przypomnieć, że w

termokinetycy znany jest, tzw. paradoks Kozdoby polegający na fakcie, że przyjęcie do obliczeń jednego ze współczynników c lub λ jako funkcji temperatury może spowodować większe błędy obliczeń niż uśrednienie obu tych współczynników jednocześnie.

2. MODEL MATEMATYCZNY

Tak sformułowany problem został przeanalizowany w oparciu o model matematyczny procesu nagrzewania rur ferromagnetycznych w nagrzewnicy indukcyjnej składającej się ze wsadu, wzbudnika i wymurówki cieplnej. Dokładny opis tego modelu, zweryfikowanego laboratoryjnie, można znaleźć w pracy [9]. Poniżej zostanie przedstawiony tylko jego zarys.

W modelu tym uwzględniono sprzężenie nieliniowych pól elektromagnetycznych i temperatury - przy przyjęciu następujących założeń upraszczających:

- pomijamy zjawisko histerezy magnetycznej i prądy przesunięcia;
- cały układ jest nieskończenie długi i ma symetrię osiową;
- wzbudnik zastępuje się folią o grubości pomijalnie małej przy zachowaniu tego samego okładu prądowego, pomija się wpływ tej folii na zjawiska termokinetyczne;
- wszystkie materiały są izotropowe i jednorodne.

Po przyjęciu tych założeń pole elektromagnetyczne można opisać następującym równaniem:

$$\frac{\partial [\mu(H, T)H(r, t)]}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r\sigma(T) \frac{\partial}{\partial r} (H(r, t)) \right] = 0, \quad (1)$$

a pole temperatury równaniem

$$\gamma(T)c(T) \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T) \frac{\partial T(r, t)}{\partial r} \right) = w, \quad (2)$$

gdzie

$$w = \sigma(T) \cdot \left[\frac{\partial H(r, t)}{\partial r} \right]^2 \quad \text{dla wsadu,}$$

$$w = 0 \quad \text{dla wymurówki.} \quad (3)$$

Pozostałe oznaczenia w zależnościach (1)...(3) są następujące: H - natężenie pola magnetycznego; T - temperatura; t - czas; r - współrzędna przestrzenna; μ - przenikalność magnetyczna; σ - rezystywność; γ - gęstość masy; c - ciepło właściwe; λ - przewodność cieplna właściwa.

Powyższe równania zostały uzupełnione o odpowiednie warunki brzegowe. Dla pola elektromagnetycznego rozważano dwa sposoby zasilania nagrzewnicy: przy stabilizacji prądu wzbudnika i przy stabilizacji napięcia zasilającego wzbudnik, co jest warunkiem rzadko rozważanym w teorii grzejnictwa indukcyjnego pomimo znacznego rozpowszechnienia w przemyśle tego typu układów regulacji zasilania nagrzewnic indukcyjnych. Warunki graniczne dla pola temperatury opisywały złożoną wymianę ciepła przez promieniowanie i konwekcję między wsadem, wymurówką i otoczeniem.

Układ równań (1), (2) został rozwiązany za pomocą metody różnic skończonych, a powstałe w wyniku aproksymacji różnicowej nieliniowe układy równań algebraicznych rozwiązywane były metodą kolejnych relaksacji (SOR).

3. ZALEŻNOŚĆ WSPÓLCZYNNIKÓW MATERIAŁOWYCH WSADU OD TEMPERATURY

Równania (1) i (2) opisujące sprzężone pole elektromagnetyczne i temperaturowe w nagrzewnicach indukcyjnych są silnie nieliniowe. Nieliniowość spowodowana jest zależnością współczynników materiałowych wsadu od temperatury, tj. $\lambda(T)$, $c(T)$, $\gamma(T)$, $\sigma(T)$, a w przypadku ferromagnetyków dodatkowo jeszcze zależnością μ od natężenia pola magnetycznego tj. $\mu(H, T)$. Definicje i metody pomiaru tych wielkości można znaleźć np. w pracy [11]. Wymienione zależności podawane są w literaturze zazwyczaj w postaci stabilizowanych danych pomiarowych, rzadziej w postaci funkcji aproksymujących. Korzystanie z funkcji stabilizowanych wymaga stosowania interpolacji numerycznej, zazwyczaj wielomianami lub splajnami o rzędach dostatecznie wysokich, zapewniającymi dostateczną gładkość funkcji aproksymujących. Duże programy CAD wyposażane są w banki danych materiałowych: przykładowa organizacja takiego banku opisana jest w pracy [7]. Dokładność podawanych w literaturze danych jest zazwyczaj rzędu 3...5%, ale ich rozrzut technologiczny może być, np. w przypadku właściwości magnetycznych znacznie większy [1]. Ponieważ dostępność i kompletność danych materiałowych w warunkach krajowych jest niezadowalająca, celowe wydaje się być przedstawienie pewnych aproksymacji uniwersalnych dla różnych gatunków stali.

Zależność współczynników materiałowych od temperatury dla różnych gatunków stali można aproksymować w sposób następujący [4]:

- przewodność cieplna właściwa $\lambda(T)$

$$\lambda(T) = \lambda_0 + \lambda_1 \left(\frac{T}{100} \right) - \frac{\lambda_2}{\text{ch} \lambda_3 \left(\frac{T-T_0}{100} \right)} ; \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right] \quad (4)$$

$$\epsilon = \pm 1,5 \dots 2,5\%$$

- pojemność cieplna właściwa $c(T)$

$$c(T) = c_0 + c_1 \left(\frac{T}{1000} \right)^n + c_2 \exp \left[-c_3 |T-T_0| \right] ; \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad (5)$$

$$\epsilon = \pm 2,2 \dots 4,9\%$$

- gęstość masy $\gamma(T)$

$$\gamma(T) = \gamma_{20C} \frac{1}{1 + 3\alpha_L (T-20)} ; \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \quad (6)$$

$$\epsilon = \pm 0,6 \dots 2\%$$

gdzie α_L jest współczynnikiem rozszerzalności liniowej, który dany jest zależnością

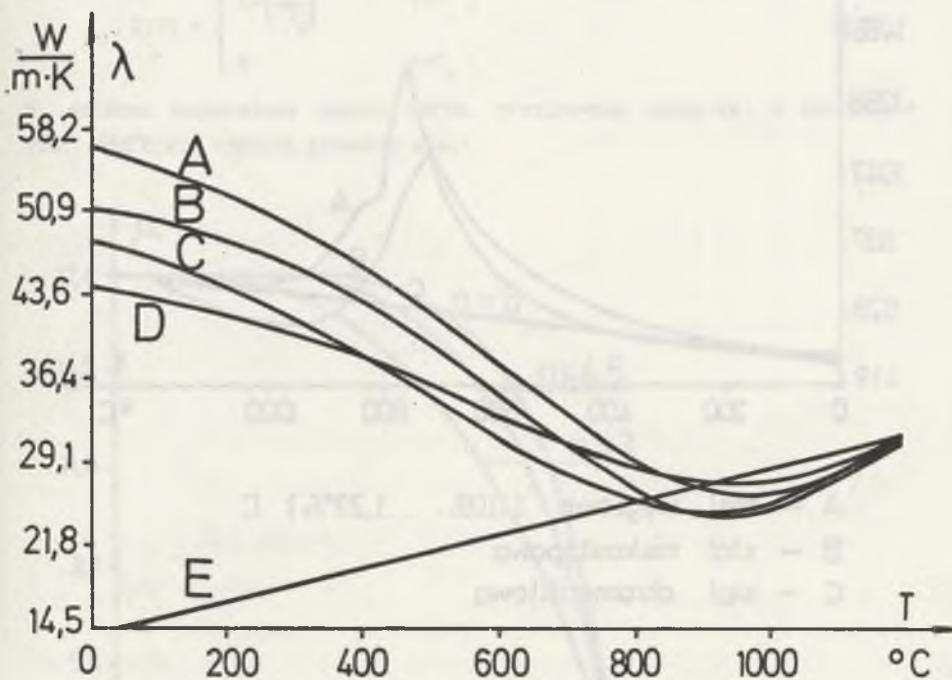
$$\alpha_L(T) = \left[\alpha_0 + \alpha_1 \left(\frac{T}{1000} \right) - \frac{\alpha_2}{\text{ch} \alpha_3 \left[(T-T_0)/100 \right]^2} \right] \cdot 10^{-6} \left[\frac{1}{\text{K}} \right] \quad (7)$$

Wielkość ϵ oznacza średni błąd aproksymacji popełniany w zakresie temperatur 0...1200...1300°C. Wartości stałych w równaniach (4), (5) i (7) dla różnych gatunków stali podano w pracy [4]. Wykresy zależności (4), (5) pokazano odpowiednio na rys.1 i 2, a wartości współczynników występujących w zależnościach (4), (5) i (7) zamieszczono w tabelach 1, 2, 3,

- przenikalność magnetyczna $\mu(H, T)$.

Właściwości magnetyczne stali zależą od wielu czynników m.in. od składu chemicznego, obróbki mechanicznej i cieplnej, sposobu i częstotliwości magnesowania, temperatury. Ze wzrostem natężenia pola magnetycznego różnice we właściwościach magnetycznych stali coraz bardziej się zacierają, a przy $H > 10^4$ A/m praktycznie zanikają. Pozwala to stosować w obliczeniach nagrzewnic indukcyjnych jedną podstawową krzywą magnesowania, uśrednioną dla różnych gatunków stali zawierających od 0,23% do 0,99% węgla [6]. Błąd wynikający z posługiwania się krzywą uśrednioną zamiast krzywą odpowiadającą danemu gatunkowi nie przekracza 6,7% przy $H = 10^3$ A/m i zmniejsza się do 2,5%

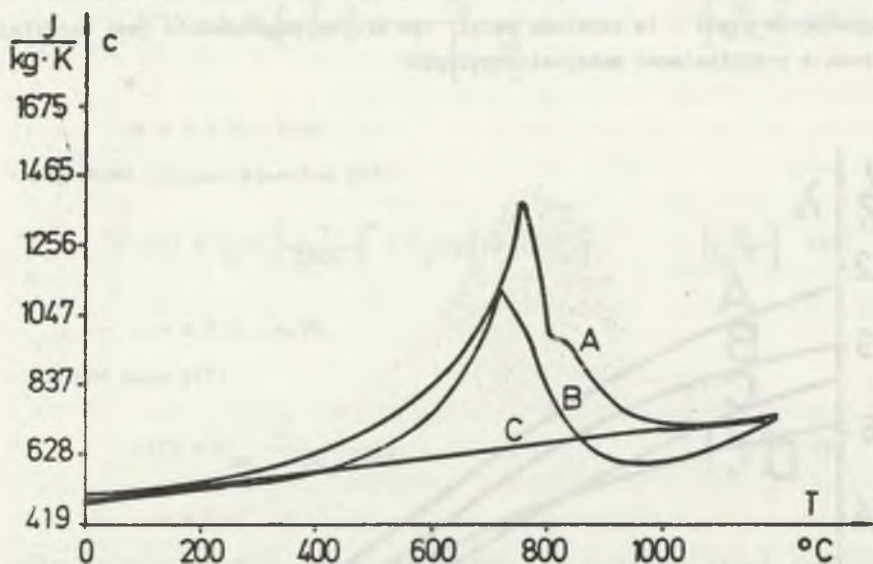
przy $H=10^4$ A/m, a dla jeszcze większych wartości natężeń pola maleje on do ułamków procentu. Domieszki chemiczne mogą silnie zmieniać właściwości magnetyczne stali - im czystszy metal, tym krzywa magnesowania jest bardziej stroma a przenikalność maksymalna większa.



- A – stal niskowęglowa (0,05.....0,2%)C
- B – stal średniowęglowa (0,2.....0,6%)C
- C – stal wysokowęglowa (0,6.....1,3%)C
- D – stal niskowęglowa
- E – stal chromoniklowa

Rys. 1. Zależność $\lambda(T)$ dla różnych rodzajów stali

Fig. 1. Function $\lambda(T)$ for different kinds of steel



- A — stal węglowa (0,09.....1,23%) C
- B — stal niskostopowa
- C — stal chromoniklowa

Rys.2. Zależność $c(T)$ dla różnych rodzajów stali

Fig.2. Function $c(T)$ for different kinds of steel

W pracy [12] zamieszczono tablicę, na podstawie której można w przybliżeniu wyznaczyć indukcję, która wystąpi przy określonym natężeniu pola magnetycznego w stali konstrukcyjnej w przypadku, gdy zawartość domieszek nie przekracza 2%. Z tablicy tej wynika, że największy wpływ na pogorszenie właściwości magnetycznych ma węgiel. Dalsze informacje na temat wpływu obróbki cieplnej i składu chemicznego na właściwości magnetyczne można znaleźć w pracy [3]. Wpływ anizotropii materiału magnetycznego na obliczenie strat mocy przedstawiono w pracy [5].

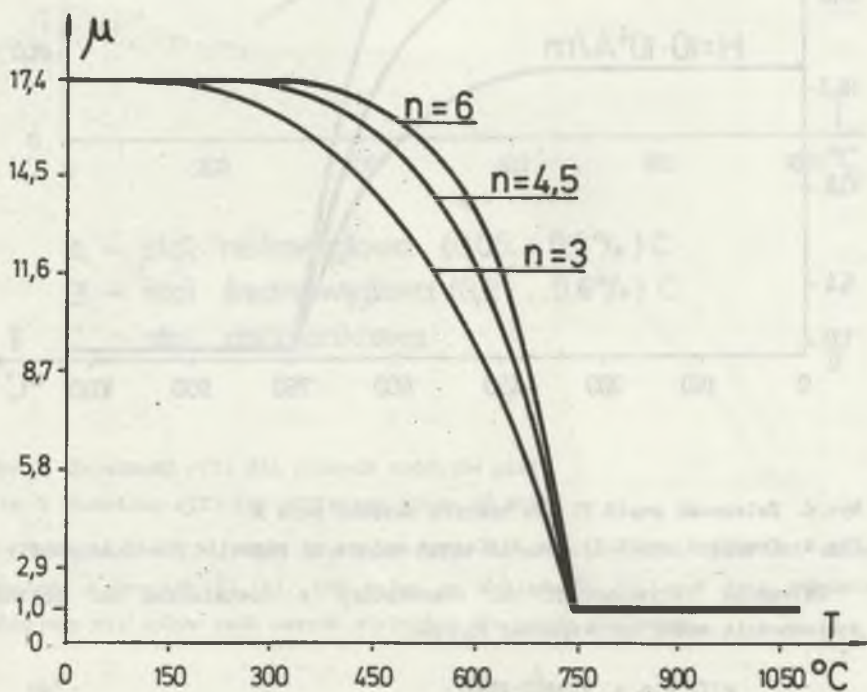
Zależność względnej wartości μ od pola H i temperatury T aproksymowano dla $H > 4000$ A/m funkcją:

$$\mu(H, T) = 1 + \left[515300H^{-0,896} - 1 \right] \cdot F(T), \quad (8.1)$$

gdzie

$$F(T) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^n & T < T_c; \\ 0 & T > T_c; \end{cases} \quad (8.2)$$

T_c oznacza temperaturę punktu Curie, przyjmowaną zazwyczaj w przedziale 730...750°C dla różnych gatunków stali.

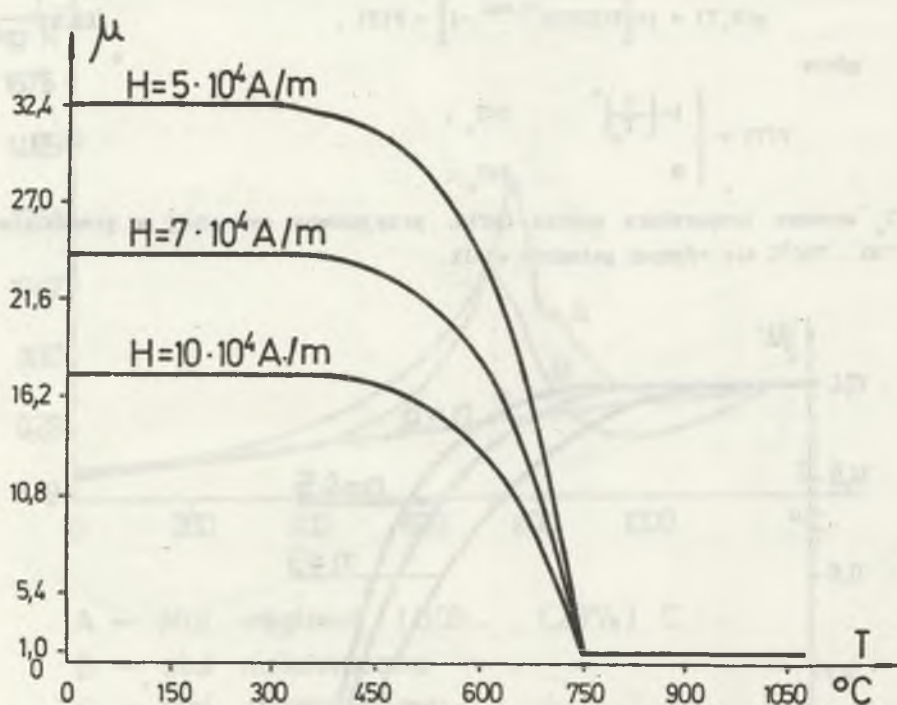


Rys. 3. Zależność $\mu = \mu(H, T)$ dla różnych wartości wykładnika n z zależności (8.2)

Fig. 3. Function $\mu = \mu(H, T)$ for different values of power n from Eqn (8.2)

Funkcje $\mu = \mu(H, T)$ dla różnych wykładników n w zależności (8.2) pokazano na rys. 3, a zależność $\mu = \mu(H, T)$ dla trzech natężeń pola H na rys. 4.

- rezystywność $\sigma(T)$.



Rys. 4. Zależność $\mu = \mu(H, T)$ dla różnych natężeń pola H

Fig. 4. Function $\mu = \mu(H, T)$ for different values of magnetic field intensity H

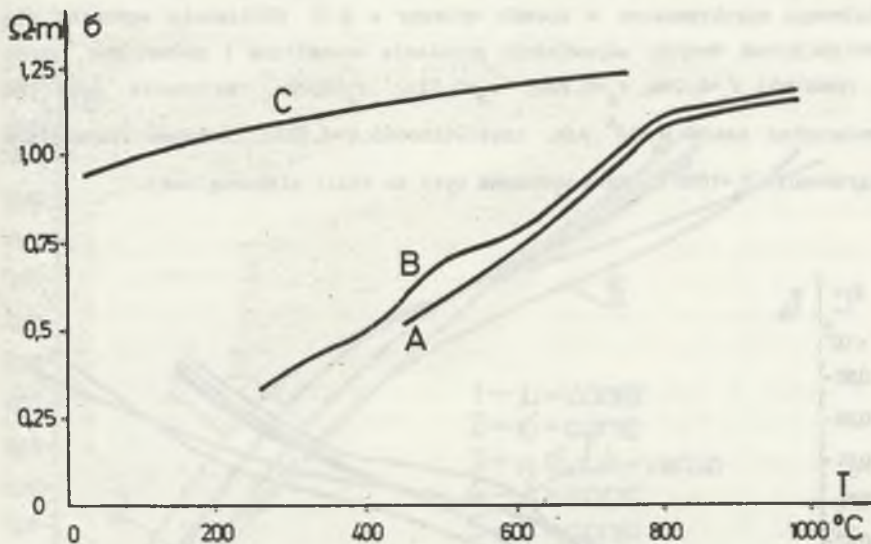
Zależność rezystywności od temperatury z dostateczną do obliczeń dokładnością można aproksymować liniowo:

$$\sigma(T) = \sigma_{20^{\circ}\text{C}} \left[1 + \beta(T - 20) \right]; \quad (9)$$

gdzie współczynniki $\sigma_{20^{\circ}\text{C}}$ i β przyjmują dla stali konstrukcyjnych wartości:

$$\sigma_{20^{\circ}\text{C}} = 1 \dots 2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}; \quad \beta = 0,004 \dots 0,0065 \text{ K}^{-1}.$$

Wyznaczone doświadczalnie wartości rezystywności dla różnych gatunków stali pokazano na rys. 5 [8, 11].



- A – stal niskowęglowa (0,05...0,2%) C
 B – stal średniowęglowa (0,2....0 6%) C
 C – stal chromoniklowa

Rys.5. Zależność $\sigma(T)$ dla różnych rodzajów stali

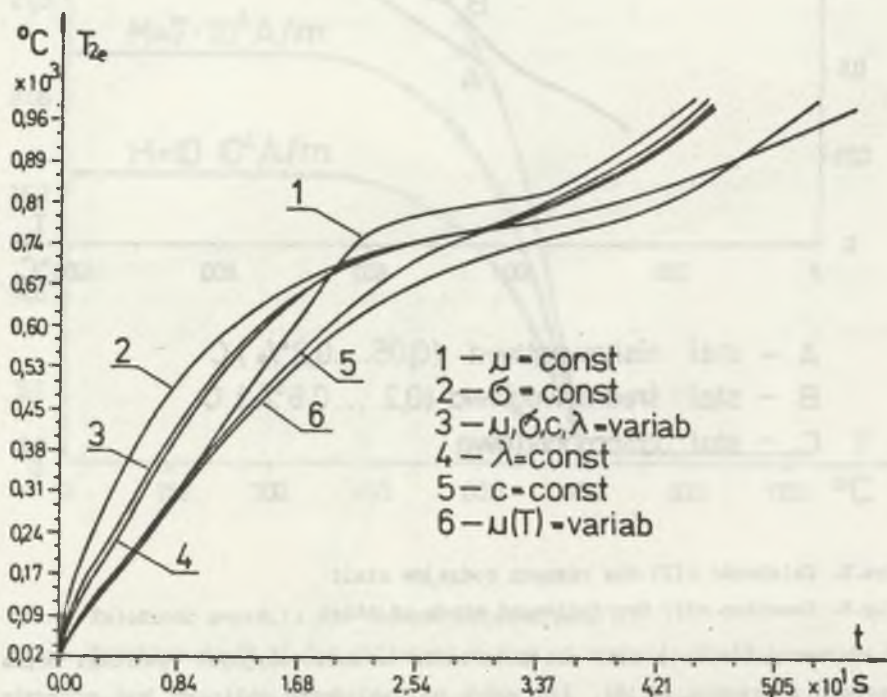
Fig.5. Function $\sigma(T)$ for different kinds of steel

Zależności $\lambda(T)$ i $c(T)$ dla materiałów termoizolacyjnych wymurówki można znaleźć w pracach [2,10]. Ich wpływ na dokładność obliczeń jest znacznie mniejszy niż wpływ tych samych wielkości dla wsadu stalowego.

4. OCENA WPŁYWU UŚREDNIENIA PEWNYCH WŁAŚCIWOŚCI MATERIALOWYCH WSADU NA NAGRZEWANIE

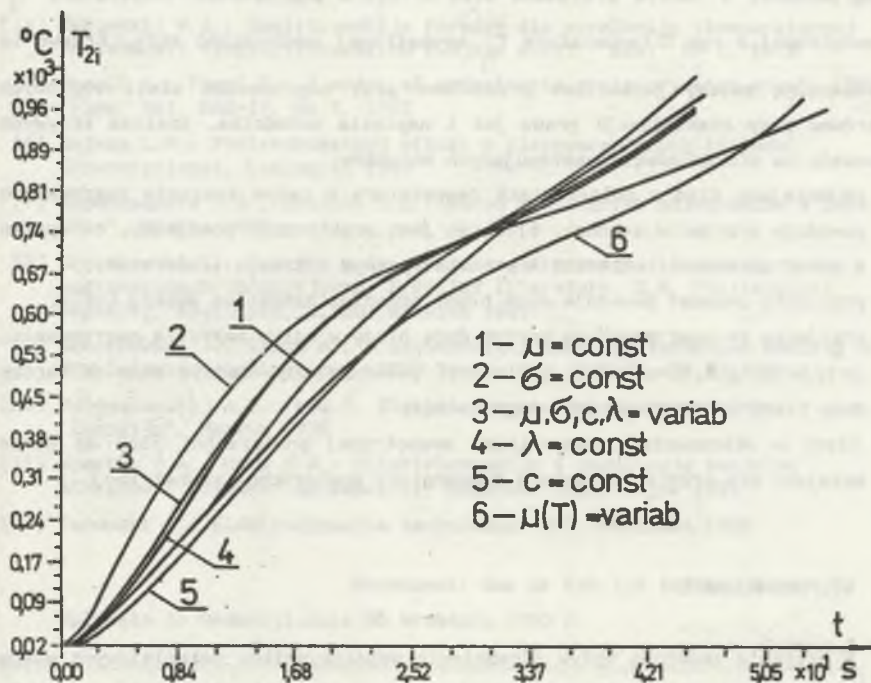
Wpływ przyjęcia do obliczeń rozkładu temperatury stałych, uśrednionych wartości współczynników materiałowych prześledzono wykorzystując opisany w

p.2 model matematyczny procesu nagrzewania, a współczynniki materiałowe wsadu stalowego aproksymowano w sposób opisany w p.3. Obliczenia wykonano dla następujących danych: odpowiednio promienie wewnętrzne i zewnętrzne wsadu i wymurówki $r_1=0,09\text{m}$, $r_2=0,10\text{m}$, $r_3=0,11\text{m}$, $r_4=0,12\text{m}$, natężenie pola na powierzchni wsadu $H_e=10^5\text{ A/m}$, częstotliwość $f=2,5\text{kHz}$, końcowa temperatura nagrzewania $T_k=1000^\circ\text{C}$, rura wykonana była ze stali niskowęglowej.



Rys. 6. Wpływ uśrednienia różnych współczynników materiałowych wsadu na proces nagrzewania: temperatura zewnętrznej powierzchni rury

Fig. 6. The influence of averaging of different material coefficients of charge on heating process: the temperature of the external surface of the pipe



Rys.7. Wpływ uśrednienia różnych współczynników materiałowych wsadu na proces nagrzewania: temperatura wewnętrznej powierzchni rury

Fig.7. The influence of averaging of different material coefficients of charge on heating process: the temperature of the internal surface of the pipe

Na rys.6,7 przedstawiono wyniki nagrzewania dla następujących wariantów wyboru współczynników materiałowych:

- 1 - $\mu(H,T)=\text{const}$ obliczonej dla $H=0,9H$;
- 2 - $\sigma(T)=\text{const}$;
- 3 - wszystkie współczynniki zmienne tj. $\sigma(T)$, $\mu(H,T)$, $c(T)$;
- 4 - $\lambda(T)=\text{const}$;
- 5 - $c(T)=\text{const}$;
- 6 - $\mu(T)$ zmieniającej się w funkcji temperatury, ale niezależnej od H .

Ustalenie pewnej zmiennej (np. $\lambda = \text{const}$) oznacza przyjęcie do obliczeń jej wartości uśrednionej w zakresie temperatur od 20°C do końcowej temperatury nagrzewania, w naszym przypadku 1000°C . Rys.6 przedstawia temperaturę T_{2e} zewnętrzną, a rys.7 temperaturę T_{2i} wewnętrzną powierzchni rury. Krzywe te prezentują zmiany jakościowe prawidłowe przy nagrzewaniu stali węglowych zarówno przy stabilizacji prądu jak i napięcia wzbudnika. Analiza krzywych pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

- najmniejszy błąd w obliczeniach temperatury w całym zakresie nagrzewania powoduje przyjęcie $\lambda = \text{const}$; błąd ten jest praktycznie pomijalny, co wynika z małej zmienności wartości λ w rozpatrywanym zakresie temperatur;
- przyjęcie $c = \text{const}$ powoduje duże błędy przed osiągnięciem punktu Curie;
- przyjęcie $\sigma = \text{const}$ powoduje bardzo duże błędy w całym zakresie nagrzewania;
- przyjęcie $\mu(H, T) = \text{const}$ i $\mu(H) = \text{const}$ powoduje odpowiednio duże i bardzo duże błędy w całym zakresie nagrzewania;
- błędy w obliczeniach temperatury wewnętrznej powierzchni rury są nieco mniejsze niż przy obliczeniach temperatury powierzchni zewnętrznej.

6. PODSUMOWANIE

W artykule omówiono wpływ uśrednienia współczynników materiałowych wsadu na obliczaniu rozkładu temperatury w nagrzewanej indukcyjnie rurze. Jedynie przyjmowanie $\lambda(T) = \text{const}$ nie prowadziło do powstawania dużych błędów obliczeń, uśrednienie pozostałych wartości, przynajmniej w tak szerokim zakresie temperatur, należy uznać za niedopuszczalne. Dalsze prace związane z tym tematem powinny zmierzać do określenia niezbędnej liczby przedziałów temperatury, na które należy podzielić proces nagrzewania, tak aby błąd obliczeń nie przekroczył pewnej określonej wartości.

LITERATURA

- [1] Grajnert J., Kostowski A.: Wyniki badań średniej statystycznej krzywej magnesowania stali St3s. "Przegląd Elektrotechniczny", 1989 nr 5
- [2] Gutman M.B. (red.): Materiały dla elektrotermicznych установок. "Energoatomizdat", Moskwa 1987

- [3] Habermehl S., Jiles D.C., Teller C.M.: Influence of heat treatment and chemical composition on the magnetic properties of ferromagnetic steels. IEEE Trans. Vol. MAG-21, No.5, 1985
- [4] Makowski W.A.: Empiryczne formuły dla wyrażenia temperaturnej zależności cieplofizycznych właściwości stali. "Stal" nr 1, 1972
- [5] Napoli A., Paggi R.: A model of anisotropic grain-oriented steel, IEEE Trans. Vol. MAG-19, No 4, 1983
- [6] Nejman L.P.: Powierzchniowy efekt w ferromagnetycznych ciałach. Gosenergoizdat, Leningrad 1949
- [7] Sabonnadiere J.S., Coulomb J.L.: Metod koniechnych elementów w SAPR. "Mir", Moskwa 1989
- [8] Skoczowski T.: Badanie pola elektromagnetycznego i temperatury w nagrzewnicach indukcyjnych. Przegląd literatury, Z.N. Politechniki Śląskiej, Elektryka, Z.120, Gliwice 1991
- [9] Skoczowski T., Kalus M.: A mathematical model of induction heating of steel ferromagnetic pipes. IEEE Trans. Vol. MAG 25, No 5, 1989
- [10] Swieczanski A.D. (red.): Nizkociemperaturnyj elektronagriew. "Energiya", Moskwa 1978
- [11] Szmatko O.A., Usow J.W.: Elektryczne i magnetyczne właściwości metali i stopów. Sprawoznik. Naukowa Dunka, Kijów 1987
- [12] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968

Recenzent: doc dr hab.inż. Andrzej Krawczyk

Wpłynęło do Redakcji dnia 25 września 1990 r.

Tabela 1

Wartości współczynników z zależności $\lambda(T)$ (4)					
Rodzaj stali	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	T_0
	$\frac{W}{m \cdot K}$	$\frac{W}{m \cdot K}$	$\frac{W}{m \cdot K}$	$\frac{1}{K}$	$^{\circ}C$
niskowęglowa (0,05-0,2)%C	63,2	0	36,9	0,245	927
średniowęglowa (0,2-0,6)%C	55,9	0	31,3	0,285	935
wysokowęglowa (0,6-1,3)%C	56,2	0	31,6	0,235	900
niskostopowa	48,8	0	21,5	0,240	950
chromoniklowa	14,0	1,6	0	-	-

Tabela 2

Wartości współczynników z zależności $c(T)$ (5)						
Rodzaj stali	c_0 $\frac{J}{kg \cdot K}$	c_1 $\frac{J}{kg \cdot K}$	c_2 $\frac{J}{kg \cdot K}$	c_3 $\frac{1}{K}$	T_0 $^{\circ}C$	n
węglowa (0,9-1,23)%C	481,5	199,7	812,2	0,0099	768	1,0
niskostopowa	481,5	98,4	669,9	0,0047	740	5,0
chromoniklowa	485,7	159,1	0	-	-	0,7

Tabela 3

Wartości współczynników z zależności $\alpha_L(T)$ (7)					
Rodzaj stali	α_0 K^{-1}	α_1 K^{-2}	α_2 K^{-1}	α_3 K^{-2}	T_0 $^{\circ}C$
węglowa (0,9-1,23)%C i niskostopowa	10,7	6,0	2,9	0,76	905
chromoniklowa	16,5	4,0	0,0	-	-

ВЛИЯНИЕ УСРЕДНЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МАТЕРИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Резюме

В статье представлено влияние усреднения материальных коэффициентов загрузки на вычисление распределения температуры в индукционно нагреваемой стальной пруте. Вычисления выполнены с использованием модели сопряженных

электромагнитных и тепловых явлений в бесконечно длинной индукционной установке. Подробно представлена аппроксимация коэффициентов материала стальной заготовки в функции температуры. Представлены результаты вычислений нагрева для различных вариантов усреднения $\lambda(T)$, $c(T)$, $\sigma(T)$, $\mu(H,T)$.

THE INFLUENCE OF THE AVERAGING OF CERTAIN MATERIAL PROPERTIES ON THE TEMPERATURE DISTRIBUTION EVALUATION HEATING

S u m m a r y

The influence of the averaging of certain material properties on the temperature distribution evaluation in an induction heater of steel pipes has been described. A model of coupled electromagnetic and thermokinetics phenomena in an infinitely long induction heater has been applied. Approximations of the material coefficients of steel charge in terms of temperature have been discussed in details. The results of computations for different cases of averaging of $\lambda(T)$, $c(T)$, $\sigma(T)$ and $\mu(H,T)$ have been given.