ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1997
Seria: BUDOWNICTWO z. 84 Nr kol. 1376

Jan KUBIK, Karol MRACZNY

IDENTYFIKACJA FUNKCJI REOLOGICZNYCH KOMPOZYTU WARSTWOWEGO

Streszczenie. W pracy podano formuły pozwalające na wyznaczenie na podstawie eksperymentu globalnych funkcji pełzania i relaksacji belki warstwowej.

IDENTYFIKATION OF RHEOLOGICAL FUNCTION IN LAYERED COMPOSITE

Summary. There were presented formulas which allow to evaluate global experimental creeping and relaxation functions in the layered beam.

1. Relacja moment-krzywizna

Identyfikacja funkcji materiałowych poprzedzona być musi określeniem relacji między cząstkowymi i globalnymi momentami a krzywizną belki warstwowej.

W analizowanym trójwarstwowym układzie składającym się z rdzenia - 0, zbrojenia - 2 i warstwy kontaktowej -1 ,w czasie narastania deformacji przy stałym obciążeniu zewnętrznym dochodzić będzie do przegrupowania się sił wewnętrznych. Oznacza to, iż również w sprężystym zbrojeniu naprężenie będzie zmienne, wzrastające.

Określimy relacje moment-krzywizna w przypadku pręta warstwowego, które wynikają z następujących zależności:

- równań geometrycznych

$$\varepsilon^{\alpha} = \chi z^{\alpha} \tag{1}$$

- równań fizycznych wypisanych dla warstw

$$\varepsilon^{\alpha} = c^{\alpha} * d\sigma^{\alpha} \equiv \int_{o}^{t} c^{\alpha}(t-\tau) d\sigma^{\alpha}(\tau) \tag{2}$$

- sił przekrojowych

$$M^{\alpha} = \int_{F^{\alpha}} \sigma^{\alpha} z^{\alpha} dF^{\alpha}, \; M = \sum_{\alpha} M^{\alpha} \text{ oraz } N = \sum_{\alpha} N^{\alpha} = 0 \tag{3}$$

Podstawiając do równań fizycznych (2) zależności geometryczne (1) otrzymamy

$$\chi z^{\alpha} = c^{\alpha} * d\sigma^{\alpha} \rightarrow \int_{F^{\alpha}} \chi\left(z^{\alpha}\right)^{2} dF^{\alpha} = \overline{c}^{\alpha} * \int_{F_{\alpha}} d\sigma^{\alpha} z^{\alpha} dF^{\alpha} \rightarrow \chi \int_{F^{\alpha}} \left(z^{\alpha}\right)^{2} dF^{\alpha} = c^{\alpha} * dM^{\alpha} \tag{4}$$

stąd

$$\chi = \frac{1}{J^{\alpha}} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \tag{4}$$

Po zsumowaniu po wszystkich warstwach krzywizna wynosi

$$\sum_{\alpha} J^{\alpha} \chi = \sum_{\alpha} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \rightarrow \chi = \frac{1}{J} \sum_{\alpha} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \tag{5}$$

W analogicznym pręcie o własnościach uśrednionych relacja ta przyjmie formę

$$\chi' z = c * d\sigma \rightarrow \chi' \int_{F} z^{2} dF = c * \int_{F} d\sigma \, z \, dF \rightarrow \chi' \frac{1}{J} c * dM \tag{3'}$$

Przyjmując następnie równość krzywizn $\chi = \chi'$ w pręcie warstwowym i zastępczym pręcie o własnościach uśrednionych uzyskamy współzależność między momentami cząstkowymi a globalnymi

$$\chi = \chi' \rightarrow \frac{1}{J} c * dM = \frac{1}{J} \sum_{\alpha} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \rightarrow c * dM = \sum_{\alpha} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \tag{6}$$

$$\rightarrow c * \sum_{\alpha} dM^{\alpha} = \sum_{\alpha} c^{\alpha} * dM^{\alpha} \rightarrow \sum_{\alpha} \left(c - c^{\alpha}\right) * dM^{\alpha} = 0$$

Otrzymaliśmy ogólną zależność łączącą parcjalne c^{α} i globalne c, funkcje pełzania. Zachodzi również

$$\chi = \chi' \rightarrow \frac{1}{J^{\alpha}} c^{\alpha} * dM^{\alpha} = \frac{1}{J} c * dM \rightarrow c^{\alpha} * dM^{\alpha} = \frac{J^{\alpha}}{J} c * dM$$

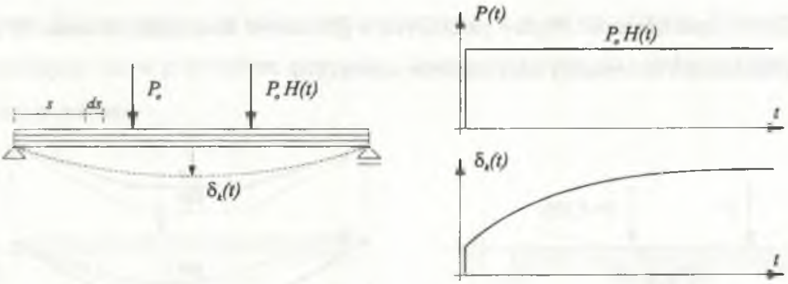
Podane równania określają współzależności między funkcjami pełzania składników a globalną funkcją pełzania kompozytu.

2. Identyfikacja funkcji pełzania

Wyjściowym punktem rozważań będzie tu ogólna relacja łącząca odkształcenia z przemieszczeniami w liniowych geometrycznie układach prętowych poddanych zginaniu. Zależność ta wynika z zasady prac dopełniających i w przypadku zginania ma ona postać

$$1_{k_1}\delta_k = \int_s \chi'(s) M_1(s) ds \tag{7}$$

gdzie δ_k jest przemieszczeniem uogólnionym (przemieszczeniem lub obrotem), χ - krzywizną, a M_1 - momentem jednostkowym, tj. momentem zginającym wywołanym siłą jednostkową na kierunku przemieszczania δ_k.



Rys.1. Schemat układu do pomiaru funkcji pełzania
Fig.1. Scheme of the creep function measurement system

Podstawiając do zależności tej wyrażenie na krzywiznę, uzyskamy

$$1_{k_1}\delta_k(t) = \int_s \frac{1}{J} \leftrightarrow c * dM M_1 ds = \frac{1}{J} c * \int_s dM(\tau) M_1 ds \tag{8}$$

Jeżeli teraz $P = P_0 H(t)$, gdzie H jest funkcją Heaviside'a, czyli $M = M_0 H(t)$ i $c * dHM_0 = c(t)M_0$, to z przemieszczenia δ_k wynika wzór na funkcję pełzania

$$\delta_k(t) = \frac{1}{J} c(t) \int_s M_o M_1 ds \rightarrow \frac{1}{J} c(t) = \frac{\delta_k(t) 1_k}{\int_s M_o M_1 ds} \tag{9}$$

stąd

$$C(t) = \frac{J\delta_k(t) 1_k}{\int_s M_o M_1 ds} \tag{10}$$

Wzór ten pozwala na szacowanie globalnej funkcji relaksacji dla całego pręta. Natomiast dla każdej z warstw zachodzi

$$1_k \delta_k(t) = \int_s \chi M_1(s) ds = \frac{1}{J^\alpha} \int_s c^\alpha * dM^\alpha M_1 ds \tag{11}$$

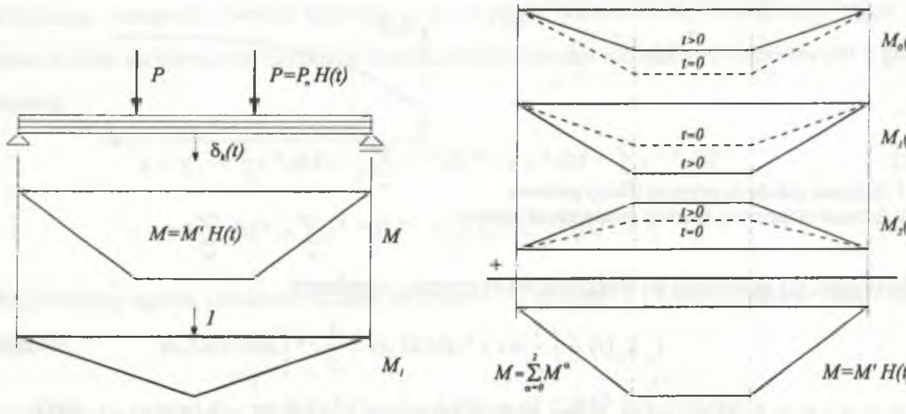
Z porównania wyrażeń na δ_k w (8) i (11) otrzymamy

$$\frac{1}{J} c * \int_s dM(\tau) M_1 ds = \frac{1}{J^\alpha} c^\alpha * \int_s dM^\alpha(\tau) M_1 ds \tag{12}$$

Zachodzi również ogólniejsza postać tej tożsamości dla sumy

$$\begin{gathered}\delta_k(t) = \int_s \frac{1}{J} \sum_\alpha c^\alpha * dM^\alpha M_1 dS \to \frac{1}{J} c * \int_s dMM_1 dS = \frac{1}{J} \sum_\alpha c^\alpha * \int_s dM^\alpha M_1 dS \to \\ c * \int_s \sum_\alpha dM^\alpha M_1 dS = \sum_\alpha c^\alpha * \int_s dM^\alpha M_1 dS \to \sum_\alpha \left(c - c^\alpha\right) * \int_s dM^\alpha M_1 dS = 0\end{gathered} \tag{13}$$

Jest to kolejna współzależność między parcjalnymi a globalnymi funkcjami pełzania. W praktycznych obliczeniach korzystamy oczywiście ze wzoru (10).



Rys.2. Schemat układu pomiarowego wraz ze zmianami wartości momentów parcjalnych w matrycy M^0, zbrojeniu M^1 i warstwie kontaktowej M^2

Fig.2. Scheme of the measurement system with changes the partial moment value in the matrix M^0, reinforcement M^1 and contact layen M^2

3. Identyfikacja funkcji relaksacji

Punktem wyjściowym są tu zależności wynikające z zasady prac wirtualnych

$$\int_s P_i \delta u_i ds = \int_s M \delta\chi ds ,$$

które w przypadku pręta warstwowego, gdzie $M = \sum_{\alpha} J^{\alpha} E^{\alpha} * d\chi$, prowadzą do relacji

$$P_i(t)l_i = \underbrace{\sum_{\alpha} J^{\alpha} E^{\alpha}}_{EJ} \int_{s} \chi_o \delta\chi \, ds \tag{14}$$

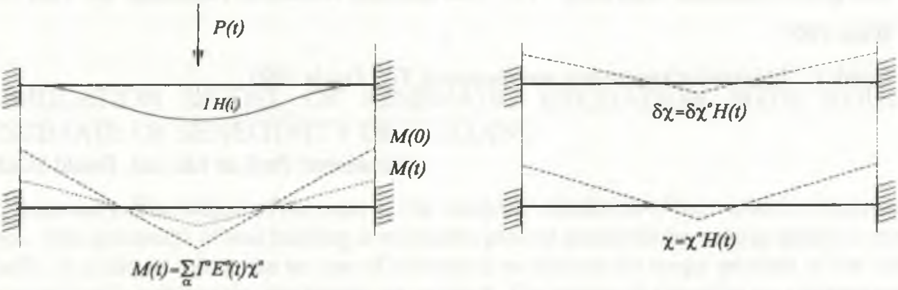
W szczególności przy stałej krzywiźnie $\chi = \chi_o H(t)$

$$\sum_{\alpha} J^{\alpha} E^{\alpha} * d\chi = \sum_{\alpha} J^{\alpha} E^{\alpha}(t) \chi_o \tag{15}$$

otrzymamy wzór na globalną funkcję relaksacji

$$E(t) = \frac{P_i(t) 1_i \cdot}{J \int \chi_0 \delta\chi dS} \tag{16}$$

W eksperymencie zmierzającym do określenia funkcji relaksacji E(t) należy mierzyć zmiany obciążenia P(t) w czasie przy stałej wartości krzywizn χ w całym układzie. Eksperyment ten jest trudniejszy niż w poprzednim przypadku, kiedy wyznaczano przy stałej wartości obciążenia funkcję pełzania.



Rys.3. Schemat identyfikacji funkcji relaksacji
Fig.3. Scheme of the relaxation function identification

4. Uwagi końcowe

Podana w pracy metodyka postępowania pozwala na bezpośrednie szacowanie z pomiarów wartości globalnych funkcji pełzania i relaksacji materiału kompozytów. Eksperyment należy prowadzić tak, aby zminimalizować wpływ błędów pomiaru wielkości w mianownikach formuł na C(t) i E(t). Wymóg ten oznacza, iż przy wyznaczaniu funkcji pełzania należy tak dobrać schemat statyczny układu, aby rozkłady momentów zginających pochodzących od obciążeń i sił jednostkowych spełniały warunek

$$\int_s MM_1 ds = \max.$$

Analogiczny wymóg dotyczący funkcji relaksacji sprowadza się do maksymalizacji całki z krzywizn

$$\int_s \chi\chi_o ds = \max$$

Zaprezentowana procedura postępowania pozwala bezpośrednio wyznaczyć tylko globalne wartości funkcji reologicznych kompozytu. Natomiast na ich podstawie można szacować własności reologiczne warstwy kontaktowej.

LITERATURA

1. Christensen R.M.: Mechanics of composite materials. John Wiley & Sons, New York 1979.
2. Gołoń J., Kubik J., Mraczny K. I inni: Grundlagen für einen Gebranchstäfigheitsnachweis von gitterverstärktem Recykling - PE, Österreichiche Kunststoff Zeitschrift, 28, Heft 3/4, Wien 1997.
3. Kubik J.: Mechanika konstrukcji warstwowych.TiT, Opole 1993.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ewald Macha

Abstract

The global creeping-relaxation functions is layered beam wave evaluated on basis of simple inverted task of static's.

The point of start are relations currature-moment (eqns (4) - (6) in viscoelastc layered beam. The principle of complementary works (7) is used to evaluate global creeping function for layers (18). Per analogy principle of virtual work (14) is used to evaluate global function of relaxation E(t) in the layered bar (eqn (16)).