

Michał MATHEJA

SZACOWANIE OBCIĄŻEŃ GRANICZNYCH KONSTRUKCJI STALOWYCH W CZASIE POŻARU

Streszczenie. Opracowanie przedstawia propozycję metody szacowania obciążeń granicznych stalowych konstrukcji prętowych poddanych działaniom wysokich temperatur. W rozważaniach zastosowano plastyczny model materiału sztywno-plastycznego. Wprowadzono jednoznaczne kryterium stanu granicznego w oparciu o warunek plastyczności.

SCHÄTZUNG DER GRENZBELASTUNGEN DER STAHLKONSTRUKTIONEN UNTER BRANDEINWIRKUNG

Zusammenfassung. Die Bearbeitung stellt einen Vorschlag für ein Verfahren der Schätzung der Grenzbelastungen von Stahlkonstruktionen unter Einwirkung der hohen Temperaturen vor. Es wurde ein steif-plastisches Modell des Stoffes angewandt. Es wurde ein eindeutiges Kriterium des Grenzstandes durch Benutzung der Plastizitätsbedingung eingeführt.

1. Wprowadzenie

Konstrukcje stalowe stanowią typ konstrukcji szczególnie wrażliwych na działanie wysokich temperatur. Już w początkowej fazie trwania pożaru dochodzi do znacznego spadku nośności takich konstrukcji. Przyczyną jest zmiana własności mechanicznych materiału pod wpływem oddziaływania termicznego. Szczególnie istotna jest zmiana granicy plastyczności materiału. W efekcie dochodzi do powstania znacznych deformacji, a w końcu do zniszczenia układu. Dlatego do analizy tego zjawiska używa się z reguły różnych wariantów plastycznych modeli materiału. Każdy z tych wariantów posiada jednak swoje ograniczenia.

Model sztywno-plastyczny, który bliżej przedstawiony zostanie w dalszej części opracowania, umożliwi jednoznaczne określenie wielkości obciążenia granicznego przy danym rozkładzie temperatur w pręcie.

Z kolei wszelkie modele uwzględniające wzmocnienie izotropowe materiału plastycznego nie pozwalają na jednoznaczne zdefiniowanie stanu granicznego. Szacowane deformacje narastają stopniowo i przyjęcie kryterium granicznego zależy od autorytatywnej decyzji autora obliczeń.

Poniżej przedstawiono propozycję metody szacowania obciążeń granicznych konstrukcji stalowej obciążonej mechanicznie i termicznie, która wprowadza kryterium graniczne oparte na własnościach materiału.

2. Model sztywno-plastyczny materiału

Jednym z możliwych do przyjęcia modeli ciała plastycznego jest model sztywno-plastyczny. Zależność między naprężeniem i odkształceniem dla stali A37 oraz przyjętego modelu ilustruje rysunek 1.

Równanie fizyczne materiału zapisać można w postaci:

$$\sigma = \begin{cases} 0, & \text{dla } \varepsilon_m = 0 \\ \sigma_0(T), & \text{dla } \varepsilon_m > 0 \end{cases} \quad (2.1.)$$

gdzie: σ - naprężenie,

ε_m - odkształcenie mechaniczne,

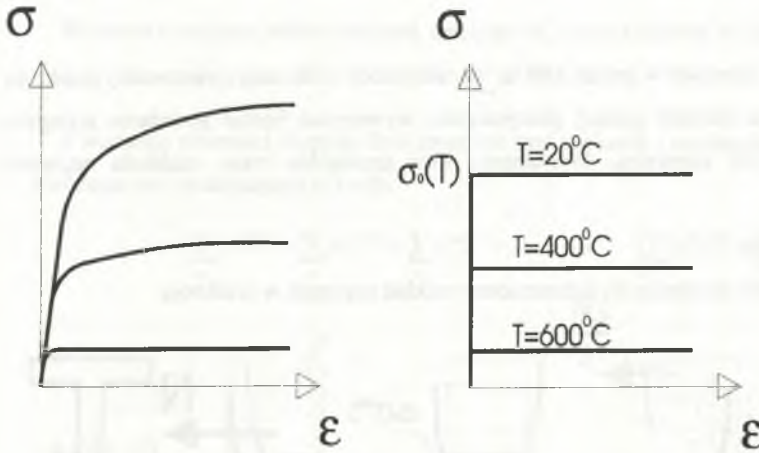
T - temperatura,

$\sigma_0(T)$ - granica plastyczności zależna od temperatury.

Wzrost temperatury powoduje zmianę granicy plastyczności materiału, przy czym w obliczeniach przeprowadzonych poniżej przyjęto empiryczną zależność między granicą plastyczności a temperaturą w postaci:

- dla temperatur w zakresie do 600°C:

$$\sigma_0(T) = \left(1 + \frac{T}{900 \ln(T/1750)}\right) \cdot \sigma_0(T = 0^\circ\text{C}) \quad (2.2.)$$



Rys. 1. Relacja naprężenia-odkształcenia dla stali A37 w warunkach wysokich temperatur.

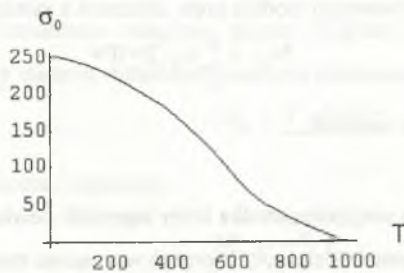
Przebieg rzeczywisty i przyjęta idealizacja

Fig.1. Stress-strain relation for A 37 steel in high temperatures conditions. Real plot and assumed idealisation

- dla temperatur w zakresie 600-1000°C:

$$\sigma_0(T) = \left(\frac{340 - 0.34T}{T - 240} \right) \cdot \sigma_0(T = 0^\circ\text{C}) \quad (2.3.)$$

gdzie: $\sigma_0(T = 0^\circ\text{C})$ - granica plastyczności w temperaturze 0°C (w obliczeniach przyjmowano 250 MPa).



Rys. 2. Przyjęta relacja między granicą plastyczności a temperaturą

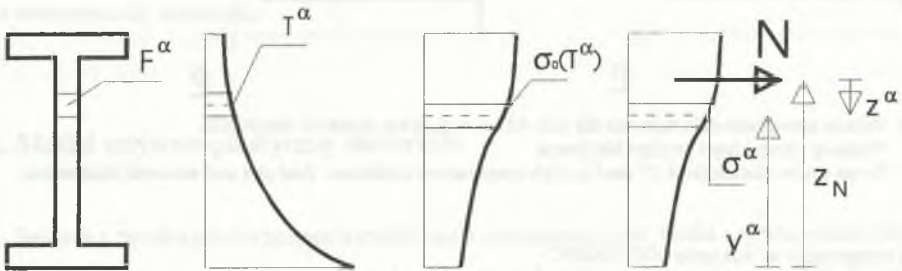
Fig.2. Assumed relation between limit of plasticity and temperature

3. Warunek plastyczności

Każdy rozkład naprężeń w przekroju, taki że we wszystkich włóknach (warstwach) przekroju naprężenie osiągnie wartość granicy plastyczności, wywoływać będzie powstanie przegubu plastycznego w tym przekroju. Wyróżniono dwa szczególne stany rozkładu naprężeń w przekroju:

1) Pełne rozciąganie

W przypadku tym przyjmuje się jednoimienny rozkład naprężeń w przekroju:



Rys. 3. Przekrój pręta, rozkład temperatur, odpowiadających im granic plastyczności i naprężeń. Przypadek pełnego rozciągania

Fig.3. Bar cross-section, temperature distribution, responding plasticity limits and stress. Case of full tension

Siła osiowa przenoszona przez tak obciążony przekrój określana będzie jako graniczna siła osiowa i przy przyjęciu warstwowego modelu pręta obliczana z zależności:

$$N_{gr} = \sum_{\alpha} \sigma_0(T^\alpha) F^\alpha \quad (3.1)$$

gdzie: T^α - temperatura w warstwie,

F^α - pole warstwy.

Moment zginający obliczany względem środka bryły naprężeń powinien być równy zero. Położenie osi przechodzącej przez środek bryły naprężeń wyznaczyć można z warunku:

$$M = \sum_{\alpha} \sigma_0(T^\alpha) (z_N - y^\alpha) F^\alpha = 0, \quad (3.2)$$

gdzie: z_N - odległość od krawędzi przekroju do środka ciężkości bryły naprężeń,

y^α - współrzędna środka ciężkości warstwy wyznaczona od krawędzi przekroju.

W dalszych obliczeniach współrzędne poszczególnych warstw wyznaczone będą w nawiązaniu do tej osi.

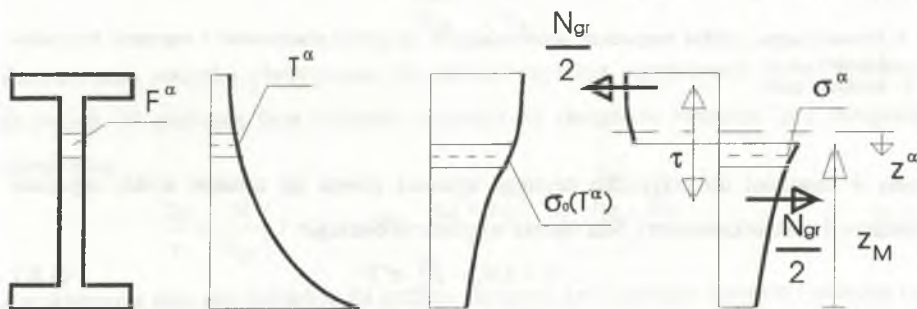
2) Czyste zginanie

W pręcie występuje jedynie moment zginający M , zaś siła osiowa N jest zerowa.

$$N = \sum_{\alpha} \sigma^{\alpha} F^{\alpha} = 0 \quad (3.3.)$$

Z warunku równości objętości brył naprężeń stref ścisanej i rozciąganej wyznaczyć można położenie osi rozdzielającej te strefy:

$$\sum_{\alpha} \sigma^{\alpha} F^{\alpha} = \sum_{\alpha} \sigma_{+}^{\alpha} F^{\alpha} + \sum_{\alpha} \sigma_{-}^{\alpha} F^{\alpha} = 0 \quad \rightarrow \quad \left| \sum_{\alpha} \sigma_{+}^{\alpha} F^{\alpha} \right| = \left| \sum_{\alpha} \sigma_{-}^{\alpha} F^{\alpha} \right| \quad (3.4.)$$



Rys. 4. Przekrój pręta, rozkład temperatur, odpowiadających im granic plastyczności i naprężeń. Przypadek czystego zginania

Fig.4. Case of pure bending

Odległość od krawędzi przekroju do granicy stref oznaczono jako z_M . Dodatkowo wprowadzono symbol τ na oznaczenie odległości między środkami brył naprężeń stref. Moment zginający odpowiadający takiemu rozkładowi naprężeń określono jako moment graniczny:

$$M_{gr} = \sum_{\alpha} \sigma^{\alpha} z^{\alpha} F^{\alpha} \quad (3.5.)$$

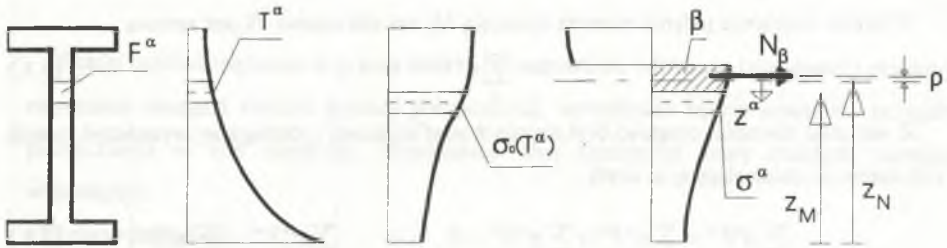
Wymiar τ wyznaczyć można z zależności:

$$M_{gr} = \frac{N_{gr}}{2} \tau, \quad (3.6.)$$

skąd:

$$\tau = \frac{2M_{gr}}{N_{gr}} \quad (3.7.)$$

Dla dowolnego rozkładu naprężeń wielkości przenoszonych sił wewnętrznych obliczyć można przez porównanie takiego stanu naprężeń ze stanem naprężeń odpowiadającym przypadkowi czystego zginania.



Rys. 5. Przekrój pręta, rozkład temperatur, odpowiadających im granic plastyczności i naprężeń. Przypadek dowolny
Fig. 5. Arbitrary case

Zmiana w stosunku do przypadku czystego zginania polega na zmianie znaku naprężeń w obszarze β (zakreskowanym). Siła osiowa wyniesie wobec tego:

$$N = 2N_{\beta} = 2 \sum_{\beta} \sigma^{\alpha} F^{\alpha} \quad (3.8)$$

gdzie: N_{β} - wypadkowa siła osiowa w obszarze β .

Zmiana momentu zginającego wyniesie natomiast:

$$\Delta M = -2N_{\beta}\rho = -2 \sum_{\beta} \sigma^{\alpha} F^{\alpha} z^{\alpha} \quad (3.9)$$

gdzie:

$$\rho = \frac{\sum_{\beta} \sigma^{\alpha} F^{\alpha} z^{\alpha}}{\sum_{\beta} \sigma^{\alpha} F^{\alpha}} \quad (3.10)$$

- odległość od linii działania wypadkowej bryły naprężeń w obszarze β do linii działania wypadkowej w przypadku pełnego rozciągania.

Moment zginający obliczyć można wobec tego jako:

$$M = M_{gr} + \Delta M = M_{gr} - 2N_{\beta}\rho = M_{gr} - N\rho \quad (3.11)$$

Z przekształcenia powyższej zależności uzyskać można warunek uplastycznienia przekroju:

$$\frac{M + N\rho}{M_{gr}} = \tau \quad (3.12)$$

zaś po wykorzystaniu relacji (3.7.) warunek ten przyjmuje postać:

$$\frac{M}{M_{gr}} + \frac{N}{N_{gr}} \cdot \frac{2\rho}{\tau} = \tau \quad (3.13)$$

skąd:

$$\frac{2\rho}{\tau} = \frac{N_{gr}}{N} \left(1 - \frac{M}{M_{gr}} \right) \quad (3.14.)$$

W przypadku stałej szerokości przekroju i jednakowej granicy plastyczności we wszystkich warstwach wymiar ρ zmienia się proporcjonalnie do zmiany wartości siły osiowej i warunek uplastycznienia przekroju przyjmuje wówczas postać:

$$\frac{M}{M_{gr}} + \left(\frac{N}{N_{gr}} \right)^2 = 1 \quad (3.15.)$$

Zastosowanie warunku plastyczności do obliczeń wymaga ograniczenia liczby zmiennych do dwóch. W pierwszej fazie obliczeń proponuje się zastąpienie stosunku $2\rho/\tau$ następującą zależnością:

$$\frac{2\rho}{\tau} \equiv \frac{N}{N_{gr}} \left(1 - 2 \cdot \text{sgn}(N) \cdot \frac{z_M - z_N}{\tau} \right) + 2 \cdot \frac{z_M - z_N}{\tau} \quad (3.16.)$$

Aproksymacja taka jest dokładna dla sytuacji skrajnych, tzn. czystego zginania i pełnego rozciągania. Po uzyskaniu pierwszego przybliżonego rozwiązania można wstępnie założoną wielkość skorygować za pomocą wzoru (3.14.).

4. Istota metody szacowania deformacji

Przedstawiony model materiału umożliwia jednoznaczne określenie kryterium zaistnienia stanu granicznego układu statycznego.

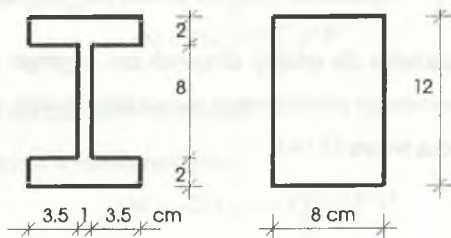
Sposób postępowania jest następujący. W analizowanej ramie wyznacza się przekroje niebezpieczne, w których spodziewane są duże wartości sił wewnętrznych. Kolejno rozpatruje się możliwe schematy zniszczenia. Dla każdego schematu sformułować można układ równań uwzględniający warunki plastyczności i statykę układu. Rozwiązaniem każdego takiego układu równań jest wielkość obciążenia powodującego zniszczenie konstrukcji według analizowanego schematu zniszczenia. W pierwszym przybliżeniu oblicza się wartość stosunku $2\rho/\tau$ (uzależnionego od nieznannej wartości siły osiowej) wg zależności (3.16.). Następnie na drodze iteracji wartość tę modyfikuje się korzystając z relacji (3.14.), aż do uzyskania ustabilizowanego rozwiązania. Minimalne spośród obciążeń niszczących wyznaczonych dla poszczególnych

iteracji wartość tę modyfikuje się korzystając z relacji (3.14), aż do uzyskania ustabilizowanego rozwiązania. Minimalne spośród obciążeń niszczących wyznaczonych dla poszczególnych schematów zniszczenia uznać należy za obciążenie graniczne. W ten sposób uzyskuje się rozkład sił wewnętrznych w chwili zaistnienia stanu granicznego.

5. Przykłady obliczeniowe

Przykład obliczeniowy 1

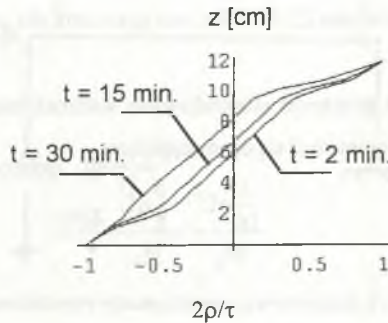
Przykład ten ilustruje przebieg rzeczywisty zależności przedstawionej równaniem (3.14). Analizie poddano dwa przekroje: prostokątny i dwuteowy. Rozkład temperatury w przecie wyznaczono wg procedury przedstawionej w pozycji [7]. Obliczenia przeprowadzono po 2, 15 i 30 minutach pożaru.



Rys. 6. Przekroje poddane analizie obliczeniowej
Fig.6. Considered cross-sections

Wyniki obliczeń dla przekroju dwuteowego przedstawiono na rys. 7. Położenie osi odmierzano od ogrzewanej krawędzi przekroju. Po 2 minutach od chwili wybuchu pożaru temperatura w warstwach waha się w zakresie 20-40°C, po 15 min osiąga odpowiednio 110-320°C, a po 30 min 285-600°C. Mimo tak znacznych różnic rozkładu temperatur przebieg wykresu zależności stosunku $2p/\tau$ od położenia osi dzielącej przekrój na strefę ściskaną i rozciąganą ("osi obojętnej") zmienia się w stosunkowo niewielkim zakresie.

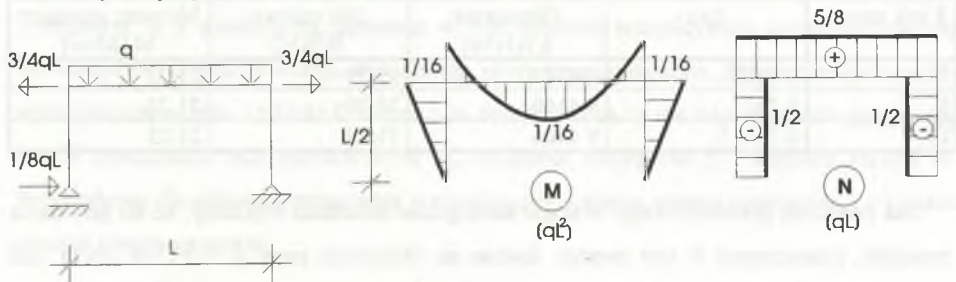
W przypadku przekroju prostokątnego zmiany omawianej relacji w czasie trwania pożaru są niewielkie (nieuchwytnie w skali rysunku), a odpowiedni wykres praktycznie liniowy.



Rys. 7. Wykres zależności między położeniem „osi obojętnej” a stosunkiem $2\rho/\tau$
 Fig.7. Diagram of relation between „indifferent axis” placemend and relation $2\rho/\tau$

Przykład obliczeniowy 2

Analizie poddano ramę o schemacie statycznym przedstawionym na rys. 8. i przekroju dwuteowym o proporcjach jak na rys. 6.



Rys.8. Schemat statyczny i wykresy sił wewnętrznych ramy poddanej analizie
 Fig.8. Static scheme and diagrams of internal forces of considered frame

Układ jest ustrojem statycznie wyznaczalnym i powstanie jednego przegubu spowoduje jego zniszczenie. Jako przekroje zagrożone potraktowano te, w których moment zginający osiąga wartość maksymalną. Obliczenia wykazały, że w niektórych przypadkach wpływ siły osiowej prowadził do odciążenia przekroju. Obciążenie graniczne wyznaczone dla danego przekroju powodowało wówczas powstanie momentu zginającego przekraczającego wartość momentu granicznego. Obliczenia przeprowadzono dla czasu 30 minut od chwili wybuchu pożaru.

Moment graniczny wynosi wówczas 22.18 kNm, zaś graniczna siła osiowa 420.4 kN. Wymiar L przyjęto jako równy 6 m.

Dla każdego zagrożonego przekroju sformułowano warunek plastyczności. Przykładowo dla przekroju przeszłowego prezentował się on następująco:

$$\frac{1}{16} \frac{qL^2}{M_{gr}} + \frac{5}{8} \frac{qL}{N_{gr}} \cdot \frac{2\rho}{\tau} = \quad (5.1.)$$

W I przybliżeniu stosunek $2\rho/\tau$ przyjęto wg aproksymacji przedstawionej równaniem (3.16.). Następnie dla uzyskanego obciążenia q wyznaczono wielkość siły osiowej i momentu uplastycznienia towarzyszącego takiej sile osiowej przy zadanym rozkładzie temperatur. Dla takich wartości sił wewnętrznych wyznaczono rzeczywistą wartość potrzebnego stosunku ze wzoru (3.14.). W praktyce już drugie przybliżenie prowadziło do uzyskania dokładnego rozwiązania. W tabelce przedstawiono wyniki uzyskane w kolejnych krokach iteracyjnych dla wspomnianego przekroju przeszłowego.

Tabela 1

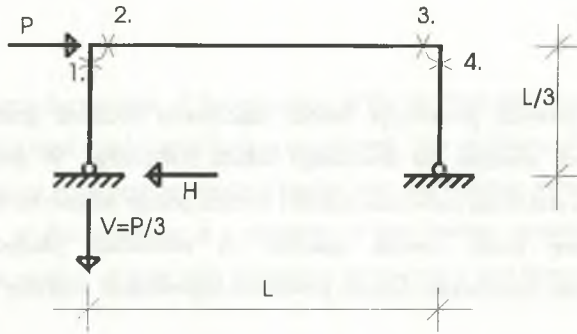
Wyniki obliczeń w poszczególnych krokach iteracyjnych dla przekroju przeszłowego

Krok iteracji	$2\rho/\tau$	Obciążenie q [kN/m]	Siła osiowa N [kN]	Moment zginający M [kNm]
I	0.7522	9.437	35.39	21.23
II	0.7521	9.4366	35.39	21.23
III	0.75211	9.4366	35.39	21.23

Dla przekroju przywęzłowego w słupie analogiczne obliczenia wykazały, że do powstania przegubu plastycznego w tym miejscu dojdzie po obciążeniu ramy $q = 9.5195$ kN/m, zaś dla przekroju przywęzłowego w ryglu uzyskano wynik $q = 10.3020$ kN/m. W tym ostatnim przypadku działanie siły osiowej jest działaniem odciążającym. Spośród kolejnych rozwiązań wybrać należy minimalne. W przypadku omawianej ramy obciążenie graniczne po 30 minutach pożaru wyniesie więc (po zaakragleniu) 9.44 kN/m.

Przykład obliczeniowy 3

Rama przedstawiona na rys. 9. tworzy ustrój jednokrotnie statycznie niewyznaczalny. Powstanie dwóch przegubów plastycznych spowoduje jej zniszczenie.



Rys. 9. Rama analizowana w przykładzie obliczeniowym
Fig.9. The considered frame in the computing example

Obliczenia przeprowadzono także dla czasu 30 minut od wybuchu pożaru. Wymiar L przyjęto jako równy 6 m, przekrój dwuteowy jak na rys. 6.

Analizę rozpoczęto od wyznaczenia przekrojów niebezpiecznych (zaznaczonych i ponumerowanych na rysunku).

Przekrój nr 2 wykluczono, ponieważ w tym wypadku przewidywany zwrot siły osiowej spowoduje odciążenie przekroju obciążonego momentem zginającym. Dla pozostałych możliwych wariantów (tzn. 1+3 i 1+4) ułożono po dwa równania oparte na warunkach plastyczności. W równaniach tych niewiadomymi są obciążenie zewnętrzne P i nieznaną reakcja H . Przykładowo dla schematu zniszczenia przewidującego uplastycznienie przekrojów 1 i 3 układ równań przyjmuje postać:

$$\frac{H \cdot \frac{L}{3}}{M_{gr}} + \frac{\frac{1}{3}P}{N_{gr}} \cdot \frac{2\rho}{\tau} = 1 \quad (5.2.)$$

$$\frac{\frac{1}{3}P \cdot L - H \cdot \frac{L}{3}}{M_{gr}} + \frac{H - P}{N_{gr}} \cdot \frac{2\rho}{\tau} = \quad (5.3.)$$

Przyjmując procedurę iteracyjną analogicznie jak w przykładzie nr 2, już na drugim kroku iteracyjnym uzyskuje się stabilne rozwiązanie. W omawianym przypadku rzeczywistym schematem zniszczenia jest schemat przedstawiony powyżej (1+3). Obciążenie niszczące dla tego schematu (i jednocześnie graniczne dla całego układu) wynosi 21.9421 kN, podczas gdy obciążenie niszczące dla schematu zniszczenia przewidującego uplastycznienie przekrojów 1 i 4 wynosi 21.9423 kN. Różnicę można uznać za nieistotną.

6. Zakończenie

Przedstawiona powyżej propozycja metody szacowania obciążeń granicznych pozwala na wyznaczenie tych obciążeń dla dowolnego układu statycznego. W przypadku ustrojów o wyższym stopniu statycznej niewyznaczalności różnica polega jedynie na konieczności sformułowania większej liczby równań opartych na warunkach plastyczności, bowiem do zniszczenia układu doprowadzi dopiero powstanie odpowiednio większej liczby przegubów plastycznych.

Istotnym mankamentem metody wynikającym z zastosowanego modelu jest niemożność szacowania przemieszczeń towarzyszących osiągnięciu stanu granicznego przez konstrukcję.

LITERATURA

1. JAKOWLEW A.I.: Raszot ogniestojkosti stroitielnych konstrukcji. Moskwa 1988.
2. BARTHELEMY B., KRUPPA J.: Ogniestojkost stroitielnych konstrukcji. Moskwa 1985.
3. JUNGBLUTH O., GRADWOHL W.: Berechnen und Bemessen von Verbundprofilstäbern bei Raumtemperatur und unter Brandeinwirkung. Berlin 1987.
4. KOSIOREK M., POGORZELSKI J., LASKOWSKA Z., PILICH K.: Odporność ogniowa konstrukcji budowlanych. Arkady, Warszawa 1988.
5. SKOWROŃSKI W.: Problemy nośności i pełzania konstrukcji stalowych w pożarach. Opole 1992.
6. KUBIK J.: Nośność graniczna konstrukcji stalowych w czasie pożaru. WSI Opole.
7. PILŚNIAK J., MATHEJA M.: Pola temperatur w ogrzewanej konstrukcji metalowej. Materiały konferencyjne. IV Konferencja Naukowo-Techniczna: Fizyka budowli w teorii i praktyce. Łódź 1995.

Recenzent: Dr hab. inż. Jerzy Wyrwał
Profesor Politechniki Opolskiej

Abstract

This paper presents the problem of the estimation of the bar-type steel structures' limit loads in fire. The model of ideal rigid-plastic body is considered. The condition of yielding was formulated for the heated cross-section which is loaded with the bending moment and the axial force. Satisfaction of that condition is a criterium of limit bearing capacity. The examples which illustrate the method of limit load evaluation for the static and hiperstatic schemes are attached.

1. Wprowadzenie

W niniejszym artykule przedstawiono problem szacowania obciążeń granicznych konstrukcji stalowych w ogniu. Rozważano model ciała sztywno-idealnie plastycznego. Sformułowano warunek przekroczenia granicy plastycznej dla przekroju podgrzanego, który jest obciążony momentem zginającym i siłą osiową. Zadośćtężenie tego warunku jest kryterium granicznej wytrzymałości. Przytoczono przykłady szacowania obciążeń granicznych dla układów statycznych i hiperstatycznych.