

Magdalena UMIŃSKA-BORTLICZEK

Janusz WALCZAK

O DEKOMPZYCJI PRAWIE OKRESOWEGO PRĄDU ODBIORNIKA DWUZACISKOWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawia się ortogonalną dekompozycję prądu odbiornika dwuzaciskowego, zasilanego napięciem opisanym funkcją prawie okresową w sensie Besicovitcha-Sobolewa.

Uogólniono znany z literatury [5] [7] rozkład ortogonalny dokonywany dla obwodów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi na przypadek przebiegów niesinusoidalnych prawie okresowych. Przedstawiono uzasadnienie wyboru klasy funkcji prawie okresowych oraz problem minimalizacji pewnego funkcjonału [4] przy ograniczeniu równościowym na dostarczaną do układu moc czynną, co pozwala na wyróżnienie składowej podstawowej transportującej całkowitą moc czynną do układu, a nazwanej prądem aktywnym i_a .

Dokonano rozkładu oraz podano fizyczną interpretację trzech wzajemnie ortogonalnych składowych prądu prawie okresowego i_a , i_r , i_s z przestrzeni $BS_{2\omega}^1$. Przedstawiono przykład dla odbiornika zasilanego z idealnego źródła napięcia. Przykład zilustrowano wykresami wykonanymi z wydruków komputerowych. Widocznym rezultatem (zapropionowanego ortogonalnego rozkładu prądu w odniesieniu do kompromisowo wyodrębnionej składowej aktywnej prądu) jest fakt przenoszenia ok.99% mocy czynnej przez pierwszą harmoniczną prądu odbiornika oraz kształt prądu po przeprowadzeniu idealnej kompensacji obydwu składowych biernych (rys.5a,b).

1. WSTĘP

Analizę i końcowy wybór modelu dla badania zagadnień energetycznych oraz cech jakościowych przebiegów w systemach i układach elektroenergetycznych przeprowadza się często przy założeniu upraszczającym, że prądy i napięcia są okresowymi funkcjami czasu [1]. Tymczasem wielkości charakteryzujące funkcje okresowych przebiegów napięć i prądów w węzłach systemu elektroenergetycznego (np. wartości szczytowe, częstotliwość) są funkcjami

czasu [8] [9] [14]. Zjawisko to uzasadnia się zarówno obecnością stochastycznych zakłóceń w systemie [10] [11] [12], jak i nieliniowymi właściwościami jego elementów [8] [11] [15].

W pracach międzynarodowych konferencji np. [8]'84, [10]'85 znajdują się publikacje, w których proponuje się praktyczne wykorzystanie teorii procesów stochastycznych. Także w pracy [12] zaproponowano ujednoczenie wskaźników jakości oraz ich optymalizację na podstawie probabilistycznej teorii procesów w systemach elektroenergetycznych.

Znane są także próby stosowania metod deterministycznych opartych na pojęciu funkcji prawie okresowych, poczynając od pracy Paleya-Wienera [18], poprzez prace Z. Nowomiejskiego np. [13], [14], a do ostatnio publikowanych prac M. Brodzkiego i J. Walczaka [4], [17].

Autorzy niniejszej pracy, dla opisu prawie okresowych prądów i napięć w obwodzie elektrycznym, wykorzystują deterministyczny model opierający się na pojęciu i definicjach funkcji prawie okresowych w sensie Besicovitcha-Sobolewa [4], [19], co umożliwia między innymi zastosowanie analizy widmowej [6], [18] dla przedstawienia przejrzystej i czytelnej dla elektryków ilustracji zagadnień związanych z jakością energii elektrycznej.

2. WYBÓR DOBRZE OKREŚLONEGO ZBIORU FUNKCJI PRAWIE OKRESOWYCH, W SENSIE INTERPRETACJI NAPIĘCIOWYCH WIELKOŚCI FIZYCZNYCH

2.1. Z punktu widzenia analizy właściwości energetycznych i cech jakościowych układów elektrycznych konieczne jest rozpatrywanie takich zbiorów funkcji prawie okresowych, dla których istnieją interpretacje pojęciowe wartości skutecznych (napięć, prądów), mocy czynnej oraz pochodnej funkcji (napięcia, prądu). Pochodne funkcji (napięć, prądów) silnie uwypuklają wpływ zniekształceń tych funkcji [17]. Ten wzgląd zdecydował o propozycji nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej [2], [3].

2.2. Zbiór funkcji prawie okresowych o wymienionych własnościach zdefiniowano w pracy [4]. Tam też wykazano, że zbiór funkcji prawie okresowych, w którym sens mają wyrażenia określające wartość skuteczną sygnału, jego moc czynną, oraz pochodną sygnału (funkcji) w sensie

Sobolewa - tworzy przestrzeń Hilberta. Tę przestrzeń nazwano przestrzenią Besicovitcha-Sobolewa, wprowadzając oznaczenie $BS_{2, \alpha}^1$. Normę sygnału w tej przestrzeni określa wzór:

$$f_{2\alpha}^1 = f_{BS} = \sqrt{\sum_{k=0}^l \alpha_k \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [f^{(k)}(t)]^2 dt}, \quad (1)$$

który interpretuje się dla $l=0$ jako uogólnioną wartość skuteczną funkcji

$$\text{- prądu: } I_{Sk} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [i(t)]^2 dt} \quad (2)$$

$$\text{- napięcia: } U_{Sk} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [u(t)]^2 dt} \quad (3)$$

gdzie: i, u - prawie okresowe funkcje prądu i napięcia.

Iloczyn skalarny dwóch sygnałów w przestrzeni $BS_{2\alpha}^1$ określa wyrażenie:

$$(f_1, f_2)_{BS} = \sum_{k=0}^l \alpha_k \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T f_1^{(k)}(t) f_2^{(k)}(t) dt \quad (4)$$

Interpretuje się iloczyn skalarny z $BS_{2\alpha}^1$ dla $l=0$ jako moc czynną:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T u(t)i(t) dt \quad (5)$$

Wykazano także, że w przestrzeni $BS_{2\alpha}^1$ można utworzyć bazę podobną do klasycznej bazy trygonometrycznej, a zatem, że każdy element tej przestrzeni (funkcje prądu, napięcia) można przedstawić w postaci szeregu Fourier a względem tak utworzonej bazy.

3. DEFINICJA WSKAŹNIKA JAKOŚCI ENERGII ELEKTRYCZNEJ DLA PRZEBIEGÓW PRAWIE OKRESOWYCH PRĄDÓW

Podobnie jak dla przypadku analizy właściwości energetycznych i jakościowych układów z przebiegami okresowymi niesinusoidalnymi określono wskaźnik jakości prądu odbiornika:

$$J = \sum_{k=0}^l \alpha_k \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [i^{(k)}(t)]^2 dt \quad (6)$$

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_k > 0 \quad \text{dla } k > 1$$

$$k \in \{0, 1, \dots, l\}$$

gdzie:

$i^{(k)}(t)$ - k -ta pochodna funkcji prądu ,

α_k - k -ty współczynnik wagi,

l - najwyższy rząd pochodnej funkcji prądu i .

Za pomocą współczynników wagi α_k , $k \in \{0, 1, \dots, l\}$ można ustalić z góry zadany kompromis pomiędzy oceną właściwości energetycznych (tzn. strat mocy czynnej na doprowadzeniach do odbiornika) i oceną właściwości jakościowych (zniekształcenia przebiegu) prądu odbiornika.

4. DEKOMPOZYCJA PRAWIE OKRESOWEGO PRĄDU ODBIORNIKA DWUZACISKOWEGO

4.1. Należy rozwiązać zadanie minimalizacji funkcjonału:

$$\min (\| \cdot \|_{BS_{2\alpha}^1})^2 \quad (7)$$

przy ograniczeniu równościowym:

$$(u, i)_{BS_2} = P, \quad (8)$$

gdzie: $(\cdot, \cdot)_{BS_2}$ - iloczyn skalarny przestrzeni $BS_{2\alpha}^1$ dla $l=0$

$$(u, i)_{BS_2} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_u^T u(t)i(t)dt. \quad (9)$$

4.2. Minimalizacja funkcjonału (7) przy ograniczeniu równościowym (8) przeprowadzona w przestrzeni ciągowej l^2 współczynników szeregu Fouriera funkcji napięć i prądów względem bazy przestrzeni BS_2 [2] umożliwiła wyróżnienie składowej aktywnej prądu odbiornika w następującej postaci:

$$i = G_{e0} U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{eh} U_h \exp(j\omega_h(-)), \quad (10)$$

gdzie:

U_h - współczynniki szeregu Fouriera funkcji napięcia u względem bazy przestrzeni BS_2

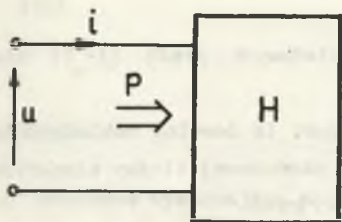
$$G_{eh} = \frac{P}{V_h \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|U_n|^2}{V_n^2}}, \quad (11)$$

$$V_h = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1(\omega_h)^2 + \alpha_2(\omega_h)^4 + \dots + \alpha_l(\omega_h)^{2l}}, \quad (12)$$

$$\omega_h \in \Omega_u \cap \Omega_i.$$

Składowa aktywna prądu (10) posiada następujące własności:

- realizuje zadany z góry kompromis (za pomocą dobieranych współczynników wagi α_k) pomiędzy oceną strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiornika i oceną zniekształceń prądu odbiornika,
- realizuje dopływ zadanej z góry (stałej) mocy czynnej P do odbiornika (rys.1):



Rys. 1.

Zakładając, że odbiornik (rys.1) znajduje się w jednym stanie napięciowo-prądowym i że jest opisany ciągiem admittancji (13) przyporządkowanym ciągowi częstotliwości ω_h wspólnej części widma funkcji napięcia i prądu:

$$Y_h = G_h + jB_h, \quad h \in N, \quad \omega_h \in \Omega_i \cap \Omega_u. \quad (13)$$

Całkowity prąd odbiornika H można obliczyć z wyrażenia:

$$i = G_0 U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h + jB_h) U_h \exp(j\omega_h(\cdot)). \quad (14)$$

4.3. Obliczając prąd (i_a) ze wzorów (10) oraz (14), otrzymujemy:

$$i_a = (G_0 - G_{e0}) U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{eh}) U_h \exp(j\omega_h(\cdot)) + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} jB_h U_h \exp(j\omega_h(\cdot)), \quad (15)$$

i możemy wydzielić widoczne we wzorze (15) dwie składowe:

$$\text{-reaktancyjną: } i_r = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} jB_h U_h \exp(j\omega_h(\cdot)), \quad (16)$$

$$\text{-rozproszenia: } i_s = (G_0 - G_{e0}) U_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{eh}) U_h \exp(j\omega_h(\cdot)). \quad (17)$$

Zachodzi:

$$i = i_a + i_r + i_s, \quad (18)$$

a wykorzystując wyrażenia (4), (10), (16), (17) można wykazać, że składowe (aktywna, reaktancyjna i rozproszenia) prądu odbiornika są wzajemnie ortogonalne w sensie iloczynu skalarnego (4) przestrzeni BS_2 . Występują także (w sensie iloczynu skalarnego przestrzeni BS_2) następujące własności odbiornika (rys.1):

$$(u_a, i)_{BS_2} = P, \quad (19)$$

$$(u_r, i)_{BS_2} = 0, \quad (20)$$

$$(u_s, i)_{BS_2} = 0 \quad (21)$$

i można stwierdzić, że żadna z dwóch składowych prądu (i_a) nie przenosi mocy czynnej.

Składowa reaktancyjna i_r prądu odbiornika jest (z dowolną dokładnością w sensie normy BS_2) kompensowalna za pomocą skończonej liczby elementów LC w klasycznych układach dwójników reaktancyjnych.

Składowa rozproszenia i_s nie jest kompensowalna w klasie układów pasywnych.

5. PRZYKŁAD

Dla ilustracji powyższych rozważań rozpatrzono jako przykład - typowy odbiornik RLC (rys.2), (tab.1) o znormalizowanej pulsacji podstawowej $\omega_1=1$ rad/s.

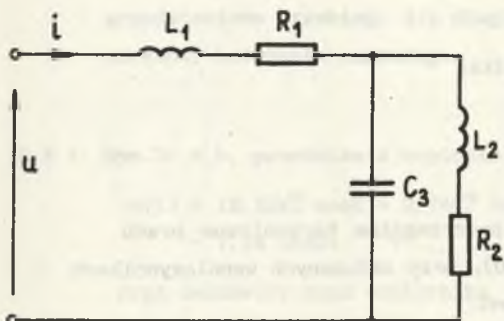


Tabela 1.

| | R/Ω | L/H | C/F |
|---|-----|-----|---------|
| 1 | 0,5 | 0,5 | - |
| 2 | 1,0 | 1,0 | - |
| 3 | - | - | 0,08(3) |

Rys. 2.

5.1. Admitancje odbiornika dla trzech kolejnych harmonicznych:

$$Y_1 = (0,3347 - j 0,294)S ;$$

$$|Y_1| = 0,446 , \quad \omega_1 = 1$$

$$Y_2 = (0,155 - j 0,2)S ;$$

$$|Y_2| = 0,253 , \quad \omega_2 = \sqrt{3,5}$$

$$Y_3 = (0,256 + j 0,375)S ;$$

$$|Y_3| = 0,454 , \quad \omega_3 = 5 .$$

5.2. Napięcie wymuszające prąd okresowe:

$$u(t) = 18,12\sqrt{2} \cos t + 3,74\sqrt{2} \cos(\sqrt{3,5} t + 0,4) - 1,18\sqrt{2} \cos(5t) \text{ V.}$$

5.3. Obliczono całkowity prąd odbiornika:

$$i(t) = \sqrt{2} (8,08 \cos(t - 0,72) + 0,946 \cos(\sqrt{3,5} t - 0,92) + 0,535 \cos(5t + 0,97)) \text{ A}.$$

5.4. Wartość skuteczna napięcia zasilającego:

$$u_{BS_2} = 18,53 \text{ V}.$$

5.5. Moc czynna doprowadzona do odbiornika:

$$P = \sum_{h=1}^3 G_h |U_h| = 117,4 \text{ W}.$$

5.6. Moc czynna transportowana przez poszczególne harmoniczne prądu aktywnego (i_a obliczone z wzoru (10), przy założonych współczynnikach wagi odpowiednio $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = 1$), jest:

$$P_1 = 116,558 \text{ W}, \quad P_2 = 0,885 \text{ W}, \quad P_3 = 0,0222 \text{ W}.$$

5.7. Podstawowa harmoniczna transportuje 99,28% obliczonej dla trzech harmonicznych całkowitej mocy czynnej.

5.8. Składowe ortogonalnej dekompozycji prądu na trzy składowe na podstawie składowej aktywnej uzyskanej w wyniku optymalizacji przyjętego wskaźnika jakości energii (6):

$$i_a = 6,432\sqrt{2} \cos t + 0,236\sqrt{2} \cos(\sqrt{3,5} t + 0,4) + 0,00259\sqrt{2} \cos 5t \text{ A}$$

$$i_r = 5,327\sqrt{2} \cos t + 0,748\sqrt{2} \sin(\sqrt{3,5} t + 0,4) - 0,442\sqrt{2} \sin 5t \text{ A}$$

$$i_s = -0,3678\sqrt{2} \cos t + 0,343\sqrt{2} \cos(\sqrt{3,5} t - 0,4) + 0,283\sqrt{2} \cos 5t \text{ A}.$$

5.9. Ilustracja graficzna uzyskanych wyników oraz pewne wnioski

Uwaga :

- na rysunkach z indeksami a) przy liczbie porządkowej rysunku przedstawiono przebiegi dla krótkiego (kilka quasi-okresów) horyzontu czasowego.
- na rysunkach z indeksem b) przy liczbie porządkowej rysunku, przedstawiono przebiegi dla długiego (kilkanaście quasi-okresów) horyzontu czasowego.

5.9.1. Rys.3 a,b, przedstawia napięcie zasilające prawie okresowe:

$$u(t) = 18,12\sqrt{2} \cos t + 3,74\sqrt{2} \cos(\sqrt{3,5} t + 0,4) - 1,18 \cos 5t \quad V$$

oraz całkowity prąd odbiornika

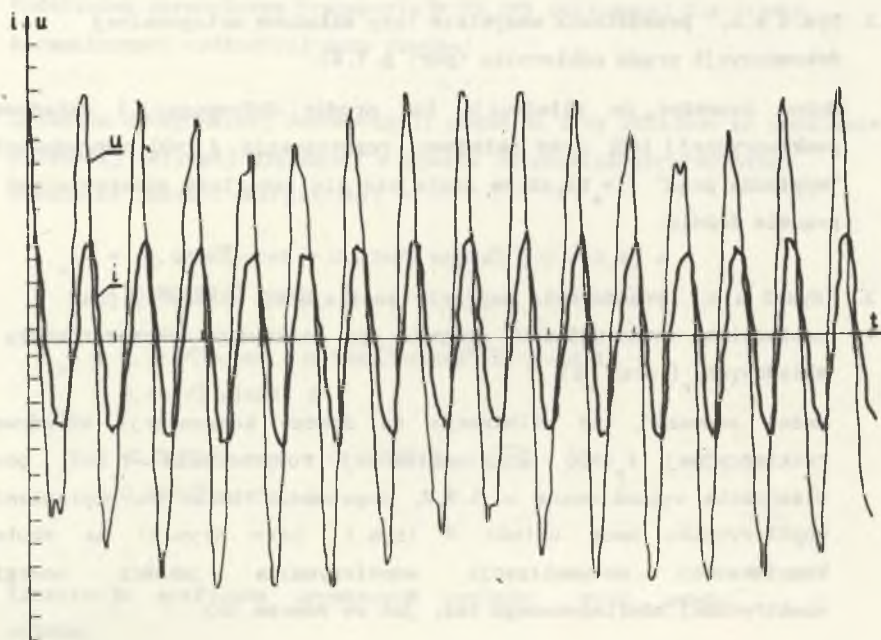
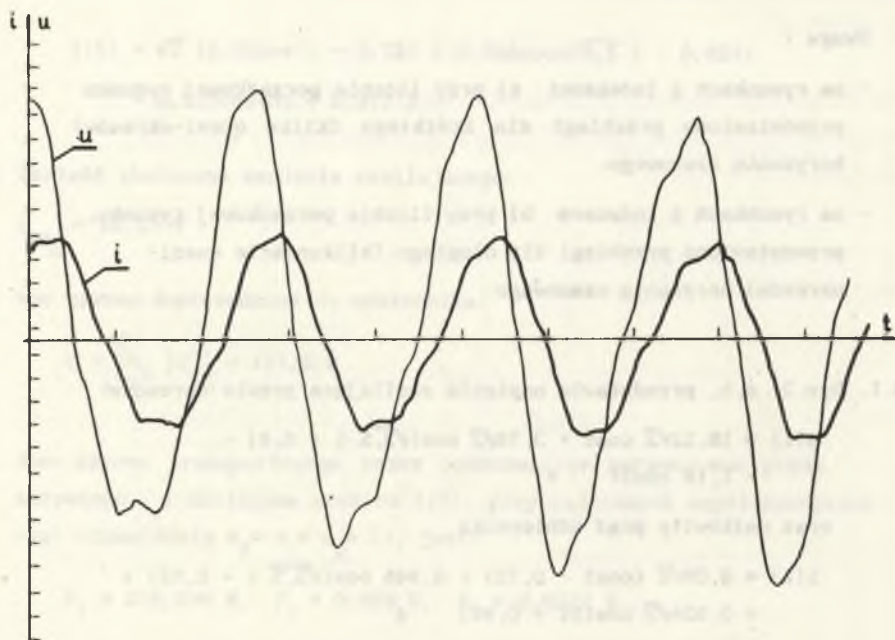
$$i(t) = 8,08\sqrt{2} (\cos t - 0,72) + 0,946 \cos(\sqrt{3,5} t - 0,92) + 0,526\sqrt{2} \cos(5t + 0,97) \quad A$$

5.9.2. Rys.4 a,b, przedstawia wszystkie trzy składowe ortogonalnej dekompozycji prądu odbiornika (por. p.7.8).

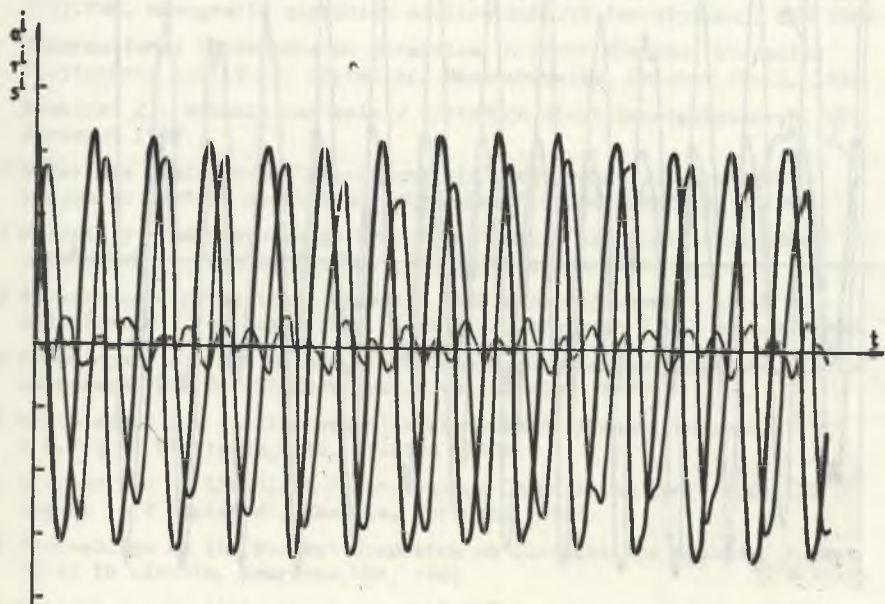
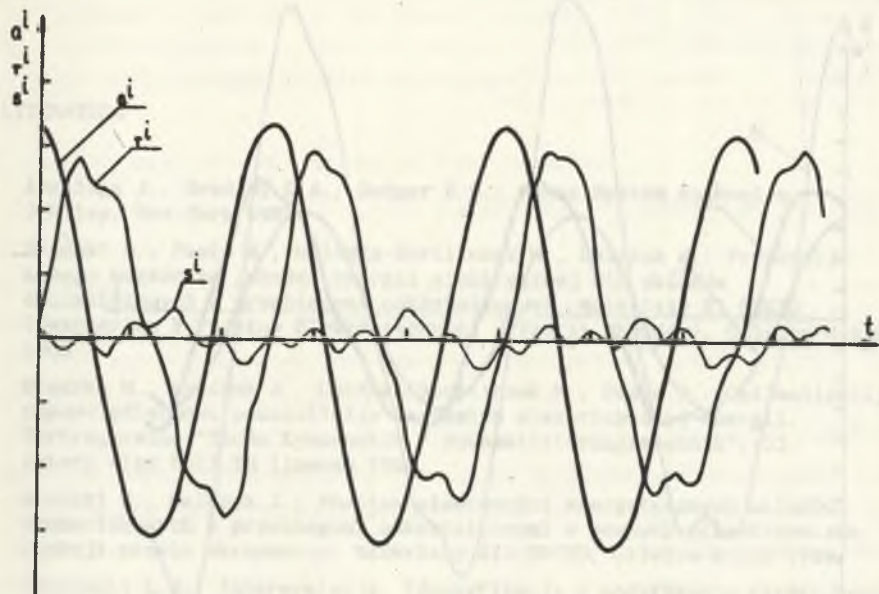
Można zauważyć, że eliminacja (na drodze dekompozycji) składowej reaktancyjnej ($i_r=0$) oraz składowej rozproszenia ($i_s=0$) zdecydowanie "wygładza prąd" ($i=1$), zatem zmniejsza się zawartość zniekształceń w prądzie źródła.

5.9.3. Rys.5 a,b, przedstawia napięcie zasilające, całkowity prąd odbiornika oraz składową aktywną (po całkowitym skompensowaniu składowych i_r oraz i_s).

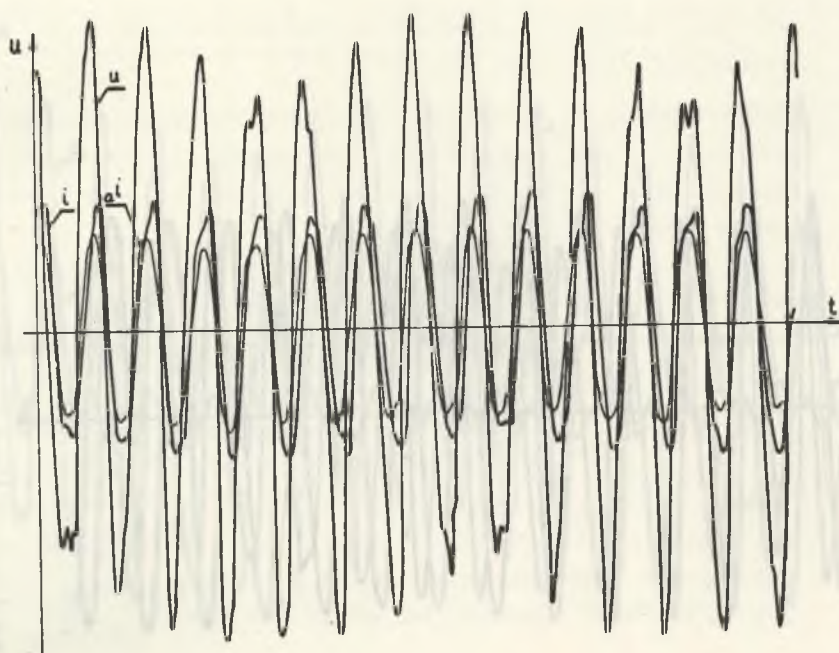
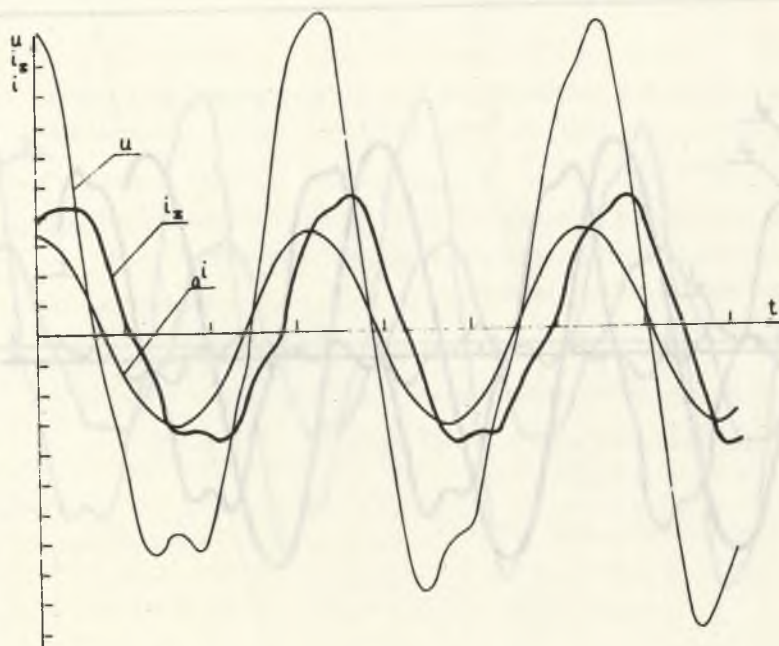
Można zauważyć, że eliminacja na drodze kompensacji składowej reaktancyjnej ($i_r=0$) oraz składowej rozproszenia ($i_s=0$) poza własnością wypunktowaną w 4.9.2, doprowadza także do poprawienia współczynnika mocy układu H (rys.1) oraz (rys.2) na skutek kompleksowej optymalizacji współczynnika jakości energii elektrycznej zdefiniowanego tak, jak we wzorze (6).



Rya. 3.



Rys. 4.



Rys. 5.

LITERATURA

- [1] Arrilaga J., Bradley D.A., Bodger P.S.: Power System Harmonics. J.Wiley, New York 1985.
- [2] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI SPETO (Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów), Gliwice-Wisła 1988.
- [3] Brodzki M., Walczak J., Umińska-Bortliczek M., Pasko M.: Optimalizacja nowowiedziennowo pokazatielia kaczestwa elektriceskoj energii. Vortragsreihe "Techn.Kybernetik / Automatisierungstechnik". 33 Intern.Wiss.Koll.TH Ilmenau 1988.
- [4] Brodzki M., Walczak J.: Analiza właściwości energetycznych układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi w pewnych przestrzeniach funkcji prawie okresowych. Materiały XII SPETO, Gliwice-Wisła 1989.
- [5] Czarnecki L.S.: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. Z.N.Pol.Śl.Elektryka z.91, Gliwice 1984. (rozpr.hab.)
- [6] Caines P.E.: Linear Stochastic Systems. J.Wiley, New York 1988.
- [7] Fryze S.: Wybrane zagadnienie teoretycznych podstaw elektrotechniki. IPPT PAN, Monografie zagadnień elektrotechniki teoretycznej, PWN 1966.
- [8] International Conference on Harmonics in Power Systems. Worcester Polytechnic Institute, Worcester, Massachusetts, October 22-23, 1984.
- [9] Kowalski Z.: Wahania napięcia w systemach elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1985.
- [10] Materiały konferencji "Jakość energii elektrycznej w warunkach krajowego systemu elektroenergetycznego"., Łódź 28-29 maja 1987.
- [11] Materiały Międzynarodowego Sympozjum "Jakość zasilania z układów sieciowych"., Porąbka-Kozubnik, 22-24 września 1986.
- [12] Normирование показатеley kaczestva elektriceskoj energii i ich optimizacia. (red.Bogucki A., Gamm A.Z.,Zeżelenko I.W.) Irkuck. 1988.
- [13] Nowomiejski Z.: Moc układu nieliniowego pobudzanego napięciem prawie okresowym. Z.N.Pol.Śl.Elektryka, z.46, Gliwice 1975.
- [14] Nowomiejski Z.: Analiza pewnej klasy układów parametrycznych. Z.N.Pol.Śl.Elektryka, z.45, Gliwice 1975.
- [15] Proceedings of the Ninth Power Systems Computation Conference. 30 August to 4 September, Cascais, Portugal, 1987.
- [16] Proceedings of the Midwest Symposium on Circuits and Systems. August 10-12 in Lincoln, Nebraska, USA, 1986.
- [17] Walczak J.: An Analysis of energetistic properties of two terminal receivers. XIV Intern.Conf.on "Math.Opt.-Theory and Appl.", 11-15 December, Eisenach 1989.

- [18] Wiener N., Paley R.E.C.: Fourier Transforms in the Complex Domain., Am.Math.Soc., New York, 1934.
- [19] Zaidman S.: Almost Periodic Functions in Abstract Spaces., T126, Pritman Adr.Publ., Boston, 1985.

Recenzent: prof.dr hab.inż. Kazimierz Mikołajuk

Wyłynęło do Redakcji dnia 3 stycznia 1991 r.

ON THE DECOMPOSITION OF AN ALMOST PERIODIC CURRENT OF TWO-TERMINAL RECEIVERS

S u m m a r y :

An orthogonal decomposition of the current of a two-terminal receiver fed by the voltage described by an almost periodic function in the sense of Besicovitch-Sobolev has been presented in the paper. The orthogonal decomposition know from literature [5],[7] and executed for the circuits with periodic nonsinusoidal waveforms, for the case of almost periodic (nonsinusoidal) waveforms has been generalized.

Justification for the selection of the class of almost periodic functions, is presented as well as the problem of minimization of a certain functional (4), with quality constraint for the active power supplied to the system, which permits a discrimination of the component transporting the total active power to the receiver, and called an active current i_a . The decomposition has been carried out and a physical interpretation of three reciprocally orthogonal components of the almost periodic currents i_a, i_r, i_s from the space $BS_{2,\alpha}^1$ has been given.

An example for a receiver fed from a electromotive force has been presented. The example has been illustrated with diagrams made from computer printouts. An evident result (of the proposed orthogonal decomposition of the current in relation to the active component of the current isolated by the way of compromise) is the fact of the transmission of about 99% of the active power by the first harmonic of the active current of the receiver as well as the almost sinusoidal shape of the current after realizing the compensation of the remaining components (fig.5a,5b).

ОБ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО
В ВИДЕ ТОКА ПРИЕМНИКА ДВУХПОЛЮСНОГО

Р е з ю м е

В работе дается ортогональное разложение тока двухполюсного приёмника, питаемого почти периодическим напряжением. Это почти периодическая функция в смысле Бесиковича-Соболева. Обобщается известное в литературе [5][7] ортогональное разложение употребляемое в цепях с несинусоидально-периодическими токами, на цепи с почти периодическими протеканиями. Дается обоснование для вывода данного класса почти периодических функции. Представляется минимизация некоторого функционала [4] с одновременным ограничением в виде равенности двухполюсников питанных активной мощностью. Это позволяет отразить основную слагаемую тока, которая ведёт к двухполюснику всю активную мощность; это так называемый активный ток i_a .

В статье разработано разложение и представлена физическая интерпретацию трёх взаимно ортогональных слагаемых почти периодического тока (i_a, i_r, i_s) из пространства $BS_{2\alpha}^1$.

На конец дается расчетный пример, а также - в результате расчёта на ЭВМ - графическая иллюстрация результатов.

Видомым результатов (авторского ортогонального разложения тока в смысле минимизации данного функционала) является, что 99% активной мощности несет первая гармоника тока приёмника, а также вид тока ("почти синусоидальный") после идеальной компенсации обоих слагаемых i_r, i_s (рис. 5а, 6).