Seria: ELEKTRYKA z.122

Marian PASKO

DOBÓR KOMPENSATORÓW OPTYMALIZUJĄCYCH WARUNKI ENERGETYCZNE RZECZYWISTEGO ŹRÓDŁA NAPIĘĆ ODKSZTAŁCONYCH

<u>Streszczenie</u>. Bazując na pracach dotyczących teorii mocy dla układów zasilanych z idealnych i rzeczywistych źródeł napięć odkształconych, w pracy podjęto próbę doboru kompensatorów optymalizujących właściwości energetyczne źródła. Doboru kompensatorów dokonano opierając się na minimalizacji strat mocy czynnej na doprowadzeniu i impedancji wewnętrznej źródła napięcia odkształconego zasilającego odbiornik dwuzaciskowy. Przeprowadzone rozważania zilustrowano przykładem.

1. WSTEP

Większość prac dotyczących teorii mocy dla układów z przebiegami odkształconymi okresowymi, a bazujących na rozkładach ortgonalnych prądu źródła, dotyczyła modelu źródła idealnego [2], [4], [5], [6], [7]. W omawianych pracach przeprowadzono minimalizację wartości skuteczej prądu źródła. W pracach [1], [3], [11] przedstawiono problem optymalizacji kompromisu pomiędzy wartością źródła skuteczną pradu i jego zniekształceniami. W pracach [8], [9], [11] podano koncepcję kompensacji niepożądanych składowych prądu źródła, które nie uczestniczą w przekazywaniu mocy czynnej ze źródła do odbiornika. W pracy [12] przeprowadzono dekompozycję prądu odbiornika zasilanego z rzeczywistego źródła dla różnych kryteriów optymalizacyjnych. Zagadnieniom optymalizacji warunków energetycznych rzeczywistego źródła napięcia odkształconego była poświęcona również praca [13]. W wymienionych pracach [12], [13] przedstawiono również ogólne zasady wyznaczenia kompensatorów minimalizujących założony funkcjonał. Dobór i syntezę dwójników kompensujących zarówno składową

Nr kol. 1124

reaktancyjną prądu źródła, jak rozproszenia pozostawiono otwartą, gdyż nie było to celem powyższych arykułów.

Opierając się na dotychczasowych pracach dotyczących teorii mocy dla układów zasilanych z idealnych źródeł napięć odkształconych oraz na pracy [12], przedstawiono dobór kompensatorów kompensujących składową reaktancyjną oraz składową rozproszenia prądu źródła dla dosyć szczególnego rodzaju rzeczywistego źródła ($\underset{z h}{R}$ =const). Starano się już na tak prostym przykładzie uwypuklić problemy, które wiążą się z przyjęciem odpowiednich założeń zarówno na moc czynną dostarczoną do odbiornika, zmianę wartości skutecznej prądu źródła oraz zmianę napięcia na zaciskach odbiornika.

2. MINIMALIZACJA STRAT MOCY CZYNNEJ NA DOPROWADZENIU DO ODBIORNIKA

Do rozważań przyjęto model rzeczywistego źródła o impedancji wewnętrznej i linii doprowadzającej w postaci

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, n\}} Z_{h} = R + jX_{h}, \qquad R = R_{n}$$

zasilającego odbiornik przedstawiony na rys.1



Rys. 1

gdzie:

$$\begin{split} e(t) = \sqrt{2} \ & \operatorname{Re} \ \sum_{h=1}^{E} E_{h} \ & \operatorname{expjh\omegat}, \ E_{0} = 0, \\ E_{h} = E_{h} + j E_{h} - & \operatorname{wartość skuteczna zespolona napięcia} \\ & zródła \ dla \ h - tej \ harmonicznej, \\ o_{h}^{Y} = G_{h} + j B_{h} - & \operatorname{admitancja \ odbiornika \ dla \ h - tej} \\ & harmonicznej, \\ I_{h} = I_{h} + j_{2} I_{h} - & \operatorname{wartość \ skuteczna \ zespolona \ prądu} \\ & źródła \ dla \ h - tej \ harmonicznej. \end{split}$$

Dobór kompensatorów optymalizujących...

Postępując podobnie jak w pracy [12], minimalizacja funkcjonału Lagrange'a

$$\Psi({}_{1}I_{h}, {}_{2}I_{h}, \lambda) = R \sum_{h=1}^{\infty} |I_{h}|^{2} + \lambda (P - Re \sum_{h=1}^{\infty} U_{h} I_{h}^{*}), \quad (1)$$

prowadzi do wyznaczenia składowych prądu dla każdej rozpatrywanej harmonicznej

(2)

(8)

(9)

$${}_{1}I_{h} = \frac{\lambda_{1}E_{h}}{2R(1+\lambda)} , \qquad (3)$$

$$I = \frac{\lambda_2 E_h}{2R(1+\lambda)}, \qquad (4)$$

gdzie: λ - mnożnik Lagrange'a stanowiący rozwiązanie równania

$$P = \frac{1}{R} \sum_{h=1}^{\infty} |E_h|^2 \left[\frac{\lambda}{2(1+\lambda)} - \left(\frac{\lambda}{2(1+\lambda)} \right)^2 \right] .$$
 (5)

Podstawiając a= $\frac{\lambda}{2(1+\lambda)}$ otrzymujemy rozwiązania równania (5)

$$a_1 = \frac{1+\sqrt{1-4GR}}{2}$$
, (6)

$$a_2 = \frac{1 - \sqrt{l - 4GR}}{2}, \qquad (7)$$

gdzie:

$$\underset{h=1}{\overset{G}{=}} \frac{P}{\left| \underset{h=1}{\overset{\infty}{\sum}} \right|^2} .$$

Ze względów fizykalnych można przyjąć tylko rozwiązanie (7), ponadto a powinno być rzeczywiste, więc

Warunek (9) spełniony jest zawsze, gdyż źródło nie może wydawać większej mocy czynnej niż moc maksymalna, czyli

> G = 1 max 4R

W rozważanym przypadku prąd aktywny, który minimalizuje funkcjonał (1), określony jest dla każdej harmonicznej wzorem

$$I_{h = in 1} = I_{h} + j_{2} I_{h} = \frac{a}{R} E_{h} = G_{K} E_{h} .$$
(10)

Postać czasową prądu określa wzór

$$i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{k} E_{h} \exp jh\omega t$$
 (11)

Całkowity prąd źródła wyraża się zależnością

$$i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \left[G_{weh} + j B_{weh} \right] E_{h} \exp jh\omega t$$
, (12)

gdzie:

$$G_{weh} = \frac{O_{h}^{G}(1+R_{0}G_{h}^{O})+R_{0}B_{h}^{e}}{(1+O_{h}^{G}R_{h}^{R}-X_{h_{0}}B_{h}^{O})^{2}+(O_{h}^{G}X_{h}^{O}+R_{0}B_{h}^{O})^{2}}, \quad (13)$$

$$B_{weh} = \frac{\binom{B_{h} - X_{h} \binom{G_{h}^{2} + B_{h}^{2}}{2}}{(1 + \binom{B_{h}}{0} - \frac{R_{h} - X_{h}}{0} \binom{B_{h}}{0}^{2} + (\binom{G_{h}}{0} - \frac{K_{h}}{0} - \frac{B_{h}}{0})^{2}}, \quad (14)$$

3. DEKOMPOZYCJA PRADU ŹRÓDŁA Z PUNKTU WIDZIENIA MOŻLIWOŚCI KOMPENSACJI

Różnicę całkowitego prądu źródła określonego wzorem (12) i prądu aktywnego (11) należy przedstawić w postaci dwóch składowych. Składowej reaktancyjnej prądu źródła

$$r^{i}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{2} j B_{\text{weh}\ h} \exp jh\omega t$$
(15)

kompensowalnej za pomocą układów LC oraz składowej rozproszenia prądu źródła

$${}_{s}i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \left(G_{weh} - G_{x} \right) E_{h} \operatorname{expjh\omega t}$$
(16)

niekompensowalnej za pomocą dwójników pasywnych. Motywacja takiej dekompozycji jest taka sama jak w przypadku źródeł idealnych. Całkowitą moc czynną wydawaną przez źródło P_{cź} reprezentuje iloczyn skalarny Dobór kompensatorów optymalizujących.

$$(e|i) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} e(t)i(t) dt = \sum_{h=1}^{\infty} G_{weh} |E_{h}|^{2} = P_{c\dot{z}}.$$
 (17)

Natomiast minimalną moc czynną wydawaną przez źródło i zapewniającą moc czynną odbiornika P reprezentuje iloczyn skalarny

$$\frac{1}{2} \left| \frac{1}{T} \int_{0}^{1} e(t)_{a} i(t) dt = \sum_{h=1}^{\infty} G_{x} \left| E_{h} \right|^{2} = P + \Delta P_{min} = (P_{c2})_{min} , \quad (18)$$

gdzie:

P - moc czynna znamionowa dostarczona do odbiornika ,

$$\Delta P_{\min} = \sum_{h=1}^{m} R |I_h|_{\min}^2 = \sum_{h=1}^{m} RG_x^2 |E_h|^2.$$
(19)

Iloczyn skalarny

$$(e|_{s}1) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} e(t)_{s}i(t)dt = \sum_{h=1}^{\infty} G_{weh} |E_{h}|^{2} - \sum_{h=1}^{\infty} G_{x} |E_{h}|^{2} = P_{c2} - (P_{c2})_{min} \neq 0 , \qquad (20)$$

Ze wzoru (20) wynika, że (e i) przenosi moc czynną, czego nie było w przypadku źródła idealnego. Kompensacja zarówno składowej reaktancyjnej



Rys.2

prądu źródła, jak i rozproszenia wymaga włączenia układu kompensującego na możliwe dostępne zaciski a-a' i b-b' (rys.2), który winien spełniać warunki

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \operatorname{Im} \left\{ Y'_{\text{woh}} \right\} = B'_{\text{woh}} = \cup \quad (21)$$

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \operatorname{Re} \left\{ Y'_{\text{weh}} \right\}^{-G}_{\mathbf{x}} = 0 .$$
 (22)

Spełnienie tylko warunku (21) jest równoznaczne z kompensacją składowej reaktancyjnej prądu, natomiast spełnienie warunku (22) prowadzi do kompensacji składowej rozproszenia prądu. Kompensacja częściowa wpływa na zmianę pozostałej składowej. Spośród wielu struktur układów kompensatorów przedstawionych na rys.3 do zaakceptowania wydają się dwie struktury (rys.3a i rys.3b).



Rys.3

Admitancję dwójnika kompensującego dla każdej harmonicznej $Y = G + j_B$ dla układu z rys. 3a należy wyznaczyć z warunków (21), (22),

gdzie

$$B'_{weh} = \frac{\binom{B}{h} + \binom{B}{h} - \binom{X}{h} \binom{G}{h} + \binom{B}{k} \binom{2}{h} + \binom{B}{h} \binom{2}{h}}{[1 + \binom{G}{h} + \binom{B}{k} - \binom{B}{h} + \binom{B}{k} \binom{2}{h}]^{2} + [\binom{G}{h} + \binom{G}{h} + \binom{B}{k} + \binom{B}{h}]^{2}}$$
(23)

$$G'_{weh} = \frac{\begin{pmatrix} G + G \\ 0 & h & k \\ \end{pmatrix} [1+R(G + G \\ 0 & h & k \\ \end{pmatrix} - X_{h}(B + B \\ h & k \\ \end{pmatrix}]^{2} + [X_{h}(G + G \\ h & k \\ h \\ \end{pmatrix} + R(B + B \\)]^{2}$$
(24)

Wyznaczenie $G_{k,h}$, $B_{k,h} \in \mathbb{R}$ staje się trudne już dla tak prostego przypadku, dlatego też struktura ta może być wykorzystana w stosunkowo prosty sposób do częściowej kompensacji, a mianowicie kompensacji składowej reaktancyjnej prądu źródła za pomocą dwójników LC. Susceptancje dwójnika kompensującego dla poszczególnych harmonicznych winny spełniać wówczas zależności:

$$B_{h} = \frac{1}{2X_{h}} \left(1 + \sqrt{1 - 4X_{h}^{2} G_{h}^{2}} \right) - B_{0} B_{h}, \quad h \in \{1, 2, ..., n\}, \quad (25)$$

$$B_{h} = \frac{1}{2X_{h}} \left(1 - \sqrt{1 - 4X_{h}^{2} G_{h}^{2}} - B_{h}^{2} \right) + h \in \{1, 2, ..., n\}.$$
 (26)

przy warunku $1-4X_{h}^{2} \xrightarrow{G}_{0} \xrightarrow{0}_{h \in \{1,2,..,n\}}$

Z warunków (25), (26) wynika, że istnieje niejednoznaczny dobór wartości B. Właściwy dobór kompensatora opiera się na wzorze (26); wówczas powoduje on:

(27)

kompensację składowej reaktancyjnej prądu źródła,

zmniejszenie wartości skutecznej prądu źródła,

- zmniejszenie strat mocy czynnej na doprowadzeniu,

- dostarczenie większej od założonej mocy czynnej P do odbiornika,

zmianę napięcia na zaciskach odbiornika.

O wiele lepsze wyniki kompensacji uzyskuje się poprzez zastosowanie kompensatora o strukturze czwórnika przedstawionego na rys.3b. Gałąź wzdłużna czwórnika zawiera tylko dwójnik LC i służy do kompensacji składowej reaktancyjnej impedancji wewnętrznej źródła i linii przesyłowej, natomiast gałąź poprzeczna posiada dwójnik kompensujący o admitancji

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} Y' = G' + J_k B', \quad k G' = 0.$$
(28)

Całkowita kompensacja prądów (ri, i) sprowadza się do narzucenia następujących warunków na kompensatory. Kompensator wzdłużny (LC) winien spełniać warunek;

$$\bigwedge_{h \in \{1,2,\dots,k\}} X^* = -X$$
(29)

Susceptancja dwójnika kompensującego (gałąź poprzeczna) winna spełniać waruneki;

M. Pasko

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, ..., n\}} \stackrel{B' = -B}{\underset{h = 0}{B}}$$
(30)

Spełnienie warunków (29) i (30) jest równoważne kompensacji składowej reaktancyjnej prądu źródła _ri. Po tak przeprowadzonej kompensacji konduktancja wejściowa widziana z zacisków źródła wyncsi;

$$G'_{weh} = \frac{G + G'_{h k h}}{1 + (G + G'_{h k h})R} - (31)$$

Korzystając z warunku kompensacji prądu rozproszenia (22) konduktancja dwójnika kompensującego "G" winna spełniać warunek

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, p\}} G'_{h} = \frac{G}{1 - RG} - G_{h}$$
(32)

Ponieważ prawa strona równości (32) może przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne, więc do kompensacji nie może być użyty dwójnik pasywny. Kompensację można przeprowadzić podobnie jak w pracach [10], [11], czyli w klasie $\mathcal{R} \in (\text{RLC}, -\text{R}^{(1)})$. Kompensacja składowych prądu źródła i i i w obydwu omawianych przypadkach winna być prowadzona dwuetapowo. W pierwszym etapie należy zbadać możliwość realizacji układu kompensacji składowej



Rys.4

rozproszenia prądu źródła, a następnie dopiero przeprowadzić synetezę układu kompensacji składowej reaktancyjnej prądu źródła. Taki tok postępowania spowodowany jest faktem, że użyty do kompensacji składowej rozproszenia dwójnik wprowadza część urojoną admitancji, którą należy kompensować łącznie ze skła-

dową reaktancyjną prądu źródła. Przykładowo dwójnik (RC,-R⁽¹⁾) o postaci kanonicznej przedstawionej na rys.4 posiada admitancję:

$$\chi_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i \omega^2}{\omega^2 + \sigma_i^2} + j \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}$$
(33)

gdzie:

$$k_0 = -\frac{1}{R} < 0, \ k_i = \frac{1}{R_i}, \ C_i = \frac{k_i}{\sigma_i}, \ i \in (1, 2, ..., n)$$
 (34)

 σ_i - biegun realizowanej admitancji $\sigma_i > 0 \in \mathbb{R}$.

4. PRZYKŁAD ILUSTRUJĄCY OMAWIANY DOBÓR KOMPENSATORÓW

Dla układu przedstawionego na rys.5 o danych





torem jest dwojnik dobrany zgodnie ze wzorem (26), a jego susceptancje wynoszą $\underset{k=1}{B}=0,5125S$, $\underset{3}{B}=0,3015S$. Przykładowy dwójnik LC spełniający powyższe warunki wyznaczony zgodnie z procedurą [9] przedstawiono na rys.6.



Rys. 6.

 $e(t)=100\sqrt{2}\cos\omega t+20\sqrt{2}\cos3\omega t$,

 $z^{L=0,05H}$, $z^{R=0,05\Omega}$, $0^{R=1\Omega}$, $z^{L=1H\omega=1}$ należy zaproponawać układy do kompensacji składowej reaktancyjnej i rozproszenia prądu źródła.

Na podstawie przeprowadzonych rozwa.żań dokonano doboru susceptancji kompensatorów dla kompensacji składowej reaktancyjnej. Dla układu z rys.3a właściwym kompensa-

Dla modelu z rys.3b przeprowadzono całkowitą kompensację zarówno składowej reaktancyjnej prądu źródła, jak i składowej rozproszenia. Dwójnik przeznaczony do kompensacji składowej rozproszenia wyznaczono z warunku (32) i jego przykładową realizację dla $\sigma_1=1$, $\sigma_2=3$ oraz $k_0=-2$ przedstawiono na rys.7. Natomiast susceptancje dwójników kompensujących składową reaktancyjną przez dwójnik przedstawiono na rys.7.

Otrzymane dwójniki i ich sposób włączenia przedstawiono na rys.8.









Pozostałe wyniki dla rozważanego przykładu zestawiono w tabeli 1.

| Wartości skuteczne prądów | | | Noc czynna | | Straty mocy | Napięcie na odbior- |
|--------------------------------|---------------------|----------------------|------------|-----------|----------------|------------------------|
| Prad | Prad | Prąd | tródla d | dbior- | czynnej r | iku |
| źródła | reakt. I F | rozpr. I s | Pcz | nika P | ΔP | ט |
| Α | A | A | W | W | W | v |
| Przed komp. | 1.7 | | | | | |
| 67,61 | 47,96 | 7,55 | 4813, 23 | 4584, 36 | 228,57 | 97, 1 |
| Po komp. i r 48,85 | 0 | 7,95 | 4928, 3 | 4809 | 119,3 | 99,6 |
| Po calk. komp. 45,93 | 0 | 0 | 4690, 3 | 4524,6 | 105,7 | 99,7 |

Tabela 1

'rzebiegi poszczególnych składowych prądu źródła przed kompensacją (opisane poniższymi zależnościami) przedstawiono na rys.9.



_i(t)=√2(45,1cost+9,02cos3t), _i(t)=√2(47,62sint+5,71sin3t),

 $i(t) = \sqrt{2}(2, 52 \cot -7, 11 \cos 3t).$

Natomiast na rys.10 przedstawiono przebiegi prądu źródła przed kompensacją (i), po kompensacji tylko składowej reaktancyjnej (i + i) i po całkowitej kompensacji (i)





i(t)= $\sqrt{2}$ (47,62cost+47,62sint+1,9cos3t+5,711sin3t),

 $i(t)+i(t)=\sqrt{2}(48, 8cost+1, 99cos3t),$

i(t)=√2(45, 1cost+9, 02cos3t).

Z przedstawionych rozważań i przykładu wynika, że o celowości stosowania pełnej czy tylko częściowej kompensacji (składowej reaktancyjnej) winien zdecydować udział prądu i w całkowitym prądzie źródła i. Dobór kompensatorów optymalizujących...

LITERATURA

- Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI SPETO, Gliwice-Wisła 1988.
- Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielofazowych o
 przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne z.1, 1989.
- Brodzki M., Walczak J.: O pewnym sposobie oceny prądów odkształconych odbiorników wielofazowych wykorzystujących pojęcie przestrzeni Soboleva. Materiały XI SPETO, Gliwice-Wisła 1988.
- Czarnecki L.S.: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. Z.N. Politechniki Śląskiej "ELEKTRYKA", z.91, Gliwice 1984.
- Czarnecki L.S.: Orthogonal decomposition of the currents in 3-phase nonlinear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source. IEEE Trans. on Industr. and Meas. Vol.37, No 1, March 1988.
- Kusters N.L., Moore W.I.M.: On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions. IEEE Trans. Power Appl. Syst. Vol. PAS-99, Sept. 1980.
- 7. Page C.H.: Reactive power in nonsinusoidal situations. IEEE Trans. on Instr. and Meas. IM-29, 1980.
- Pasko M.: Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. Materiały XII SPETO, Gliwice-Wisła 1989.
- Pasko M., Walczak J.: A synthesis of a current reactance component of two-terminal receiver with deformed voltage supply. XIV Int. Conf. Math. Opt-Theory and Appl. Eisenach, Dec. 1989.
- Pasko M.: Minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła zasilającego odbiornik dwuzaciskowy napięciem odkształconym..N. Politechniki Śląska "ELEKTRYKA" z.119 Gliwice 1991.
- Walczak J., Pasko M.: Interpolacyjna metoda syntezy funkcji rzeczywistych.Z.N. Politechniki Śląskiej "ELEKTRYKA" z. 122 Gliwice 1991.
- Walczak J.: Ortogonalny rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym z rzeczywistego źródła napięcia. Materiały XIII SPETO, Gliwice-Wisła 1990.
- Siwczyński M.: Optymalizacja warunków energetycznych rzeczywistego źródła napięcia metadami analizy funkcjonalnej. Materiały XIII SPETO, Gliwice-Wisła 1990.

Recenzent: doc dr inż. Zdzisław Klonowicz Wpłynęło do Redakcji dnia 10 marca 1991 r. SELECTION OF THE COMPENSATORS WHICH OPTIMIZE ENERGETIC CONDITIONS OF THE REAL, NONSINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE

Summary

In the paper basing on the works concerned with power theory for a circuits supplied by ideal and real nonsinusoidal voltage sources a trial of selection of the compensators which optimize energetic conditions of the source is done.

Selection is performed basing on the minimization of the active power loss in the transmision line and impedance of nonsinusoidal voltage source which supplies two-pole load.

Considerations are illustrated by examples.

ПОДБОР КОМПЕНСАТОРОВ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ РЕАЛЬНОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА НАПРЯЖЕНИЯ

Резюме

Опираясь на работах по теории нощности для несинусоидальных цепей, в работе проведена попытка подбора компенсаторов для оптинизации энергетических свойств реального источника питающего приёмники в виде двухполюсника. Подбор компенсаторов сделан для минимизации потерь активной нощности от источника к приёмник/у. Проведенные рассуж-дения проиллюстрированы примером.