

Marian PASKO

SYMERYZACJA NIESYMETRYCZNEGO ODBIORNIKA TRÓJFAZOWEGO ZASILANEGO Z
SYMERYCZNEGO ŹRÓDŁA NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO ZA POMOCĄ DWÓJNIKÓW LC

Streszczenie. Celem artykułu jest przedstawienie zasad symetryzacji niesymetrycznego odbiornika trójfazowego trójprzewodowego zasilanego z symetrycznego źródła napięcia odkształconego okresowego. W artykule zakłada się, że źródło napięcia odkształconego jest idealne, a odbiornik posiada pełną macierz imitacyjną dla rozpatrywanych harmonicznych. Symetryzację dla dowolnie wybranej skończonej liczby harmonicznych przeprowadza się za pomocą dwójników reaktancyjnych LC. Przeprowadzona symetryzacja dla poszczególnych harmonicznych rzędu $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ oraz dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ powoduje symetryzację prądów przewodowych źródła oraz znaczne zmniejszenie ich wartości skutecznych. Przedstawione rozważania wraz z syntezą dwójników LC służących do symetryzacji (kompensacji pewnych składowych prądu źródła) zilustrowano przykładem.

1. WSTĘP

Przedstawiony artykuł jest uogólnieniem idei symetryzacji niesymetrycznych obwodów trójfazowych zasilanych z idealnego źródła napięcia sinusoidalnego [6], [7], [14] na odbiorniki trójfazowe niesymetryczne zasilane z symetrycznego źródła napięcia odkształconego okresowego. Przedstawiona idea symetryzacji wykorzystuje teorię składowych symetrycznych, natomiast same układy kompensacyjne zbudowane są z elementów reaktancyjnych. W jednej z licznych teorii mocy dla przebiegów odkształconych, która bazuje na rozkładach prądu odbiornika na wzajemnie ortogonalne składowe w sensie przyjętego iloczynu skalarnego, wyodrębniona jedna ze składowych prądu odpowiedzialna jest właśnie za asymetrię fazową odbiornika.

Zagadnienia kompensacji poszczególnych składowych prądu źródła (wzajemnie

ortogonalnych) poruszono w pracach [5], [11], [12], [13].

W przedstawionym artykule doprowadzenie do symetryzacji obwodu widzianego z zacisków źródła za pomocą dwójników reaktancyjnych jest równoważne kompensacji dwóch składowych prądu źródła, a mianowicie:

- składowej reaktancyjnej prądu odpowiedzialnej za wymianę energii pola elektromagnetycznego pomiędzy źródłem zasilania a odbiornikiem,
- składowej prądu asymetrii związanej z asymetrią fazową odbiornika.

2. SYMETRYZACJA OBWODU

Problem symetryzacji obwodu można sformułować następująco:

- niesymetryczny odbiornik trójfazowy połączony w trójkąt opisany dla rozpatrywanych harmonicznych pełną macierzą immitancji, zasilany z idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego, doprowadzić za pomocą dwójników LC (włączonych w sposób pokazany na rys.1) do obwodu symetrycznego przy rozpatrywaniu od strony zacisków źródła.

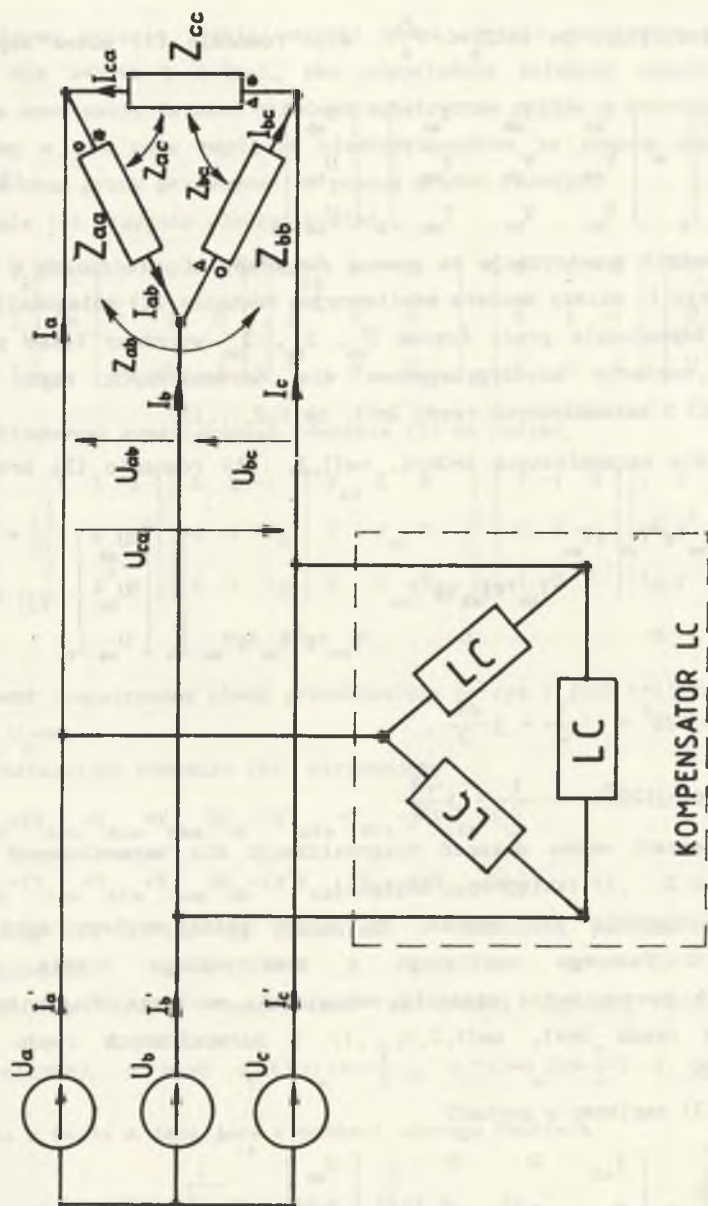
Stawiamy ponadto wymagania, aby po dołączeniu dwójników LC ze źródła nie była pobierana moc bierna. Tak postawiony i rozwiązany problem pozwala na uzyskanie symetrycznego rozplywu prądu źródła oraz zapewnia znaczne zmniejszenie jego wartości skutecznej.

Zmniejszonej wartości skutecznej prądu źródła towarzyszy zawsze znaczne zmniejszenie umownej wartości mocy pozornej źródła przy tej samej mocy czynnej dostarczonej do odbiornika.

Rozważmy zatem obwód przedstawiony na rys.1 przy odłączonym kompensatorze (układ symetryzujący LC).

Równania opisujące odbiornik przedstawiony na rys.1 (dla każdej harmonicznej) dla wartości skutecznych zespolonych mają postać:

$$\begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \\ U_{ca} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}_h \quad h \in \{1, 2, 3, \dots, l\} \quad (1)$$



Rys. 1

Ponieważ założyliśmy, że $\det Z_h \neq 0$, więc równanie (1) można zapisać w postaci

$$\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ab} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ac} & Y_{bc} & Y_{cc} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \\ U_{ca} \end{bmatrix}_h \quad (2)$$

Aby przeprowadzić symetryzację za pomocą dwójników LC włączonych w sposób pokazany na rys.1, należy macierz admittancejną równania (2) zdiagonalizować. W tym celu odpowiednie prądy fazowe I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} wyrażamy tylko poprzez odpowiednie napięcie międzyprzewodowe dla harmonicznych rzędu $3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ i harmonicznych rzędu $3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, l\}$.

Przykładowo dla harmonicznych $h=3n+1$, $n \in \{1, 2, \dots, l\}$ równanie (2) przyjmuje postać

$$\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} Y_{aa} + \gamma^2 Y_{ab} + \gamma Y_{ac} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{bb} + \gamma Y_{ab} + \gamma^2 Y_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{cc} + \gamma^2 Y_{ac} + \gamma Y_{bc} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \\ U_{ca} \end{bmatrix}_h \quad (3)$$

gdzie $\gamma = \exp j120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\gamma^2 = \exp(-j120^\circ) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

W podobny sposób można dokonać diagonalizacji dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots, l\}$ (składowa przeciwna).

Na podstawie równania (3) wynika, że każdą pełną macierz admittancej odbiornika trójfazowego zasilanego z symetrycznego źródła napięć odkształconych zawsze można zastąpić odpowiednią macierzą diagonalną dla harmonicznych rzędu $3n+1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots, l\}$ i harmonicznych rzędu $3n-1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots, l\}$.

Równanie (3) zapiszmy w postaci

$$\begin{bmatrix} I_{ab} \\ I_{bc} \\ I_{ca} \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \\ U_{ca} \end{bmatrix}_h \quad h \in \{3n+1\}. \quad (4)$$

*) wzór (4) dla składowej przeciwnej $(3n-1)$ ma postać analogiczną, z tym że wartości admittancej są inne.

i postawmy pytanie, jakie warunki muszą spełnić admitancje Y_{ABh} , Y_{BCh} , Y_{CAh} , dla $h=3n+1$ i $h=3n-1$, aby odpowiednie składowe symetryczne napięć źródła wywoływały te same składowe symetryczne prądów przewodowych.

Wyraźmy w tym celu napięcia międzyprzewodowe za pomocą napięć fazowych źródła oraz prądy przewodowe za pomocą prądów fazowych.

Równanie (4) przyjmie wówczas postać

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix}_h \quad (5)$$

Dla składowych symetrycznych równanie (5) ma postać

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_{2h} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \gamma & \gamma^2 \\ 1 & \gamma^2 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{CA} \end{bmatrix}_h \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \gamma^2 & \gamma \\ 1 & \gamma & \gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_{2h} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ponieważ rozpatrywany obwód przedstawiony na rys.1 jest trójprzewodowy, więc $I_0=0$, $U_0=0$.

Przekształcając równanie (6), otrzymujemy

$$I_{1h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{1h} - (\gamma Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma^2 Y_{CAh})U_{2h}, \quad (7)$$

$$I_{2h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh})U_{2h} - (\gamma^2 Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma Y_{CAh})U_{1h}, \quad (8)$$

Równania (7) i (8) są równaniami o znaczeniu podstawowym w naszych rozważaniach.

Rozważmy źródło symetryczne kolejności zgodnej dla podstawowej harmonicznej, a więc $u_b(t) = u_a(t - \frac{T}{3})$, $u_c(t) = u_a(t + \frac{T}{3})$ i niech napięcie źródła w fazie a dane jest w postaci szeregu Fouriera

$$u_a(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} U_h \exp jh\omega t, \quad h \in \{1, 2, \dots, l\}, \quad (9)$$

gdzie

U_h - wartość skuteczna zespolona dla h-tej harmonicznej, natomiast $U_{a0} = 0$.

Dla harmonicznych rzędu $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ układ napięć źródła tworzy układ symetryczny zgodny.

Dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ układ napięć źródła tworzy układ symetryczny przeciwny.

Dla harmonicznych rzędu $h=3n$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ układ napięć źródła tworzy układ symetryczny zerowy.

W naszych rozważaniach zajmujemy się tylko harmonicznymi rzędu $3n+1$ i $3n-1$.

Dla harmonicznych rzędu $3n+1$ w źródle występują tylko składowe zgodne napięcia, a więc

$$U_{1h} \neq 0, U_{2h} = 0 \quad \bigwedge_{h \in 3n+1}, h \in \{0, 1, 2, \dots, l\}.$$

Gdy $U_{2h} = 0$, wówczas równania (7) i (8) przyjmą postać dla każdej harmonicznej rzędu $3n+1$.

$$I_{1h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh}) U_{1h}, \quad \bigwedge_{h \in 3n+1}, \quad (10)$$

$$I_{2h} = (\gamma^2 Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma Y_{CAh}) U_{1h}, \quad \bigwedge_{h \in 3n+1}. \quad (11)$$

Aby prądy przewodowe źródła zawierały tylko składową zgodną, to na podstawie równania (11) prąd składowej przeciwnej będzie równy zeru

$$I_{2h} = 0 \quad \bigwedge_{h \in 3n+1},$$

gdzy spełniony będzie warunek

$$\gamma^2 Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma Y_{CAh} = 0, \quad \bigwedge_{h \in 3n+1}. \quad (12)$$

Dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$ w napięciach fazowych źródła występuje tylko składowa przeciwna, a więc $U_{1h} = 0$, $U_{2h} \neq 0$ $\bigwedge_{h \in 3n-1}$, wówczas równania (7) i (8) przyjmą postać

$$I_{1h} = (\gamma Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma^2 Y_{CAh}) U_{2h}, \quad \bigwedge_{h \in 3n-1}, \quad (13)$$

$$I_{2h} = (Y_{ABh} + Y_{BCh} + Y_{CAh}) U_{2h}, \quad \bigwedge_{h \in 3n-1}. \quad (14)$$

Aby prądy przewodowe zawierały tylko składową przeciwną, to na podstawie równania (13) prąd składowej zgodnej będzie równy zeru

$$I_{1h} = 0 \quad \bigwedge_{h \in 3n-1},$$

gdzy spełniony będzie warunek

$$\gamma Y_{ABh} + Y_{BCh} + \gamma^2 Y_{CAh} = 0, \quad \bigwedge_{h \in 3n-1} \quad (15)$$

W rozważanych niesymetrycznych odbiornikach trójfazowych warunki (12) i (15) nie są spełnione.

Spełnienie warunków (12) i (15) wymaga włączenia równolegle do zacisków odbiornika układów symetryzujących (kompensatorów) połączonych również w trójkąt, tak jak to przedstawiono na rys.1.

Warunki, jakie stawiamy układom kompensującym, są:

- aby nie pobierały mocy czynnej ze źródła,
- aby kompensowały moc bierną dla poszczególnych harmonicznych.

Układami pasywnymi, które spełniają powyższe założenia, są układy reaktancyjne LC.

Sformułujemy następujące zagadnienie:

Dobrać tak wartości elementów kompensujących symetryzujących, aby dla harmonicznych rzędu $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, \dots, l\}$ w prądzie źródła wystąpiły tylko składowe zgodne prądu, natomiast dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, l\}$ w prądzie źródła wystąpiły tylko składowe przeciwne prądu.

Ponadto dołączone kompensatory winny dokonać kompensacji mocy biernej dla każdej rozważanej harmonicznej.

Rozważamy zatem obwód przedstawiony na rys.1 z dołączonym kompensatorem. Wyznaczamy wartości elementów kompensacyjnych LC dla harmonicznych rzędu $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}$. Aby w prądach źródła I_a , I_b , I_c wystąpiły tylko składowe zgodne, musi być spełniony warunek (12), który obecnie przyjmuje postać

$$\gamma^2 (Y_{ABh} + j B_{abh}) + Y_{BCh} + j B_{bch} + \gamma (Y_{ACh} + j B_{ach}) = 0 \quad (16)$$

Jeżeli założymy, że admitancje Y_{ABh} , Y_{BCh} , Y_{ACh} mają postać

$$Y_{ABh} = G_{ABh} + j B_{ABh}, \quad Y_{BCh} = G_{BCh} + j B_{BCh}, \quad Y_{ACh} = G_{ACh} + j B_{ACh},$$

to równanie (16) przyjmuje postać

$$\gamma^2 [G_{ABh} + j(B_{ABh} + B_{abh})] + G_{BCh} + j(B_{BCh} + B_{bch}) + \gamma [G_{ACh} + j(B_{ACh} + B_{ach})] = 0 \quad (17)$$

Narzucamy ponadto warunek, aby całkowita moc bierna pobierana przez odbiornik i kompensator dla każdej harmonicznej była równa zero, zatem

$$Q_h = (B_{ABh} + B_{abh}) |U_{ABh}|^2 + (B_{BCh} + B_{bch}) |U_{BCh}|^2 + (B_{ACh} + B_{ach}) |U_{CAh}|^2 = 0 \quad (18)$$

Ponieważ źródło jest symetryczne $|U_{ABh}| = |U_{BCh}| = |U_{CAh}|$, więc równanie (18)

będzie spełnione, gdy

$$B_{ABh} + B_{k_{abh}} + B_{BCh} + B_{k_{bch}} + B_{ACh} + B_{k_{ach}} = 0, \quad \bigwedge_{h \in 3n+1} \quad (19)$$

W równaniu (17) i następnym przyjmujemy, że susceptancje $B_h > 0$ odpowiadają susceptancjom kondensatora, natomiast $B_h < 0$ odpowiadają susceptancjom cewki.

Rozwiązanie równań (17) i (19) ze względu na $B_{k_{abh}}, B_{k_{bch}}, B_{k_{ach}}$ prowadzi do wyznaczenia wartości elementów kompensujących.

$$B_{k_{abh}} = -B_{ABh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ACh} - G_{BCh}), \quad (20)$$

$$B_{k_{bch}} = -B_{BCh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ABh} - G_{ACh}), \quad (21)$$

$$B_{k_{ach}} = -B_{ACh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{BCh} - G_{ABh}), \quad \bigwedge_{h \in 3n+1}, \quad n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}. \quad (22)$$

Przeprowadzając podobne rozważania dla harmonicznych rzędu $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots, l\}$, otrzymujemy wartości elementów kompensujących

$$B_{k_{abh}} = -B_{ABh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{BCh} - G_{ACh}), \quad (23)$$

$$B_{k_{bch}} = -B_{BCh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ACh} - G_{ABh}), \quad (24)$$

$$B_{k_{ach}} = -B_{ACh} + \frac{1}{\sqrt{3}} (G_{ABh} - G_{BCh}), \quad \bigwedge_{h \in 3n-1}, \quad n \in \{0, 1, 2, \dots, l\}. \quad (25)$$

Gdyby źródło było niesymetryczne, a odbiornik z rys.1 opisany macierzą diagonalną postaci (4), wówczas pełna symetryzacja na podstawie wzorów (7), (8) i (9) wymagałaby spełnienia jednocześnie następujących warunków:

$$\gamma^2 (Y_{ABh} + j B_{k_{abh}}) + Y_{BCh} + j B_{k_{bch}} + \gamma (Y_{CAh} + j B_{k_{CAh}}) = 0, \quad (26)$$

$$\gamma (Y_{ABh} + j B_{k_{abh}}) + Y_{BCh} + j B_{k_{bch}} + \gamma^2 (Y_{CAh} + j B_{k_{CAh}}) = 0, \quad (27)$$

$$B_{k_{abh}} + B_{k_{bch}} + B_{k_{ach}} = -B_{ABh} + B_{ACh} + B_{BCh}. \quad (28)$$

Spełnienie równoczesne warunków (26), (27), (28) jest możliwe tylko wówczas, gdy

$$G_{ABh} = G_{BCh} = G_{ACh} \quad \bigwedge_{h \in 3n+1 \quad i \quad h=3n-1} \quad (29)$$

Zatem całkowita symetryzacja w takim przypadku jest możliwa, gdy asymetria fazowa odbiornika jest spowodowana tylko różnymi wartościami części urojonej admitancji Y_{ABh} , Y_{BCh} , Y_{ACh} dla rozpatrywanych harmonicznych.

3. SYNTEZA DWÓJNIKÓW SYMETRYZUJĄCYCH

Problem symetryzacji sprowadza się do syntezy trzech niezależnych dwójników LC włączonych na napięcie międzyprzewodowe tak, jak to ilustruje rys.1. Na podstawie prac [8], [9], [10] problem ten można przedstawić następująco:

Wyznaczyć funkcje reaktancyjne $\alpha\beta B_r(\omega)$, $\alpha, \beta \in \{a, b, c\}$, $\alpha \neq \beta$, określone wzorem

$$\alpha\beta B_r(\omega) = \frac{A_{\alpha\beta} \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \alpha\beta \omega_{21\pm 1}^{*2})}{\omega \prod_{i=1}^n (\omega^2 - \alpha\beta \omega_{21}^{*2})}, \quad A_{\alpha\beta} \in \mathbb{R}, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\}, \quad \alpha \neq \beta, \quad (30)$$

które dla zadanych pulsacji ω_h przyjmują wartości określone wzorami (20), (21), (22) dla harmonicznych rzędu $h=3n+1$, natomiast dla harmonicznych rzędu $3n-1$ wartości określone wzorami (23), (24), (25).

Ogólnie warunki te można zapisać w postaci

$$\alpha\beta B_r(\omega_h) = k_{\alpha\beta h} B_{\alpha\beta h}, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\}, \quad \alpha \neq \beta. \quad (31)$$

Rozwiązanie problemu syntezy dla każdego dwójnika LC sprowadza się do rozwiązania pewnego układu równań liniowych, szczegółowo opisanych w pracach [8], [9].

4. PRZYKŁAD ILUSTRUJĄCY ZASADĘ SYMETRYZACJI

Przeprowadźmy symetryzację odbiornika przedstawionego na rys.1 dla

następujących danych:

$$Z_{ac} = R = 2\Omega, \quad Z_{ab} = (1 + j\omega L)\Omega, \quad Z_{bc} = (1 + j 0,5\omega L)\Omega,$$

$$\omega L = 1\Omega \text{ dla } \omega = 1 \text{ rad/s},$$

$$u_a(t) = \sqrt{2} 100(\cos\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t).$$

Przed rozwiązaniem przedstawionego problemu przypomnijmy pewne wielkości wprowadzone w pracach [2], [3], [4], [5].

$$\mathbf{i} = \text{col} [i_a, i_b, i_c], \quad \mathbf{u} = \text{col} [u_a, u_b, u_c],$$

przy czym $\mathbf{i}, \mathbf{u} \in L_3^2(0; T)$.

Iloczyn skalarny

$$(\mathbf{u} | \mathbf{i}) = \sum_{\alpha=a}^c \frac{1}{T} \int_0^T u_\alpha(t) i_\alpha(t) dt, \quad \alpha \in \{a, b, c\}.$$

Norma prądu

$$\|\mathbf{i}\| = \sqrt{\sum_{\alpha=a}^c \frac{1}{T} \int_0^T i_\alpha^2(t) dt}, \quad \alpha \in \{a, b, c\}.$$

Norma napięcia

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\sum_{\alpha=a}^c \frac{1}{T} \int_0^T u_\alpha^2(t) dt}, \quad \alpha \in \{a, b, c\}.$$

Całkowita moc czynna dostarczona do odbiornika

$$P = (\mathbf{u} | \mathbf{i}) = \text{Re} \sum_{h=0}^{\infty} \mathbf{U}_h^T \mathbf{I}_h^*.$$

gdzie

$\mathbf{U}_h^T = [U_{ah}, U_{bh}, U_{ch}]$ - wierszowa macierz wartości zespolonych skutecznych napięć dla h -tej harmonicznej,

$\mathbf{I}_h^* = \text{col} [I_{ah}^*, I_{bh}^*, I_{ch}^*]$ - kolumnowa macierz wartości skutecznych zespolonych sprzężonych prądów (liniowych) przewodowych dla h -tej harmonicznej.

Moc pozorna źródła trójfazowego jest wielkością umowną i najczęściej

definiowaną jako

$$|S| = \|u\| \|i\|.$$

Admitancje odbiornika dla poszczególnych harmoniczných przyjmują wartości:

$h=1$

$$Y_{AB1} = (0,5 - j0,5)S, \quad Y_{BC1} = (0,8 - j0,4)S, \quad Y_{AC1} = 0,5 S.$$

$h=5$

$$Y_{AB5} = (0,038 - j0,192)S, \quad Y_{BC5} = (0,138 - j0,345)S, \quad Y_{AC5} = 0,5 S.$$

Prądy przewodowe (liniowe) dla poszczególnych harmoniczných:

$h=1$

$$I_{a1} = 207,34 e^{j68^{\circ}47'} A, \quad I_{b1} = 217,44 e^{j60^{\circ}19'} A, \quad I_{c1} = 183 e^{j181^{\circ}} A.$$

$h=5$

$$I_{a5} = 13,15 e^{j100^{\circ}} A, \quad I_{b5} = 18,16 e^{j127^{\circ}45'} A, \quad I_{c5} = 30,8 e^{-j63^{\circ}44'} A.$$

Wartości skuteczne prądów przewodowych:

$$|I_a| = \sqrt{|I_{a1}|^2 + |I_{a5}|^2} = 207,75 A, \quad |I_b| = 218,19 A, \quad |I_c| = 185,62 A.$$

Norma prądu

$$\|i\| = \sqrt{|I_a|^2 + |I_b|^2 + |I_c|^2} = 353,86 A.$$

Norma napięcia

$$\|u\| = \sqrt{3|U_1|^2 + 3|U_5|^2} = 176,63 V.$$

Moc pozorna źródła

$$|S| = \|u\| \|i\| = 62502,3 \text{ V}\cdot\text{A}.$$

Moc czynna wydawana przez źródło

$$P = (u|i) = P_1 + P_5 = 54000 + 811,2 = 54811,2 \text{ W}.$$

Współczynnik mocy źródła przed symetryzacją

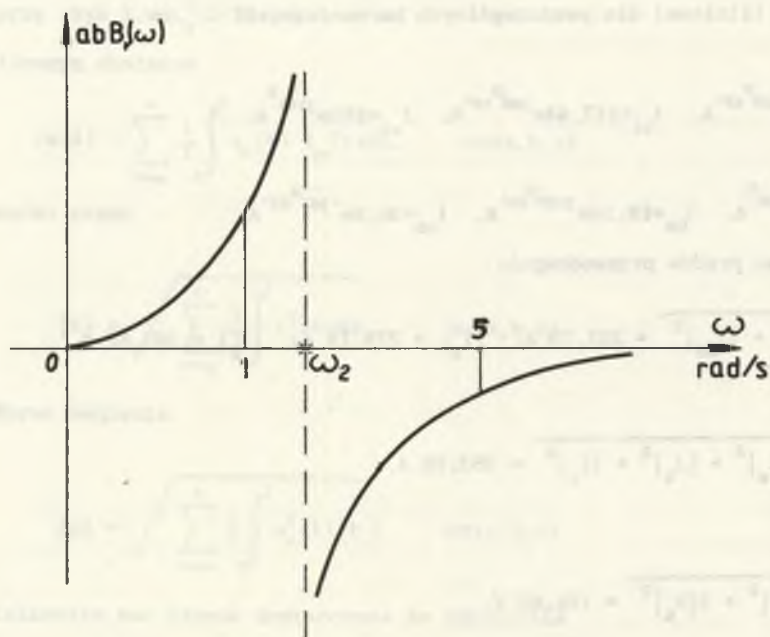
$$\lambda = \frac{P}{|S|} = 0,87.$$

4.1. Dobór dwójników symetryzujących

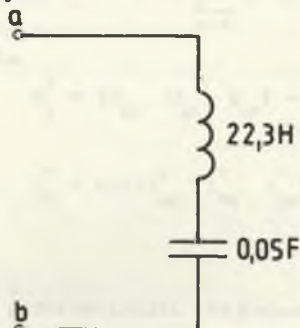
Dwójnik kompensujący włączony pomiędzy fazy a i b powinien posiadać następujące susceptancje określone na podstawie wzorów (20) i (23):

$$B_{k\ ab1} = 0,326\ \text{S}, \quad B_{k\ ab5} = -0,017\ \text{S}.$$

Orientacyjny wykres susceptancji dwójnika reaktancyjnego odpowiadający powyższym warunkom przedstawiono na rys.2,



Rys. 2.



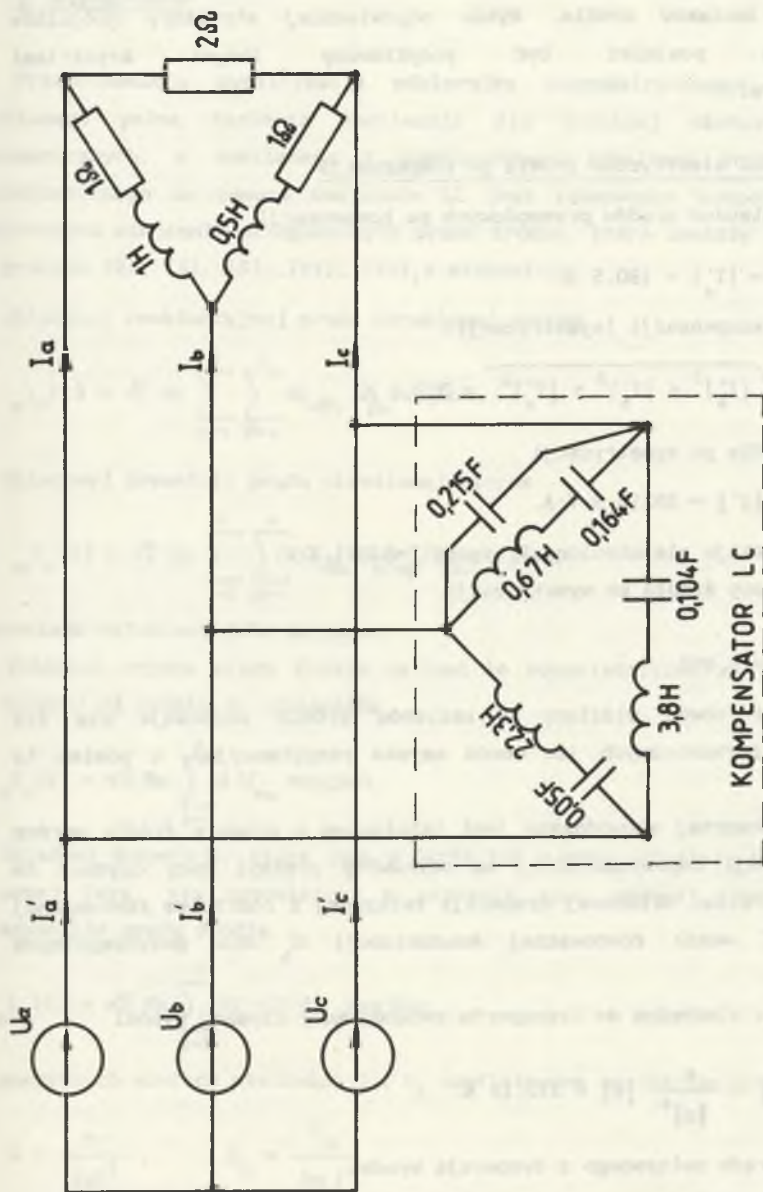
Rys. 3.

a odpowiadający dwójnik reaktancyjny przedstawiono na rys.3.

W analogiczny sposób dobieramy dwójniki

$$B_{bc\ r}(\omega) \text{ oraz } B_{ac\ r}(\omega).$$

Rozpatrywany w przykładzie obwód wraz z dołączonym układem symetryzującym przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4

Doboru dwójników reaktancyjnych spełniających podane warunki można dokonać na wiele sposobów, które prowadzą do pełnej symetryzacji obwodu widzianego z zacisków źródła. Wybór odpowiedniej struktury dwójników symetryzujących powinien być podyktowany innymi kryteriami optymalizacyjnymi.

4.2. Wielkości elektryczne źródła po kompensacji

Wartości skuteczne prądów przewodowych po kompensacji:

$$|I'_a| = |I'_b| = |I'_c| = 180,5 \text{ A.}$$

Norma prądu po kompensacji (symetryzacji)

$$\|I'\| = \sqrt{|I'_a|^2 + |I'_b|^2 + |I'_c|^2} = 312,6 \text{ A.}$$

Moc pozorna źródła po symetryzacji

$$|S'| = \|u\| \|I'\| = 55214,5 \text{ V}\cdot\text{A.}$$

Moc czynna pozostaje niezmienną i wynosi $P=54811,2 \text{ W}$.

Współczynniki mocy źródła po symetryzacji

$$\lambda' = \frac{P}{|S'|} = 0,992.$$

Po symetryzacji obwód widziany z zacisków źródła zachowuje się dla poszczególnych harmonicznych jak obwód czysto rezystancyjny, a pomimo to $|S'| > P$.

Nadatek mocy pozornej spowodowany jest istnieniem w prądzie źródła oprócz składowej czynnej, odpowiedzialnej za całkowity przesył mocy czynnej ze źródła do odbiornika, składowej dyspersji związanej z rozrzutem równoważnej konduktancji G wokół równoważnej konduktancji G_h dla poszczególnych harmonicznych.

Wartość prądu niezbędna do transportu zadanej mocy czynnej wynosi

$$\|I_a\| = G \|u\| = \frac{P}{\|u\|^2} \|u\| = 310,16 \text{ A.}$$

Zatem wartość prądu związanego z dyspersją wynosi

$$\|I_d\| = \sqrt{\|I'\|^2 - \|I\|^2} = 38,98 \text{ A.}$$

5. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzona symetryzacja odbiornika niesymetrycznego trójfazowego opisanego pełną macierzą immitancji dla dowolnej skończonej liczby harmonicznych, a zasilanego z symetrycznego idealnego źródła napięcia okształconego za pomocą dwójników LC jest równoważna kompensacji dwóch składowych wzajemnie ortogonalnych prądu źródła, które zostały wprowadzone w pracach [2], [4], [5], [11], [12], a mianowicie

- składowej reaktancyjnej prądu określonej wzorem

$$i_{\alpha}^r(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \sum_{\beta=a}^c \mathbf{J}_{\alpha\beta h} U_{\beta h} \exp jh\omega t,$$

- składowej asymetrii prądu określonej wzorem

$$i_{\alpha}^{as}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n \sum_{\beta=a}^c (G_{\alpha\beta h} - G_h \delta_{\alpha\beta}) U_{\beta h} \exp jh\omega t.$$

Pozostają natomiast dwie składowe

- składowa czynna prądu źródła całkowicie odpowiedzialna za przesył mocy czynnej od źródła do odbiornika

$$i_{\alpha}^a(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n G U_{\alpha h} \exp jh\omega t,$$

- składowa dyspersji, która jest w fazie lub w przeciwfazie z napięciem tej samej fazy, nie uczestniczy w przesyłce mocy czynnej, nie wpływa na asymetrię prądu źródła

$$i_{\alpha}^d(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^n (G_h - G) U_{\alpha h} \exp jh\omega t.$$

W powyższych wzorach wielkości G i G_h zdefiniowane są następująco ;

$$G = \frac{P}{\|u\|^2}, \quad G_h = \frac{P_h}{\|u_h\|^2},$$

natomiast

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{dla } \alpha=\beta \\ 0 & \text{dla } \alpha\neq\beta \end{cases}$$

Należy podkreślić, że dotychczasowe rozważania dotyczące kompensacji, symetryzacji jak i definicje poszczególnych składowych prądu źródła dotyczyły modelu źródła idealnego.

Jest to niewątpliwie uproszczeniem i znacznym ułatwieniem w rozwiązaniu postawionego problemu i interpretacji otrzymanych wyników.

Zagadnienia dotyczące zdefiniowania poszczególnych składowych prądu, a następnie kompensacji niepożądanych składowych, czy też symetryzacji obwodów trójfazowych przy uwzględnieniu rzeczywistego źródła są zagadnieniem o wiele bardziej złożonym.

Rozwiązanie tych zagadnień wymaga dalszych gruntownych badań, a w niniejszym artykule nie są one nawet sygnalizowane.

LITERATURA

- [1] Akagi H., Kazanowa Y.: Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components. IEEE Trans. on Industry Appl. Vol. IA-20, No3, May/June 1984.
- [2] Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielofazowych o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne Z.1, 1989.
- [3] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Jednolita teoria mocy dla obwodów trójfazowych w przebiegach odkształconych w oparciu o ortogonalny rozkład prądu w przestrzeni $L_3^2(0;T)$. Materiały X SPETO Gliwice-Wisła 1987.
- [4] Czarnecki L.S.: Orthogonal decomposition of the currents in a 3-phase non-linear asymmetrical circuit with a nonsinusoidal voltage source. IEEE Trans. on Instr. and Meas. Vol 37. No 1 pp.30-34, March 1988.
- [5] Czarnecki L.S.: Kompensacja prądu biernego i prądu asymetrii układu 3-fazowego z przebiegami niesinusoidalnymi. Wiosenne seminarium elektrotechniki prądów niesinusoidalnych. Zielona Góra, Maj 1989.
- [6] Hanzelka Z.: Zastosowanie kompensatorów statycznych dla symetryzacji i kompensacji asymetrycznych odbiorników energii elektrycznej. Materiały

konferencji - "Jakość energii elektrycznej w warunkach krajowego systemu elektroenergetycznego." Łódź 1987.

- [7] Minc M. J., Czinkov B., Grib O.: Simetrirovanje sistemy tokov triehfaznoj sieti IZV. Wysszych Uczebnych Zavedenii, Energetika 1984.
- [8] Pasko M., Walczak J.: Metoda syntezy układów kompensacji składowej reaktancyjnej odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, Z. 113 1991.
- [9] Pasko M., Walczak J.: A synthesis of compensation system of a current reactance compenent of two-terminal receiver with deformed voltage supply. Mathematical Optimization Theory and Applications. Eisenach. December 1989.
- [10] Pasko M.: Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. Materiały XII SPETO, Gliwice-Wisła 1989.
- [11] Pasko M.: Kompensacja składowych prądu układu trójfazowego zasilanego przez symetryczne źródło napięcia odkształconego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, Z. 115 (w druku).
- [12] Pasko M.: Ocena możliwości kompensacji niepożądanych składowych prądu symetrycznego źródła napięcia trójfazowego odkształconego zasilającego odbiornik liniowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, Z. 117, (w druku).
- [13] Pasko M.: Symetryzacja odkształconych prądów źródła trójfazowego zasilającego niesymetryczny odbiornik. Materiały XIII SPETO Gliwice-Wisła 1990.
- [14] Piróg St.: Symetryzacja trójfazowych odbiorników energii elektrycznej. Skrypt Nr 1122. AGH, Kraków 1988.

Recenzent: doc dr hab. inż. Maciej Siwczyński

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 kwietnia 1990 r.

SYMMETRIZATION OF ASYMMETRICAL THREE-PHASE RECEIVER SUPPLIED BY
SYMMETRICAL NONSINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE USING TWO-TERMINAL NETWORK LC

S u m m a r y

The aim of the paper is to present the rules for symmetrization of asymmetrical three-phase three-wire system supplied from symmetrical nonsinusoidal voltage source. The paper assumes that the nonsinusoidal voltage source is perfect while the receiver has a full admittance matrix for harmonics being considered. Symmetrization for any finite number of harmonics is carried out by means of reactance two-terminal networks LC. Symmetrization carried out for particular order of harmonics $h=3n+1$, $n \in \{0,1,2,\dots,l\}$ and for order of harmonics $h=3n-1$, $n \in \{1,2,\dots,l\}$ causes a symmetrical propagation of conduction currents of the source and a considerable decrease of rms currents. The presented considerations and the synthesis of two-terminal networks LC for symmetrization (compensation of some current components of the source) are illustrated by an example.

СИММЕТРИРОВАНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОГО ТРЁХФАЗНОГО ПРИЁМНИКА,
ПИТАЮЩЕГОСЯ ОТ СИМЕТРИЧНОГО ИСТОЧНИКА ДЕФОРМИРОВАННОГО
НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

Р е з ю м е

Целью статьи является представление принципов симметрирования несимметричного трехфазного трехпроводного приемника, питающегося от симметричного источника деформированного периодического напряжения.

В статье принимается, что источник деформированного напряжения является идеальным, а приемник имеет полную имитационную матрицу для рассматриваемых гармоник. Симметрирование для произвольного выбранного конечного числа гармоник производится с помощью реактанционных двухполюсников LC. Симметрирование, проведенное для отдельных гармоник порядка $h=3n+1$, $n \in \{0,1,2,\dots,l\}$ и для гармоник порядка $h=3n-1$, $n \in \{1,2,\dots,l\}$ приводит к симметрированию линейных токов источника и значительному уменьшению их действующих значений.

Представленные рассуждения и синтез двухполюсников LC, служащих для симметрирования (компенсация некоторых составляющих тока источника) проиллюстрированы примерами.