

Marian PASKO

DOBÓR DWÓJNIKÓW MINIMALIZUJĄCYCH WSKAŹNIKI JAKOŚCI ENERGII ELEKTRYCZNEJ DLA UKŁADÓW TRÓJFAZOWYCH ZASILANYCH NAPIĘCIEM ODKSZTAŁCONYM

Streszczenie. Artykuł stanowi rozwinięcie prac autora dotyczących doboru dwójników minimalizujących przyjęte wskaźniki jakości energii elektrycznej. Przyjęcie odpowiedniego wskaźnika jakości energii elektrycznej prowadzi do wyróżnienia w prądzie źródła składowej ortogonalnej odpowiedzialnej za minimalizację tego wskaźnika. Pozostałe wyróżnione składowe wzajemnie ortogonalne są niepożądane i należy je skompensować. Niniejsza praca jest przede wszystkim kontynuacją pracy [8] i ma na celu przedstawienie możliwości kompensacji wszystkich niepożądanych składowych prądu źródła dla układów trójfazowych zasilanych napięciem odkształconym. Przedstawione rozważania teoretyczne zilustrowano przykładami.

1. WSTĘP

W pracy [1] wprowadzono nowy wskaźnik jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych zasilanych z idealnego źródła napięcia odkształconego okresowego. Wprowadzony nowy wskaźnik energii elektrycznej jest wyrazem kompromisu pomiędzy stratami energetycznymi i odkształceniami prądu źródła. Wprowadzenie nowego wskaźnika energii elektrycznej doprowadziło do ujawnienia nowego rozkładu ortogonalnego prądu źródła w stosunku do znanych rozkładów zamieszczonych w pracy [3].

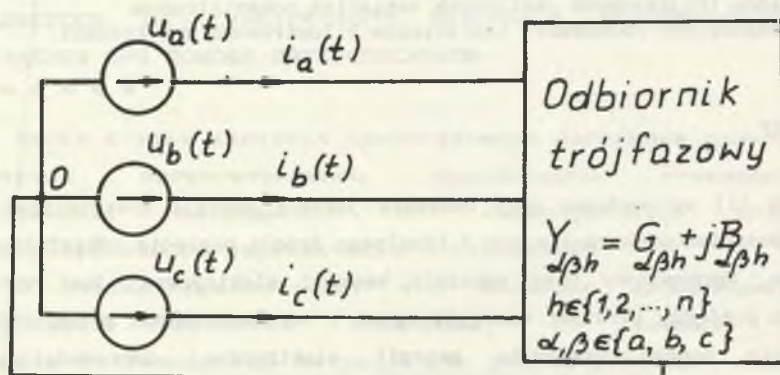
Analizę porównawczą wybranych rozkładów ortogonalnych prądu odbiornika 3-fazowego przeprowadzono w pracy [5]. W artykule [8] podano możliwości kompensacji pewnych składowych ortogonalnych prądu źródła za pomocą układów LC w zależności od przyjętego kryterium optymalizującego (wskaźnika jakości energii elektrycznej). Kompensacja prowadzi do symetryzacji obwodu widzianego z zacisków źródła i znacznego zmniejszenia wartości skutecznej prądu źródła. Nie uzyskano minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła,

gdź za pomocą układów pasywnych nie można skompensować występujących w zaproponowanych rozkładach składowych dyspersji prądu źródła. W pracy [9] rozważono i przedstawiono pewną możliwość kompensacji prądu rozproszenia dla obwodów jednofazowych za pomocą klasy $(RLC-R^1)$. Niniejsza praca jest kontynuacją pracy [8] i ma na celu przedstawienie możliwości kompensacji dodatkowo składowej dyspersji prądu źródła. Całkowita kompensacja niepożądanych składowych prądu źródła prowadzi w zależności od przyjętego kryterium optymalizacyjnego do:

- minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła (wskaźnik energetyczny),
- ustalenia kompromisu pomiędzy minimum wartości skutecznej prądu źródła a zniekształceniami prądów źródła.

2. MINIMALIZACJA WARTOŚCI SKUTECZNEJ PRĄDU ŹRÓDŁA

Załóżmy, że odbiornik trójfazowy przedstawiony na rys.1 posiada dla



każdej rozpatrywanej harmonicznej $h \in \{1, 2, \dots, n\}$ macierz admitancyjną

$$Y_h = G_h + jB_h = \begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ba} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ca} & G_{cb} & G_{cc} \end{bmatrix}_h + j \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} \\ B_{ba} & B_{bb} & B_{bc} \\ B_{ca} & B_{cb} & B_{cc} \end{bmatrix}_h \quad (1)$$

przy czym zakłada się, że $G_{\alpha\beta h} = G_{\beta\alpha h}$, $B_{\alpha\beta h} = B_{\beta\alpha h}$, $\alpha, \beta \in \{a, b, c\}$.

Zakłada się, że odbiornik zasilany jest z idealnego symetrycznego źródła trójfazowego odkształconego

$$u_b(t) = u_a(t - \frac{T}{3}), \quad u_c(t) = u_a(t + \frac{T}{3}), \quad (2)$$

gdzie

$$u_a(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} U_{ah} \exp jh\omega t, \quad U_{a0} = 0, \quad (3)$$

U_{ah} - wartość skuteczna zespolona napięcia źródła h-tej harmonicznej.

Prąd odbiornika danej fazy opisany jest zależnością

$$i_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_{\alpha\beta h} - jB_{\alpha\beta h}) U_{\beta h} \exp jh\omega t, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\}, \quad (4)$$

$h \in \{1, 2, \dots, n\}$

Minimalizacja funkcjonału [5]

$$\psi(i, \gamma) = \|i\|_{L_3^2(0, T)}^2 + \gamma \left(P - (u|i)_{L_3^2(0, T)} \right) \quad (5)$$

przy ograniczeniu równościowym na moc czynną dostarczoną do odbiornika

$$P - (u|i)_{L_3^2(0, T)} = 0 \quad (6)$$

prowadzi do wyróżnienia składowej czynnej prądu źródła

$$i_{\alpha}(t) = G_{\alpha} u_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{\alpha} U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad \alpha \in \{a, b, c\}, \quad (7)$$

gdzie

$$\|i\|_{L_3^2(0, T)}^2 = \sum_{\alpha=abc} \frac{1}{T} \int_0^T i_{\alpha}^2(t) dt, \quad \alpha \in \{a, b, c\}, \quad (8)$$

$$P = (u|i)_{L_3^2(0, T)} = \sum_{\alpha=abc} \frac{1}{T} \int_0^T u_{\alpha}(t) i_{\alpha}(t) dt, \quad \alpha \in \{a, b, c\}, \quad (9)$$

$$P = \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} U_h^T I_h^{\circ} - \text{całkowita moc czynna pobierana przez odbiornik}, \quad (10)$$

$U_h^T = [U_a, U_b, U_c]_h$ - macierz wierszowa wartości skutecznych zespolonych napięć źródła dla h-tej harmonicznej,

$$I_h^* = \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix}_h - \text{macierz kolumnowa wartości skutecznych zespolonych sprzężonych prądów źródła dla h-tej harmonicznej.}$$

$$G_e = \frac{P}{\|u\|_{L_3(0,T)}^2} - \text{równoważna konduktancja odbiornika wprowadzona po raz pierwszy przez S. Fryzego w 1930 roku.}$$

Składowa czynna prądu źródła $i_\alpha(t)$, $\alpha \in \{a, b, c\}$ gwarantuje moc czynną odbiornika i jednocześnie minimalizuje wartość skuteczną prądu źródła. Pozostałe składowe wzajemnie ortogonalne prądu źródła opisane są zależnościami:

- składowa reaktancyjna prądu źródła

$$i_{r\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=abc} jB_{\alpha\beta h} U_{\beta h} \exp jh\omega t, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\}, \quad (11)$$

- składowa asymetrii prądu źródła

$$i_{as\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=abc} (G_{\alpha\beta h} - G_h \sigma_{\alpha\beta}) U_{\beta h} \exp jh\omega t, \quad (12)$$

- składowa dyspersji prądu źródła

$$i_{ds\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (13)$$

gdzie

$$\sigma_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{dla } \alpha=\beta, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\} \\ 0 & \text{dla } \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

$$G_h = \frac{P_h}{|U_h|^2} = \frac{\operatorname{Re} \sum_{\alpha=abc} U_{\alpha h} I_{\alpha h}^*}{\sum_{\alpha=abc} U_{\alpha h} U_{\alpha h}^*}, \quad \alpha \in \{a, b, c\} \quad (14)$$

Składowe prądu źródła opisane zależnościami (11 + 13) należy wyeliminować (przez kompensację).

3. USTALONY KOMPROMIS POMIĘDZY MINIMUM WARTOŚCI SKUTECZNEJ PRĄDU A JEGO ZNIEKSZTAŁCENIAMI

Analizę przeprowadza się w przestrzeniach Hilberta $W_{2,\lambda,3}^1(0,T)$ nazywanych w literaturze przestrzmiami Sobolewa, które skonstruowano w pracy [2].

Minimalizacja funkcjonału [2], [5]

$$\Phi(i, \gamma) = \|i\|_{W_{2,\lambda,3}^1(0,T)}^2 + \gamma \left(P - (u|i)_{L_3(0,T)} \right) \quad (15)$$

przy ograniczeniu równościowym (6) prowadzi do wyróżnienia składowej aktywnej prądu źródła określonej wzorem

$$i_{(S)}^\alpha(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_h U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad \alpha \in \{a, b, c\} \quad (16)$$

gdzie

$$\|i\|_{W_{2,\lambda,3}^1(0,T)}^2 = \sum_{r=0}^1 \lambda_r \sum_{\alpha=abc} \frac{1}{T} \int_0^T \left(i_{\alpha}^{(r)}(t) \right)^2 dt, \quad (17)$$

r - rząd pochodnej funkcji $i_{\alpha}(t)$, $r=\{0,1,2,\dots,1\}$, $i_{\alpha}^{(0)}(t)=i_{\alpha}(t)$

λ_r - waga pochodnej $\lambda_r > 0$, $\lambda_0 > 0$.

$$G_e^h = \frac{P}{\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\alpha=abc} \frac{|U_{\alpha k}|^2}{\nabla_k^2}}, \quad (18)$$

$$\nabla_k^2 = \lambda_0 + \lambda_1(k\omega)^2 + \lambda_2(k\omega)^4 + \dots + \lambda_l(k\omega)^{2l}. \quad (19)$$

Zadany kompromis pomiędzy odkształceniami (uwzględnienie pochodnych, a minimum wartości skutecznej prądu źródła ustala się poprzez współczynniki wagi λ_r).

Należy podkreślić, że składowa aktywna prądu źródła $i_{(S)}^\alpha(t)$ oprócz ustalonego kompromisu warunkuje moc czynną P odbiornika.

Pozostałe składowe prądu źródła wzajemnie ortogonalne w sensie przyjętego iloczynu skalarnego

$$(f|g)_{w_{2,\lambda,3}^i(0,T)} = \sum_{r=0}^I \lambda_r \sum_{\alpha=abc} \frac{1}{T} \int_0^T f_{\alpha}^{(r)}(t) g_{\alpha}^{(r)}(t) dt, \quad (20)$$

$$\alpha \in \{a, b, c\},$$

przyjmują postać:

- składowa reaktancyjna prądu źródła

$$r_{(S)}^i{}_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=abc} jB_{\alpha\beta h} U_{\beta h} \exp jh\omega t, \quad \alpha, \beta \in \{a, b, c\}, \quad (21)$$

- składowa asymetrii prądu źródła

$$as_{(S)}^i{}_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=abc} (G_{\alpha\beta h} - G_h \sigma_{\alpha\beta}) U_{\beta h} \exp jh\omega t, \quad (22)$$

- składowa dyspersji prądu źródła

$$ds_{(S)}^i{}_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp jh\omega t. \quad (23)$$

W obydwu przedstawionych rozkładach ortogonalnych tylko składowe czynna $a_{(S)}^i{}_{\alpha}(t)$ i aktywna $a_{(S)}^i{}_{\alpha}(t)$ prądu źródła warunkują moc czynną odbiornika, pozostałe składowe z tego punktu widzenia są bezużyteczne, niepotrzebnie zwiększają wartość skuteczną prądu źródła ponad wartość niezbędną do transportu mocy czynnej do odbiornika, należy je zatem kompensować.

Ze wzorów (11), (12), (21), (22) wynika, że składowe prądów źródła reaktancyjna i asymetrii są dla dwóch różnych kryteriów optymalizacyjnych takie same. Problemowi ich kompensacji za pomocą układów LC poświęcona była praca [8].

Dlatego w niniejszej pracy będą przytoczone tylko niektóre główne wątki. Natomiast głównym celem jest, jak już wskazano we wstępie, kompensacja składowych dyspersji prądu źródła.

Składowe dyspersji prądu źródła mają składniki $G_h - G_e$, lub $G_h - G_{e_h}$, które mogą przyjmować wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne.

Nie istnieje dwójnik pasywny, którego konduktancja w funkcji częstotliwości zmieniałaby się w taki sposób.

W pracy rozpatrzono możliwości kompensacji powyższych składowych za pomocą klasy układów zawierających jedną rezystancję ujemną $\Re\{RLC, -R^1\}$ [4].

4. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ REAKTANCYJNEJ I ASYMETRII PRĄDU ŹRÓDŁA DLA ODBIORNIKA OPISANEGO PEŁNĄ MACIERZĄ ADMITANCYJNĄ

Wykorzystując założenie, że źródło jest symetryczne (kolejności zgodnej) dla podstawowej harmonicznej $h=1$, to dla harmonicznych rzędu $h=3n+1$, $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (układ kolejności zgodnej) spełniony jest warunek

$$\sum_{\alpha=abc} U_{\alpha h} = 0. \quad (24)$$

Podobnie dla harmonicznych $h=3n-1$, $n \in \{1, 2, \dots\}$ (układ kolejności przeciwnej) spełniony jest również warunek (24).

Dla harmonicznych rzędu $3n+1$ i $3n-1$ prąd opisany zależnością (4) można wyrazić tylko poprzez napięcia tej samej fazy dla rozpatrywanego obwodu (rys. 1)

Składowe prądu opisane zależnościami (7, 11, 12, 13, 16, 21, 22, 23) przyjmują postać:

$$i_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_{\alpha} U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad \alpha \in \{a, b, c\}, \quad (25)$$

$$i_{r(S)\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} jB'_{\alpha h} U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (26)$$

$$i_{as(S)\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G'_{\alpha h} - G_h) U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (27)$$

$$i_{ds(S)\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{\alpha h}) U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (28)$$

$$i_{a(S)\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} G_h U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (29)$$

$$i_{da(S)\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_{\alpha h}) U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad \alpha \in \{a, b, c\}. \quad (30)$$

Na podstawie wzoru (26) można stwierdzić, że problem kompensacji prądu

reaktancyjnego źródła sprowadza się do syntezy trzech niezależnych dwójników kompensujących LC włączonych pomiędzy daną fazę a przewód zerowy.

Metodę syntezy dwójników LC do tego celu podano w pracach [6], [7].

5. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ ASYMETRII PRĄDU ŹRÓDŁA

Idea kompensacji tej składowej określonej obecnie wzorem (27) polega na symetryzacji obwodów trójfazowych zasilanych z symetrycznego źródła prądu napięcia sinusoidalnego [10].

Jak wykazano w pracy [8], do całkowitej kompensacji tej składowej należy użyć trzech dwójników reaktancyjnych włączonych pomiędzy daną fazę a przewód zerowy, których susceptancje spełniają dla każdej rozpatrywanej harmonicznej zależności:

$$B_{k\ ah} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G'_{bh} - G'_{ch}), \quad (31)$$

$$B_{k\ bh} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G'_{ch} - G'_{ah}), \quad (32)$$

$$B_{k\ ch} = \frac{1}{\sqrt{3}} (G'_{ah} - G'_{bh}), \quad (33)$$

- trzech dwójników reaktancyjnych włączonych na napięcia międzyprzewodowe, których susceptancje dla rozpatrywanych harmonicznych spełniają zależności:

$$B_{k\ abh} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G'_{ah} - G'_{bh}), \quad (34)$$

$$B_{k\ bch} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G'_{bh} - G'_{ch}), \quad (35)$$

$$B_{k\ ach} = \frac{2}{3\sqrt{3}} (G'_{ch} - G'_{ah}), \quad (36)$$

6. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ DYSPERSJI PRĄDU ŹRÓDŁA

Składowe dyspersji prądu źródła w zależności od kryterium optymalizacyjnego określone są zależnościami:

$$i_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp j\omega_h t, \quad (37)$$

$$i_{\alpha(S)}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} (G_h - G_e) U_{\alpha h} \exp j\omega_h t, \quad \alpha \in \{a, b, c\}. \quad (38)$$

Z analizy wzorów (37) i (38) wynika, że eliminacja skończonej liczby harmonicznych składowych dyspersji prądu źródła jest możliwa za pomocą trzech identycznych dwójników włączonych pomiędzy daną fazą a przewód zerowy, takich że

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, 3, \dots, n\}} \operatorname{Re} \left\{ Y(j\omega_h) \right\} \Big|_{\omega_h = \omega_h} = - (G_h - G_e), \quad (39)$$

gdy minimalizujemy funkcjonal (5) lub

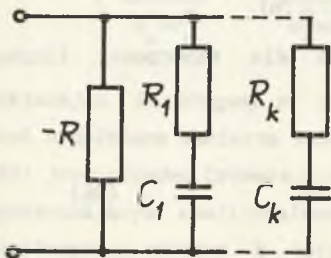
$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, 3, \dots, n\}} \operatorname{Re} \left\{ Y(j\omega_h) \right\} \Big|_{\omega_h = \omega_h} = - (G_h - G_e), \quad (40)$$

gdy minimalizujemy funkcjonal (15),

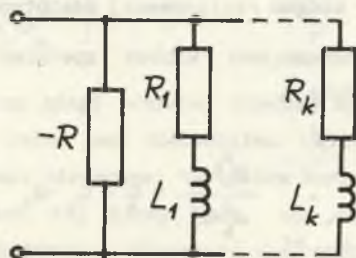
gdzie

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad G_e \in R^+, \quad G_h \in R^+, \quad G_k \in R^+.$$

W niniejszym artykule problem doboru dwójników kompensujących rozpatrzono w podzbiorach $\mathcal{R}_1 \subset (RC, -R^1)$ i $\mathcal{R}_2 \subset (RL, -R^1)$ dwójników o strukturach kanonicznych Fostera przedstawionych na rys. 2.



a) klasa $\mathcal{R}_1, k \in \{1, 2, \dots, n\}$
Rys 2



b) klasa $\mathcal{R}_1, k \in \{1, 2, \dots, n\}$

Rozpatrywany problem syntezy formułuje się następująco:

Wyznaczyć admitancję $Y(s)$ dwójnika klasy \mathcal{R}_1 , $i \in \{1, 2\}$ spełniającego warunki określone wzorem (39) lub (40), gdy zadane są:

- konduktancje odbiornika G_h , konduktancje G_o , G_h ,
- zbiór n biegunów σ_n dwójnika w przyjętej klasie \mathcal{R}_1 .

6.1. Synteza dwójników w klasie $(RC, -R^1)$

Rozpatrzmy dwójnik przedstawiony na rys.2a, którego admitancja wejściowa

$$Y_{we}(s) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i s}{s + \sigma_i} \quad (41)$$

dla $s = j\omega$ przyjmuje postać

$$Y_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2 k_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} + j \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (42)$$

$$\operatorname{Re}\{Y_{we}(j\omega)\} = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2 k_i}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (43)$$

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (44)$$

gdzie

$$k_0 = -\frac{1}{R_1} < 0, \quad k_i = \frac{1}{R_1}, \quad C_i = \frac{k_i}{\sigma_i}, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (45)$$

σ_i - biegun realizowanej admitancji $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Układ kompensujący winien spełniać zależności dla skończonej liczby harmoniczných h

$$\frac{\omega_h^2 k_{h1}}{\omega_h^2 + \sigma_1^2} = G_o - G_h - k_0 \quad (46)$$

$h \in \{1, 2, \dots, n\}$

dla minimalizacji funkcjonału (5).

Natomiast dla minimalizacji funkcjonału (15) układ kompensujący winien

spełniać zależności

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \frac{\omega_h^2 k_1}{\omega_h^2 + \sigma_1^2} = G_e^h - G_h - k_0 \quad (47)$$

W obydwu przypadkach należy wyznaczyć współczynniki k_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Rozwiązanie problemu sprowadza się do rozwiązania pewnego układu równań liniowych względem wektora \mathbf{k} postaci

$$\mathbf{V}\mathbf{k} = \mathbf{g}_w, \quad (48)$$

gdzie

$$\mathbf{k} = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T,$$

$$\mathbf{g}_w = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T,$$

$$g_i = G_e^i - G_n - k_0, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ lub} \quad (49)$$

$$g_i = G_n - G_h - k_0, \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}. \quad (50)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_n^2} \\ \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Zakładając, że bieguny σ_i oraz ω_i tworzą ciągi rosnące, wówczas macierz \mathbf{V} jest uogólnioną macierzą Vandermonde'a, zatem jest nieosobliwa. Układ równań (48) jest układem Cramera i ma rozwiązania niezerowe. Warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności dwójników tej klasy jest, aby wszystkie współrzędne wektora \mathbf{k} były ściśle dodatnie. Niestety dla arbitralnie dobranych wektorów \mathbf{g}_w (wzory (49), (50) i zbioru $\{\sigma_i\}$, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ nie

zawsze istnieje ściśle dodatnie rozwiązanie układu równań (48). Jeżeli istnieje możliwość modyfikacji wektora g_w poprzez dobór współczynników k_0 , tak aby

$$g_w \in VK^{+n}, \quad (52)$$

gdzie

$$V: K^{+n} \subset \mathbb{R}^n \longrightarrow V K^{+n} \subset \mathbb{R}^n, \quad (53)$$

$$K^{+n} = \{(k_1, k_2, \dots, k_n) \in \mathbb{R}^n : \bigwedge_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} k_i > 0\}, \quad (54)$$

to wektor k stanowiący rozwiązanie układu równań (48) posiada zawsze wszystkie składowe ściśle dodatnie. We wzorze (53) symbolem V oznaczono skończenie wymiarową operację na przestrzeni \mathbb{R}^n opisaną macierzą V (wzór 51).

Niestety rozpatrywanego problemu nie można przedstawić w sposób jawny i do jego rozwiązania należy posłużyć się algorytmem numerycznym, którego ogólna postać przedstawiono w pracy [9].

Celem zilustrowania zagadnienia posłużymy się prostym przykładem.

Niech źródło zawiera tylko dwie harmoniczne: podstawową (pierwszą) i n -tą, znane są ponadto wartości G_h i G_e .

Należy znaleźć maksymalny klin VK^{+2} , do którego należy wektor g_w , aby równanie (48) miało rozwiązanie ściśle dodatnie przy założonych wartościach biegunów σ_1 i σ_2 .

Równanie (48) ma postać

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} \\ \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (55)$$

gdzie $g_1 = G_e - G_1 - k_0$, $g_2 = G_h - G_1 - k_0$.

Niech $k_1 = 0$, wówczas

$$g_2 = \frac{(1 + \sigma_2^2)n^2}{n^2 + \sigma_2^2} g_1. \quad (56)$$

Jeśli $\sigma_2=0$, to $g_2=g_1$,

natomiast jeśli $\sigma_2=\infty$, to $g_2=n^2 g_1$.

Podobnie dla $k_2=0$, wówczas

$$g_2 = \frac{(1+\sigma_1^2)n^2}{n^2+\sigma_1^2} g_1. \quad (57)$$

Jeśli $\sigma_1=0$, to $g_2=g_1$, natomiast dla $\sigma_1=\infty$, $g_2=n^2 g_1$.

Ponieważ musi być spełniony warunek

$$0 < \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \dots < \sigma_n < \infty, \quad (58)$$

więc maksymalny klin, do którego należy wektor g , zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych pomiędzy prostymi

$$g_1 < g_2 < n^2 g_1, \quad (59)$$

gwarantujący ściśle dodatnie wartości współrzędnych wektora k .

W przeciwnym przypadku nie jest możliwa synteza w rozpatrywanej klasie \mathcal{R}_1 .

6.2. Synteza dwójników w klasie $(RL, -R^1)$

Dwójnik przedstawiony na rys.2b posiada admitancję wejściową

$$Y_{we}(s) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s+\sigma_i}. \quad (60)$$

Dla $s=j\omega$ wzór (58) przyjmuje postać

$$Y_{we}(j\omega) = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} - j \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (61)$$

$$\operatorname{Re}\{Y_{we}(j\omega)\} = k_0 + \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (62)$$

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = - \sum_{i=1}^n \frac{k_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}, \quad (63)$$

gdzie

$$k_0 = -\frac{1}{R} < 0, \quad L_1 = \frac{1}{k_1}, \quad R_1 = \frac{\sigma_1}{L_1}, \quad (64)$$

$\{\sigma_i\}$ - zbiór biegunów realizowanej funkcji, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Formułując problem syntezy tak, jak poprzednio, układ kompensujący winien spełniać zależności dla skończonej liczby harmonicznych:

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \sum_{i=1}^n \frac{\omega_h^2 \sigma_i}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} = G_e - G_h - k_0, \quad (65)$$

$$\bigwedge_{h \in \{1, 2, \dots, n\}} \sum_{i=1}^n \frac{\omega_h^2 \sigma_i}{\omega_h^2 + \sigma_i^2} = G_e - G_h - k_0. \quad (66)$$

Dla rozpatrywanej klasy układów realizacji macierz V równania (48) przyjmuje postać

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1}{\omega_1^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_1^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_1^2 + \sigma_n^2} \\ \frac{\sigma_1}{\omega_2^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_2^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_2^2 + \sigma_n^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sigma_1}{\omega_n^2 + \sigma_1^2} & \frac{\sigma_2}{\omega_n^2 + \sigma_2^2} & \dots & \frac{\sigma_n}{\omega_n^2 + \sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (67)$$

Procedura wyznaczania wektora k jest taka sama jak w poprzednim punkcie. Maksymalny klin, do którego należy wektor g_w (dla takiego samego przykładu jak w poprzednim punkcie), zawarty jest w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych pomiędzy prostymi

$$\frac{1}{n^2} g_1 < g_2 < g_1 \quad (68)$$

gwarantujący ściśle dodatnie wartości współrzędnych wektora k .

Dołączenie dwójnika kompensującego o admitancji opisanej zależnością (41) bądź (60) wprowadza do układu oprócz poszukiwanej części rzeczywistej admitancji, również część urojoną opisaną zależnością (44), bądź (63). Część urojona admitancji powoduje wprowadzenie do układu odbiornik-kompensator dodatkowej składowej prądu w postaci

$$i'_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{l=1}^n \frac{k_{l1} \sigma_{lh}}{\omega_h^2 + \sigma_{l1}^2} U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad (69)$$

dla dwójnika klasy (RC, $-R^1$) lub

$$i''_{\alpha}(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{l=1}^n \left(-j \frac{k_{l1} \omega_{lh}}{\omega_h^2 + \sigma_{l1}^2} \right) U_{\alpha h} \exp jh\omega t, \quad \alpha \in \{a, b, c\} \quad (70)$$

dla dwójnika klasy (RL, $-R^1$).

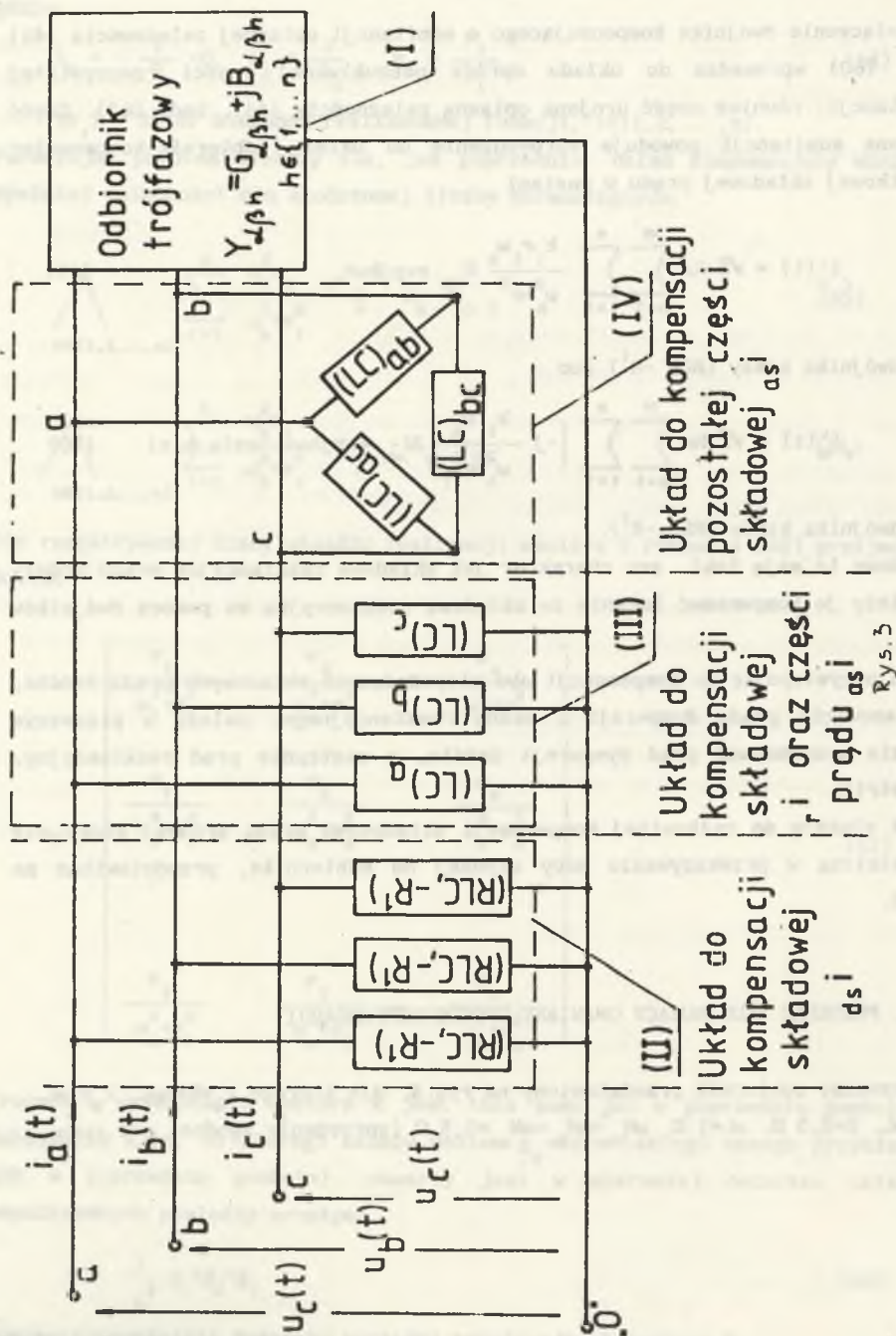
Składowe te mają taki sam charakter jak składowe reaktancyjne prądu źródła i należy je kompensować łącznie ze składową reaktancyjną za pomocą dwójników LC.

Zatem przystępując do kompensacji obu niepożądanych składowych prądu źródła, a mianowicie prądu dyspersji i prądu reaktancyjnego, należy w pierwszym rzędzie kompensować prąd dyspersji źródła, a następnie prąd reaktancyjny, asymetrii.

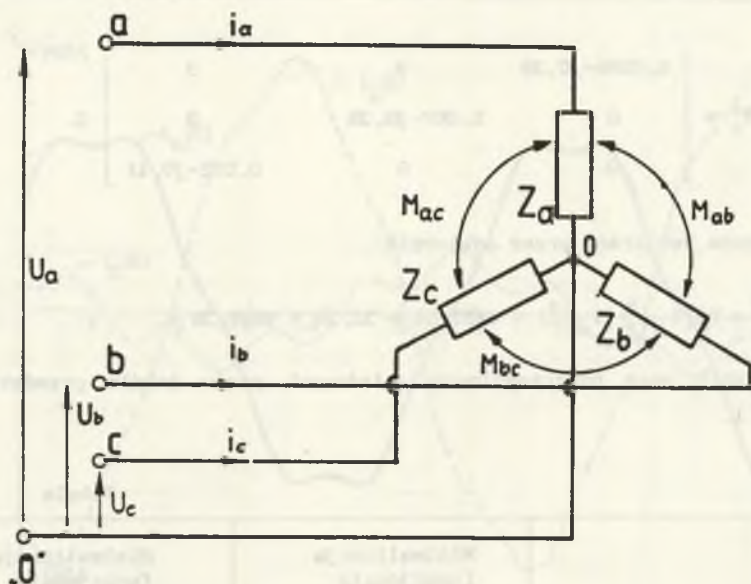
Układ służący do całkowitej kompensacji składowych prądu źródła, które nie uczestniczą w przekazywaniu mocy czynnej do odbiornika, przedstawiono na rys. 3.

7. PRZYKŁAD ILUSTRUJĄCY OMAWIANY SPOŚÓB KOMPENSACJI

Rozważmy odbiornik przedstawiony na rys. 4, dla którego $Z_a = R + j\omega L$, $Z_b = j\omega L$, $Z_c = j\omega L$, $R = 0,5 \Omega$, $\omega L = 1 \Omega$, $\omega M_{ab} = \omega M_{bc} = \omega M_{ac} = 0,5 \Omega$ (sprzężenie zgodne) $\omega = 1 \text{ rad/s}$.



Rys. 5



Rys. 4.

$$u_a(t) = 60\sqrt{2} \cos \omega t + 20\sqrt{2} \cos 5\omega t.$$

$$u_b(t) = u_a(t - \frac{T}{3}), \quad u_c(t) = u_a(t + \frac{T}{3}).$$

Dla układu przedstawionego na rys. 4 macierz admitancyjna dla poszczególnych harmonicznych (wzór (1)) ma postać

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0,72 & -0,24 & -0,24 \\ -0,24 & 0,079 & 0,08 \\ 0,24 & 0,08 & 0,79 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -0,96 & 0,32 & 0,32 \\ 0,32 & -1,44 & 0,56 \\ 0,32 & 0,56 & -1,44 \end{bmatrix} \text{ S.}$$

$$Y_5 = \begin{bmatrix} 0,044 & -0,0146 & -0,146 \\ -0,0146 & 0,005 & 0,005 \\ 0,0146 & 0,005 & 0,005 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -0,293 & 0,097 & 0,097 \\ 0,097 & -1,293 & 0,1 \\ 0,097 & 0,1 & -0,299 \end{bmatrix} \text{ S.}$$

Zmodyfikowana macierz (wykorzystując symetrię źródła)

$$Y'_1 = \begin{bmatrix} 0,96 - j1,28 & 0 & 0 \\ 0 & 0,366 - j2,157 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0123 - j0,414 \end{bmatrix} \text{ S.}$$

$$Y_5'' = \begin{bmatrix} 0,0586-j0,39 & 0 & 0 \\ 0 & 0,007-j0,38 & 0 \\ 0 & 0 & 0,012-j0,41 \end{bmatrix} S.$$

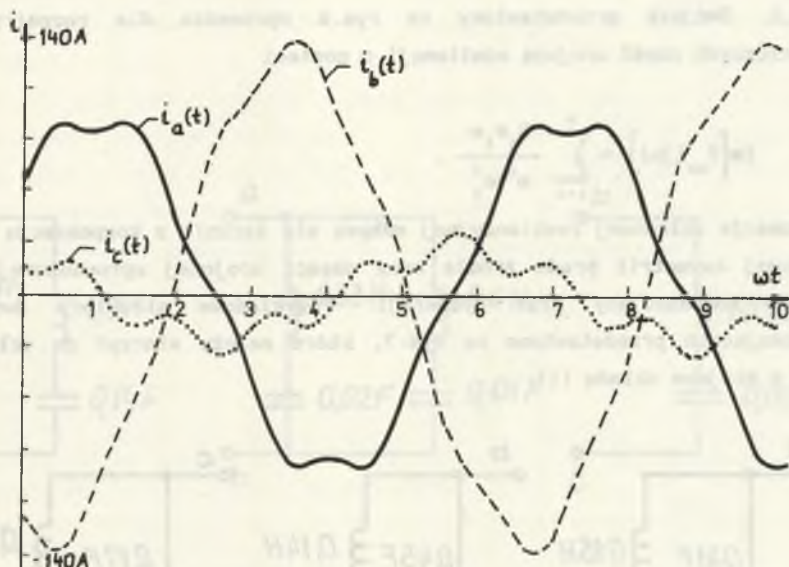
Moc czynna pobierana przez odbiornik

$$P = R(|I_{a1}|^2 + |I_{as}|^2) = 4857,04 + 32,34 = 4889,38 \text{ W.}$$

Zestawienie norm poszczególnych składowych prądu źródła przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

	Minimalizacja funkcjonału $\ i\ _{L_3^2(0,T)}^2$	Minimalizacja funkcjonału $\ i\ _{W_{2,\lambda,3}^1(0,T)}^2$
Składowa czynna aktywna	$\ i_a\ = 44,4A$	$\ i_{a(s)}\ = 46,5A$
Składowa reaktacyjna	$\ i_r\ = 158,86A$	$\ i_{r(s)}\ = 158,86A$
Składowa asymetrii	$\ i_{as}\ = 40,64A$	$\ i_{as(s)}\ = 44,4A$
Składowa dyspersji	$\ i_{ds}\ = 13,86A$	$\ i_{ds(s)}\ = 0,937A$
Całkowity prąd	$\ i\ = 170,44A$	$\ i\ = 170,44A$
λ	$\lambda_1 = \frac{\ i_a\ }{\ i\ } = 0,26$	$\lambda_1 = \frac{\ i_{a(s)}\ }{\ i\ } = 0,276$



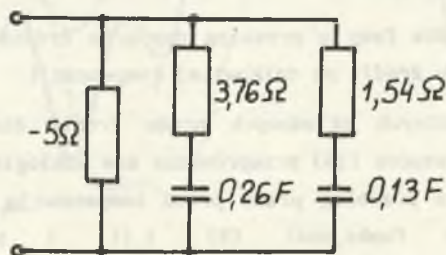
Rys. 5.

Na rys.5 przedstawiono przebiegi prądów fazowych przed kompensacją.

7.1. Kompensacja składowych prądu źródła dla minimalizacji funkcjonału

$$\|i\|_{L_3^2(0,T)}^2$$

Kompensacja prądu dyspersji wymaga włączenia trzech identycznych dwójników (RC, $-R^1$) pomiędzy daną fazę a przewód zerowy w miejsce układu II rys.3. Strukturę przykładowych dwójników przedstawiono na rys.6.



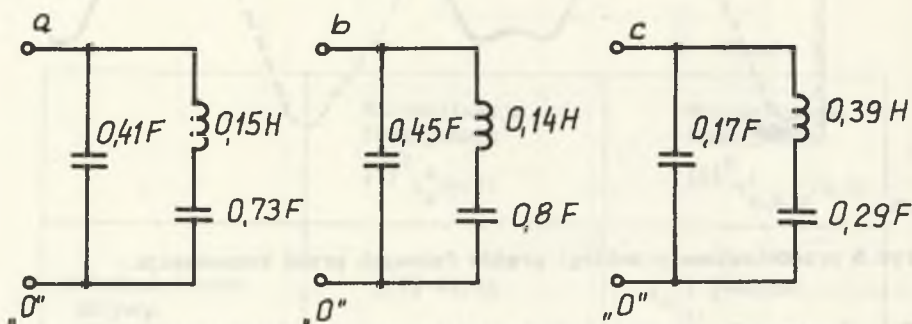
Rys. 6.

Dwójnik ten dobrano przy arbitralnie założonych biegunach $\sigma_1=1$, $\sigma_5=5$,

$k_0 = -0,2$. Dwójnik przedstawiony na rys.6 wprowadza dla rozpatrywanych harmonicznych część urojoną admittancji o postaci

$$\operatorname{Im}\{Y_{we}(j\omega)\} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i \sigma_i \omega}{\omega^2 + \sigma_i^2}$$

Kompensacja składowej reaktancyjnej odbywa się łącznie z kompensacją części składowej asymetrii prądu źródła oraz części urojonej wprowadzonej przez dwójnik kompensujący prąd dyspersji. Przykładowe struktury dwójników kompensujących przedstawiono na rys.7, które należy włączyć do układu na rys.3 w miejsce układu III.

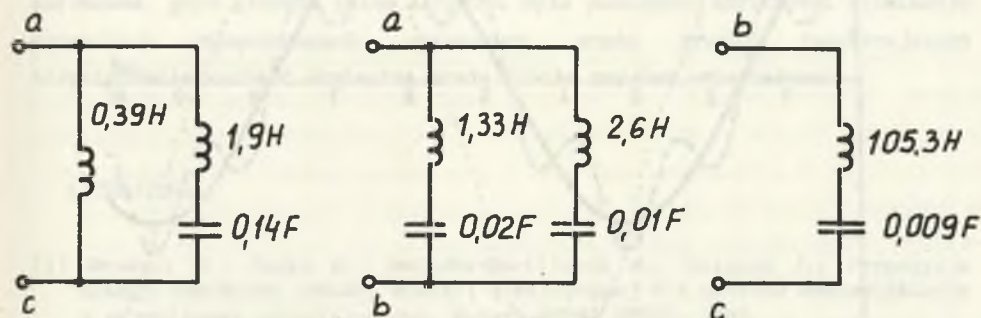


Rys. 7.

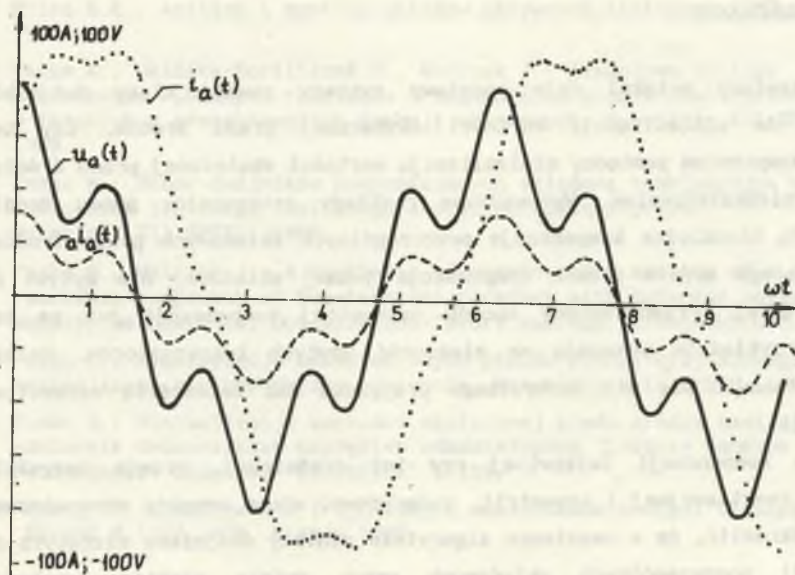
Kompensacja pozostałej części składowej asymetrii odbywa się poprzez włączenie dwójników LC na napięcie międzyprzewodowe zgodnie z wzorami (32), (33), (34). Przykładowe struktury dwójników dla rozpatrywanego przykładu przedstawiono na rys.8. Układy te należy włączyć w miejsce układu IV do obwodu przedstawionego na rys.3.

Na rys.9 przedstawiono dla fazy α przebieg napięcia źródła, prądu źródła przed kompensacją i prądu źródła po całkowitej kompensacji.

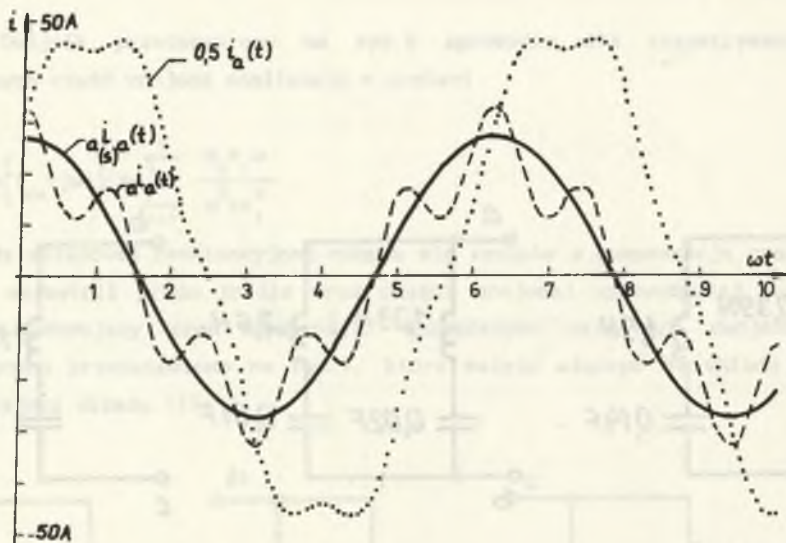
Kompensację poszczególnych składowych prądu źródła dla minimalizacji funkcjonału określonego wzorem (15) przeprowadza się analogicznie. Na rys.10 przedstawiono dla fazy α przebieg prądu przed kompensacją $i_a(t)$, przebieg prądu minimalizującego funkcjonał (5) $i_a(t)$ i przebieg prądu minimalizującego funkcjonał (15) $i_a(t)$.



Rys. 8.



Rys. 9.



Rys. 10.

8. PODSUMOWANIE

Przedstawiony artykuł daje podstawy syntezy pewnej klasy dwójników służących do minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła, czy też zadanego kompromisu pomiędzy minimalizacją wartości skutecznej prądu źródła a jego zniekształceniem. Wprowadzone rozkłady ortogonalne prądu źródła umożliwiają niezależną kompensację poszczególnych składowych prądu źródła. Dla przyjętego modelu źródła kompensacja jednej składowej nie wpływa na zmianę drugiej. Przedstawiony sposób całkowitej kompensacji już na tak prostym przykładzie pokazuje na złożoność użytych kompensatorów. Należy zatem zastanowić się dla konkretnego przypadku nad celowością całkowitej kompensacji.

O wyborze kompensacji całkowitej czy też częściowej, przede wszystkim składowej reaktancyjnej i asymetrii, zdecydować winny aspekty ekonomiczne. Należy podkreślić, że w omawianym algorytmie syntezy dwójników służących do kompensacji poszczególnych składowych prądu źródła niektóre wartości syntezowanego dwójnika są zadane arbitralnie (np. bieguny). Powoduje to, że

dla danego widma susceptancji i konduktancji odbiornika istnieje nieskończenie wiele dwójników zdolnych kompensować poszczególne składowe prądu źródła.

O wyborze tej czy innej struktury winno zdecydować przyjęte odpowiednie kryterium optymalizacyjne. Zagadnienie to w ogóle nie zostało w rozważaniach poruszone, gdyż głównym celem artykułu było pokazanie możliwości eliminacji wszystkich niepożądanych składowych prądu źródła zwiększających niepotrzebnie wartość skuteczną prądu źródła czy też odkształcenia.

LITERATURA

- [1] Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. Materiały XI SPETO, 1988.
- [2] Brodzki M., Walczak J.: O pewnym sposobie oceny prądów odkształconych odbiorników wielozaciskowych wykorzystujących pojęcie przestrzeni Sobolewa. Materiały XI SPETO, 1988.
- [3] Czarnecki L.S.: Interpretacja, identyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 91, Gliwice 1984.
- [4] Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.
- [5] Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Ilościowa analiza porównawcza wybranych rozkładów ortogonalnych prądów odbiorników 3-fazowych w przestrzeniach funkcji okresowych. Materiały XII SPETO, 1989.
- [6] Pasko M.: Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. Materiały XII SPETO, 1989.
- [7] Pasko M., Walczak J.: A synthesis of compensation systems of a current reactance component of two-terminal receiver with deformed voltage supply. Mathematical Optimization-Theory and App. Eisenach, Dec. 1989.
- [8] Pasko M.: Symetryzacja odkształconych prądów źródła trójfazowego zasilającego niesymetryczny odbiornik. Materiały XIII SPETO, 1990.
- [9] Pasko M.: Minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła zasilającego odbiornik dwuzaciskowy napięciem odkształconym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" z. 119.
- [10] Piróg S.: Symetryzacja trójfazowych odbiorników energii elektrycznej Skrypt N. 1122, AGH, Kraków 1988.

Recenzent: prof. dr inż. Stanisław Bolkowski

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 listopada 1990 r.

SELECTION OF TWO-TERMINAL NETWORKS MINIMIZING THE PERFORMANCE INDICES OF ELECTRIC ENERGY FOR THREE-PHASE SYSTEMS SUPPLIED BY DEFORMED VOLTAGE

Summary

The paper develops the authors papers concerning the selection of two-terminal networks minimizing the given performance indices of electric energy. Acceptance of a given performance index of electric energy leads to distinction of an orthogonal component in the source current responsible for the minimization of the index. The other components reciprocally orthogonal are undesirable and they should be compensated.

The paper is first of all a continuation of the paper [8] and its aim is to present the possibilities of compensation of all undesirable components of the source current for three-phase systems supplied with deformed periodical voltage. The presented theoretical considerations are illustrated by the examples.

ПОДБОР ДВУХПОЛОСНИКОВ МИНИМИЗИРУЮЩИХ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПИТАЮЩИХСЯ ОТ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Резюме

Представлена статья является продолжением работ автора, которых цель это подбор двухполощников минимизирующих показатели качества электрической энергии. Принятие соответствующего показателя качества электрической энергии ведет к выделению активной слагаемой тока источника которая минимизует этой показател. Другие ортогональные слагаемые нежелательные и их необходимо компенсировать. Эта пабота прежде всего является продолжением работы [8]. Цель статьи - представление возможности компенсации всех нежелательных слагаемых тока трёхфазного источника питающего несинусоидальным напряжением приёмник. Представленные рассуждения иллюстрирующца примерами.