ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

САЕНКО ЮРИЙ ЛЕОНИДОВИЧ

РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НАГРУЗКАМИ

ELEKTRYKA

Z. 123
GLIWICE
1991

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1135

САЕНКО ЮРИЙ ЛЕОНИДОВИЧ

РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НАГРУЗКАМИ

GLIWICE 1991

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

Druk z makiet przygotowanych przez Autora

PL ISSN 0072-4688

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 150+85 Ark. wyd. 7,5 Ark. druk. 7,375 Papier offset. kl. III 70x100, 70 g
Oddano do druku 19.07.91 Podpis. do druku 19.07.91 Druk ukończ. we wrześniu 1991
Zam. 351/91 Cena zł 10.500.—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы. В последнее время в промышленности наблюдается значительный рост доли нелинейных нагрузок, которые являются потребителями реактивной мощности. В связи с этим возникают вопросы по оценке реактивной мощности и расчету параметров компенсирующих устройств при наличии высших гармоник в питающей сети. Кроме того необходимо отметить, что режим реактивной мощности определяет как качество электроэнергии, так и экономичность режимов работы систем электроснабжения. Уровень реактивной мощности влияет на отклонения, колебания, несимметрию напряжения; режим реактивной мощности нелинейных нагрузок оказывается на степени искажения кривых токов и напряжений. Таким образом вопросы режима реактивной мощности и качества электроснабжения оказываются тесно связанными.

Методы расчета реактивной мощности при низком качестве электроэнергии на протяжении нескольких десятков лет привлекают к себе внимание ряда советских и иностранных ученых. С течением времени менялся подход к оценке реактивной мощности, методам ее расчета. Большой вклад в развитие понятия реактивной мощности в нелинейных цепях внесли такие ученые как A.Bogucki, M.Brodzki, C.Budeanu, L.Czarnecki, S.Fryze, Z.Nowomiejski, К.С.Демирчян, И.В.Жежеленко, О.А.Маевский, Н.А.Мельников, Г.Е.Пухов и др. Однако до настоящего времени не существует единого подхода к расчету реактивной мощности.

Настоящая диссертационная работа выполнялась в рамках совместной научно-исследовательской работы по межвузовскому сотрудничеству между Мариупольским металлургическим институтом и Силезским политехническим институтом (г.Гливице, Республика Польша).

Научная новизна. 1. Применение общей теории поля к электромагнитным процессам в нелиненой среде позволило впервые обосновать необходимость использования понятия **мгновенная** реактивная мощность, которая наиболее полно отражает характер электромагнитных процессов, происходящих в электрических сетях с нелинейными нагрузками. Оригинальностью и существенным отличием предложенного подхода к оценке реактивной мощности от существующих является его соответствие физическому смыслу электромагнитных процессов. Разработанные ранее подходы в значительной мере основывались на чисто математических абстракциях и аналогиях.

2. На основе разработанной теории применительно к нелинейной среде впервые дан анализ энергетических процессов в наиболее

распространенной нелинейной нагрузке - вентильных преобразователях однофазного и трехфазного тока.

3. Предложен новый принцип компенсации реактивной мощности, заключающийся в разделении мгновенной мощности нагрузки на мгновенную реактивную мощность и мгновенную мощность линейного неизменяющегооя во времени активного сопротивления, что позволило повысить точность расчета параметров компенсирующих устройств при высоком уровне несинусоидальности.

4. Разработана новая методика расчета амплитудного спектра входного тока вентильных преобразователей с компенсирующими и фильтро-компенсирующими устройствами, позволяющая производить расчет по выражениям для преобразователя без компенсирующего устройства, но с учетом изменения угла коммутации.

Практическая ценность. Предложенный подход к понятию реактивная мощность позволяет распространить ее на нелинейные цепи несинусоидального тока. Разработанный в работе метод расчета реактивной мощности при несинусоидальных режимах позволяет производить ее расчет в однофазных и трехфазных цепях с нелинейными нагрузками. Анализ электромагнитных процессов в вентильных преобразователях позволяет оценить обмен электромагнитной энергии и передачу реактивной мощности при различных конфигурациях схем и характеристиках нагрузки. Разработанный способ компенсации реактивной мощности позволяет производить полную ее компенсацию при нелинейных нагрузках. Инженерная методика определения высших гармоник входного тока вентильных преобразователей с компенсирующими устройствами дает возможность достаточно просто производить расчеты по выражениям для преобразователей без компенсирующих устройств.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано в советских и зарубежных периодических изданиях 21 печатная работа в том числе советско-польская монография и учебное пособие.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, пяти глав и заключения, списка использованных источников из 75 наименований, содержит 118 страниц текста, 6 таблиц и иллюстрирована 45 рисунками.

Автор защищает: 1. Теорию процессов обмена электромагнитной энергией в нелинейной среде.

2. Теорию реактивной мощности в нелинейных однофазных и трехфазных цепях несинусоидального тока.

3. Метод расчета и компенсации реактивной мощности в электрических сетях с высшими гармониками.

4. Инженерную методику расчета спектра входного тока тиристорных преобразователей с фильтро-компенсирующими устройствами.

1. ОСНОВНЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ СООТНОШЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

1.1. Активная и реактивная мощности в линейных цепях синусоидального тока

В линейных однофазных электрических сетях различают следующие виды мощностей: активную, реактивную, полную. Активная мощность характеризует потребление электромагнитной энергии нагрузкой, то есть ее превращение в другие виды энергии (тепловую, механическую, химическую и др.). В линейных цепях синусоидального тока активная мощность определяется средним за период T значением произведения мгновенных тока i и напряжения u

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T iu\, dt, \tag{1.1}$$

при условии, что существуют интегралы

$$\int_0^T i^2\, dt < \infty, \qquad \int_0^T u^2\, dt < \infty,$$

при этом произведение iu называется мгновенной мощностью p=p(t)

$$p = iu\ . \tag{1.2}$$

Если напряжение и ток определяется следующими выражениями

$$u = U_m \sin\omega t; \qquad i = I_m \sin(\omega t-\varphi), \tag{1.3}$$

то

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T U_m \sin\omega t\ I_m \sin(\omega t-\varphi)\, dt =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2T}\int_0^T [\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)]\, dt = UI\cos\varphi, \tag{1.4}$$

где $I = I_m/\sqrt{2}$; $U = U_m/\sqrt{2}$ – действующие значения тока и напряжения.

Таким образом, при синусоидальных режимах активная мощность определяется произведением действующих значений тока и напряжения на косинус угла сдвига фаз между ними. Мгновенная мощность p=ui совершает синусоидальные колебания с двойной частотой около среднего значения $P = UI\cos\varphi$.

При неизменных действующих значениях тока и напряжения активная мощность зависит от косинуса угла сдвига фаз между ними, который называется коэффициентом мощности. Если нагрузка не содержит источников энергии, то коэффициент мощности находится в пределах $0 \le \cos\varphi \le 1$. При $\cos\varphi=0$, то есть, когда $\varphi=\pm\pi/2$, $P=0$ – активная мощность нагрузкой не потребляется. При $\cos\varphi=1$ ($\varphi=0$) активная мощность принимает максимальное значение $P=UI$.

Произведение действующих значений тока и напряжения называется полной мощностью

$$S = UI. \tag{1.5}$$

Физический смысл полной мощности заключается в том, что она определяет максимально возможное значение активной мощности потребляемой нагрузкой при заданных значениях тока и напряжения.

Кроме понятий активной, полной и мгновенной мощностей существует понятие реактивной мощности. В линейных цепях синусоидального тока она определяется следующим выражением

$$Q = UI\sin\varphi. \tag{1.6}$$

Рассмотрим физический смысл реактивной мощности, определяемой этим выражением. Некоторые авторы, например, R.Drechsler [15] считают,что реактивная мощность не связана с процессом преобразования электрической энергии в нагрузке и лишена какого-либо физического смысла. С этой точкой зрения согласиться трудно.

Пусть от источника синусоидального напряжения $u = U_m\sin\omega t$ питается цепь, состоящая из последовательно включенных активного сопротивления, индуктивности и емкости (рис. 1.1).

В общем случае по цепи протекает синусоидальный ток

$$i = I_m\sin(\omega t-\varphi) .$$

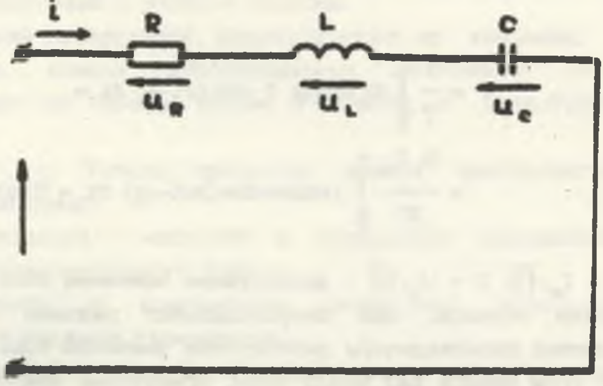


Рис. 1.1. Схема линейной однофазной цепи синусоидального тока

Напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = Ri = RI_m\sin(\omega t-\varphi) \qquad (1.7)$$

совпадает по фазе с током, протекающим по цепи.

Напряжение на индуктивности

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega LI_m\cos(\omega t-\varphi) = \omega LI_m\sin(\omega t-\varphi+\frac{\pi}{2}) \qquad (1.8)$$

опережает на угол $\pi/2$ ток i.

Напряжение на емкости

$$u_C = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt = -\frac{1}{\omega C}I_m\cos(\omega t-\varphi) + \frac{1}{\omega C}I_m\cos\varphi =$$

$$= \frac{1}{\omega C}I_m\sin(\omega t-\varphi-\frac{\pi}{2}) + \frac{1}{\omega C}I_m\cos\varphi \qquad (1.9)$$

отстает на угол $\pi/2$ от тока i.

Действующее значение напряжения определяется следующим образом

$$U = \sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}\;I = \sqrt{R^2+X^2}\;I\,, \qquad (1.10)$$

где $X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L-X_C$ – реактивное сопротивление цепи, которое также может быть определено по выражению

$$X = \frac{U}{I}\sin\varphi. \qquad (1.11)$$

Энергия электромагнитного поля W этой цепи складывается из энергии магнитного $W_м$ и электрического $W_э$ полей

$$W = W_м+W_э = \frac{Li^2}{2}+\frac{Cu_C^2}{2}. \qquad (1.12)$$

Среднее за период значение энергии электромагнитного поля

$$W_{ср} = \frac{LI^2}{2}-\frac{CU_C^2}{2} = \frac{LI^2}{2}-\frac{I^2}{2\omega^2C} = \frac{1}{2\omega}(\omega L-\frac{1}{\omega C})I^2 =$$

$$= \frac{1}{2\omega}XI^2 = \frac{1}{2\omega}UI\sin\varphi = \frac{Q}{2\omega}\,, \qquad (1.13)$$

откуда

$$Q = 2\omega W_{ср}. \qquad (1.14)$$

Следовательно, реактивная мощность пропорциональна среднему значению электромагнитной энергии. Можно также показать, что реактивная мощность численно равна амплитуде скорости изменения электромагнитной энергии цепи

$$\frac{\partial W}{\partial t} = Q\sin 2\omega t\ . \qquad (1.15)$$

Таким образом, реактивная мощность при синусоидальных режимах определяется скоростью изменения электромагнитной энергии, то есть она характеризует обменные процессы, протекающие в цепи. В линейных цепях синусоидального тока реактивная мощность может иметь место только в случае наличия хотя бы одного накопителя электромагнитной энергии – емкости и(или) индуктивности.

Мгновенная мощность

$$\begin{aligned} P = ui &= UI[\cos\varphi-\cos(2\omega t-\varphi)] = UI[\cos\varphi-\cos 2\omega t\cos\varphi- \\ &-\sin 2\omega t\sin\varphi] = UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t) - UI\sin\varphi\sin 2\omega t = \qquad (1.16) \\ &= P(1-\cos 2\omega t) - Q\sin 2\omega t \end{aligned}$$

пульсирует с двойной частотой около среднего значения P. Первое слагаемое в этом выражении всегда положительно и определяет ту часть мгновенной мощности, которая рассеивается в активном сопротивлении. Второе слагаемое представляет собой часть мгновенной мощности, которой обмениваются источник и нагрузка. Из выражения (1.16) следует, что если в течение периода $p \geq 0$, то $Q=0$, то есть, если энергия не возвращается источнику, а только потребляется нагрузкой, то реактивная мощность равна нулю. Справедливо и обратное: если $Q=0$, то $p \geq 0$.

Из выражений (1.4) и (1.5) следует

$$P^2+Q^2 = (UI)^2\cos^2\varphi+(UI)^2\sin^2\varphi = (UI)^2 = S^2, \qquad (1.17)$$

то есть реактивная мощность является квадратурой составляющей активной мощности, дополняющей ее до полной.

Активную и реактивную мощности достаточно просто можно определить с помощью комплексной формы записи тока и напряжения. Комплекс полной мощности $\tilde{S}$ можно получить произведением комплекса напряжения $\dot{U}$ на сопряженный комплекс тока $\overset{*}{I}$

$$\tilde{S} = \dot{U}\overset{*}{I} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi+jUI\sin\varphi = P+jQ\ . \qquad (1.18)$$

Таким образом, активную мощность можно определить как действительную, а реактивную – как мнимую часть полной мощности

$$P = \mathrm{Re}[\dot{U}\overset{*}{I}]\ ; \quad Q = \mathrm{Im}[\dot{U}\overset{*}{I}]\ . \qquad (1.19)$$

С помощью векторов можно также получить выражение и для мгновенной мощности. Мгновенное напряжение и ток могут быть представлены в комплексной форме следующим образом [15]

$$u = U_m\sin\omega t = U_m\frac{e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\dot{U}+\overset{*}{U})\ ; \qquad (1.20)$$

$$i = I_m \sin\omega t = I_m \frac{e^{j(\omega t-\varphi)}+e^{-j(\omega t-\varphi)}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\dot{I}+\overset{*}{I}) , \qquad (1.21)$$

откуда

$$p = ui = \frac{1}{2}(\dot{U}\dot{I}+\dot{U}\overset{*}{I}+\overset{*}{U}\dot{I}+\overset{*}{U}\overset{*}{I}) = \frac{1}{2}(UIe^{j(2\omega t-\varphi)}+UIe^{j\varphi}+$$

$$+UIe^{-j\varphi}+UIe^{-j(2\omega t-\varphi)}) = \frac{1}{2}(\dot{S}e^{j2\omega t}+\tilde{S}+\dot{S}+\tilde{S}e^{-j2\omega t}) , \qquad (1.22)$$

где $\dot{S} = \overset{*}{U}\dot{I}$.

Так как сумма двух сопряженных комплексных чисел есть удвоенная их действительная часть, то

$$p = Re[\tilde{S}(1+e^{-j2\omega t})] . \qquad (1.23)$$

На основании изложенного можно сделать вывод, что в линейных цепях синусоидального тока все виды мощностей имеют строгий физический смысл.

1.2. Электромагнитная теория реактивной мощности в линейных электрических цепях

Поскольку реактивная мощность - это физическая величина, характеризующая скорость обмена электромагнитной энергией между источником и нагрузкой, то представляется целесообразным определить ее на основе теории электромагнитного поля.

Объемная плотность электрического поля $\omega_э$ определяется половиной скалярного произведения векторов напряженности $\bar{E}$ и электрического смещения $\bar{D}$:

$$\omega_э = \frac{\overline{ED}}{2} . \qquad (1.24)$$

Аналогичное выражение справедливо и для объемной плотности магнитного поля $\omega_м$:

$$\omega_м = \frac{\overline{HB}}{2} , \qquad (1.25)$$

где $\bar{H}$ - напряженность магнитного поля;

$\bar{B}$ - вектор магнитной индукции.

Скорость изменения электромагнитного поля W найдем как частную производную по времени интеграла по объему от объемной плотности электромагнитной энергии $\omega = \omega_э+\omega_м$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int\limits_V \omega\ dV = \int\limits_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2} + \frac{\overline{HB}}{2}\right) dV\ . \qquad (1.26)$$

Разложив векторы $\bar{E}$ и $\bar{D}$ в декартовых координатах на ортогональные составляющие, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(E_x D_x + E_y D_y + E_z D_z) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial t} D_x + E_x \frac{\partial D_x}{\partial t} + \frac{\partial E_y}{\partial t} D_y + E_y \frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial t} D_z + E_z \frac{\partial D_z}{\partial t}\right) = \bar{E}\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}\ . \qquad (1.27)$$

Для магнитного поля получается аналогичное выражение

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{HB}}{2}\right) = \bar{H}\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}\ . \qquad (1.28)$$

Использовав первый и второй законы Максвелла

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \mathrm{rot}\bar{H} - \gamma\bar{E}\ ; \qquad (1.29)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\ \mathrm{rot}\bar{E}\ , \qquad (1.30)$$

где γ - удельная проводимость среды, получим в случае ограниченного объема V

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int\limits_V (\bar{E}\mathrm{rot}\bar{H} - \gamma\bar{E}^2 - \bar{H}\mathrm{rot}\bar{E})\ dV = \oint\limits_S [\overline{EH}]\ d\bar{S}_1 - \int\limits_V \gamma\bar{E}^2\ dV\ , \qquad (1.31)$$

где вектор $\partial\bar{S}_1 = -\partial\bar{S}$ направлен внутрь рассматриваемого объема V.

Первое слагаемое в выражении (1.31) представляет собой вектор Умова-Пойтинга, то есть энергию, передаваемую внутрь объема V, второе- активные потери энергии внутри этого объема.

Если приведенное выражение применить к цепи RLC при пренебрежении распределенности параметров на больших частотах, то получим следующее выражение для скорости изменения электромагнитного поля

$$\frac{\partial W}{\partial t} = ui - i^2R = i^2R + iu_L + iu_C - i^2R = i(u_L + u_C) = p_L + p_C\ , \qquad (1.32)$$

то есть скорость обмена электромагнитной энергией в цепи RLC равна сумме мгновенных мощностей индуктивности и емкости, что полностью согласовывается с выражением (1.15).

1.3. Энергетические процессы в трехфазных электрических сетях

Электрические сети современных промышленных предприятий выполняют трехфазными по трех- или четырехпроводной схеме. Трехпроводная система может быть рассмотрена как частный случай трехфазной четырехпроводной системы (рис. 1.2).

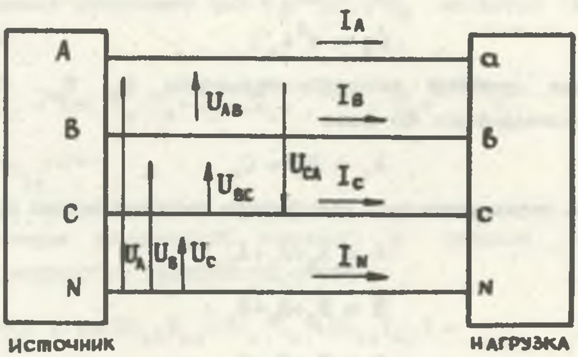


Рис. 1.2. Трехфазная четырехпроводная схема электрической сети

Линейные и фазные напряжения в трехфазной системе связаны следующим образом

$$\dot U_{AB} = \dot U_A - \dot U_B \ ;$$

$$\dot U_{BC} = \dot U_B - \dot U_C \ ; \qquad (1.33)$$

$$\dot U_{CA} = \dot U_C - \dot U_A \ ;$$

В четырехпроводной системе имеет место соотношение

$$\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = \dot I_N \ . \qquad (1.34)$$

В трехпроводной системе $I_N=0$ и

$$\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 0 \ . \qquad (1.35)$$

Трехфазная система может быть как симметричной, так и несимметричной. В последнем случае для упрощения расчетов и анализа применяют разложение несимметричной системы на симметричные составляющие. Система симметричных составляющих состоит из систем прямой, обратной и нулевой последовательностей. Система прямой последовательности $\dot A_1$, $\dot B_1$, $\dot C_1$ имеет тот же порядок чередования фаз, что и несимметричная система. Векторы B_1 и C_1 можно выразить через вектор $\dot A_1$ с помощью оператора поворота $a=e^{j2\pi/3}$

$$\dot{B}_1 = a^2\dot{A}_1 ; \qquad \dot{C}_1 = a\dot{A}_1 ; \tag{1.36}$$

Система обратной последовательности $\dot{A}_2$, $\dot{B}_2$, $\dot{C}_2$ имеет обратную последовательность чередования фаз, поэтому

$$\dot{B}_2 = a\dot{A}_2 ; \qquad \dot{C}_2 = a^2\dot{A}_2 ; \tag{1.37}$$

Система нулевой последовательности $\dot{A}_0$, $\dot{B}_0$, $\dot{C}_0$ состоит из векторов, совпадающих по фазе

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0 . \tag{1.38}$$

Любую несимметричную трехфазную систему можно представить в виде

$$\dot{A} = \dot{A}_0+\dot{A}_1+\dot{A}_2 ; \qquad \dot{B} = \dot{B}_0+\dot{B}_1+\dot{B}_2 ; \qquad \dot{C} = \dot{C}_0+\dot{C}_1+\dot{C}_2 , \tag{1.39}$$

откуда могут быть получены выражения для симметричных составляющих

$$\dot{A}_0 = \frac{1}{3}(\dot{A}+\dot{B}+\dot{C}) ; \qquad \dot{A}_1 = \frac{1}{3}(\dot{A}+a\dot{B}+a^2\dot{C}) ; \qquad \dot{A}_2 = \frac{1}{3}(\dot{A}+a^2\dot{B}+a\dot{C}) . \tag{1.40}$$

Вместо векторов $\dot{A}$, $\dot{B}$, $\dot{C}$ могут быть использованы соответствующие векторы напряжений или токов. Отметим, что в трехпроводной схеме система нулевой последовательности токов равна нулю, так как

$$\dot{I}_0 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C) = \frac{1}{3}\dot{I}_N . \tag{1.41}$$

Для определения активной и реактивной мощностей трехфазной системы запишем выражения для мгновенных мощностей отдельных фаз по аналогии с (1.22), (1.23)

$$p_\iota = \frac{\sqrt{2}}{2}(\dot{U}_\iota+\overset{*}{U}_\iota)\frac{\sqrt{2}}{2}(\dot{I}_\iota+\overset{*}{I}_\iota) = \mathrm{Re}[S_\iota(1+e^{-j2(\omega t+\alpha_\iota)})] , \tag{1.42}$$

где ι = A, B, C соответствует фазам A, B, C.
Здесь фаза напряжения $\dot{U}_A$ α_A равна нулю, а фазы напряжений $\dot{U}_B$ и $\dot{U}_C$ – соответственно α_B и α_C.

Полные мощности фаз $\tilde{S}_\iota$ могут быть определены следующим образом с помощью разложения на симметричные составляющие

$$\tilde{S}_i = \dot{U}_i \overset{*}{I}_i = (\dot{U}_{i0}+\dot{U}_{i1}+\dot{U}_{i2})(\overset{*}{I}_{i0}+\overset{*}{I}_{i1}+\overset{*}{I}_{i2}) = \dot{U}_{i0}\overset{*}{I}_{i0}+\dot{U}_{i0}\overset{*}{I}_{i1}+$$
$$+\dot{U}_{i0}\overset{*}{I}_{i2}+\dot{U}_{i1}\overset{*}{I}_{i0}+\dot{U}_{i1}\overset{*}{I}_{i1}+\dot{U}_{i1}\overset{*}{I}_{i2}+\dot{U}_{i1}\overset{*}{I}_{i0}+\dot{U}_{i2}\overset{*}{I}_{i1}+\dot{U}_{i2}\overset{*}{I}_{i2} \,. \quad (1.43)$$

Сумма мгновенных мощностей фаз p_A, p_B, p_C является мгновенной мощностью системы

$$p = p_A+p_B+p_C = \mathrm{Re}[(\tilde{S}_A+\tilde{S}_B+\tilde{S}_C)+(\tilde{S}_A e^{-j2\alpha_A} + \tilde{S}_B e^{-j2\alpha_B}+$$
$$+ \tilde{S}_C e^{-j2\alpha_C})e^{-j2\omega t}] \,. \quad (1.44)$$

Среднее значение мгновенной мощности p (первое олагаемое) является активной мощностью трехфазной системы

$$P = \mathrm{Re}[\tilde{S}_A+\tilde{S}_B+\tilde{S}_C] = \mathrm{Re}[3\dot{U}_{A0}\overset{*}{I}_{A0}+3\dot{U}_{A1}\overset{*}{I}_{A1}+3\dot{U}_{A2}\overset{*}{I}_{A2}] =$$
$$= \mathrm{Re}[\tilde{S}_0+\tilde{S}_1+\tilde{S}_2] = \mathrm{Re}[\tilde{S}_0]+\mathrm{Re}[\tilde{S}_1]+\mathrm{Re}[\tilde{S}_2] = P_0+P_1+P_2 \,. \quad (1.45)$$

Таким образом, активная мощность трехфазной системы определяется суммой активных мощностей симметричных составляющих. Следует отметить, что при симметоричном напряжении $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B = a^2\dot{U}_A$, $\dot{U}_C = a\dot{U}_A$ активные мощности нулевой и обратной последовательностей равны нулю

$$p_0 = \mathrm{Re}[3\dot{U}_{A0}\overset{*}{I}_{A0}] = 0 \,; \quad (1.46)$$

$$p_2 = \mathrm{Re}[3\dot{U}_{A2}\overset{*}{I}_{A2}] = 0 \,, \quad (1.47)$$

так как $\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{A2} = 0$.

Аналогично может быть определена реактивная мощность трехфазной системы

$$Q = \mathrm{Im}[\tilde{S}_A+\tilde{S}_B+\tilde{S}_C] = Q_0+Q_1+Q_2 \,. \quad (1.48)$$

Активную и реактивную мощности можно определить также как сумму мощностей отдельных фаз

$$P = P_A+P_B+P_C \,; \qquad Q = Q_A+Q_B+Q_C \,. \quad (1.49)$$

В отношении определения полной мощности в трехфазной сети существует ряд различных мнений. Полную мощность при симметричной системе напряжений определяют как алгебраичеокую сумму полных мощностей фаз

$$S = S_A+S_B+S_C = U(I_A+I_B+I_C) \,. \quad (1.50)$$

Для оценки потребления электроэнергии применяется геометрическое суммирование активной и реактивной мощностей

$$S = \sqrt{(P_A+P_B+P_C)^2+(Q_A+Q_B+Q_C)^2} . \qquad (1.51)$$

Эта мощность характеризует потребление как активной, так и реактивной энергии. По нашему мнению наиболее рациональным является определение полной мощности с точки зрения потерь в электрических сетях.

Потери в линии от протекания трехфазной системы токов

$$\Delta P_\Sigma = R(I_A^2+I_B^2+I_C^2) = 3RI_э^2 , \qquad (1.52)$$

где

$$I_э = \sqrt{\frac{1}{3}(I_A^2+I_B^2+I_C^2)} \qquad (1.53)$$

- эквивалентное значение тока, при котором потери в линии будут иметь то же значение.

Аналогично можно получить выражение для эквивалентного напряжения

$$U_э = \sqrt{\frac{1}{3}(U_A^2+U_B^2+U_C^2)} \qquad (1.54)$$

По этим значениям тока и напряжения можно определить полную мощность

$$S = 3U_эI_э = \sqrt{(U_A^2+U_B^2+U_C^2)(I_A^2+I_B^2+I_C^2)} . \qquad (1.55)$$

В [33] предложена комплексная мощность m-фазной системы при несимметричном режиме

$$\tilde{S}_m = \sum_{i=1}^{m}\tilde{S}_i = \sum_{i=1}^{m}\dot{U}_i\overset{*}{I}_i . \qquad (1.56)$$

При разложении токов и напряжений на симметричные составляющие

$$\dot{U}_i = \sum_{k=0}^{m-1}U_k e^{j\frac{2\pi k}{m}} ; \qquad \overset{*}{I}_i = \sum_{k=0}^{m-1}I_k e^{j\frac{2\pi k}{m}} \qquad (1.57)$$

уравнение (1.56) примет вид

$$\tilde{S}_m = \sum_{k=0}^{m-1}m\dot{U}_k\overset{*}{I}_k = \sum_{k=0}^{m-1}\tilde{S}_{km} , \qquad (1.58)$$

где

$$\tilde{S}_{km} = P_{km}+jQ_{km} = mU_kI_ke^{j\varphi_k} ,$$

то есть активная и реактивная мощность системы определяется суммой мощностей всех последовательностей (1.48).

Величина полной мощности несимметричной трехфазной системы

$$\tilde{S} = 3(\dot{U}_0\overset{*}{I}_0+\dot{U}_1\overset{*}{I}_1+\dot{U}_2\overset{*}{I}_2) \qquad (1.59)$$

не характеризует в полной мере все энергетические процессы, происходящие в системе. При одной и той же величине реактивной мощности могут происходить различные энергетические процессы как в отдельных фазах, так и в целом в системе. Более полно энергетические процессы в трехфазной несимметричной цепи характеризует комплекс пульсирующей мощности [33]

$$\dot{N}_m = \sum_{i=1}^{m}\dot{N}_i = \sum_{i=1}^{m}\dot{U}_i\dot{I}_i = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k,q=0}^{m-1}\dot{U}_{ki}\dot{I}_{ki} = \sum_{k,q=0}^{m-1}\dot{U}_k\dot{I}_q e^{j2\omega t}, \qquad (1.60)$$

что для трехфазной системы может быть записано следующим образом

$$\dot{N} = 3(\dot{U}_1\dot{I}_2+\dot{U}_2\dot{I}_1+\dot{U}_0\dot{I}_0)e^{j2\omega t}. \qquad (1.61)$$

Мгновенная мощность трехфазной системы состоит из полной мощности $\tilde{S}$ и мощности пульсации $\dot{N}$, изменяющейся с двойной частотой

$$p = \mathrm{Re}[\tilde{S}+\dot{N}e^{j2\omega t}]. \qquad (1.62)$$

Модуль мощности пульсаций может быть выражен через коэффициенты несимметрии k_2 и неуравновешенности k_0 токов и напряжений

$$|\dot{N}| = |\tilde{S}(1+k_{2I}+k_{2U}+k_{0I}+k_{0U})|. \qquad (1.63)$$

Мощность пульсаций $\dot{N}$ отрицательно оказывается на работе электрооборудования, вызывая дополнительные потери и толчки электромагнитной мощности в двигательной нагрузке.

Здесь же предложено вместо полной мощности вида (1.58) пользоваться мощностью (1.55), которая более полно отражает процессы в трехфазной системе. Эта мощность может быть представлена в виде

$$S_m = \sqrt{P_m^2+Q_m^2+N_m^2}. \qquad (1.64)$$

Так как мощности Q_m и N_m не участвуют в передаче энергии нагрузке, то их предложено объединить в одно понятие эквивалентной реактивной мощности

$$Q_э = \sqrt{Q_m^2+N_m^2}. \qquad (1.65)$$

При наличии мощности N_m коэффициент мощности нагрузки определится следующим образом

$$\lambda = \frac{P_m}{S_m} = \frac{P_m}{\sqrt{P_m^2+Q_э^2}}. \qquad (1.66)$$

Этот коэффициент мощности оказывается меньше традиционного $\cos\varphi$, в котором мощность N_m не учитывается. Следовательно, для повышения коэффициента мощности необходимо стремиться как к снижению реактивной мощности, так и мощности пульсаций.

1.4. Влияние реактивной мощности на электромагнитные процессы, протекающие в элементах электрических сетей

Генерация, передача и потребление реактивной мощности оказывают существенное влияние на режимы работы электрических сетей. Прежде всего следует остановиться на потерях электроэнергии. Передача реактивной мощности связана с дополнительными потерями активной энергии во всех элементах сети, обладающих активным сопротивлением. При передаче активной P и реактивной Q мощностей в элементе с активным сопротивлением R возникают потери активной мощности

$$\Delta P = \frac{P^2+Q^2}{U^2}R = \frac{P^2R}{U^2} + \frac{Q^2R}{U^2} = \Delta P_a + \Delta P_p . \qquad (1.67)$$

Так как потери энергии определяются квадратом реактивной мощности, то ее генерация целесообразна на месте ее потребления.

С проблемой потерь энергии при передаче реактивной мощности тесно связана пропускная способность элементов электрических сетей. Так как пропускная способность элементов электрических сетей (линии электропередач, силовые трансформаторы и т.д.) определяется величиной полной мощности, то передача реактивной мощности снижает их пропускную способность.

Другим аспектом передачи реактивной мощности является падение напряжения. Падение напряжения в элементе электрической сети с активным сопротивлением R и реактивным X составляет

$$\Delta U = \frac{PR+QX}{U} = \frac{PR}{U} + \frac{QX}{U} = \Delta U_a + \Delta U_p . \qquad (1.68)$$

Обычно для элементов электрических сетей $X \gg R$, поэтому относительное падение напряжения

$$\delta U = \frac{\Delta U}{U} = \frac{PR+QX}{U^2} = \frac{PR/X+Q}{U^2/X} \approx \frac{Q}{S_{кз}} . \qquad (1.69)$$

Таким образом, величина отклонения напряжения в узле сети пропорциональна отношению реактивной мощности Q к мощности короткого замыкания $S_{кз}$ в этой точке.

1.5. Выводы

1. Реактивная мощность в линейных цепях синусоидального тока характеризует процессы обмена электромагнитной энергией между источником и нагрузкой и численно равна амплитуде скорости изменения электромагнитной энергии.

2. С точки зрения теории электромагнитного поля скорость его изменения определяется разностью вектора Умова-Пойтинга и активными потерями в среде. Скорость обмена электромагнитной энергией в цепи RLC равна сумме мгновенных мощностей индуктивности и емкости.

3. В трехфазных сетях активная и реактивная мощности определяются суммой соответствующих мощностей фаз.

4. Значение реактивной мощности оказывает существенное влияние на потери в элементах электрических сетей, потери и отклонения напряжения.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

2.1. Электромагнитная теория реактивной мощности

Интенсивное внедрение вентильных преобразователей, мощных электродуговых сталеплавильных печей, сварочных агрегатов и других электротехнологических установок с нелинейными вольтамперными характеристиками привели к существенному искажению кривых токов и напряжений в питающих и распределительных сетях. Несинусоидальность кривых напряжений в ряде случаев превосходит допустимое согласно ГОСТ 13109-87 значение 5%. Содержание высших гармоник в кривых токов, как правило, оказывается больше, чем в кривых напряжения.

Эти обстоятельства обусловливают важность вопроса оценки значений реактивной мощности в электрических сетях при несинусоидальных режимах. Существующие в настоящее время методы ее определения во многом формальны либо произвольны, они основываются на математических абстракциях или аналогиях с процессами иной природы.

Поскольку физический смысл реактивной мощности в линейных цепях синусоидального тока заключается в процессах обмена электромагнитной энергией, то в нелинейных цепях ее целесообразно определять именно с этой точки зрения.

Рассмотрим произвольный объем V пространства, ограниченный замкнутой поверхностью S. Будем считать, что среда, заключенная в объеме V, является нелинейной. Скорость изменения электрического и магнитного полей $W = W_э + W_м$ определяется следующим образом [40, 68]

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int_V \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^t \bar{E}\, d\bar{D} + \int_0^t \bar{H}\, d\bar{B}\right) dV , \qquad (2.1)$$

где $\bar{E}$ – вектор напряженности электрического поля;

$\bar{D}$ – вектор электрического смещения;

$\bar{H}$ – вектор напряженности магнитного поля;

$\bar{B}$ – вектор магнитной индукции.

Векторы $\bar{E}$ и $\bar{D}$, $\bar{H}$ и $\bar{B}$ связаны соотношениями

$$\bar{D} = \varepsilon\bar{E} ; \qquad \bar{B} = \mu\bar{H} , \qquad (2.2)$$

где ε и μ – абсолютные электрическая и магнитная проницаемости вещества, которые являются функциями E и H в связи с тем, что среда нелинейна,

$$\varepsilon = f(E) ; \qquad \mu = f(H) . \qquad (2.3)$$

Объемная плотность электрического поля в случае отсутствия потерь на гистерезис может быть представлена в виде интеграла Стилтьеса при условии непрерывности и ограниченности вариации функций $\bar{E}$, $\bar{D}$, $\bar{H}$, $\bar{B}$ в интервале 0–t

$$\omega_э = \int_0^t \bar{E}(\tau)\, d\bar{D}(\tau) = \bar{E}(\tau)\bar{D}(t) - \int_0^t \bar{D}(\tau)\, d\bar{E}(\tau) \qquad (2.4)$$

или с учетом соотношений (2.2)

$$\omega_э = \int_0^t \bar{E}(\tau)\, d(\varepsilon(\tau)\bar{E}(\tau)) = \int_0^t \bar{D}(\tau)\, d\bar{E}(\tau) + \int_0^t \bar{E}^2(\tau)\, d\varepsilon(\tau)\,. \qquad (2.5)$$

Из этих соотношений можно получить следующее выражение для объемной плотности энергии электрического поля

$$\omega_э = \frac{\overline{ED}}{2} + \int_0^t \frac{\bar{E}^2(\tau)}{2}\, d\varepsilon(\tau)\,. \qquad (2.6)$$

Аналогично объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega_м = \frac{\overline{HB}}{2} + \int_0^t \frac{\bar{H}^2(\tau)}{2}\, d\mu(\tau)\,. \qquad (2.7)$$

Определим производную по времени объемной плотности энергии электрического поля

$$\frac{\partial\omega_э}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2} + \int_0^t \frac{\bar{E}^2(\tau)}{2}\, d\varepsilon(\tau)\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t}\int_0^t \frac{\bar{E}^2(\tau)}{2}\,\frac{\partial\varepsilon(\tau)}{\partial\tau}\, d\tau = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2}\right) + \frac{\bar{E}^2}{2}\,\frac{\partial\varepsilon(t)}{\partial t} = \qquad (2.8)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2}\right) + \frac{\bar{E}^2}{2}\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\,.$$

Для нелинейной среды в декартовой системе координат можно записать

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\overline{ED}}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial}{\partial t}(E_xD_x+E_yD_y+E_zD_z) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}D_x + E_x\frac{\partial D_x}{\partial t} +\right.$$

$$\left.+ \frac{\partial E_y}{\partial t}D_y + E_y\frac{\partial D_y}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial t}D_z + E_z\frac{\partial D_z}{\partial t}\right) = \bar{E}\,\frac{\partial\bar{D}}{\partial t} - \frac{\bar{E}^2}{2}\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\,. \qquad (2.9)$$

Таким образом

$$\frac{\partial\omega_э}{\partial t} = \bar{E}\,\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\,. \qquad (2.10)$$

Аналогично для скорости изменения магнитного поля

$$\frac{\partial \omega_м}{\partial t} = \bar{H}\,\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}\,. \tag{2.11}$$

Согласно первому уравнению Маковелла и учитывая, что плотность тока омещения определяется разностью между результирующей плотностью тока $\bar{\delta}$ и плотностью тока проводимости $\bar{I}_{пр}$, запишем

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \bar{\delta}-\bar{I}_{пр} = \mathrm{rot}\bar{H}-\gamma\bar{E}\,, \tag{2.12}$$

где $\gamma = f(E)$ – удельная проводимость ореды.

Уравнение (2.12) не учитывает наличие токов переноса.

На основании второго уравнения Маковелла

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\,\mathrm{rot}\bar{E} \tag{2.13}$$

получим выражение для окорости изменения электромагнитной энергии

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int_V (\bar{E}\mathrm{rot}\bar{H}-\gamma\bar{E}^2-\bar{H}\mathrm{rot}\bar{E})\,dV = \oint_S [\bar{E}\bar{H}]\,d\bar{S}_1 - \int_V \gamma\bar{E}^2\,dV\,, \tag{2.14}$$

где вектор $d\bar{S}_1 = -d\bar{S}$ направлен по нормали к поверхноети S внутрь объема V.

Приведенное выражение для окорооти изменения электромагнитной энергии является общим и оправедливо для произвольной ореды о нелинейными электромагнитными характериотиками, заключенной в объеме V. Частным олучаем применения уравнения (2.14) являютоя электричеокие цепи. Скорооть изменения электромагнитной энергии можно интерпретировать как мгновенную реактивную мощноcть $q = q(t)$

$$q = \frac{\partial W}{\partial t}\,. \tag{2.15}$$

Раоомотрим применение уравнения (2.14) для цепи, оодержащей нелинейные активное оопротивление, емкоoть и индуктивноcть (рио.2.1), в случае пренебрежения раопределенноотью параметров на больших частотах

$$\begin{gathered} q = \oint_S [\bar{E}\bar{H}]\,d\bar{S}_1 - \int_V \gamma\bar{E}^2\,dV = ui-i^2R = i^2R + \\ + i(u_L+u_C)-i^2R = i(u_L+u_C)\,. \end{gathered} \tag{2.16}$$

Таким образом, в нелинейной цепи мгновенная реактивная мощноcть определяетоя произведением тока и напряжения на реактивных элементах.

В линейных цепях мгновенная реактивная мощноcть при $i = I_m\sin(\omega t+\varphi)$

$$q = \left[-\frac{I_m}{\omega C}\cos(\omega t+\varphi)+\omega L I_m\cos(\omega t+\varphi)\right] I_m\sin(\omega t+\varphi) =$$

$$= \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\frac{I_m^2}{2}\, 2\sin(\omega t+\varphi)\cos(\omega t+\varphi) = (X_L-X_C) * \qquad (2.17)$$

$$* I^2\sin(2\omega t+2\varphi) = (Q_L-Q_C)\sin(2\omega t+2\varphi) = Q\sin(2\omega t+2\varphi).$$

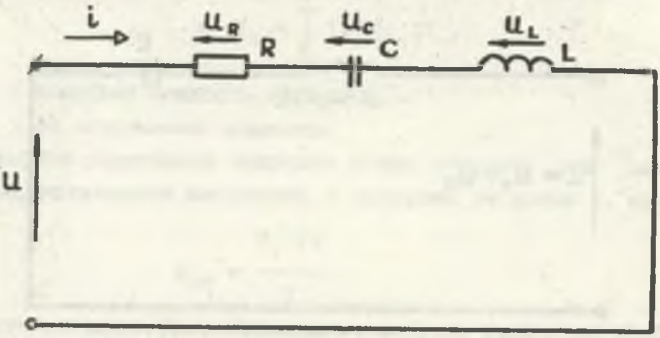


Рис.2.1. Схема нелинейной RLC цепи

То есть реактивная мощность Q определяется амплитудой скорости изменения электромагнитной энергии или амплитудой мгновенной реактивной мощности.

В нелинейных цепях с несинусоидальными токами и напряжениями реактивная мощность не может быть определена какой-то одной интегральной характеристикой, например, аналогично активной мощности. В таких цепях необходимо рассматривать либо саму мгновенную реактивную мощность (2.16), либо ее разложение в ряд Фурье; при этом надо учитывать не только амплитуды отдельных гармоник, но и их фазы. Покажем справедливость сказанного на следующем примере.

Рассмотрим линейную цепь, состоящую из последовательно включенных индуктивности и емкости, подключенных к источнику напряжения, содержащих две частоты (рис.2.2). Частоты выберем таким образом, чтобы на первой частоте цепь носила емкостной характер, а на второй – индуктивный. Пусть $U_1 \gg U_2$, тогда напряжением U_2 можно пренебречь и считать, что цепь генерирует реактивную мощность. При $U_1 \ll U_2$ цепь будет потреблять реактивную мощность. Предположим, что существует метод определения реактивной мощности при несинусоидальных режимах как интегральной характеристики. Тогда в первом случае этот метод даст $Q<0$, а во втором – $Q>0$. Изменением амплитуд напряжений U_1 и U_2 можно добиться равенства нулю реактивной мощности $Q=0$. Это сделать возможно, так как функция $Q=f(U_1,U_2)$ непрерывна в связи с тем, что цепь линейна и феррорезонансные скачки отсутствуют. С другой стороны, частоты напряжений U_1 и U_2 не являются резонаноными для рассматриваемой цепи и изменением только их амплитуд добиться резонанса невозможно, то есть при любом соотношении U_1 и U_2 в цепи (рис.2.2) будут происходить процессы обмена электромагнитной энергией. Из этого следует, что при несинусоидальных режимах реактивная мощность как интегральная характеристика не может в полной мере характеризовать обменные электромагнитные процессы.

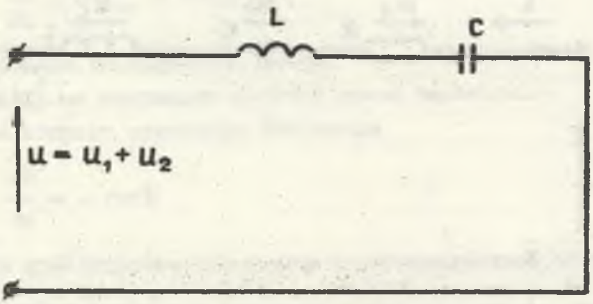


Рис.2.2. Схема линейной LC цепи

Рассматриваемая цепь на одной частоте генерирует реактивную мощность, а на другой потребляет ее, и для полного описания электромагнитных процессов необходимо рассматривать мгновенную реактивную мощность, так как в данном случае нельзя однозначно сказать генерируется или потребляется реактивная мощность. Если мгновенная реактивной мощность $q(t)$ не равна нулю в течение всего периода, то из этого следует, что в цепи происходят процессы обмена электромагнитной энергией между источником и нагрузкой. Обменные процессы будут отсутствовать только в том случае, если в течение периода $q(t)=0$.

Таким образом, при анализе электромагнитных процессов в нелинейных цепях несинусоидального тока следует использовать понятие мгновенной реактивной мощности точно так же, как используется мгновенный ток и напряжение (или их спектральный состав), а не их действующие значения при расчетах нелинейных электрических цепей.

2.2. Интегральные методы оценки реактивной мощности

Интегральные методы определения реактивной мощности позволяют найти ее значения без разложения кривых токов и напряжений в ряд Фурье, что в ряде случаев значительно упрощает решаемую задачу.

Определим реактивную мощность как физическую величину, характеризующую обмен мощности между источником и нагрузкой.

Рассмотрим электрическую цепь с периодическими синусоидальными токами с периодом T. Если в течение времени $\tau<T$ энергия W_1 поступает от источника к потребителю, а в течение времени $T-\tau$ энергия W_2 возвращается источнику, то справедливы следующие соотношения [14] (рис.2.3)

$$W_1+W_2 = PT \; ;$$
$$W_1-W_2 = \int_0^T |p(t)|\, dt \; , \qquad (2.18)$$

где P – активная мощность нагрузки;

p(t) – ее мгновенная мощность.

Обменную реактивную мощность можно получить как разность между мощностью, получаемой нагрузкой, и потерями за время τ, то есть

$$Q_{об} = \frac{W_1-P\tau}{T} \; . \qquad (2.19)$$

Подставляя значение W_1, найденное из системы уравнений (2.18), получим

$$Q_{об} = P(\frac{1}{2} - \frac{\tau}{T}) + \frac{1}{2T}\int_0^T |p(t)|\, dt \; . \qquad (2.20)$$

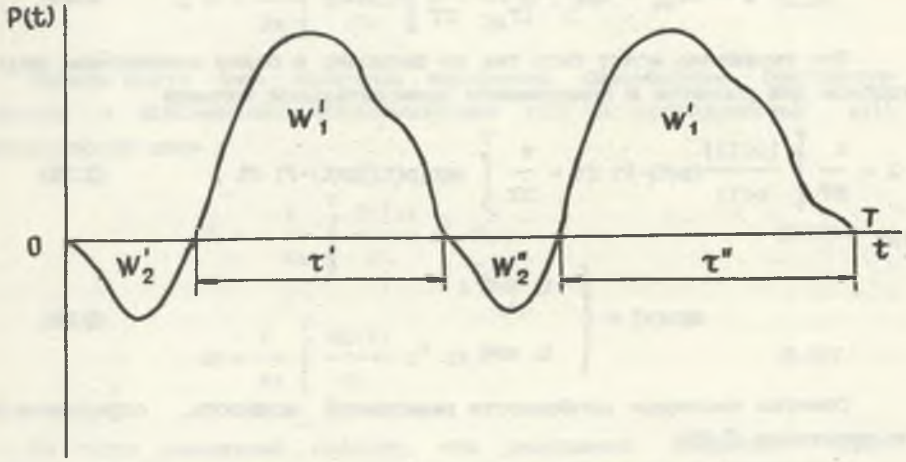


Рис.2.3. График мгновенной мощности нелинейной нагрузки

При чисто активной нагрузке

$$Q_{об} = P(\frac{1}{2} - 1) + \frac{1}{2}P = 0 \; . \qquad (2.21)$$

Из этого выражения следует очевидное с физической точки зрения положение, что при активной нагрузке обмен энергией между источником и потребителем отсутствует, и поток электромагнитной энергии является однонаправленным ($p(t) \geq 0$). Обмен энергией существует только в случае, когда в течение времени $\tau < T$ мгновенная мощность принимает отрицательные значения.

В случае реактивной нагрузки ($P=0$)

$$Q_{об} = \frac{1}{2T} \int_0^T |p(t)|\, dt \,. \tag{2.22}$$

Определим связь обменной мощности (2.20) и реактивной для линейных цепей синусоидального тока. Если напряжение и ток в цепи определяются выражениями (1.3), то на основании (2.20) обменная мощность

$$Q_{об} = \frac{1}{\pi} UI\sin\varphi = \frac{1}{\pi} Q \,. \tag{2.23}$$

Для сохранения принятых соотношений и методов расчета реактивной мощности в цепях синусоидального тока в общем случае при периодических процессах обменные энергетические процессы следует характеризовать с помощью понятия реактивной мощности, опреленного как [67]

$$Q = \pi Q_{об} = \pi P\left(\frac{1}{2} - \frac{\tau}{T}\right) + \frac{\pi}{2T} \int_0^T |p(t)|\, dt \,. \tag{2.24}$$

Это выражение может быть так же записано в более компактном виде, удобном для расчетов с применением вычислительной техники

$$Q = \frac{\pi}{2T} \int_0^T \frac{|p(t)|}{p(t)} (p(t)-P)\, dt = \frac{\pi}{2T} \int_0^T \mathrm{sgn}[p(t)](p(t)-P)\, dt \,, \tag{2.25}$$

где

$$\mathrm{sgn}[x] = \begin{cases} -1, & x<0 \,; \\ 1, & x \geq 0 \,. \end{cases} \tag{2.26}$$

Отметим некоторые особенности реактивной мощности, определенной по выражению (2.25).

1. Значение реактивной мощности существенно зависит от сдвигов фаз гармоник напряжения и тока φ_ν. Даже при допустимом по ГОСТ 13109-87 коэффициенте несинусоидальности напряжения до 5% вариации значений Q при изменении φ_ν могут достигать ±15%.

2. Баланс реактивных мощностей, определенных по выражению (2.25), не соблюдается. Сумма реактивных мощностей потребителей может быть как больше, так и меньше реактивной мощности источника на

20-30% в зависимости от значений φ_ν.

3. Потери мощности могут существенно отличаться от значений, найденных с учетом всех гармоник по закону Джоуля-Ленца.

4. Выражение (2.25) имеет сложную структуру, не позволяющую получить обозримые результаты. Расчет реактивной мощности без применения вычислительной техники затруднителен даже в простейших случаях.

Из сказанного можно заключить, что значение реактивной мощности несинусоидального режима согласно (2.25), вытекающее из физической сущности обменных процессов в электрических цепях по существу оказывается неприемлемым для практического использования в электроэнергетической практике.

Наряду с определением реактивной мощности как обменной существует еще целый ряд методов ее расчета.

В [31] предложено реактивную мощность определять в виде интеграла Римана

$$Q = \frac{1}{2\pi} \int_0^T u \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{2\pi} \oint u \, di \tag{2.27}$$

или

$$Q = - \frac{1}{2\pi} \int_0^T i \frac{du}{dt} dt = - \frac{1}{2\pi} \oint i \, du \, . \tag{2.28}$$

Отсюда могут быть получены выражения, связывающие реактивную мощность с мгновенными сопротивлением $r(t)$ и проводимостью $g(t)$ электрической цепи

$$Q = - \frac{1}{4\pi} \int_0^T \frac{dr(t)}{dt} i^2 dt \, ; \tag{2.29}$$

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_0^T \frac{dg(t)}{dt} u^2 dt \, . \tag{2.30}$$

Из этих выражений следует, что реактивная мощность будет потребляться или генерироваться в том случае, если сопротивление цепи изменяется во времени. Ясно, что такое определение реактивной мощности не отвечает ее физической сущности - оно является формальным. Поясним это на примере. Если нагрузкой управляемого вентиля является активное сопротивление (рис.2.4), то, как видно из рис.2.5, его мгновенное сопротивление $r(t) = u/i$ является функцией времени, и расчет по выражению (2.27) или (2.29) дает значение реактивной мощности

$$Q = \frac{U_m^2 \sin^2\alpha}{4\pi R} . \tag{2.31}$$

С другой стороны, в рассматриваемой цепи содержится только активное сопротивление, а, следовательно, обменные электромагнитные процессы в ней отсутствуют. Мощность (2.31) фактически не является реактивной, ее скорее можно назвать мощностью сдвига фаз. Мощность (2.31) имеет такое же внешнее проявление как и реактивная мощность, потребляемая индуктивной нагрузкой при синусоидальном токе, хотя имеет совершенно иную физическую природу ее происхождения. Из этого следует возможность компенсации мощности сдвига фаз реактивной мощностью и наоборот, что довольно широко используется на практике при компенсации реактивной мощности, потребляемой преобразовательными установками, батареями конденсаторов или синхронными компенсаторами.

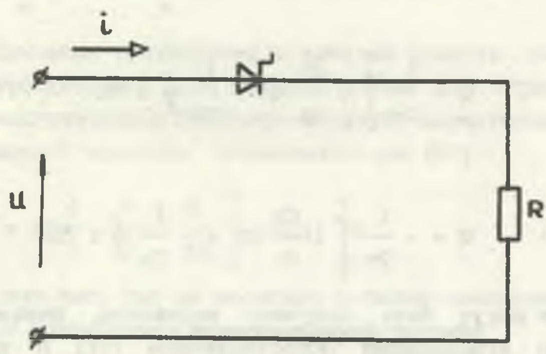


Рис.2.4. Управляемый вентиль с активной нагрузкой

S.Fryze предложил разложение тока нагрузки i на две составляющие активную i_a и реактивную i_p [19-21]

$$i(t) = i_a(t)+i_p(t) , \tag{2.32}$$

где

$$i_a(t) = \frac{P}{U^2} u(t) ; \tag{2.33}$$

$$i_p(t) = i(t)-i_a(t) . \tag{2.34}$$

Действующие значения этих токов связаны соотношением

$$I^2 = I_a^2+I_p^2 . \tag{2.35}$$

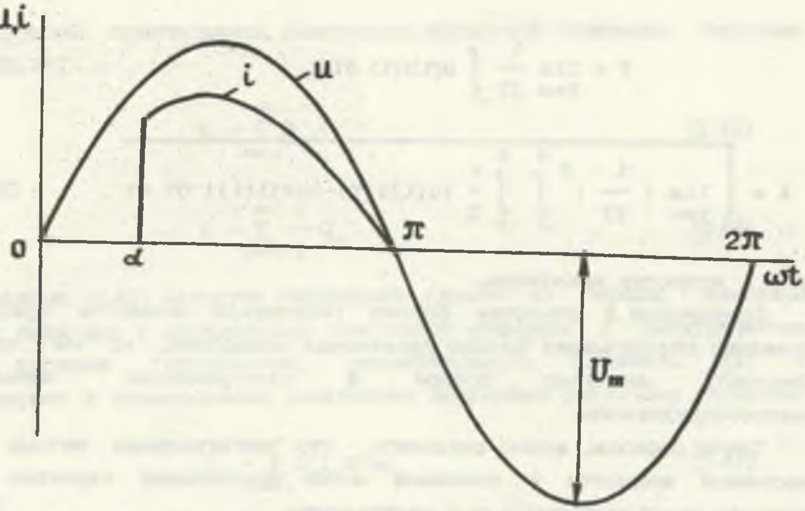


Рис.2.5. Характеристики управляемого вентиля с активной нагрузкой

Активная и реактивная мощности определяются следующим образом

$$P = UI_a ; \tag{2.36}$$

$$Q_F = UI_p . \tag{2.37}$$

Таким образом, согласно теории S.Fryze реактивная мощность определяется следующим соотношением

$$Q_F = \sqrt{S^2-P^2} , \tag{2.38}$$

то есть реактивная мощность Q_F и активная мощность P являются квадратурными составляющими полной мощности S. Несмотря на простоту определения реактивной мощности Q_F, с математической точки зрения она может быть пригодна для оценки потерь мощности в системах электроснабжения.

Z.Nowomiejski предложил определять реактивную мощность с помощью преобразования Гильберта [34-39]

$$Q_N = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u(t)H\{i(t)\}\, dt . \tag{2.39}$$

Согласно этой теории полная мощность

$$S^2 = P^2+Q_N^2+K^2 ; \tag{2.40}$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u(t)i(t)\,dt\ ; \qquad (2.41)$$

$$K = \sqrt{\lim_{T\to\infty} \left(\frac{1}{4T}\right)^2 \int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T} \frac{1}{2}\,|u(t)i(\tau)-u(\tau)i(t)|\,dt\,d\tau}\ , \qquad (2.42)$$

где K - мощность искажения.

Применение в качестве оценки реактивной мощности приведенных выражений обеспечивает баланс реактивных мощностей, но не позволяет определять активные потери в электрических сетях и электрооборудовании.

Таким образом, можно заключить, что интегральные методы оценки реактивной мощности в основном носят формальный характер и не отвечают предъявляемым к ним требованиям.

2.3. Частотные методы оценки реактивной мощности

При расчетах нелинейных электрических цепей широко используется гармонический анализ, поэтому неудивительно, что существует целый ряд методов определения реактивной мощности с помощью разложения кривых тока и напряжения в ряд Фурье.

Из выражения (2.27) можно получить формулу для определения реактивной мощности при разложении тока и напряжения на высшие гармоники. В общем виде ток и напряжение могут быть предоставлены следующим образом

$$u = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{m\nu}\sin(\nu\omega t+\alpha_\nu)\ ;$$

$$i = \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{m\nu}\sin(\nu\omega t+\beta_\nu)\ . \qquad (2.43)$$

Подставляя эти выражения в (2.27), получим при условии выполнения теоремы Парсеваля

$$Q = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{T} \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{m\nu}\sin(\nu\omega t+\alpha_\nu) \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu\omega I_{m\nu}\cos(\nu\omega t+\beta_\nu)\,dt =$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu = \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu Q_\nu\ , \qquad (2.44)$$

где $\varphi_\nu = \alpha_\nu - \beta_\nu$.

Помимо этого выражения для оценки реактивной мощности существуют и другие способы суммирования реактивных мощностей отдельных гармоник [16-21,30,31,44]

$$Q = \sum_{\nu=1}^{\infty} Q_\nu ; \qquad (2.45)$$

$$Q = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} Q_\nu . \qquad (2.46)$$

Выражение (2.45) является следствием одного из первых, наиболее известных подходов к определению реактивной мощности в электрических сетях с высшими гармониками, разработанного C.Budeanu [4] и заключающегося в суммировании реактивных мощностей различных гармоник

$$Q_в = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu . \qquad (2.47)$$

Полная мощность согласно C.Budeanu определяется следующим образом

$$S = \sqrt{P^2+Q_в^2+D^2} , \qquad (2.48)$$

$$D = \sqrt{S^2-P^2-Q_в^2} \qquad (2.49)$$

- мощность искажения.

Однако такой подход к определению реактивной мощности не отражает сущность физических процессов, происходящих в электрических сетях, что отмечено в работах S.Fryze, W.Shepherd, P.Zakikhani, L.Czarnecki [5-10,19-21,47].

Выражения (2.44)-(2.46) являются формальными и в большинстве случаев дают противоречивые результаты. Однако, как будет показано ниже, эти структуры могут быть использованы при расчетах параметров фильтро-компенсирующих устройств (ФКУ).

Реактивная мощность, определенная суммированием мощностей отдельных гармоник (2.44)-(2.46), так же, как и мощность, определенная интегральными методами (2.27)-(2.29), не позволяет определять активные потери ΔP в элементах электрических сетей

$$\Delta P \neq \frac{P^2+(\sum_{\nu=1}^{\infty} kQ_\nu)^2}{U^2} R \qquad (2.50)$$

при любом представлении напряжения U (по первой гармонике; по эквивалентным синусоидам; номинальным значениям). Здесь коэффициент k может принимать любое из значений 1, ν, $1/\nu$.

W.Shepherd и P.Zakikhani предложили определять реактивную мощность следующим образом [47]. Ток нагрузки раскладывается на составляющие i_R и i_r

$$i_R(t) = \sqrt{2}\sum_{\nu=1}^{\infty} I_\nu \cos\varphi_\nu \cos(\nu\omega t+\alpha_\nu) ; \qquad (2.51)$$

$$i_r(t) = \sqrt{2}\sum_{\nu=1}^{\infty} I_\nu \sin\varphi_\nu \sin(\nu\omega t+\alpha_\nu) , \qquad (2.52)$$

где α_ν - фаза ν-й гармоники напряжения;

φ_ν - угол сдвига фаз ν-х гармоник напряжения и тока.

Составляющие i_R и i_r ортогональны, поэтому

$$I^2 = I_R^2 + I_r^2 . \qquad (2.53)$$

Полная мощность раскладывается на составляющие

$$S^2 = S_R^2 + Q_r^2 , \qquad (2.54)$$

где

$$S_R = UI_R ; \qquad (2.55)$$

$$Q_r = UI_r . \qquad (2.56)$$

Реактивная мощность Q_r может быть использована при решении вопросов минимизации коэффициента мощности нагрузки. N.Kusters и W.Moore предложили определять реактивную мощность по выражению [26]

$$Q_C = \frac{U}{U'}\frac{1}{T}\int_0^T u'(t)i(t)\,dt , \qquad (2.57)$$

где $u'(t) = \frac{du(t)}{dt}$; U' - действующее значение напряжения $u'(t)$.

Эта реактивная мощность может быть использована при определении мощности конденсатора при оптимизации коэффициента мощности.

L.Czarnecki предложено разложение тока на три составляющие [6]

$$i(t) = i_a(t)+i_S(t)+i_r(t) , \qquad (2.58)$$

где

$$i_a(t) = G_e u(t) , \qquad (2.59)$$

$$G_e = \frac{P}{U^2} . \qquad (2.60)$$

Комплексная проводимость нагрузки на частоте ν-й гармоники

$$Y_\nu = G_\nu - jB_\nu . \qquad (2.61)$$

Остальные составляющие тока находятся по выражениям

$$i_S(t) = (G_0-G_e)U_0+ \sqrt{2}\mathrm{Re} \sum_{\nu=1}^{\infty} (G_\nu-G_e)U_\nu e^{j\nu\omega t} ; \qquad (2.62)$$

$$i_r(t) = \sqrt{2}\mathrm{Re} \sum_{\nu=1}^{\infty} jB_\nu U_\nu e^{j\nu\omega t} , \qquad (2.63)$$

где G_0 - проводимость по постоянному току;

U_0 - постоянная составляющая напряжения.

Составляющие i_a, i_S, i_r ортогональны, поэтому

$$I^2 = I_a^2+I_S^2+I_r^2 , \qquad (2.64)$$

где

$$I = \frac{P}{U^2} ; \qquad (2.65)$$

$$I_S = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} (G_\nu-G_e)^2 U_\nu^2} ; \qquad (2.66)$$

$$I_r = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu^2 U_\nu^2} . \qquad (2.67)$$

В соответствии с выражениями (2.65)-(2.67) полная мощность раскладывается на следующие составляющие

$$S = \sqrt{P^2+D_S^2+Q_r^2} , \qquad (2.68)$$

где

$$S = UI ; \qquad (2.69)$$

$$P = UI_a ; \qquad (2.70)$$

$$D_S = UI_S ; \qquad (2.71)$$

$$Q_r = UI_r . \qquad (2.72)$$

Иной подход к определению реактивной мощности предложен M.Brodzki, J.Walczak. Ими предложено производить разложение токов и напряжений в пространстве Бесиковича-Соболева [1-3]. В этом пространстве полная мощность представляется в следующем виде

$$S^2_{BS^m} = P^2_{BS^a} + Q^2_{BS^r} + Q^2_{BS^S} , \qquad (2.73)$$

где S_{BS^m} - полная мощность в пространстве Бесиковича-Соболева

$$S_{BS^a} = (\|u\|_{BS'_{2,\alpha}})(\|i\|_{BS'_{2,\alpha}}) ; \qquad (2.74)$$

P_{BS^a} - активная мощность в пространстве Бесиковича-Соболева

$$P_{BS^a} = (\|u\|_{BS'_{2,\alpha}})(\|_a i_{BS}\|_{BS'_{2,\alpha}}) ; \qquad (2.75)$$

Q_{BS^r} - реактивная мощность в пространстве Бесиковича-Соболева

$$Q_{BS^r} = (\|u\|_{BS'_{2,\alpha}})(\|_r i_{BS}\|_{BS'_{2,\alpha}}) ; \qquad (2.76)$$

Q_{BS^S} - мощность искажения в пространстве Бесиковича-Соболева

$$Q_{BS^S} = (\|u\|_{BS'_{2,\alpha}})(\|_S i_{BS}\|_{BS'_{2,\alpha}}) . \qquad (2.77)$$

При коэффициенте несинусоидальности напряжения и тока до 10% для расчета реактивной мощности может быть применен метод эквивалентных синусоид. Согласно этому методу активная и реактивная мощности несинусоидального режима определяются следующим образом.

$$P = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu I_\nu \cos\varphi_\nu ; \qquad (2.78)$$

$$Q = \sqrt{U^2 I^2 + P^2} , \qquad (2.79)$$

где

$$U = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu^2} ; \qquad I = \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} I_\nu^2} . \qquad (2.80)$$

Как известно, в общем случае при нелинейной нагрузке баланс реактивных мощностей не соблюдается. Однако при указанных величинах коэффициентов несинусоидальности тока и напряжения баланс сходится с достаточной для практических расчетов точностью.

Рассмотрим электрическую сеть, в которой от n источников питается m нагрузок. Реактивная мощность i-го источника

$$Q_{эиi} = U_{иi} I_{иi} \sin\varphi_{эi} , \qquad (2.81)$$

где

$$U_{иi} = U_{1иi} \sqrt{1+k_{Uиi}^2} \approx U_{1иi}(1+0{,}5k_{Uиi}^2) ; \qquad (2.82)$$

$$I_{иi} = I_{1иi} \sqrt{1+k_{Iиi}^2} \approx I_{1иi}(1+0{,}5k_{Iиi}^2) ; \qquad (2.83)$$

$U_{1иi}$, $I_{1иi}$ – действующие значения первых гармоник напряжения и тока i-го источника.

Коэффициенты k_U и k_I характеризуют отношение действующего значения высших гармоник напряжения и тока к их первым гармоникам.

Заменим в выражении (2.81) синус угла между эквивалентными синусоидами тока и напряжения $\sin\varphi_э$ на синус угла сдвига фаз между первыми гармониками $\sin\varphi_1$. Погрешность такой замены

$$\Delta = \frac{k_I^2+k_U^2}{2\mathrm{tg}\varphi_1} . \qquad (2.84)$$

Выражение для суммы реактивных мощностей источников примет вид

$$Q_{эи\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} Q_{эиi} = Q_{1и} + \sum_{i=1}^{n} \frac{k_{Uиi}^2+k_{Iиi}^2}{2} Q_{1иi} , \qquad (2.85)$$

где

$$Q_{1и} = \sum_{i=1}^{n} Q_{1иi} . \qquad (2.86)$$

Аналогично для нагрузок

$$Q_{эн\Sigma} = Q_{1н} + \sum_{i=1}^{m} \frac{k_{Uнi}^2+k_{Iнi}^2}{2} Q_{1нi} . \qquad (2.87)$$

Погрешность баланса реактивных мощностей

$$\delta = \frac{Q_{эи\Sigma}-Q_{эн\Sigma}}{Q_{эи\Sigma}} 100\% =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (k_{Uиi}^2+k_{Iиi}^2)Q_{1иi} - \sum_{i=1}^{m} (k_{Uнi}^2+k_{Iнi}^2)Q_{1нi}}{2Q_{1и} + \sum_{i=1}^{n} (k_{Uиi}^2+k_{Iиi}^2)Q_{1иi}} 100\% . \qquad (2.88)$$

Найдем математическое ожидание $M[\delta]$ и дисперсию $D[\delta]$ погрешности δ, полагая равномерным распределение коэффициентов k_{Ii}, k_{Ui} в узлах источников и нагрузок в интервалах $0-k_I$, $0-k_U$ и погрешность Δ в интервале $0-\Delta$.

Математическое ожидание погрешности определяется выражением

$$M[\delta] = \frac{(1+\Delta/2)Q_{1и}(M[k_U^2]+M[k_I^2]-M[k_U^2]-M[k_I^2])}{(1+\Delta/2)Q_{1и}(2+M[k_U^2]+M[k_I^2])} = 0 \qquad (2.89)$$

Дисперсия погрешности

$$D[\delta] = \frac{\Delta}{6(1+\Delta)} + 0,2(k_U^4+k_I^4)\ . \qquad (2.90)$$

С учетом (2.84) среднеквадратическое отклонение погрешности примет вид

$$\sigma[\delta] = \frac{k_I^2+k_U^2}{4,9\mathrm{tg}^2\varphi_1}\ . \qquad (2.91)$$

Закон распределения погрешности δ в предположении, что коэффициенты несинусоидальности в узлах нагрузок являются независимыми случайными величинами, оказывается нормальным. Поэтому с интегральной вероятностью 95%

$$\delta_{max} = 1,64\ \sigma[\delta] = \frac{k_I^2+k_U^2}{3\mathrm{tg}^2\varphi_1}\ . \qquad (2.92)$$

Расчет максимальной погрешности по этому выражению при $\varphi_1=\pi/6$ приведен в таблице 2.1. Обычно среднее значение погрешности не превосходит 2-3%. Таким образом, баланс реактивных мощностей сходится с достаточной точностью.

Таблица 2.1

k_I,%	k_U,%	δ_{max},%
5	5	0,5
10	5	1,3
10	10	2,0
15	10	3,3

Оценка потерь в элементах электрических сетей при использовании метода эквивалентных синусоид приводит к некорректным результатам, так как в нем не учитываются зависимости активного и реактивного сопротивлений от частоты. Введение поправочных коэффициентов на значения сопротивлений $k_{rэ}$ и $k_{xэ}$

$$k_{rэ} = \frac{\sum\limits_{\nu=1}^{\infty}\sqrt{\nu}I_{\nu*}^2}{1+k_I^2}\ ; \qquad (2.93)$$

$$k_{xэ} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{\nu=1}^{\infty}\nu^2 I_{\nu 1}^2}{1+k_I^2}} \qquad (2.94)$$

значительно усложняет расчет потерь. Здесь $I_{\nu*}=I_\nu/I_1$.

С учетом этих коэффициентов активные и реактивные потери определяются следующим образом

$$\Delta P = k_{rэ} r I^2 \; ; \qquad \Delta Q = k_{xэ} x I^2 \; . \tag{2.95}$$

Таким образом, выражения для оценки реактивной мощности, полученные на основе гармонического анализа, могут быть использованы лишь в некоторых конкретных случаях. В общем же случае такое определение реактивной мощности является формальным и при его использовании требуется осторожность.

2.4. Реактивная мощность при синусоидальном напряжении и нелинейной нагрузке

При подключении нелинейной нагрузки к источнику синусоидального напряжения бесконечной мощности несинусоидальным является только ток нагрузки. В этом случае активная мощность определяется только первой гармоникой тока, так как все высшие гармоники напряжения равны нулю

$$P = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu I_\nu \cos\varphi_\nu = U I_1 \cos\varphi_1 \; . \tag{2.96}$$

Полная мощность такой нагрузки может быть определена произведением действующих значений напряжения и тока

$$S = U \sqrt{\sum_{\nu=1}^{\infty} I_\nu^2} \; . \tag{2.97}$$

Ряд авторов [25,26,58] определяют реактивную мощность синусоидальным напряжением и синусоидальной составляющей тока, сдвинутой относительно напряжения

$$Q = U I_1 \sin\varphi_1 \; . \tag{2.98}$$

Это выражение для реактивной мощности может быть легко получено с помощью любого из равенств (2.44)-(2.46). В действительности мощность (2.98) может состоять как из реактивной мощности, обусловленной емкостными и индуктивными элементами, так и из мощности сдвига фаз, вызванной нелинейной активной нагрузкой. При определении реактивной мощности по выражению (2.98) полная мощность содержит еще одну квадратную составляющую T

$$S^2 = P^2+Q^2+T^2 \; , \tag{2.99}$$

названную мощностью искажения [25,51]. Из последнего выражения следует

$$T = \sqrt{S^2-P^2-Q^2} \; . \qquad (2.100)$$

Как видно, мощность искажения T возникает только в случае наличия высших гармоник в узле нагрузки.

Сумма квадратов реактивной мощности Q и мощности искажения T

$$D^2 = Q^2+T^2 \qquad (2.101)$$

носит название неактивной составляющей полной мощности, которая при синусоидальном режиме соответствует реактивной мощности.

2.5. Реактивная мощность при несимметричной и нелинейной нагрузке

В большинстве случаев наряду с несинусоидальностью имеет место также и несимметрия напряжений и токов, поэтому вопросы расчета реактивной мощности в этом случае имеют большое практическое значение.

Рассмотрим применение уравнения (2.14) для трехфазной четырехпроводной сети, содержащей активные сопротивления, емкости и индуктивности (рис.2.6).

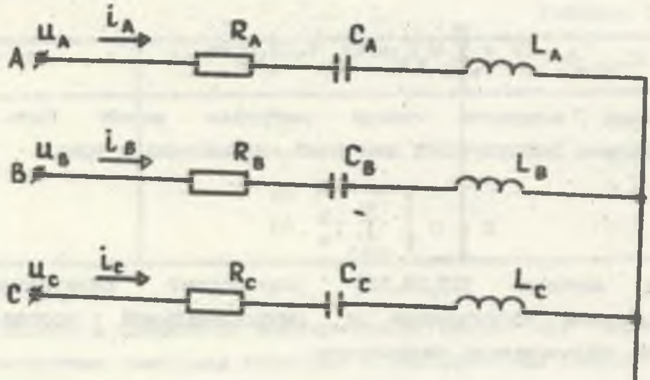


Рис.2.6. Трехфазная схема нелинейной RLC цепи

Составляющие скорости изменения электромагнитной энергии для данной схемы определяются следующим образом

$$\oint_S [\overline{EH}]\, d\overline{S}_1 = u_A i_A+u_B i_B+u_C i_C = i_A^2 R_A+i_A(u_{LA}+u_{CA})+$$
$$+ i_B^2 R_B+i_B(u_{LB}+u_{CB})+i_C^2 R_C+i_C(u_{LC}+u_{CC}) \; ; \qquad (2.102)$$

$$\int_V \gamma \overline{\overline{E}}^2\, dV = i_A^2 R_A + i_B^2 R_B + i_C^2 R_C \;; \qquad (2.103)$$

Поэтому для трехфазной сети

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \oint_S [\overline{E}\overline{H}]\, d\overline{S}_1 - \int_V \gamma \overline{\overline{E}}^2\, dV = \sum_{k=A,B,C} (u_{Lk}+u_{Ck}) i_k \,. \qquad (2.104)$$

Учитывая угловой сдвиг в фазах A,B,C, для оценки реактивной мощности трехфазной системы необходимо рассматривать три мгновенные реактивные мощности $q_A(t)$, $q_B(t)$, $q_C(t)$, которые определяются в соответствие с (2.104) следующим образом

$$q_A = (u_{LA}+u_{CA}) i_A \;; \qquad (2.105)$$

$$q_B = (u_{LB}+u_{CB}) i_B \;; \qquad (2.106)$$

$$q_C = (u_{LC}+u_{CC}) i_C \,. \qquad (2.107)$$

2.6. Выводы

1. Получено общее выражение для скорости изменения электромагнитной энергии, справедливое для произвольной среды с нелинейными электромагнитными характеристиками.

2. В нелинейных цепях с несинусоидальными токами и напряжениями реактивная мощность не может быть определена какой-то одной интегральной характеристикой. При анализе электромагнитных процессов в нелинейных цепях несинусоидального тока следует использовать понятие мгновенной реактивной мощности.

3. При интегральном определении реактивной мощности (обменная мощность) ее значение существенно зависит от сдвигов фаз гармоник напряжения и тока. Баланс реактивных мощностей в общем случае не выполняется. Активные потери, определенные по значению обменной мощности, могут существенно отличаться от значений найденных с учетом всех гармоник по закону Джоуля-Ленца.

4. Интегральные методы оценки реактивной мощности во многом носят формальный характер и не отвечают предъявляемым к ним требованиям.

5. Частотные методы оценки реактивной мощности также во многом формальны и могут быть использованы лишь в немногих конкретных случаях.

6. При определении реактивной мощности несинусоидального режима работы трехфазной сети необходимо рассматривать мгновенные реактивные мощности отдельных фаз с учетом их углового сдвига.

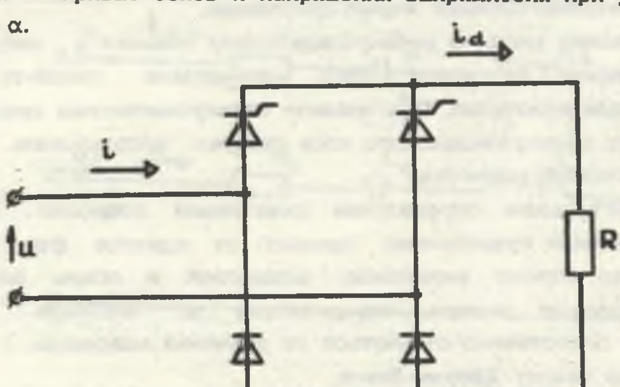
3. РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ`

3.1. Реактивная мощность вентильных преобразовательных установок однофазного тока

Вентильные преобразовательные установки наряду о такими доотоинотвами, как удоботво эксплуатации, проотота регулирования, выоокий кпд, имеют ряд оущеотвенных недоотатков. Прежде воего это вноoимые в питающую оеть значительные иокажения напряжения, низкий коэффициент мощнооти. Оообенно большое влияние на питающую оеть оказывают мощные преобразовательные установки при небольших величинах мощнооти короткого замыкания в меоте их уотановки.

При еотеотвенной коммутации тириоторов оoновная гармоника питающего тока преобразователя ототает по фазе от питающего напряжения, воледотвие чего преобразователь являетоя потребителем реактивной мощнооти по первой гармонике.

Раоомотрим охему моотового выпрямителя о неполным чиолом управляемых вентилей (рио.3.1) о активной нагрузкой. На рио.3.2 предотавлены кривые токов и напряжения выпрямителя при угле управления вентилей α.



Рио.3.1. Схема управляемого моотового выпрямителя о неполным чиолом управляемых вентилей о активной нагрузкой

Ток преобразователя неоинуооидален, и он может быть разложен в ряд Фурье [12]

$$i = \frac{I_m}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left[\frac{1}{2\nu} - \frac{1}{2\nu}\cos 2\nu\alpha - \frac{1}{2\nu+2} + \frac{1}{2\nu+2}\cos(2\nu+2)\right]\cos(2\nu+1)\omega t +$$

$$+ \frac{I_m}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left[\frac{1}{2\nu}\sin 2\nu\pi - \frac{1}{2\nu}\sin 2\nu\pi + \frac{1}{2\nu+2}\sin(2\nu+2)\right]\sin(2\nu+1)\omega t\,, \tag{3.1}$$

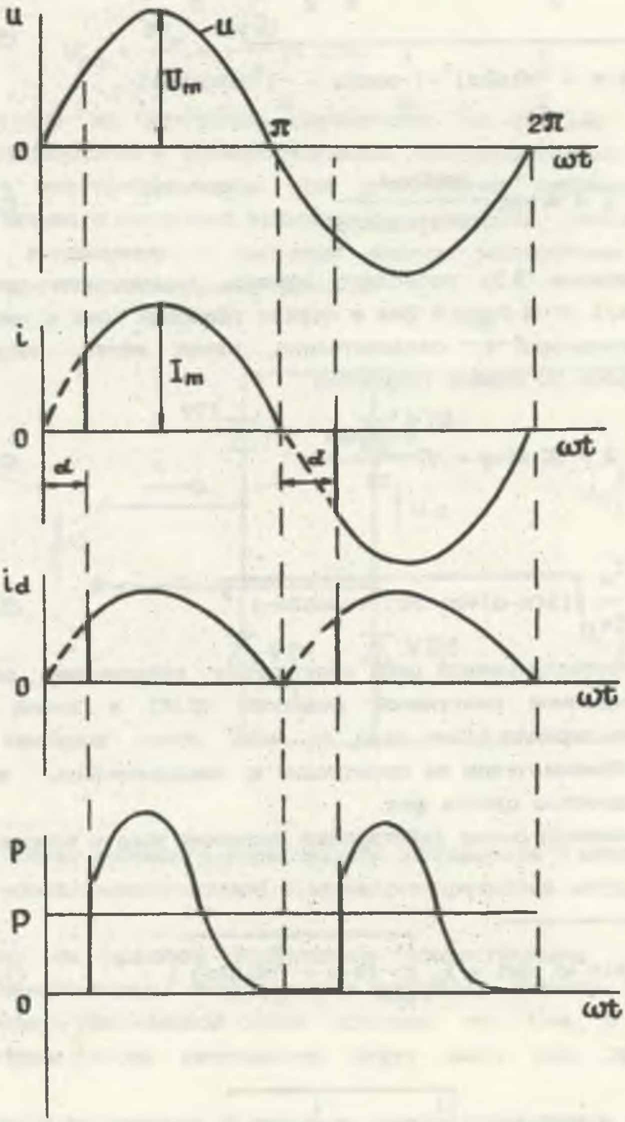


Рис.3.2. Характеристики управляемого выпрямителя с неполным числом управляемых вентилей при активной нагрузке

где

$$I_m = \frac{U_m}{R}.$$

Положив $\nu=0$, получим выражение для первой гармоники тока

$$i_1 = \frac{I_m}{\pi}(\pi-\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha)\sin\omega t + \frac{I_m}{\pi}(\frac{1}{2}\cos 2\alpha - \frac{1}{2})\cos\omega t =$$

$$= \frac{I_m}{\pi}\sqrt{(\pi-\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha)^2+(\frac{1}{2}\cos 2\alpha - \frac{1}{2})^2}\sin(\omega t+\varphi) \qquad (3.2)$$

где

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\cos 2\alpha-1}{2(\pi-\alpha)+\sin 2\alpha}. \qquad (3.3)$$

Анализ выражения (3.3) позволяет сделать вывод, что при угле управления $\alpha=0-\pi/2$ угол сдвига фаз φ первых гармоник тока и напряжения является отрицательным, а, следовательно, имеет место потребление реактивной мощности по первой гармонике

$$Q = UI_1\sin\varphi = UI\frac{1-\cos 2\alpha}{2\pi}, \qquad (3.4)$$

где

$$I_1 = \frac{I_m}{2\pi}\sqrt{(2(\pi-\alpha)+\sin 2\alpha)^2+(\cos 2\alpha-1)^2}. \qquad (3.5)$$

Так как в рассматриваемой цепи отсутствуют реактивные элементы, то значение мгновенной реактивной мощности (2.16) в любой момент времени в течение периода равно нулю, то есть обмен энергией между истоником и преобразователем не происходит и, следовательно, мощность (3.4) является мощностью сдвига фаз.

В рассматриваемой схеме действующие значения тока и напряжения на нагрузке

$$I_н = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} I_m^2\sin^2\omega t\, d\omega t} = I_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}(\pi-\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha)}; \qquad (3.6)$$

$$U_н = I_нR_н = U_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}(\pi-\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha)}. \qquad (3.7)$$

Средние значения тока и напряжения

$$I_d = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} I_m \sin\omega t \, d\omega t = \frac{I_m}{\pi}(1+\cos\alpha) ; \qquad (3.8)$$

$$U_d = I_d R = \frac{U_m}{\pi}(1+\cos\alpha) . \qquad (3.9)$$

При угле $\alpha=0$ напряжение U_d максимально

$$U_{d0} = \frac{2U_m}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \approx 0{,}9U . \qquad (3.10)$$

Как видно из диаграмм, приведенных на рис.3.2, ток нагрузки является прерывистым и несинусоидальным, что отрицательно сказывается на работе электроприемников. Для сглаживания выпрямленного тока последовательно с нагрузкой включают индуктивность. Рассмотрим схему мостового выпрямителя с неполным числом управляемых вентилей с активно-индуктивной нагрузкой (рис.3.3).

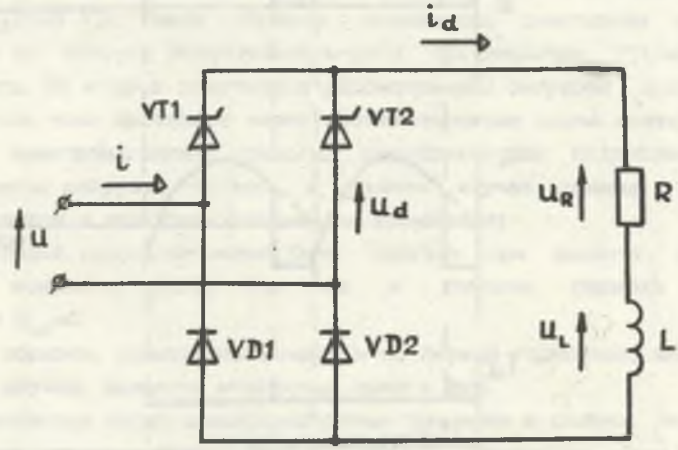


Рис.3.3. Схема мостового управляемого выпрямителя с неполным числом управляемых вентилей с активно-индуктивной нагрузкой

Обычно на практике индуктивное сопротивление сглаживающего фильтра намного больше сопротивления нагрузки, поэтому для простоты анализа работы приведенной схемы положим, что $L \to \infty$. В этом случае характеристики работы выпрямителя будут иметь вид, приведенный на рис.3.4.

Мостовой выпрямитель с неполным числом управляемых вентилей при угле регулирования $\alpha \neq 0$ является потребителем реактивной мощности по основной гармонике: первая гармоника тока i отстает от напряжения питания u на угол $\varphi=\alpha/2$. Мгновенную реактивную мощность можно определить согласно выражению (2.16)

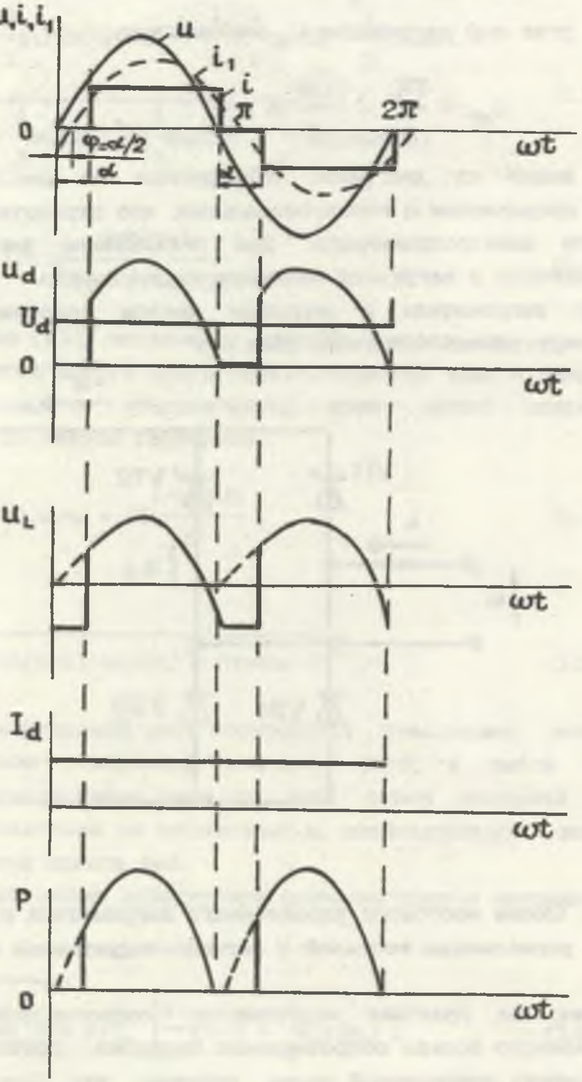


Рис.3.4. Характеристики управляемого выпрямителя с неполным числом управляемых вентилей при активно-индуктивной нагрузке (L→∞)

$$q = u_L i_L = (u_d - U_d) I_d \,, \tag{3.11}$$

где

$$U_d = U_{d0} \frac{1+\cos\alpha}{2} \,; \tag{3.12}$$

$$I_d = \frac{U_d}{R} \,. \tag{3.13}$$

Таким образом, $q \neq 0$ и в рассматриваемой схеме происходит обмен электромагнитной энергией. На интервале $\alpha-\pi$ проводят ток тиристор VT1 и диод VD2, в это же время происходит накопление энергии индуктивностью. По окончании этого интервала изменяется полярность напряжения u, что вызывает запирание диода VD2. В этот момент времени индуктивность L начинает отдавать накопленную энергию нагрузке, ток которой протекает через продолжающий быть открытым тиристор VT1 и открывшийся диод VD1. Таким образом, мгновенная реактивная мощность циркулирует по контуру индуктивность-диод VD1-тиристор VT1-нагрузка-индуктивность. Во второй полупериод рассмотренная ситуация повторяется (в этом случае токи протекают через противоположные плечи моста).

Итак, электромагнитная энергия индуктивностью потребляется из сети и отдается нагрузке, то есть в данном случае обмена энергией между источником и преобразователем не происходит.

Аналогичный результат может быть получен при расчете обменной реактивной мощности (2.25). Так как в течение периода $p(t) \geq 0$ (рис.3.4), то $Q_{об}=0$.

Таким образом, реактивная мощность по первой гармонике, как и в предыдущем случае, является мощностью сдвига фаз.

Иной характер носят электромагнитные процессы в схемах мостового управляемого выпрямителя с полным числом тиристоров (рис.3.5) и управляемого выпрямителя с нулевой точкой трансформатора (рис.3.6).

Рассматриваемые выпрямители также являются потребителями реактивной мощности по первой гармонике. Сдвиг фаз между основной гармоникой тока и напряжением составляет угол $\varphi=\alpha$, то есть при одном и том же угле управления α величина реактивной мощности, потребляемой схемами (рис.3.5, 3.6), оказывается больше, чем в схеме (рис.3.3). Мгновенная реактивная мощность, как и в предыдущем случае отлична от нуля

$$q = u_L i_L = (u_d - U_d) I_d \,, \tag{3.14}$$

где

$$U_d = U_{d0} \cos\alpha \,. \tag{3.15}$$

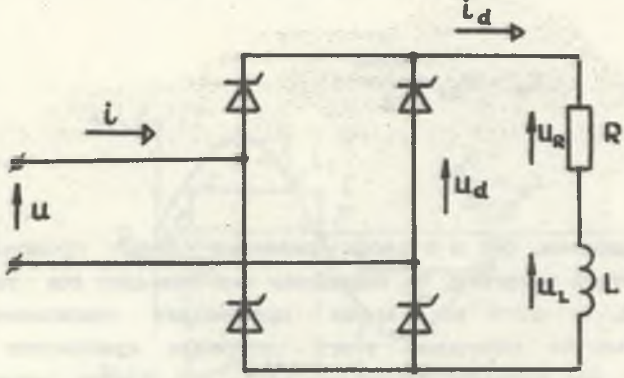


Рис.3.5. Схема управляемого мостового выпрямителя с полным числом тиристоров с активно-индуктивной нагрузкой

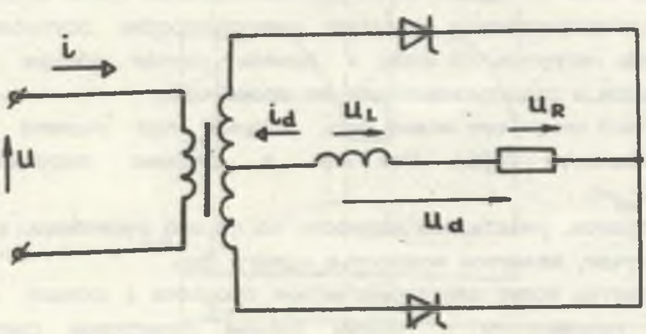


Рис.3.6. Схема управляемого выпрямителя с нулевой точкой трансформатора с активно-индуктивной нагрузкой

Однако на интервале α-я энергия, запасенная в индуктивности, передается нагрузке не через тиристоры, а через источник, то есть в данном случае происходит обмен электромагнитной энергией между преобразователем и источником энергии.

Так как мгновенная мощность меняет свой знак в течение периода (рис.3.7), то обменная реактивная мощность (2.25) отлична от нуля

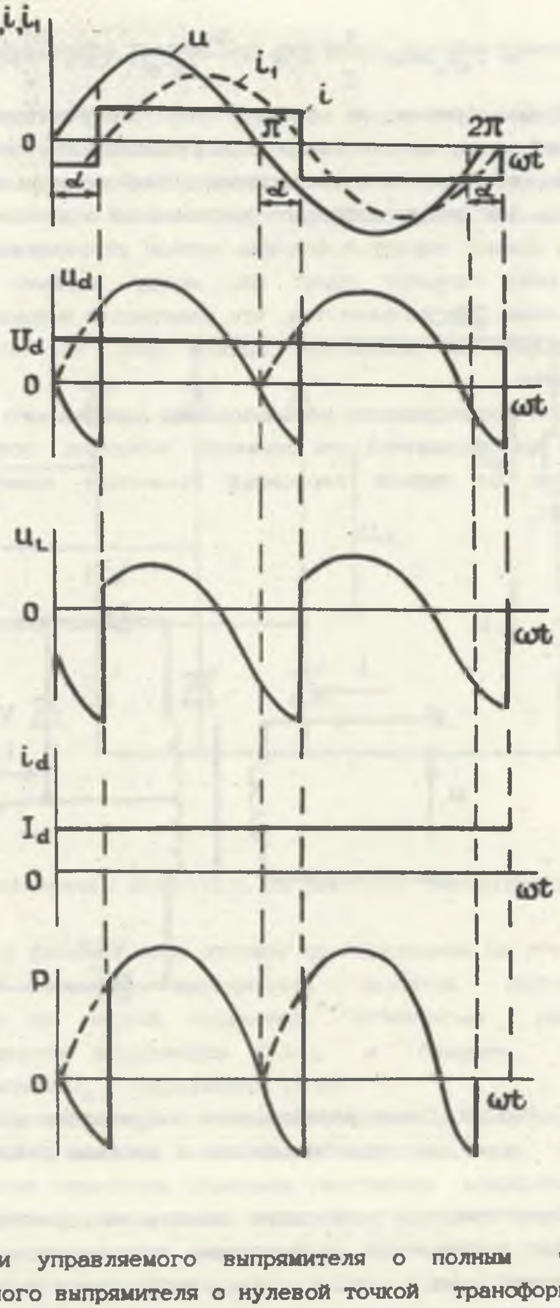


Рис.3.7. Характеристики управляемого выпрямителя с полным числом тиристоров и управляемого выпрямителя с нулевой точкой трансформатора при активно-индуктивной нагрузке ($L\to\infty$)

$$Q = \frac{\pi}{T}\int_0^{\alpha/\omega}(P-p(t))\,dt + \frac{\pi}{T}\int_{\alpha/\omega}^{T/2}(p(t)-P)\,dt =$$

$$= I_d U_m \cos\alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)P = \frac{2\alpha}{\pi} I_d U_m\left[1-\left(1-\frac{2\alpha}{\pi}\right)\cos\alpha\right]. \qquad (3.16)$$

Таким образом, в схемах этих выпрямителей отсутствует обмен энергией между источником и преобразователем только в случае $\alpha=0$. Отметим, что использование рассматриваемых схем преобразователей менее выгодно, чем схемы мостового выпрямителя с неполным числом тиристоров. В этих схемах наряду с большим числом управляемых вентилей имеет место в два раза больший сдвиг фаз между первыми гармониками тока и напряжения. Это вызвано тем, что реактивная мощность первой гармоники обусловлена как мощностью сдвига фаз, так и обменной реактивной мощностью.

При необходимости использования однофазного выпрямителя с нулевой точкой трансформатора для снижения величины потребляемой реактивной мощности по первой гармонике применяют схему с нулевым диодом (рис.3.8).

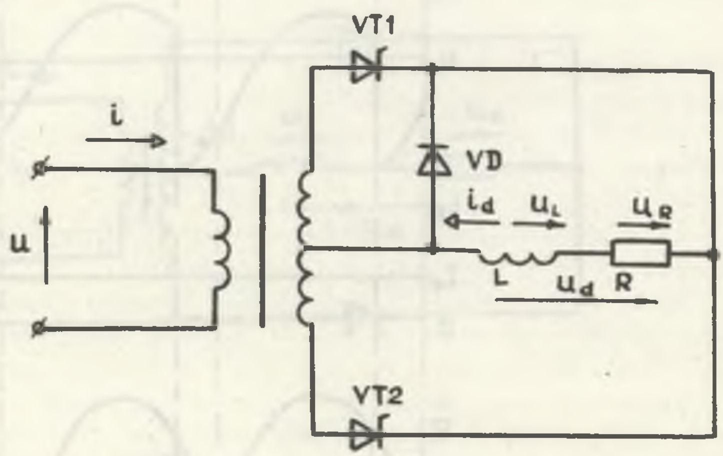


Рис.3.8. Схема управляемого выпрямителя с нулевой точкой трансформатора и нулевым диодом

Характеристики этой схемы аналогичны характеристикам управляемого мостового выпрямителя с неполным числом тиристоров и имеют вид, приведенный на рис.3.4. На интервале $\alpha-\pi$ ток, запасенный индуктивностью, проходит через диод VD, минуя контур вторичной обмотки трансформатора, то есть здесь так же отсутствует обмен энергией между выпрямителем и источником питания.

3.2. Реактивная мощность трехфазных мостовых преобразователей

Рассмотрим работу мостового управляемого выпрямителя трехфазного тока (рис.3.9). Для простоты анализа рассмотрим характеристики выпрямителя для одной фазы. На рис.3.10 приведены кривые напряжения и тока трехфазного выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке и $L\to\infty$.

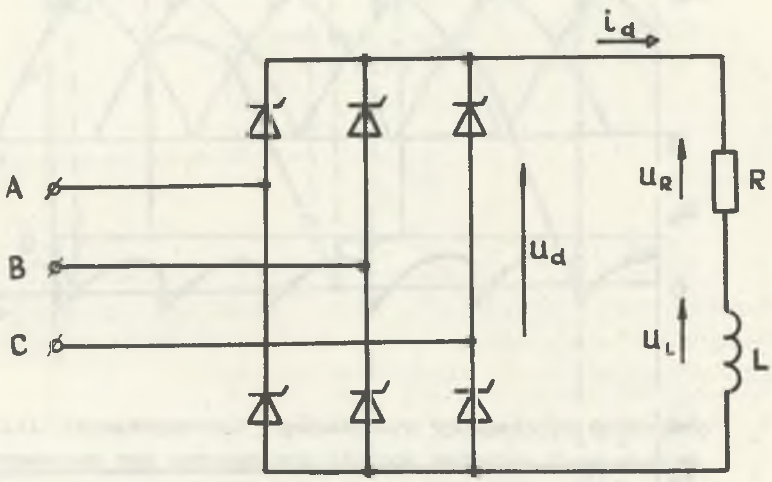


Рис.3.9. Схема управляемого мостового выпрямителя трехфазного тока

Первая гармоника фазного тока отстает от напряжения на угол $\varphi=\alpha$, то есть трехфазный мостовой выпрямитель является потребителем реактивной мощности по первой гармонике. Мгновенная реактивная мощность q определяется выражением (3.14), а среднее значение выпрямленного напряжения U_d - выражением (3.15).

При угле управления $\alpha=0-\pi/6$ мгновенная мощность p преобразователя остается положительной и энергия, запасенная индуктивностью, отдается нагрузке через открытые тиристоры. Обменная реактивная мощность (2.25) $Q_{об}=0$. Реактивная мощность по основной гармонике определяется в этом случае исключительно мощностью сдвига фаз. При угле управления $\alpha=\pi/6-\pi/2$ в кривой мгновенной мощности p появляются участки отрицательной полярности (рис.3.11), что говорит об обмене энергией

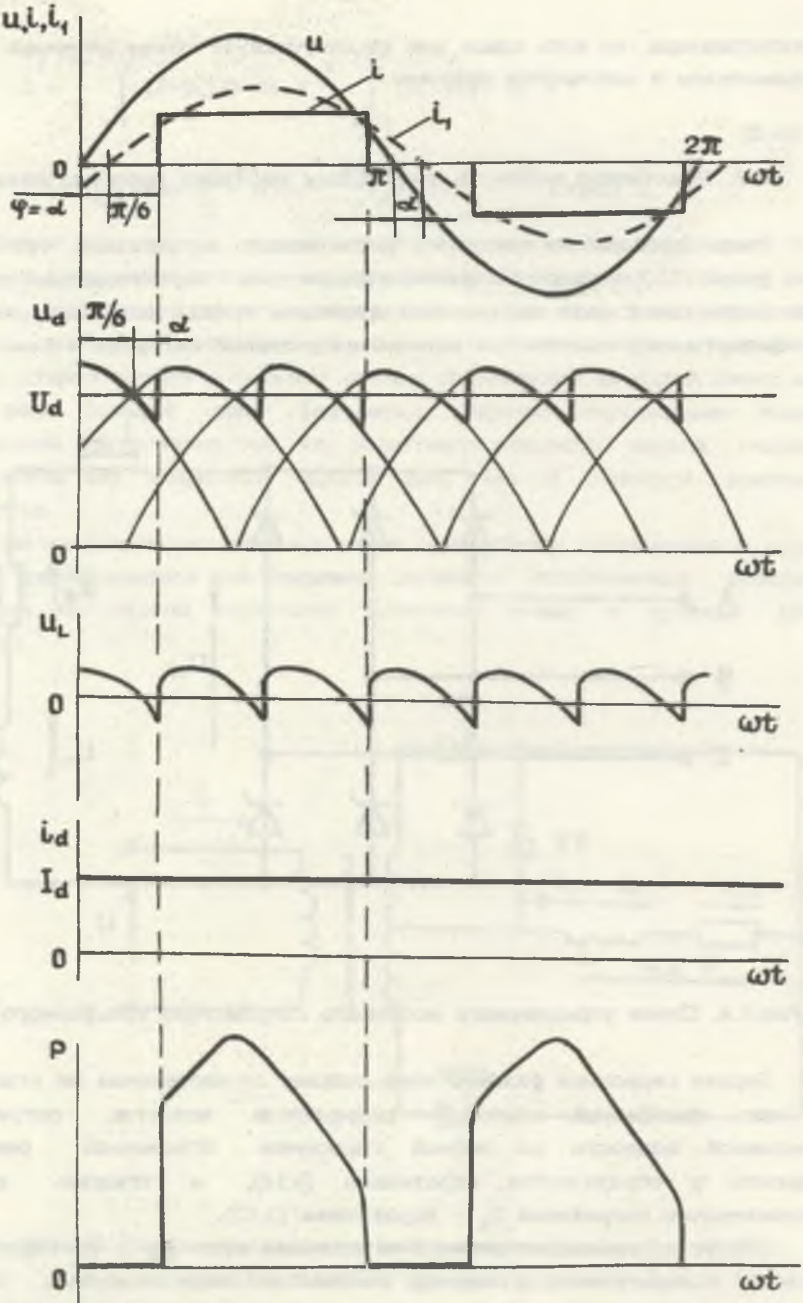


Рис.3.10. Характеристики управляемого мостового выпрямителя трехфазного тока при активно-индуктивной нагрузке ($L\to\infty$)

между нагрузкой и источником. При таком диапазоне изменения угла управления тиристоров энергия, запасенная индуктивностью, отдается нагрузке не через тиристоры, а через источник питания.

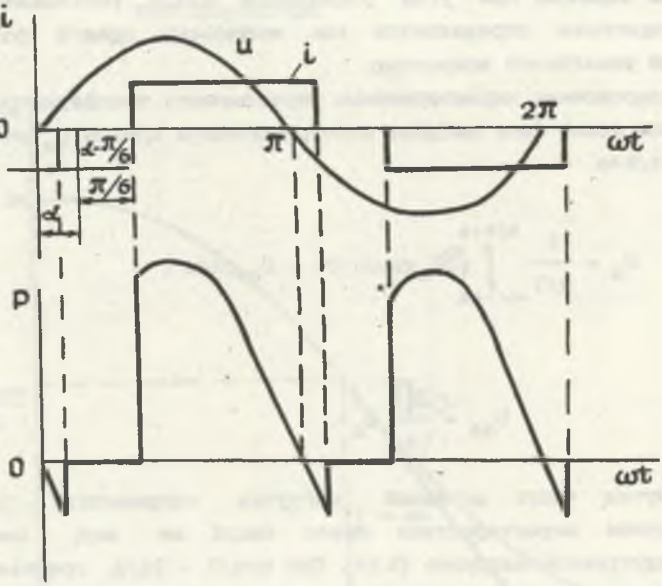


Рис.3.11. Характеристики управляемого трехфазного мостового выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке ($L\to\infty$) и угле управления $\alpha=\pi/6 - \pi/2$

Обменная реактивная мощность (2.25) при угле управления $\alpha>\pi/6$

$$Q = \frac{3\pi}{T}\int\limits_{\frac{\pi/6+\alpha}{\omega}}^{\pi/\omega} I_d U_m \sin\omega t\, dt - \frac{3\pi}{T}\int\limits_{\pi/\omega}^{\frac{5\pi/6+\alpha}{\omega}} I_d U_m \sin\omega t\, dt -$$

$$- \frac{3\pi}{T}\int\limits_{\frac{\alpha-\pi/6}{\omega}}^{\pi/\omega} P\, dt + \frac{3\pi}{T}\int\limits_{\pi/\omega}^{\frac{5\pi/6+\alpha}{\omega}} P\, dt = 3[I_d U_m(1 - \frac{1}{2}\sin\alpha)- \qquad (3.17)$$

$$- P(\frac{2\pi}{3} - \alpha)] = 3 I_d U_m[1 - \frac{1}{2}\sin\alpha - (\frac{2}{3} - \frac{\alpha}{\pi})\sqrt{3}\cos\alpha] ,$$

где

$$P = \frac{2}{T}\int\limits_{\frac{\pi/6+\alpha}{\omega}}^{\frac{5\pi/6+\alpha}{\omega}} I_d U_m \sin\omega t \, dt = \frac{\sqrt{3}}{\pi} I_d U_m \cos\alpha . \qquad (3.18)$$

Таким образом, при угле управления $\alpha > \pi/6$ реактивная мощность первой гармоники определяется как мощностью сдвига фаз, так и мгновенной реактивной мощностью.

Регулировочная характеристика управляемого трехфазного мостового выпрямителя может быть найдена интегрированием кривой u_d на интервале $-\pi/6+\alpha$ – $\pi/6+\alpha$

$$U_d = \frac{1}{\pi/3}\int\limits_{-\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha} \sqrt{3}U_m \sin\omega t \, dt = U_{d0}\cos\alpha , \qquad (3.19)$$

где

$$U_{d0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} U_m .$$

В случае чисто активной нагрузки выпрямителя при $\alpha < \pi/3$ регулировочная характеристика имеет такой же вид, как и при активно-индуктивной нагрузке (3.19). При $\alpha = \pi/3$ – $2\pi/3$ среднее значение выпрямленного напряжения определяется выражением

$$U_d = \frac{1}{\pi/3}\int\limits_{\pi/3+\alpha}^{\pi} \sqrt{3}U_m \sin\omega t \, dt = U_{d0}[1+\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha)] . \qquad (3.20)$$

Регулировочная характеристика выпрямителя для случаев $L=0$ и $L \to \infty$ приведена на рис.3.12.

Анализ приведенных схем одно- и трехфазных выпрямителей проводился без учета влияния индуктивностей рассеяния первичной и вторичной обмоток трансформатора, а также индуктивности питающей сети. Индуктивности рассеяния сказываются на процессе перехода тока нагрузки с одного вентиля выпрямителя на другой. В выпрямителях малой мощности ввиду малого значения индуктивности рассеяния коммутацию тока считают мгновенной и в расчетах не учитывают. В выпрямителях большой мощности коммутация тока может занимать значительный промежуток времени и оказывать существенное влияние на работу выпрямителя.

Индуктивности рассеяния первичной L_{s1} и вторичной L_{s2} обмоток трансформатора и индуктивность питающей сети L_c учитываются суммарным индуктивным сопротивлением x_a, приведенным к вторичной обмотке трансформатора

$$x_a = \omega L_a = \omega[L_{s2}+(L_{s1}+L_c)(\frac{W_1}{W_2})^2] , \qquad (3.21)$$

где W_1, W_2 – число витков первичной и вторичной обмоток трансформатора.

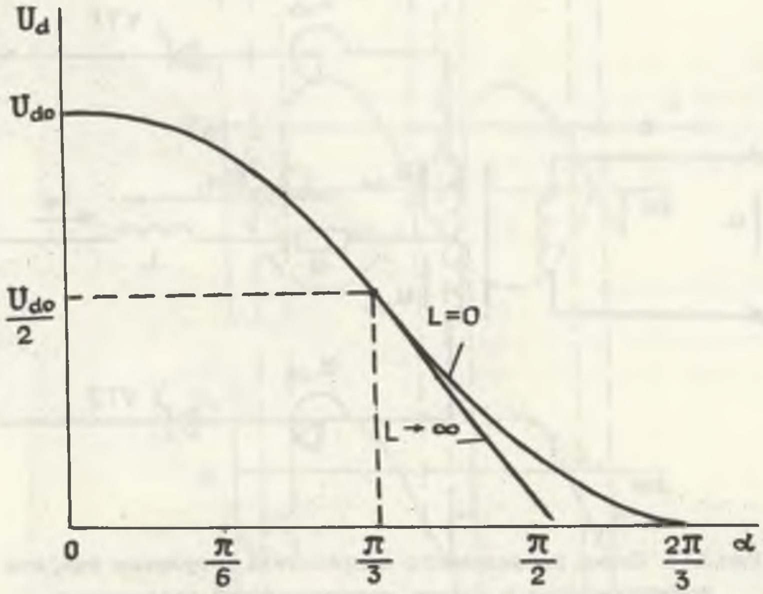


Рис.3.12. Регулировочные характеристики управляемого мостового выпрямителя при L=0 и L→∞

Рассмотрим процесс коммутации для однофазного управляемого выпрямителя с нулевым выводом (рис.3.13) при активно-индуктивной нагрузке (L→∞). Во время коммутации тиристоры VT1 и VT2 за счет наличия индуктивностей x_{a1}, x_{a2} оказываются открытыми и создают короткозамкнутый контур для последовательно соединенных вторичных обмоток трансформатора с суммарным напряжением $u_{2-1}+u_{2-2}$ и сопротивлением $x_{a1}+x_{a2}$. На интервале коммутаций γ напряжение u_d определяется следующим образом

$$u_d = \frac{u_{2-1}+u_{2-2}}{2} . \qquad (3.22)$$

Так как относительно нулевого вывода $u_{2-1}=-u_{2-2}$, то на интервале γ u_d=0 (рис.3.14). В связи с этим напряжение U_d оказывается меньше, чем при γ=0

$$U_d = U_{d0}\cos\alpha-\Delta U_{d\gamma} , \qquad (3.23)$$

где

$$\Delta U_{d\gamma} = \frac{1}{\pi}\int\limits_{\alpha}^{\alpha+\gamma} U_{m2}\sin\omega t\, d\omega t = \frac{U_{m2}}{\pi}\,[\cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma)]\ . \tag{3.24}$$

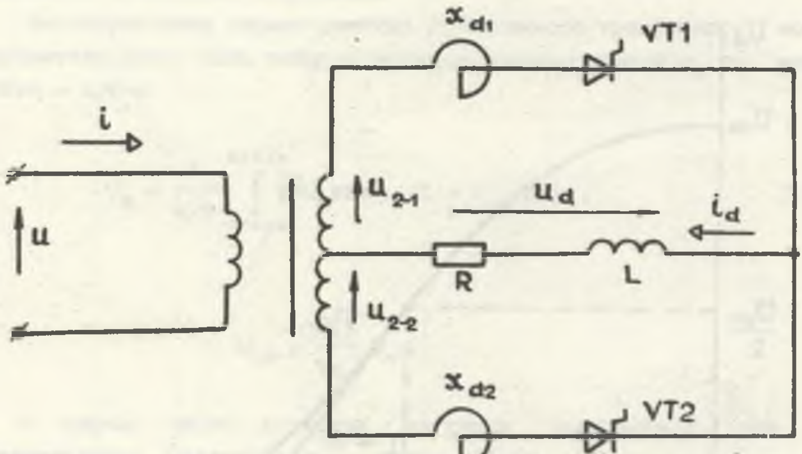


Рис.3.13. Схема управляемого выпрямителя с нулевым выводом трансформатора и учетом индуктивностей рассеивания

Анализ переходного процесса во время интервала коммутации γ позволяет определить величину отклонения напряжения $\Delta U_{d\gamma}$

$$\Delta U_{d\gamma} = \frac{I_d x_a}{\pi}\ , \tag{3.25}$$

где

$$x_a = x_1 = x_2\ .$$

Таким образом, регулировочная характеристика выпрямителя имеет следующий вид

$$U_d = U_{d0}\cos\alpha - \frac{I_d x_a}{\pi}\ . \tag{3.26}$$

Угол коммутации γ может быть определен из выражения

$$\gamma = \arccos[\cos\alpha - \frac{I_d x_a}{\sqrt{2}U_2}\,] - \alpha\ . \tag{3.27}$$

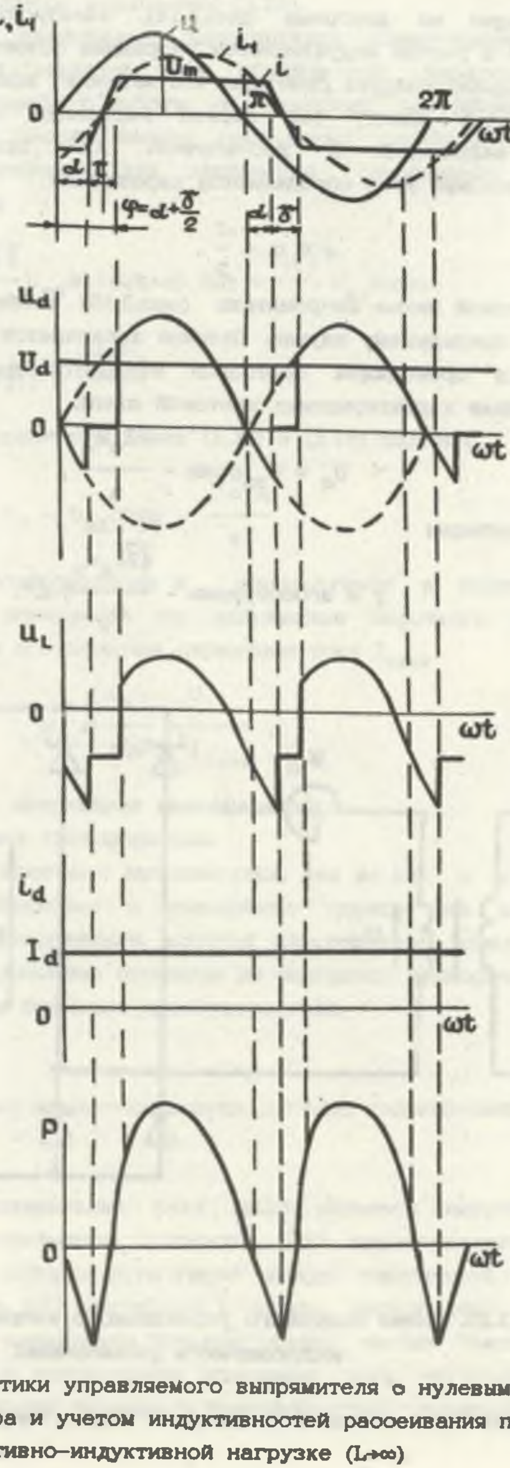


Рис.3.14. Характеристики управляемого выпрямителя с нулевым выводом трансформатора и учетом индуктивностей рассеивания при активно-индуктивной нагрузке (L→∞)

Как видно из диаграмм (рис.3.14), электромагнитные процессы в выпрямителе с учетом индуктивности рассеяния остаются теми же, что и при $x_a=0$. Однако следует отметить, что явление коммутации приводит к дополнительному сдвигу фаз первой гармоники тока выпрямителя и питающего напряжения. С достаточной для практических расчетов точностью фазовый угол определяется выражением

$$\varphi = \alpha + \frac{\gamma}{2} . \tag{3.28}$$

В мостовой схеме выпрямителя (рис.3.15) коммутационные процессы аналогичны предыдущему случаю. Отличие заключается в том, что в период коммутации в проводящем состоянии находятся все четыре тиристора. Регулировочная характеристика мостовой схемы

$$U_d = U_{d0}\cos\alpha - \frac{2I_d x_a}{\pi} , \tag{3.29}$$

а угол коммутации

$$\gamma = \arccos[\cos\alpha - \frac{\sqrt{2}I_d x_a}{U_2}]-\alpha . \tag{3.30}$$

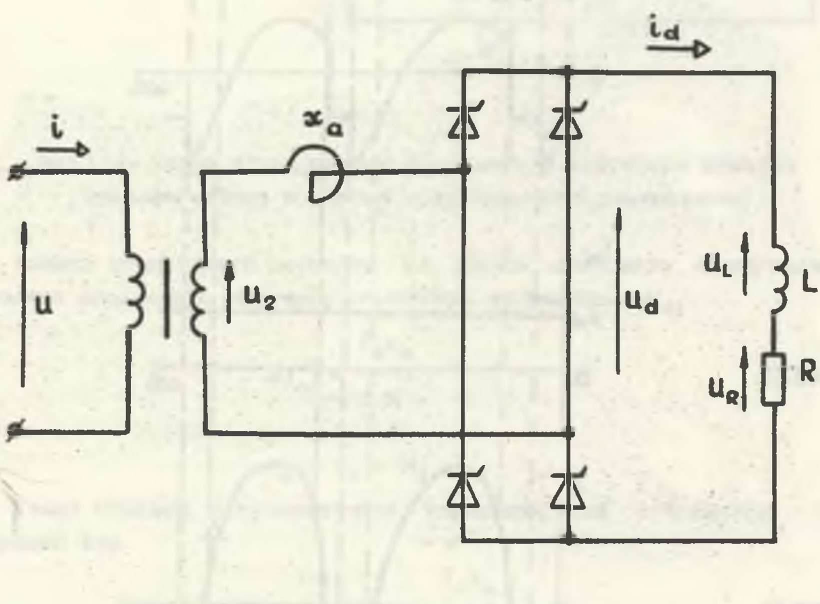


Рис.3.15. Схема мостового управляемого выпрямителя с учетом индуктивности рассеивания

Фазовый сдвиг первой гармоники тока выпрямителя и питающего напряжения определяется выражением (3.28).

В трехфазных управляемых выпрямителях коммутационные процессы носят аналогичный характер. Они обусловлены переходом тока с тиристора, заканчивающего работу, на тиристор, вступающий в работу. Среднее значение выпрямленного напряжения определяется выражением (3.23). Однако выражение для отклонения напряжения $\Delta U_{d\gamma}$ имеет несколько иной вид

$$\Delta U_{d\gamma} = \frac{3}{\pi} \int\limits_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \frac{\sqrt{3}}{2} U_{m2} \sin(\omega t+\alpha)\, d\omega t = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} U_{m2}(\cos\alpha -$$

$$- \cos(\alpha+\gamma)) = \frac{3 I_d x_a}{\pi} \, . \qquad (3.31)$$

После подстановки выражения (3.31) в (3.19) получим

$$U_d = U_{d0}\cos\alpha - \frac{3 I_d x_a}{\pi} \, . \qquad (3.32)$$

Индуктивное сопротивление x_a, используемое в приведенных выше выражениях, можно определить по напряжению короткого замыкания $u_к$ трансформатора при номинальном первичном токе $I_{1ном}$

$$x_a = \frac{u_к}{100} \frac{U_1}{n^2 I_{1ном}} \, , \qquad (3.33)$$

где U_1 – первичное напряжение трансформатора;

n – коэффициент трансформации.

В трехфазных мостовых выпрямителях, так же как и в однофазных, коммутация тока приводит к увеличению сдвига фаз между первой гармоникой тока и напряжением, который определяется выражением (3.28). В остальном коммутационные процессы не оказывают существенного влияния на электромагнитные процессы преобразователя.

3.3. Реактивная мощность в сетях дуговых сталеплавильных печей

Дуговые сталеплавильные печи (ДСП) являются потребителями как активной, так и реактивной мощности. ДСП представляют собой печи прямого нагрева, в которых дуга горит между электродом и металлом. Наибольшую мощность ДСП потребляет в период расплавления металла. В этот период работы характерно большое число частых эксплуатационных коротких замыканий и значительные искажения тока нагрузки. С ростом емкости печи и мощности питающего трансформатора происходит снижение коэффициента мощности. Так, в ДСП-10 и ДСП-20 $\cos\varphi$=0,75-0,88, а в ДСП-100 и ДСП-200 коэффициент мощности составляет 0,72-0,73 [13]. Ожидаемый коэффициент мощности печи ДСП-300(400) составляет 0,6-0,65. Потребление печью реактивной мощности происходит неравномерно, что существенно влияет на уровень колебаний напряжения в питающей сети. Диапазон частоты колебаний напряжения находится в пределах 0,1-25 Гц.

Уровень гармоник, генерируемых ДСП, обычно оказывается в 3-4 раза меньше, чем у вентильных преобразователей. Характерная осциллограмма тока ДСП приведена на рис.3.16.

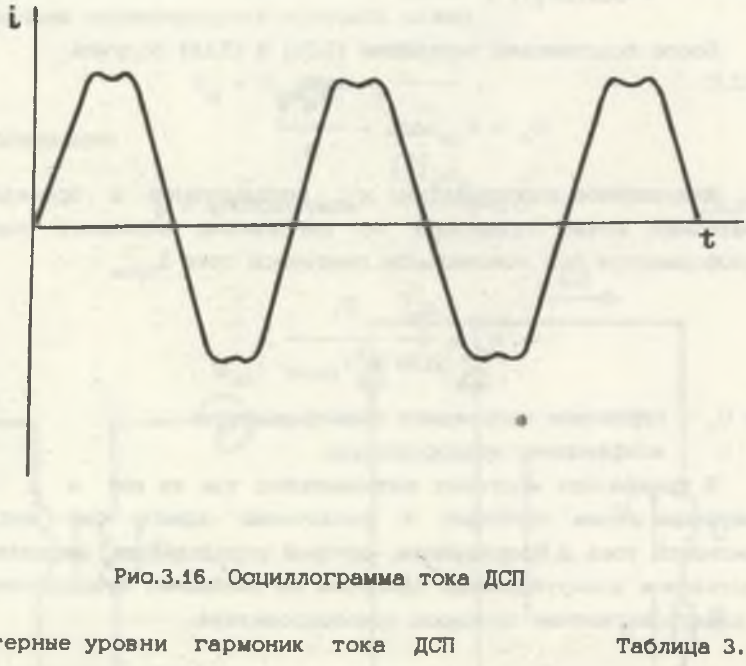


Рис.3.16. Осциллограмма тока ДСП

Характерные уровни гармоник тока ДСП приведены в табл.3.1 [60].

Таблица 3.1

ν	I_ν/I_1,%
2	7,0
3	5,0
4	3,0
5	5,0
7	2,7
9	0,8

Приведенные уровни гармоник относятся к периоду расплавления. В другие периоды плавки (окисление, рафинирование) содержание гармоник в кривой тока значительно уменьшается.

Упрощенная схема замещения короткой сети ДСП состоит из последовательно включенных линейных активного r и реактивного x сопротивлений короткой сети и нелинейного активного сопротивления дуги $R_д$ (рис.3.17).

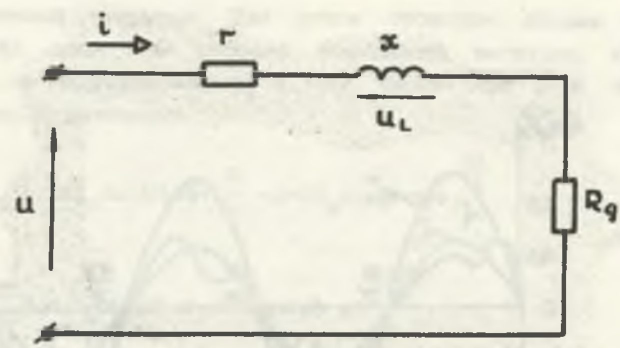


Рис.3.17. Схема замещения короткой сети ДСП

Для приведенной схемы замещения мгновенную мощность можно определить по выражению (2.16)

$$q = u_L i = \frac{x}{\omega} i \frac{di}{dt} . \tag{3.34}$$

Полагая

$$i = \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{m\nu} \sin(\nu\omega t + \psi_\nu) , \tag{3.35}$$

получим

$$q = 2I_1^2 x \left(\sum_{\nu=1}^{\infty} I_\nu^* \sin(\nu\omega t+\psi_\nu)\right)\left(\sum_{\nu=1}^{\infty} \nu I_\nu^* \cos(\nu\omega t+\psi_\nu)\right) . \tag{3.36}$$

На рис.3.18 приведены относительные значения мгновенной реактивной мощности печи $q^*=q/I_1^2x$ и мгновенной реактивной мощности по первой гармонике $q_1^*=q_1/I_1^2x=\sin 2\omega t$ при процентном содержании высших гармоник, приведенном в табл.3.1. Как видно из приведенного рисунка, значение мгновенной мощности q^* существенно отличается от мощности q_1^*.Следовательно, при таком уровне высших гармоник реактивную мощность, потребляемую ДСП, необходимо определять с учетом несинусоидальности кривой тока. Мгновенная реактивная мощность q^* хорошо аппроксимируется эквивалентной синусоидой $q_э^*$, амплитуду которой можно определить из равенства площадей под этими кривыми [69]

$$q_э^* = \left(\frac{\pi}{2T} \int_0^T |q^*|\, dt\right) \sin 2\omega t . \tag{3.37}$$

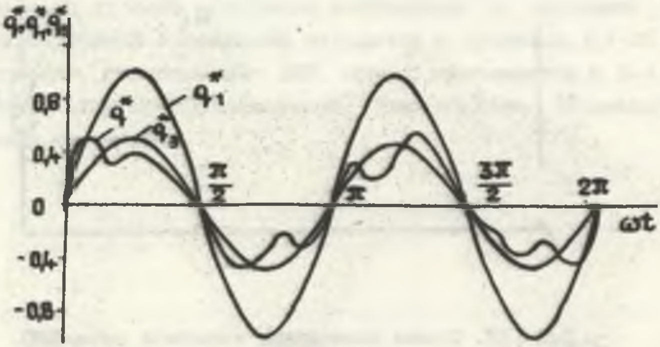


Рис.3.18. Графики мгновенных реактивных мощностей ДСП

Учитывая, что среднее значение q^* равно нулю, то эквивалентную мощность $q_э^*$ можно определить интегрированием за четверть периода q^*. Однако следует учитывать, что интегрирование необходимо начинать в момент времени t, когда фаза q равна нулю

$$q_э^* = (\frac{2\pi}{T}\int_0^{T/4} q^* dt)\sin 2\omega t . \tag{3.38}$$

Расчет по этому выражению дает значение эквивалентной мгновенной реактивной мощности

$$q_э^* = 0,474\sin 2\omega t . \tag{3.39}$$

По этому выражению можно определить эквиалентное значение реактивной мощности, потребляемой печью, приведенной к основной гармонике

$$Q_э = 0,474 I_1^2 x . \tag{3.40}$$

Таким образом, при приведенном в табл.3.1 уровне гармоник тока реактивная мощность, потребляемая печью, более чем в 2 раза меньше реактивной мощности первой гармоники.

Рассмотрим вопрос определения реактивной мощности ДСП как резкопеременной нагрузки. Для этого проведем анализ переходного процесса RL цепи при набросе реактивной нагрузки. Как известно, напряжение на индуктивности u_L и ток через нее i в общем случае определяются выражениями

$$u_L = \omega L I_m \sin(\omega t+\psi+\frac{\pi}{2}-\varphi)+RI_m \sin(\psi-\varphi)e^{-\frac{tR}{L}} ; \tag{3.41}$$

$$i = I_m \sin(\omega t+\psi-\varphi)-I_m \sin(\psi-\varphi)e^{-\frac{tR}{L}} , \tag{3.42}$$

где ψ – начальная фаза напряжения;

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R} . \tag{3.43}$$

Начальные значения свободных составляющих напряжения и тока будут максимальными при $\psi-\varphi=\pm\pi/2$. В этом случае для мгновенной реактивной мощности можно записать

$$q = -\omega L I^2[\sin 2\omega t-(\frac{R}{\omega L}\cos\omega t+\sin\omega t)e^{-\frac{tR}{L}} + \frac{R}{L} e^{-\frac{2tR}{L}}] . \tag{3.44}$$

Анализ этого выражения показывает, что уже через 0,1–0,3 периода мгновенная мощность q переходного процесса практически не отличается от мгновенной реактивной мощности установившегося режима

$$q_{уст} = -\omega L I^2 \sin 2\omega t . \tag{3.45}$$

Исходя из этого, при расчетах колебаний напряжения в сетях с ДСП, а также выборе средств компенсации реактивной мощности ее допустимо определять в установившемся режиме; при этом переходными процессами можно пренебречь.

Как известно ДСП является существенно несимметричной нагрузкой. Реактивная мощность печи при несимметричной загрузке фаз

$$Q(t) = Q_A(t)+Q_B(t)+Q_C(t) . \tag{3.46}$$

Реактивные мощности отдельных фаз ввиду вероятностного характера изменения токов представляют собой случайные функции. Математическое ожидание реактивной мощности m_Q равно сумме математических ожиданий мощностей отдельных фаз

$$m_Q = m_{QA}+m_{QB}+m_{QC} . \tag{3.47}$$

Процессы изменения реактивных мощностей отдельных фаз являются коррелированными, поэтому дисперсия реактивной мощности печи определяется с учетом коэффициентов взаимной корреляции мощностей фаз

$$D_Q = D_{QA}+D_{QB}+D_{QC}+2(D_{QAB}+D_{QBC}+D_{QCA}) . \qquad (3.48)$$

Анализ взаимных корреляционных функций мощностей отдельных фаз [53] показал, что нормированные коэффициенты взаимной корреляции в течение плавки практически постоянны и равны $\rho_{AB}=\rho_{BC}=\rho_{CA}=0,9$. В ДСП даже при симметричном питающем напряжении мощности дуг оказываются различными. Это обусловлено как несимметрией короткой сети, так и влиянием различных случайных факторов, что приводит к переносу мощности из одной крайней фазы в другую. В результате одна из дуг будет иметь пониженные напряжение и мощность (так называемая "мертвая" фаза), а другая, наоборот, повышенные ("дикая" фаза).

В таблице 3.2 приведены математические ожидания $m_м^*$, $m_с^*$, $m_д^*$ и среднеквадратические отклонения $\sigma_м^*$, $\sigma_с^*$, $\sigma_д^*$ мощностей "мертвой", "средней" и "дикой" фаз в относительных единицах (принято $m_с^*=1$; $\sigma_с^*=1$) для ДСП-200. Математические ожидания и среднеквадратические отклонения реактивных мощностей "мертвой" и "дикой" фаз ДСП-200 в среднем определяются по выражениям

$$m_м^* = 0,94m_с^* ; \qquad \sigma_м^* = 1,12\sigma_с^* ;$$
$$m_д^* = 1,02m_с^* ; \qquad \sigma_д^* = 0,96\sigma_с^* \qquad (3.49)$$

Таблица 3.2

Фаза		Проплавление первых колодцев	После первого поворота ванны	После второго поворота ванны	Обвалы шихты	После подвалки шихты	Окончание расплавления	Среднее значение
"мертвая"	$m_м^*$	0,95	0,85	0,99	0,95	0,94	0,94	0,94
	$\sigma_м^*$	0,67	0,94	0,66	1,16	1,19	2,08	1,12
"средняя"	$m_с^*$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\sigma_с^*$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
"дикая"	$m_д^*$	1,01	1,01	1,04	1,03	1,01	1,02	1,02
	$\sigma_д^*$	1,13	0,84	0,71	0,78	0,93	1,30	0,96

В таблице 3.3 приведены аналогичные характеристики для ДСП-100, а в таблице 3.4 – для ДСП-20.

Таблица 3.3

Фаза		Проплавление первых колодцев	После первого поворота ванны	После подвалки шихты	Среднее значение
"мертвая"	$m^*_м$	0,93	0,91	0,92	0,92
	$\sigma^*_м$	1,11	1,03	1,09	1,02
"средняя"	$m^*_с$	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\sigma^*_с$	1,00	1,00	1,00	1,00
"дикая"	$m^*_д$	1,02	1,02	1,01	1,02
	$\sigma^*_д$	0,97	1,08	0,93	0,99

Таблица 3.4

Фаза		Проплавление колодцев	Обвалы шихты	Среднее значение
"мертвая"	$m^*_м$	0,89	0,93	0,91
	$\sigma^*_м$	1,08	1,13	1,11
"средняя"	$m^*_с$	1,00	1,00	1,00
	$\sigma^*_с$	1,00	1,00	1,00
"дикая"	$m^*_д$	1,01	1,07	1,04
	$\sigma^*_д$	1,20	1,01	1,11

Числовые характеристики реактивной мощности "мертвой" и "дикой" фаз в среднем для ДСП-100

$$m_м^* = 0{,}92m_с^* ; \qquad \sigma_м^* = 1{,}02\sigma_с^* ;$$
$$m_д^* = 1{,}02m_с^* ; \qquad \sigma_д^* = 0{,}99\sigma_с^* , \tag{3.50}$$

а для ДСП-20

$$m_м^* = 0{,}91m_с^* ; \qquad \sigma_м^* = 1{,}11\sigma_с^* ;$$
$$m_д^* = 1{,}04m_с^* ; \qquad \sigma_д^* = 1{,}11\sigma_с^* . \tag{3.51}$$

Анализ работы дуговых электропечей показывает, что в большинотве олучаев закон распределения тока являетоя нормальным. Макоимальное значение реактивной мощнооти печи имеет меото во время экоплуатационного короткого замыкания

$$Q_{max} = k_{экз}S_{пт}\sin\varphi \approx k_{экз}S_{пт} , \tag{3.52}$$

где $k_{экз}$ – коэффициент экоплуатационного короткого замыкания печи (табл.3.5).

В ооответотвии о законом распределения нагрузки ДСП по макоимальному Q_{max} и минимальному Q_{min}=0 значениям реактивной мощнооти можно определить ее математичеокое ожидание и оредне квадратичеокое отклонение

Таблица 3.5

Емкооть печи	$k_{экз}$
0,5- 6,0	3,0-3,5
10,0- 50,0	2,5-3,2
80,0-200,0	1,5-2,3

$$m_Q = \frac{Q_{max}+Q_{min}}{2} = 0{,}5k_{экз}S_{пт} ; \tag{3.53}$$

$$\sigma_Q = \frac{Q_{max}-Q_{min}}{6} = 0{,}17k_{экз}S_{пт} . \tag{3.54}$$

С другой стороны, в ооответотвии о (3.47) и (3.48)

$$m_Q = (1+m_м^*+m_д^*)m_{Qс} ; \tag{3.55}$$

$$D_Q = [1+(\sigma_м^*)^2+(\sigma_д^*)^2+1{,}8(\sigma_м^*\sigma_д^*+\sigma_м^*+\sigma_д^*)]D_{Qс} . \tag{3.56}$$

Отоюда можно получить выражения для чиоловых характериотик реактивных мощноотей "мертвой", "оредней" и "дикой" фаз ДСП-200

$$m_{Qм} = 0{,}16k_{экз}S_{пт} ; \qquad \sigma_{Qм} = 0{,}064k_{экз}S_{пт} ;$$
$$m_{Qс} = 0{,}17k_{экз}S_{пт} ; \qquad \sigma_{Qс} = 0{,}057k_{экз}S_{пт} ; \tag{3.57}$$
$$m_{Qд} = 0{,}17k_{экз}S_{пт} ; \qquad \sigma_{Qд} = 0{,}055k_{экз}S_{пт} .$$

Аналогичный раочет для ДСП-100 дает оледующие результаты

$$m_{Q\text{м}} = 0{,}16k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{м}} = 0{,}060k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,;$$

$$m_{Q\text{с}} = 0{,}17k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{с}} = 0{,}059k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad (3.58)$$

$$m_{Q\text{л}} = 0{,}17k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{л}} = 0{,}059k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,,$$

а для ДСП-20 –

$$m_{Q\text{м}} = 0{,}15k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{м}} = 0{,}061k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,;$$

$$m_{Q\text{с}} = 0{,}17k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{с}} = 0{,}036k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad (3.59)$$

$$m_{Q\text{л}} = 0{,}18k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,; \qquad \sigma_{Q\text{л}} = 0{,}061k_{\text{экв}}S_{\text{пт}}\,.$$

Зная мощность печного трансформатора и кратность тока эксплуатационного короткого замыкания печи, по приведенным выражениям можно рассчитать числовые характеристики реактивных мощностей фаз печи с учетом их несимметрии.

3.4. Выводы

1. Вентильные преобразователи с активной нагрузкой при угле управления $\alpha \neq 0$ являются потребителями реактивной мощности по первой гармонике. Мгновенная реактивная мощность такой нагрузки равна нулю, то есть обмен энергией между источником и преобразователем не происходит, и эта реактивная мощность является мощностью сдвига фаз.

2. В преобразователях с активно-индуктивной нагрузкой процессы обмена электромагнитной энергией зависят от схемы преобразователя. В схемах преобразователей, в которых нет контура замыкания тока, запасенного индуктивностью, то есть когда ток замыкается через источник (мостовая схема с полным числом управляемых вентилей, управляемый выпрямитель с нулевой точкой трансформатора), мгновенная реактивная мощность отлична от нуля. Если в преобразователе есть контур замыкания тока, запасенного индуктивностью (мостовая схема с неполным числом управляемых вентилей, схема управляемого выпрямителя с нулевой точкой трансформатора с нулевым диодом), то мгновенная реактивная мощность преобразователя равна нулю.

3. В мостовом выпрямителе трехфазного тока при угле управления $\alpha = 0 - \pi/6$ мгновенная реактивная мощность равна нулю, а при угле $\alpha = \pi/6 - \pi/2$ она становится отличной от нуля. Таким образом, обмен электромагнитной энергией между преобразователем и сетью происходит при угле управления $\alpha > \pi/6$.

4. Реактивная мощность ДСП основной гармоники существенно отличается от реактивной мощности, полученной путем эквивалентирования

мгновенной реактивной мощности, что обусловлено достаточно большими значениями токов высших гармоник.

5. При расчетах колебаний напряжения в сетях с ДСП, а также при выборе средств компенсации реактивной мощности ее допустимо определять в установившемся режиме.

4. ПРИНЦИПЫ КОМПЕНСАЦИИ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

4.1. Компенсация реактивной мощности в сетях с высшими гармониками

Компенсация реактивной мощности в настоящее время производится в соответствии с принятыми Главгосэнергонадзором "Указаниями по проектированию компенсации реактивной мощности в электрических сетях промышленных предприятий" [24]. В Указаниях отдельно рассматриваются вопросы компенсации реактивной мощности в электрических сетях общего назначения и в электрических сетях со специфическими нагрузками. Под специфическими нагрузками наряду с несимметричными и резкопеременными понимаются и нелинейные нагрузки, обусловливающие искажения формы кривых токов и напряжений.

Выбор средств компенсации реактивной мощности для нелинейных нагрузок (за исключением вентильных преобразователей при $S_{кз}/S_{нл} \geq 100$, а для вентильных преобразователей при $S_{кз}/S_{нл} \geq 200$) производится как и для электрических сетей общего назначения. Здесь $S_{кз}$ - мощность короткого замыкания; $S_{нл}$ - суммарная мощность нелинейной нагрузки. При несоблюдении указанных условий требуется проверка батарей конденсаторов (БК) по условию перегрузки токами высших гармоник. При коэффициенте несинусоидальности менее 5% рекомендуется применять БК с защитным реактором или фильтром. Если коэффициент несинусоидальности более 5%, требуется применение фильтров высших гармоник. Однако мощность компенсирующих устройств во всех случаях предполагается определять так же, как и для линейных нагрузок. При этом не ясно учитываются ли высшие гармоники при расчете реактивной мощности нелинейной нагрузки или же она определяется по основной гармонике.

Наряду с реактивной мощностью, обусловленной электромагнитными процессами, в ряде случаев (преобразовательные установки) имеет место также мощность сдвига фаз. При решении вопроса компенсации реактивной мощности таких нагрузок разделение реактивной мощности на эти две составляющие представляется нецелесообразным. При полной компенсации реактивной мощности и высших гармоник тока, генерируемых нелинейной нагрузкой, ток будет соответствовать подключению линейной активной неизменяющейся во времени нагрузки; то есть для определения мгновенной реактивной мощности однофазной сети q(t), подлежащей компенсации, необходимо от мгновенной мощности p(t) отнять мгновенную мощность активного сопротивления $p_r(t)$, активная мощность которого P будет равна активной мощности нагрузки

$$q(t) = p(t)-p_r(t) = u(t)i(t) - \frac{u^2(t)}{R} . \qquad (4.1)$$

Активное сопротивление R можно найти из следующего соотношения

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{u^2(t)}{R}\,dt , \qquad (4.2)$$

откуда

$$R = \frac{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u^2(t)\,dt}{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u(t)i(t)\,dt} = \frac{U^2}{P} , \qquad (4.3)$$

где U - действующее значение питающего напряжения.

Таким образом,

$$q = ui-P\frac{u^2}{U^2} . \qquad (4.4)$$

Докажем, что в данном случае действительно потери энергии в питающей сети минимальны. Для этого необходимо найти функцию i(t), при которой функционал

$$S(i(t)) = \int_0^T i^2(t)\,dt \qquad (4.5)$$

принимает минимальное значение, если

$$\frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)\,dt = P , \qquad (4.6)$$

а u(t) - заданная периодическая функция, для которой существует интеграл

$$\int_0^T u^2(t)\,dt < \infty . \qquad (4.7)$$

Введем новую неизвестную функцию

$$z(t) = \int_0^t u(\tau)i(\tau)\,d\tau . \qquad (4.8)$$

Тогда $z(0)=0$, $z(T)=PT$.

Дифференцируя z(t) по t, получим

$$z'(t) = u(t)i(t) . \qquad (4.9)$$

Тогда интегральная связь (4.6) предстанет в виде дифференциальной связи

$$u(t)i(t)-z'(t) = 0 . \qquad (4.10)$$

Непосредственному исследованию подвергаем вспомогательный функционал [54]

$$S^* = \int_0^T \{i^2(t)+\lambda(t)[u(t)i(t)-z'(t)]\} dt = \int_0^T F^* dt , \qquad (4.11)$$

где

$$F^* = i^2(t)+\lambda(t)[u(t)i(t)-z'(t)] . \qquad (4.12)$$

В дальнейшем предполагается, что функция F^* трижды дифференцируема по всем своим аргументам; допустимые функции непрерывно интегрируемы внутри рассматриваемого интервала.

Функционал (4.11) зависит от выбора функций $i(t)$ и $z(t)$, поэтому составляем для него два уравнения Эйлера

$$F^*_i - \frac{d}{dt}F^*_{i'} = 0 ; \qquad (4.13)$$

$$F^*_z - \frac{d}{dt}F^*_{z'} = 0 , \qquad (4.14)$$

где

$$F^*_i = \frac{\partial F^*}{\partial i} = 2i(t)+\lambda(t)u(t) ; \qquad (4.15)$$

$$F^*_{i'} = \frac{\partial F^*}{\partial i'} = 0 ; \qquad (4.16)$$

$$F^*_z = \frac{\partial F^*}{\partial z} = 0 ; \qquad (4.17)$$

$$F^*_{z'} = \frac{\partial F^*}{\partial z'} = -\lambda(t) . \qquad (4.18)$$

Подставляя выражения (4.15)-(4.18) в (4.13) и (4.14) получим

$$2i(t)+\lambda(t)u(t) = 0 ; \qquad (4.19)$$

$$\frac{d}{dt}\lambda(t) = 0 . \qquad (4.20)$$

Из уравнения (4.20) заключаем, что

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const} .$$

Последнее позволяет вновь обратиться к вспомогательному функционалу S^* и заметить, что первое из уравнений Эйлера для этого функционала совпадает с уравнением Эйлера для более простого функционала

$$\bar{S} = \int_0^T [i^2(t)+\lambda u(t)i(t)]\, dt = \int_0^T \bar{F}\, dt , \qquad (4.21)$$

где

$$\bar{F} = i^2(t)+\lambda u(t)i(t) \qquad (4.22)$$

и

$$\lambda = \text{const} .$$

Подынтегральная функция $\bar{F}$ зависит только от i и t, поэтому уравнение Эйлера имеет вид

$$\bar{F}_i = 0 . \qquad (4.23)$$

Следовательно,

$$\bar{F}_i = \frac{\partial\bar{F}}{\partial i} = 2i(t)+\lambda u(t) = 0 , \qquad (4.24)$$

откуда

$$i(t) = -\frac{\lambda}{2}u(t) . \qquad (4.25)$$

Постоянную λ найдем из условия (4.6)

$$\frac{1}{T}\int_0^T u(t)(-\frac{\lambda}{2})u(t)\, dt = P , \qquad (4.26)$$

откуда

$$\lambda = -\frac{2P}{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\, dt} . \qquad (4.27)$$

Подставив (4.27) в выражение (4.25), получим

$$i(t) = \frac{Pu(t)}{\frac{1}{T}\int\limits_0^T u^2(t)\,dt} = \frac{P}{U^2}u(t) = \frac{1}{R}\,u(t)\,. \qquad (4.28)$$

Достаточным условием существования минимума функционала (4.11) является положительность на интервале [0;T] его второй вариации, когда его первая вариация равна нулю, то есть должен быть положительным интеграл [54]

$$G = \int\limits_0^T (\eta^2 F^*_{ii} + 2\eta\eta' F^*_{ii'} + (\eta')^2 F^*_{i'i'})\,dt\,, \qquad (4.29)$$

где η – непрерывно дифференцируемая функция и $\eta(0)=\eta(T)=0$.

Так как

$$F^*_{ii} = \frac{\partial}{\partial i} F^*_i = 2\,; \qquad (4.30)$$

$$F^*_{ii'} = \frac{\partial}{\partial i} F^*_{i'} = 0\,; \qquad (4.31)$$

$$F^*_{i'i'} = \frac{\partial}{\partial i'} F^*_{i'} = 0\,, \qquad (4.32)$$

то

$$G = 2\int\limits_0^T \eta^2\,dt > 0\,, \qquad (4.33)$$

то есть функция (4.28) обеспечивает минимум функционала (4.5) при условиях (4.6) и (4.7).

Таким образом потери в питающей сети будут минимальны, при подключении активного сопротивления

$$R = \frac{U^2}{P}\,. \qquad (4.34)$$

Для определения знака реактивной мощности нагрузки необходимо задать начальную фазу питающего напряжения u(t), так как знак реактивной мощности определяется сдвигом фаз между напряжением и мгновенной реактивной мощностью. На рис.4.1 приведены графики мгновенной реактивной мощности при индуктивной (рис.4.1,а) и емкостной (рис.4.1,б) нагрузках.

Так как мгновенная реактивная мощность имеет в два раза большую частоту изменения, чем питающее напряжение, то говорить о сдвиге фаз между q и u можно только для какого-то одного момента времени. Поэтому примем, что при t=0 фаза питающего напряжения равна нулю (то есть u(t=0)=0 и u(t>0)>0). В этом случае нагрузка потребляет реактивную мощность, если фаза мгновенной реактивной мощности равна π (q(t>0)<0) и генерирует реактивную мощность, если фаза равна 0 (q(t>0)>0).

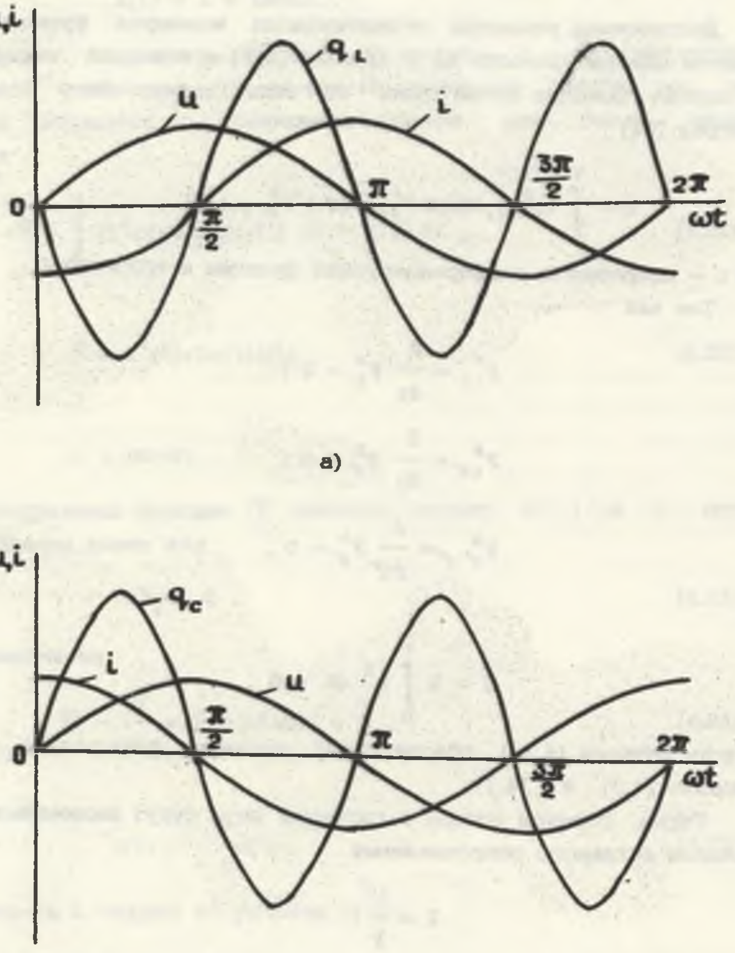


Рис.4.1. Кривые мгновенной реактивной мощности индуктивной (а) и емкостной (б) нагрузок

Для полной компенсации реактивной мощности необходимо, чтобы мгновенная реактивная мощность компенсирующего устройства (КУ) $q_к$ в точности соответствовала мгновенной мощности нагрузки q и находилась с ней в противофазе

$$q_к = -q = P \frac{u^2}{U^2} - ui . \qquad (4.35)$$

Для количественной оценки величины реактивной мощности можно принять мощность БК, мгновенная реактивная мощность которой определяется методом наименьших квадратов по мгновенной реактивной мощности нагрузки, то есть когда принимает минимальное значение интеграл

$$\int_0^T (q+q_к)^2 \, dt \to \min . \qquad (4.36)$$

Здесь q определяется равенством (4.4), а $q_к$ находится из следующего выражения

$$q_к = ui_к = uC \frac{\partial u}{\partial t} . \qquad (4.37)$$

Для определения величины емкости C батареи конденсаторов необходимо решить следующее уравнение

$$\frac{d}{dC}\left(\int_0^{T/2} (q+Cu \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt\right) = 0 . \qquad (4.38)$$

Взяв производную по емкости, получим

$$2 \int_0^{T/2} qu \frac{\partial u}{\partial t} \, dt + 2C \int_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt = 0 ,$$

откуда

$$C = - \frac{\int_0^{T/2} qu \frac{\partial u}{\partial t} \, dt}{\int_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt} = \frac{\int_0^{T/2} (P\frac{u^2}{U^2} - ui)u \frac{\partial u}{\partial t} \, dt}{\int_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt} . \qquad (4.39)$$

Положительность второй производной

$$\frac{d^2}{dC^2}\left(\int_0^{T/2} (q+Cu \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt\right) = 2 \int_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2 \, dt > 0 \qquad (4.40)$$

говорит о достаточности условия (4.39) для минимума функции (4.36).

Так как мощность батареи конденсаторов определяется выражением

$$Q = \omega C U^2 , \qquad (4.41)$$

то оценка реактивной мощности нелинейной нагрузки

$$Q = \frac{\omega \int_0^{T/2} (Pu-U^2 i)u^2 \frac{\partial u}{\partial t} dt}{\int_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2 dt} . \qquad (4.42)$$

Докажем, что минимум квадрата суммы мгновенной реактивной мощности нагрузки и компенсирующего устройства соответствует минимуму потерь в питающей сети при заданном типе компенсирующего устройства, то есть выражение (4.36) эквивалентно

$$\int_0^T (i+i_к)^2 dt \rightarrow \min . \qquad (4.43)$$

Мгновенную реактивную мощность нагрузки можно представить в виде произведения мгновенного напряжения u на разность полного тока i и его активной составляющей $i_r=(P/U^2)u$

$$q = u(i-i_r) . \qquad (4.44)$$

Мгновенная реактивная мощность компенсирующего устройства определяется выражением (4.37), поэтому

$$\int_0^T (q+q_к)^2 dt = \int_0^T u^2(i-i_r+i_к)^2 dt . \qquad (4.45)$$

Так как u^2 величина положительная, то при минимуме интеграла (4.45) будет минимум и интеграла

$$\int_0^T (i-i_r+i_к)^2 dt \rightarrow \min . \qquad (4.46)$$

Последнее справедливо при отсутствии участков в кривой u(t) равных нулю длительностью t>0, что вполне соответствует форме питающего напряжения в электрических сетях.

Определим емкость БК, необходимую для выполнения условия (4.46). Для этого найдем производную этого интеграла по емкости и приравняем ее нулю

$$\frac{d}{dC} \int_0^T (i-i_r+i_к)^2 dt = 0 . \qquad (4.47)$$

С учетом (4.37), получим

$$\frac{d}{dC}\int_0^T \left(i-i_r+C\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt = 2\int_0^T \left(i-i_r+C\frac{\partial u}{\partial t}\right)\frac{\partial u}{\partial t}\,dt =$$

$$= 2\int_0^T (i-i_r)\frac{\partial u}{\partial t}\,dt + 2C\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt = 0 . \tag{4.48}$$

Откуда

$$C = -\frac{\int_0^T i\frac{\partial u}{\partial t}\,dt - \int_0^T i_r\frac{\partial u}{\partial t}\,dt}{\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt} = -\frac{\int_0^T i\frac{\partial u}{\partial t}\,dt - \frac{P}{U^2}\int_0^T u\frac{\partial u}{\partial t}\,dt}{\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt} =$$

$$= -\frac{\int_0^T i\frac{\partial u}{\partial t}\,dt}{\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt} , \tag{4.49}$$

так как

$$\int_0^T u\frac{\partial u}{\partial t}\,dt = \int_0^T u(t)\,du(t) = 0 \tag{4.50}$$

при уоловии, что функция u(t) - периодичеокая.

Аналогичный результат получаетоя при минимизации интеграла (4.43). Дейотвительно, решение уравнения

$$\frac{d}{dC}\int_0^T \left(i+C\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt = 0 \tag{4.51}$$

дает формулу (4.49).

Таким образом, при определении параметров КУ по выражению (4.36) автоматичеоки получаем минимум потерь в питающей электричеокой оети (минимум дейотвующего значения тока).

Определим для примера реактивную мощнооть чиото индуктивной нагрузки при оинуооидальных напряжении и токе

$$u = \sqrt{2}U\sin\omega t ; \qquad i = \sqrt{2}I\cos\omega t . \tag{4.52}$$

В олучае чиото индуктивной нагрузки P=0 и

$$Q = -\frac{\omega U^2 \int\limits_0^{T/2} iu^2 \frac{\partial u}{\partial t}\, dt}{\int\limits_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2\, dt}; \tag{4.53}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sqrt{2}U\omega\cos\omega t ;$$

$$\int\limits_0^{T/2} (u \frac{\partial u}{\partial t})^2\, dt = \int\limits_0^{T/2} (2U^2\omega\sin\omega t\cos\omega t)^2\, dt = \frac{U^4\omega^2 T}{4} ;$$

$$\int\limits_0^{T/2} iu^2 \frac{\partial u}{\partial t}\, dt = \int\limits_0^{T/2} (-\sqrt{2}I\cos\omega t\ 2U^2\sin^2\omega t\ \sqrt{2}U\omega\cos\omega t)\, dt = -\frac{IU^3\omega T}{4} .$$

Откуда реактивная мощность

$$Q = -\frac{\omega U^2 (-\frac{IU^3\omega T}{4})}{\frac{U^4\omega^2 T}{4}} = UI . \tag{4.54}$$

Таким образом, выражение (4.42) справедливо и для линейных цепей синусоидального тока.

Рассмотрим компенсацию реактивной мощности для трехфазной четырехпроводной сети (рис.4.2).

Применим изложенный выше подход для каждой из фаз. Мгновенные реактивные мощности фаз

$$q_A = u_A i_A - P_A \frac{u_A^2}{U_A^2} ; \tag{4.55}$$

$$q_B = u_B i_B - P_B \frac{u_B^2}{U_B^2} ; \tag{4.56}$$

$$q_C = u_C i_C - P_C \frac{u_C^2}{U_C^2} , \tag{4.57}$$

где

$$P_A = \frac{1}{T}\int_0^T u_A i_A \, dt \; ; \qquad (4.58)$$

$$P_B = \frac{1}{T}\int_0^T u_B i_B \, dt \; ; \qquad (4.59)$$

$$P_C = \frac{1}{T}\int_0^T u_C i_C \, dt \; . \qquad (4.60)$$

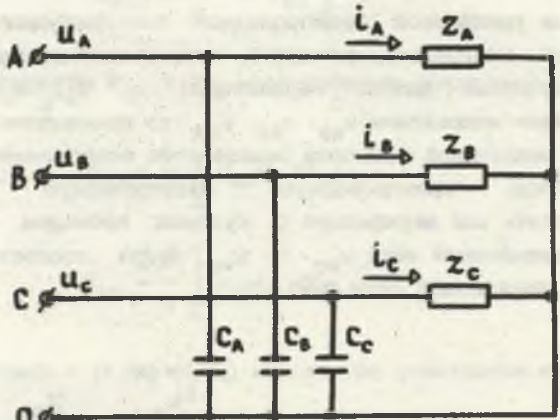


Рис.4.2. Компенсация реактивной мощности в трехфазной четырехпроводной сети

В соответствии с выражением (4.42) реактивные мощности фаз

$$Q_A = \frac{\omega \int_0^{T/2} (P_A u_A - U_A^2 i_A) u_A^2 \frac{\partial u_A}{\partial t} \, dt}{\int_0^{T/2} (u_A \frac{\partial u_A}{\partial t})^2 \, dt} \; ; \qquad (4.61)$$

$$Q_B = \frac{\omega \int_0^{T/2} (P_B u_B - U_B^2 i_B) u_B^2 \frac{\partial u_B}{\partial t} \, dt}{\int_0^{T/2} (u_B \frac{\partial u_B}{\partial t})^2 \, dt} \; ; \qquad (4.62)$$

$$Q_C = \frac{\omega \int\limits_0^{T/2} (P_C u_C - U_C^2 i_C) u_C^2 \frac{\partial u_C}{\partial t} dt}{\int\limits_0^{T/2} \left(u_C \frac{\partial u_C}{\partial t}\right)^2 dt} . \qquad (4.63)$$

Полная реактивная мощность трехфазной сети определится суммой реактивных мощностей фаз

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C . \qquad (4.64)$$

В случае трехфазной трехпроводной электрической сети (сеть с изолированной нейтралью) возможно использование выражений (4.61)-(4.63) при известных фазных напряжениях u_A, u_B, u_C. Если известны только линейные напряжения u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}, то применение этих выражений для расчета реактивной мощности оказывается невозможным.

Трехфазную трехпроводную электрическую сеть можно интерпретировать как двухфазную с нулевым проводом, тогда линейные напряжения трехфазной сети u_{AC} и u_{BC} будут соответствовать фазным напряжением двухфазной сети (рис.4.3).

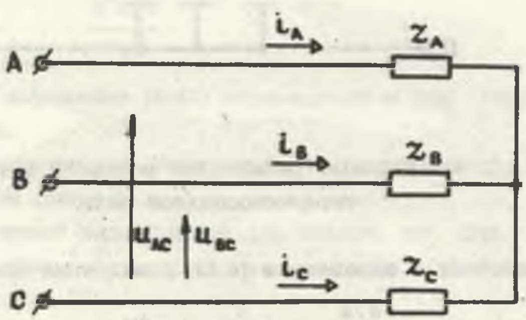


Рис.4.3. Трехфазная сеть без нулевого провода

По аналогии с трехфазной четырехпроводной сетью рассмотрим мгновенные реактивные мощности q_{AC} и q_{BC}

$$q_{AC} = p_{AC} - p_{rAC} ; \qquad (4.65)$$

$$q_{BC} = p_{BC} - p_{rBC} , \qquad (4.66)$$

где

$$p_{AC} = u_{AC} i_A ; \qquad (4.67)$$

$$p_{BC} = u_{BC} i_B ; \qquad (4.68)$$

$$p_{rAC} = \frac{u^2_{AC}}{R_{AC}} = P_{AC}\frac{u^2_{AC}}{U^2_{AC}} ; \qquad (4.69)$$

$$p_{rBC} = \frac{u^2_{BC}}{R_{BC}} = P_{BC}\frac{u^2_{BC}}{U^2_{BC}} . \qquad (4.70)$$

Активные мощности P_{AC} и P_{BC} определяются аналогично (4.58)–(4.60)

$$P_{AC} = \frac{1}{T}\int_0^T u_{AC} i_A \, dt ; \qquad (4.71)$$

$$P_{BC} = \frac{1}{T}\int_0^T u_{BC} i_B \, dt . \qquad (4.72)$$

В соответствии с (4.65)–(4.70) мгновенные реактивные мощности

$$q_{AC} = u_{AC} i_A - P_{AC}\frac{u^2_{AC}}{U^2_{AC}} ; \qquad (4.73)$$

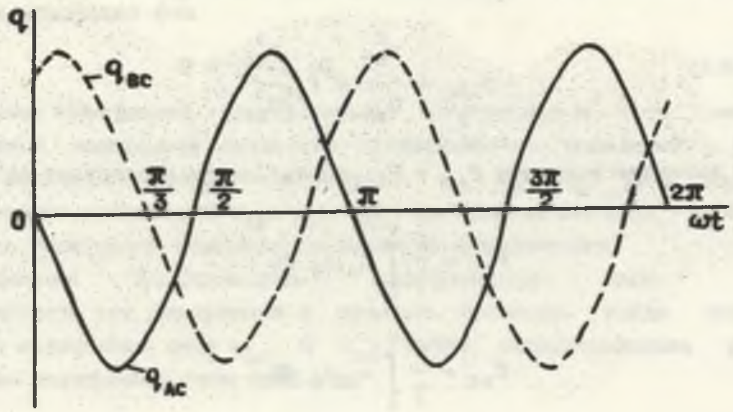
$$q_{BC} = u_{BC} i_B - P_{BC}\frac{u^2_{BC}}{U^2_{BC}} . \qquad (4.74)$$

На рис.4.4 представлены кривые мгновенных реактивных мощностей q_{AC} и q_{BC}, при условии, что начальная фаза напряжения u_{AC} равна нулю. Рис.4.4,а соответствует случаю, когда $Q_{AC}>0$ и $Q_{BC}>0$. Рис.4.4,б соответствует случаю, когда $Q_{AC}<0$ и $Q_{BC}<0$.

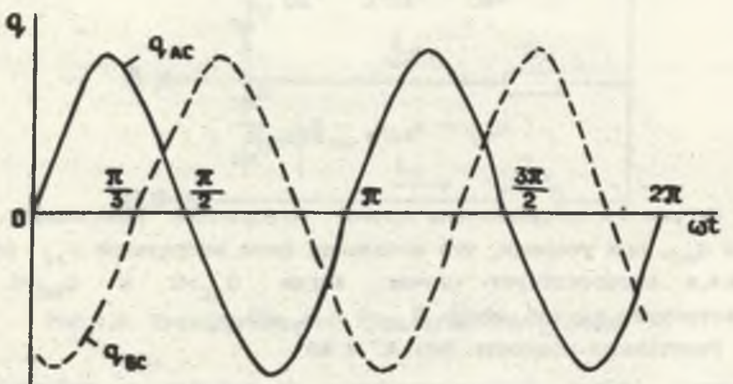
Реактивные мощности фаз АС и ВС

$$Q_{AC} = \frac{\omega \int_0^{T/2} (P_{AC}u_{AC} - U^2_{AC} i_A) u^2_{AC} \frac{\partial u_{AC}}{\partial t} dt}{\int_0^{T/2} (u_{AC}\frac{\partial u_{AC}}{\partial t})^2 dt} ; \qquad (4.75)$$

$$Q_{BC} = \frac{\omega \int\limits_0^{T/2} (P_{BC} u_{BC} - U_{BC}^2 i_B) u_{BC}^2 \frac{\partial u_{BC}}{\partial t} \, dt}{\int\limits_0^{T/2} (u_{BC} \frac{\partial u_{BC}}{\partial t})^2 \, dt} . \qquad (4.76)$$



а)



б)

Рис.4.4. Кривые мгновенных реактивных мощностей q_{AC} и q_{BC}

Полная реактивная мощность определяется суммой этих мощностей

$$Q = Q_{AC} + Q_{BC} \; . \qquad (4.77)$$

Использование критерия (4.36) вместо (4.5) представляется более целесообразным, так как, во-первых, при синтезе компенсирующего устройства необходимо учитывать форму питающего напряжения u(t), поскольку $i_к(t)$ зависит от u(t) и, во-вторых, из критерия (4.36) можно получить оценку реактивной мощности для практических расчетов.

На рис.4.5-4.9 приведены графики мгновенных реактивных мощностей, построенные по выражению (4.4) для схем преобразователей, приведенных в главе 3.

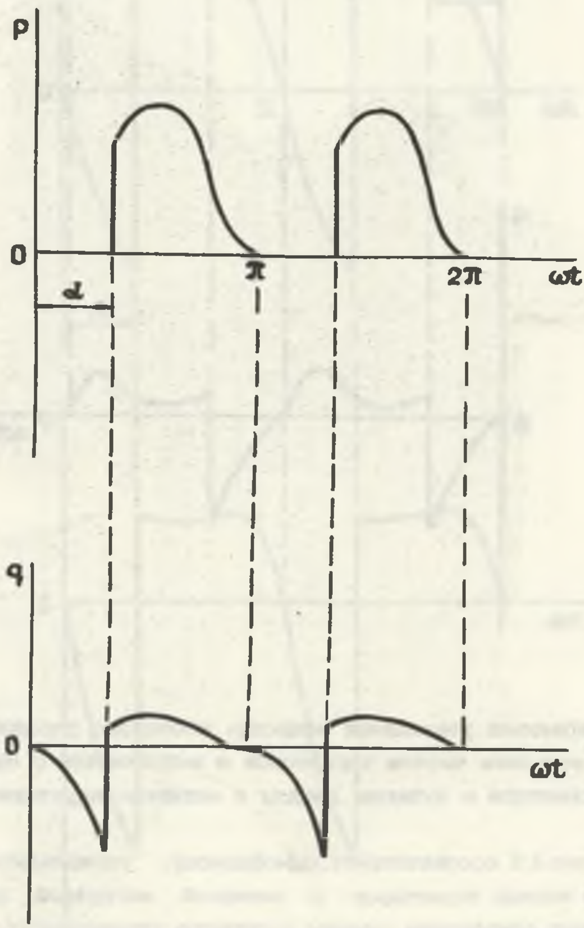


Рис.4.5. Мгновенная реактивная мощность управляемого выпрямителя с неполным числом тиристоров с активной нагрузкой

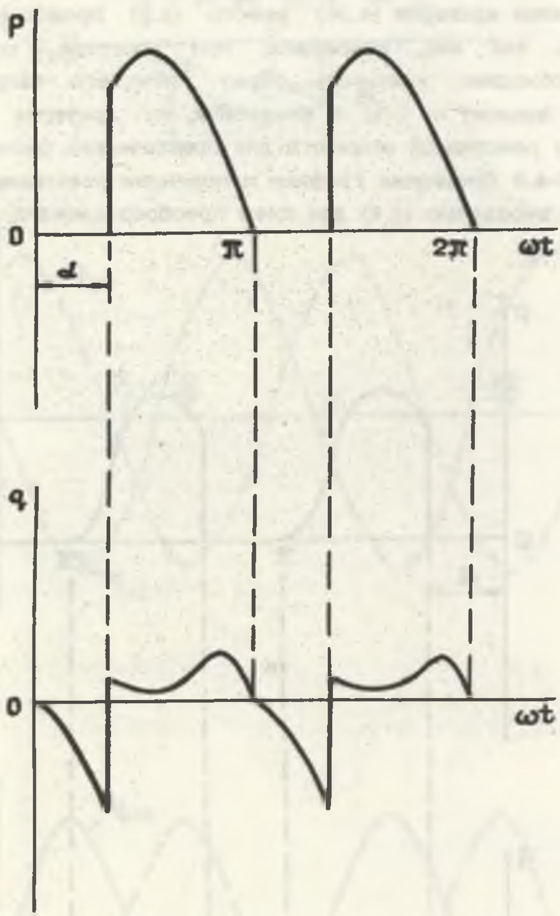


Рис.4.6. Мгновенная реактивная мощность мостового управляемого выпрямителя с неполным числом тиристоров и выпрямителя с нулевой точкой трансформатора и нулевым диодом с активно-индуктивной нагрузкой

Так, рис.4.5 соответствует однофазному, управляемому выпрямителю с неполным числом тиристоров с активной нагрузкой (рис.3.1). Рис.4.6 соответствует однофазным схемам мостового управляемого выпрямителя с неполным числом тиристоров и выпрямителя с нулевой точкой трансформатора и нулевым диодом с активно-индуктивной нагрузкой (рис.3.3,3.8). Рис.4.7 соответствует однофазным схемам управляемых мостового выпрямителя с полным числом тиристоров и выпрямителя с нулевой точкой трансформатора с активно-индуктивной нагрузкой (рис.3.5, 3.6). Рис.4.8 соответствует схеме трехфазного мостового управляемого выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке и угле управления $\alpha<\pi/6$ (рис.3.9). Рис.4.9 соответствует этой же схеме, но при угле управления $\alpha=\pi/6-\pi/2$.

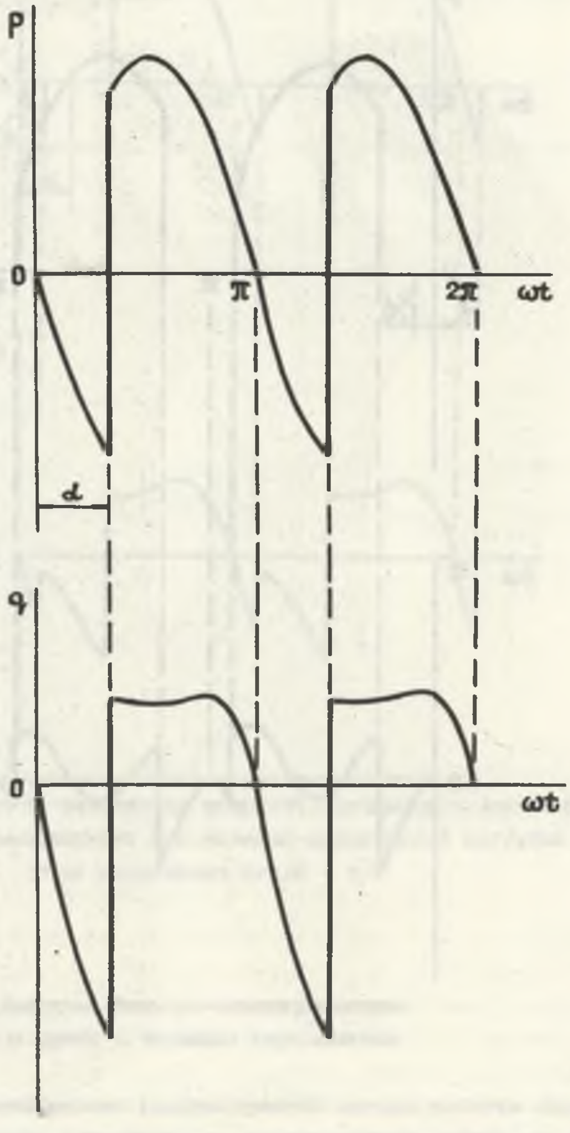


Рис.4.7. Мгновенная реактивная мощность управляемого мостового выпрямителя с полным числом тиристоров и выпрямителя с нулевой точкой трансформатора с активно-индуктивной нагрузкой

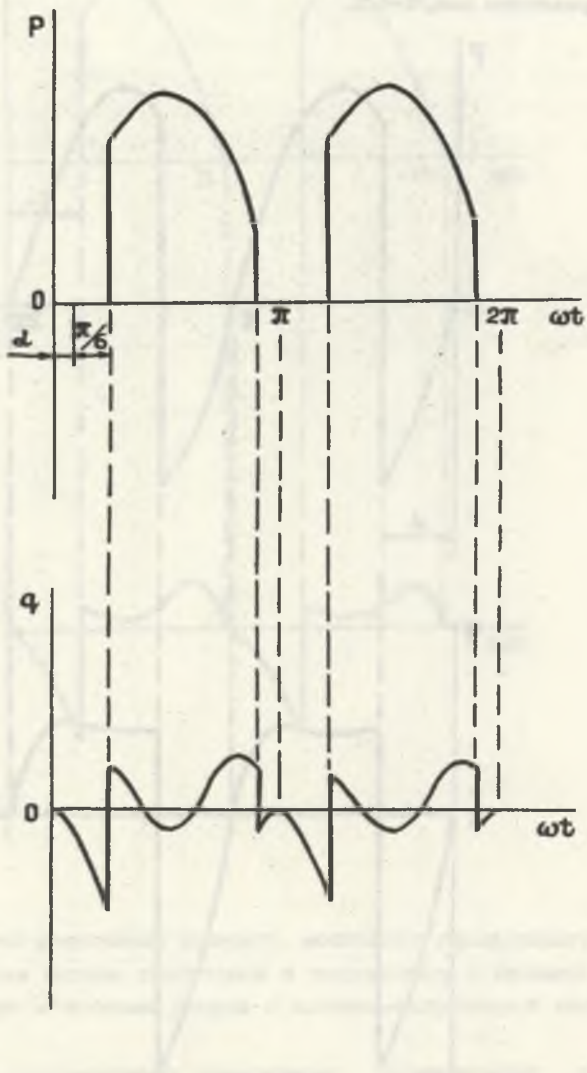


Рис.4.8. Мгновенная реактивная мощность трехфазного мостового управляемого выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке и угле управления $\alpha<\pi/6$

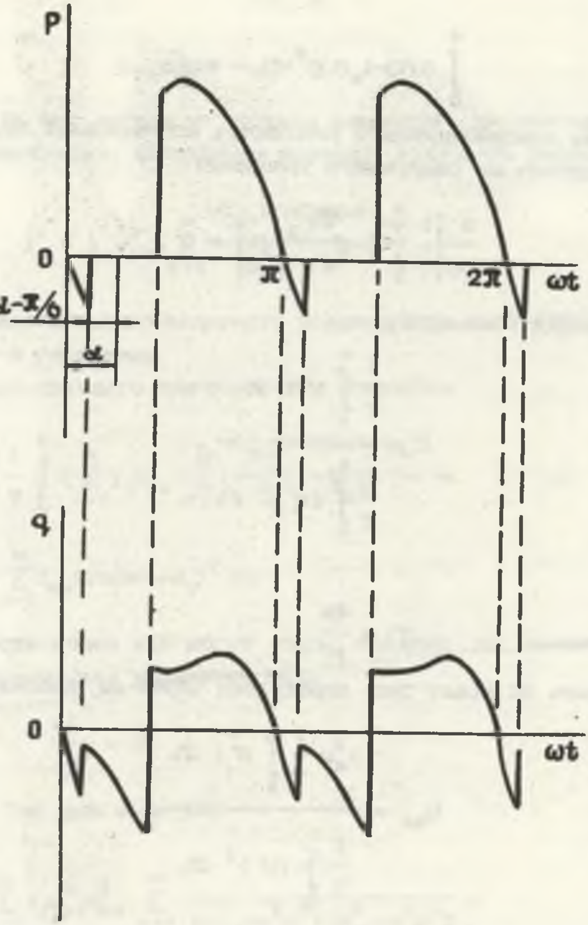


Рис.4.9. Мгновенная реактивная мощность трехфазного мостового управляемого выпрямителя при активно-индуктивной нагрузке и угле управления $\alpha=\pi/6 - \pi/2$

4.2. Расчет параметров фильтро-компенсирующих устройств в сетях с высшими гармониками

В настоящее время широко распространены методы расчета параметров фильтро-компенсирующих устройств в электрических сетях с высшими гармониками, основанные на минимизации действующего значения тока нагрузки [9,27,65]. Если мощность компенсирующего устройства выбирать по условию минимума разности мгновенных токов нагрузки $i(t)$ и компенсирующего устройства $i_к(t)$

$$\int_0^T (i(t)-i_к(t))^2\, dt \to \min \; , \tag{4.78}$$

а в качестве компенсирующего устройства использовать БК, то ее емкость можно определить из следующего уравнения

$$\frac{d}{dC}\left[\frac{1}{T}\int_0^T \left(i-C\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dt\right] = 0 \; , \tag{4.79}$$

решение которого имеет вид

$$C = \frac{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u' \, i \, dt}{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T (u')^2\, dt} \; , \tag{4.80}$$

где

$$u' = \frac{\partial u}{\partial t} \; .$$

Мощность БК может быть определена через ее номинальное напряжение

$$Q_{БК} = \frac{U_н^2 \omega \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T u' \, i \, dt}{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T (u')^2\, dt} \; . \tag{4.81}$$

Если напряжение u(t) и ток нагрузки i(t) определяются согласно (2.43), то последнее выражение может быть преобразовано к виду [65]

$$Q_{БК} = \frac{U_н^2}{\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 U_\nu^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu \; , \tag{4.82}$$

где $\varphi_\nu = \alpha_\nu - \beta_\nu$.

Наряду с компенсацией реактивной мощности БК часто используются в качестве элементов фильтро-компенсирующих устройств (ФКУ).

Рассмотрим случай, когда к узлу сети с несинусоидальным напряжением подключена нелинейная нагрузка; параллельно ей подключены ФКУ, настроенные на резонансные частоты ω_{p1}, $\omega_{p2}, \ldots$, ω_{pn}. Очевидно, что в амплитудном спектре напряжения будут отсутствовать гармоники соответствующих порядков.

Мощности конденсаторов Q_{Cs} и реактора Q_{Ls} s-го звена ФКУ связаны между собой соотношением

$$Q_{Cs}\omega_{ps}^2 = Q_{Ls}\omega^2. \tag{4.83}$$

Мощность БК ФКУ найдем из условия минимума среднеквадратического значения тока источника. Мгновенное значение тока s-го звена ФКУ [65]

$$i_s = y_s\omega_{ps}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu U_{m\nu}\cos(\nu\omega t+\alpha_\nu)}{\omega_{ps}^2-\nu^2\omega^2}, \tag{4.84}$$

где $y_s=1/x_s$ – реактивная проводимость конденсатора s-го ФКУ на частоте 1-й гармоники.

Квадрат действующего значения тока источника

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \Big(\sum_{i=1}^{n} y_i\omega_{pi}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu U_{m\nu}\cos(\nu\omega t+\alpha_\nu)}{\omega_{pi}^2-\nu^2\omega^2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} I_{m\nu}\sin(\nu\omega t+\beta_\nu)\Big)^2 dt. \tag{4.85}$$

Проводимости цепей ФКУ могут быть найдены из решения системы линейных алгебраических уравнений вида

$$\frac{\partial I^2}{\partial y_s} = 0, \tag{4.86}$$

где s=1,2,...,n. Так, для s-го ФКУ

$$\frac{\partial I^2}{\partial y_s} = 2\sum_{i=1}^{n} y_i\omega_{pi}^2\omega_{ps}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^2 U_\nu^2}{(\omega_{ps}^2-\nu^2\omega^2)(\omega_{pi}^2-\nu^2\omega^2)} - 2\omega_{ps}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu}{\omega_{ps}^2-\nu^2\omega^2}. \tag{4.87}$$

Система уравнений для нахождения проводимостей конденсаторов ФКУ имеет структуру

$$a_{s1}y_1+a_{s2}y_2+\ldots+a_{sn}y_n = b_s, \tag{4.88}$$

где

$$s = 1,2,\ldots,n;$$

$$a_{si} = \omega_{pi}^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^2 U_\nu^2}{(\omega_{ps}^2-\nu^2\omega^2)(\omega_{pi}^2-\nu^2\omega^2)}; \tag{4.89}$$

$$b_s = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu}{\omega_{ps}^2 - \nu^2\omega^2} . \qquad (4.90)$$

После решения этой системы уравнений могут быть определены мощности БК и реактора s-го звена ФКУ

$$Q_{Cs} = y_s U_н^2 ; \qquad Q_{Ls} = \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2} y_s U_н^2 . \qquad (4.91)$$

В частном случае, при установке одного ФКУ с частотой последовательного резонанса ω_p проводимость конденсатора y может быть найдена из уравнения

$$y\omega_p^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^2 U_\nu^2}{(\omega_p^2 - \nu^2\omega^2)^2} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu}{\omega_p^2 - \nu^2\omega^2} . \qquad (4.92)$$

Отсюда следуют выражения для мощности элементов ФКУ

$$Q_C = \frac{U_н^2 \sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{\nu U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu}{\omega_p^2 - \nu^2\omega^2}}{\omega_p^2 \sum\limits_{\nu=1}^{\infty} \dfrac{\nu^2 U_\nu^2}{(\omega_p^2 - \nu^2\omega^2)^2}} ; \qquad (4.93)$$

$$Q_L = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} Q_C . \qquad (4.94)$$

Вторая производная выражения (4.85) положительна

$$\frac{\partial^2 I^2}{\partial C^2} = \omega_p^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu^2 U_\nu^2}{(\omega_p^2 - \nu^2\omega^2)^2} > 0 , \qquad (4.95)$$

что говорит о достаточности условий (4.93) и (4.94) для минимума интеграла (4.78).

При установке БК без реактора ($L=0$; $\omega_p \to \infty$) получается выражение (4.82). Если в качестве КУ используется индуктивность, то ее мощность определяется следующим образом

$$Q_L = \frac{U_н^2}{\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} (\frac{U_\nu}{\nu})^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu} U_\nu I_\nu \sin\varphi_\nu . \qquad (4.96)$$

Из изложенного следует, что мощность КУ при несинусоидальности питающего напряжения зависит не только от характера нагрузки, но также и от типа самого КУ, то есть вопросы расчета мощности средств компенсации реактивной мощности нелинейной нагрузки должны решаться только после выбора конкретного ФКУ. Таким образом, выражения (2.44)-(2.46) могут быть использованы при определении параметров ФКУ.

4.3. Прямая компенсация реактивной мощности

Прямая компенсация предусматривает генерирование реактивной мощности статическим компенсатором. Различают ступенчатое и плавное регулирование реактивной мощности. В первом случае различное количество секций БК подключают с помощью тиристорных ключей. Во втором случае используются преобразователи частоты, преобразователи с искусственной коммутацией тиристоров.

При ступенчатом регулировании по мере увеличения потребления нагрузкой реактивной мощности необходимое количество БК подключается тиристорными ключами (рис.4.10). С увеличением числа ступеней БК регулирование реактивной мощности становится более плавным.

Для снижения тока переходного процесса при подключении очередной ступени компенсатора ее включение осуществляется при равенстве напряжений на БК и сети. При этом в момент включения секции напряжение сети равно своему амплитудному значению, что соответствует переходу через нуль тока конденсатора. Отметим, что этот способ уменьшения переходного процесса требует предварительной зарядки конденсаторов. Тиристорный ключ в отключенном состоянии находится под действием удвоенного амплитудного напряжения сети, вследствие чего расчетная мощность тиристоров увеличивается в два раза. Для трехфазных схем расчетная мощность тиристоров при схеме соединения в треугольник составляет $S_т$=2,54Q [52]. В связи с тем, что включение БК осуществляется в строго определенные моменты времени, быстродействие рассматриваемого компенсатора невелико. Максимальное запаздывание при частоте сети 50 Гц может достигать 10 мс.

Для плавного регулирования реактивной мощности применяются непосредственные преобразователи частоты (НПЧ). Такой компенсатор представляет собой нерегулируемый генератор высокой частоты,включенный через НПЧ (рис.4.11).

В зависимости от соотношения напряжений сети u_a, u_b, u_c и напряжений на выходе НПЧ компенсатор может генерировать или потреблять реактивную мощность. При этом от генератора высокой частоты реактивная мощность в любом случае потребляется. Учитывая это, в качестве генератора можно использовать статическое устройство, содержащее LC контуры (рис.4.12).Так как конденсаторы в рассматриваемом компенсаторе работают на высокой частоте, он имеет некоторое преимущество по габаритным размерам и стоимости по сравнению с другими типами компенсаторов.

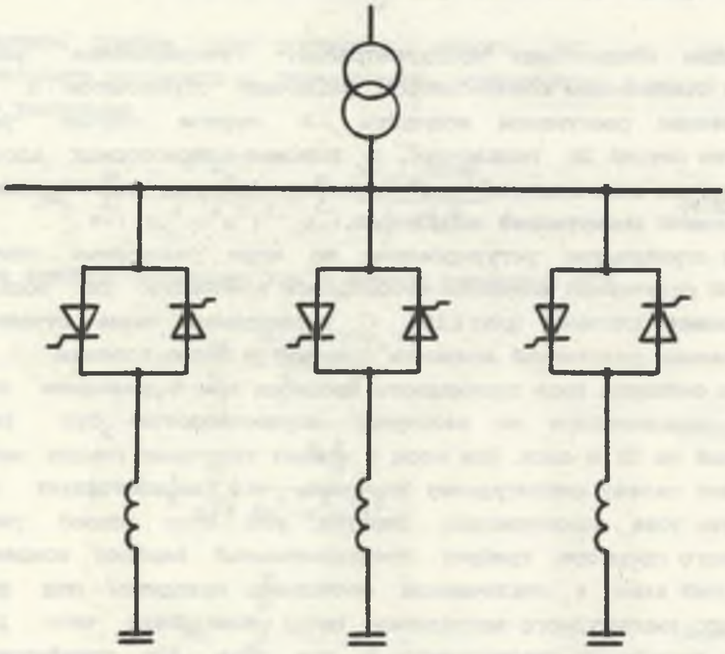
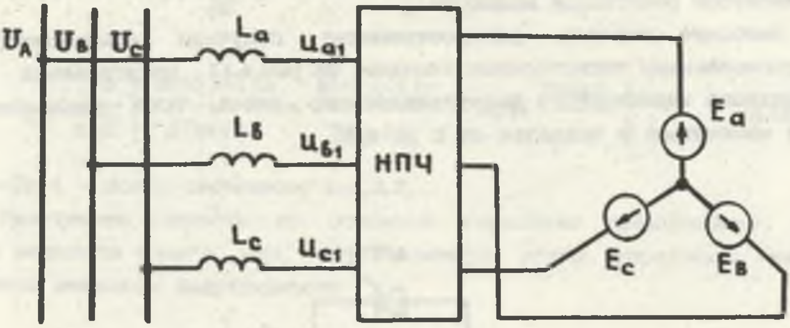
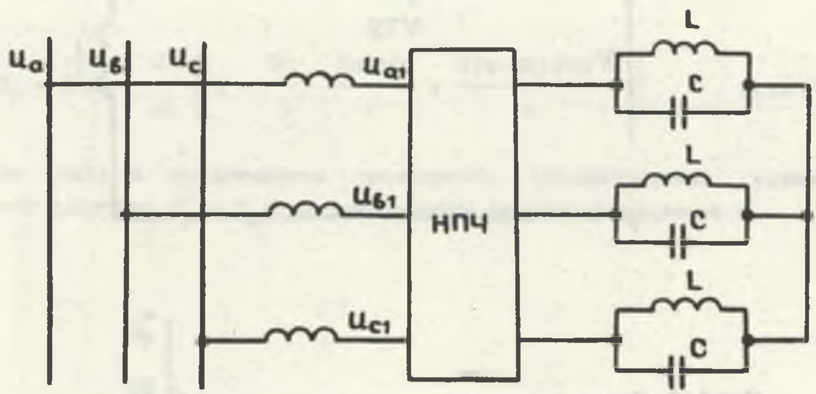


Рис.4.10. Схема компенсатора со ступенчатым регулированием реактивной мощности

В качестве источников реактивной мощности для прямой компенсации также используются компенсаторы с искусственной коммутацией тиристоров. Этот компенсатор представляет собой параллельное соединение двух трехфазных преобразователей. Изменение знака угла управления тиристоров достигнуто искусственной коммутацией тока в вентильных контурах напряжениями коммутирующих конденсаторов, а не напряжениями сети.



Рио.4.11. Схема компеноатора о НПЧ



Рио.4.12. Схема компеноатора о НПЧ и LC контурами

4.4. Косвенная компенсация реактивной мощности

Косвенная компеноация реактивной мощноcти заключаетоя в том, что параллельно нагрузке включаетоя отабилизатор реактивной мощности, обеопечивающий неизменную величину оуммарной реактивной мощноoти

$$Q_\Sigma = Q_н(t)+Q_{ст}(t) = const \, , \qquad (4.97)$$

где $Q_н(t)$ – реактивная мощность нагрузки;

$Q_{ст}(t)$ – реактивная мощность отабилизатора.

Суммарная реактивная мощность Q_Σ компенсируется с помощью БК. В качестве стабилизаторов в настоящее время используются тиристорные компенсаторы реактивной мощности.

Наиболее широкое распространение получили компенсаторы с фазоуправляемыми тиристорными ключами. На рис.4.13 представлена схема однофазного тиристорного фазоуправляемого ключа. Угол управления α может изменяться в пределах от 0 до $\pi/2$.

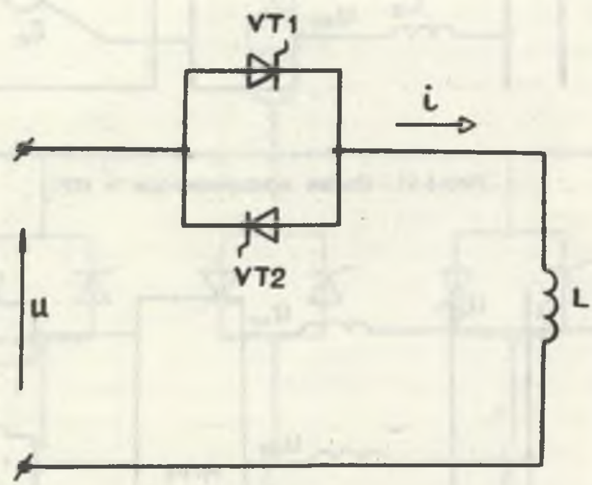


Рис.4.13. Схема фазоуправляемого тиристорного регулятора

При допущении равенства нулю активного сопротивления реактора для интервала проводимости тиристоров можно записать

$$L\frac{di}{dt} = u = U_m\cos\omega t , \qquad (4.98)$$

откуда ток через индуктивность

$$i = \frac{1}{L}\int_{\alpha/\omega}^{t} u\,dt = I_m(\sin\omega t-\sin\alpha) , \qquad (4.99)$$

где $I_m=U_m/(\omega L)$.

Действующие значения основной и высших гармоник тока могут быть определены следующим образом

$$I_1 = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{\sin 2\alpha}{\pi}\right); \qquad (4.100)$$

$$I_\nu = \frac{4I_m}{\pi\sqrt{2}} \left| \frac{\sin(\nu+1)\alpha}{2(\nu+1)} - \frac{\sin(\nu-1)\alpha}{2(\nu-1)} - \sin\alpha \frac{\cos\nu\alpha}{\nu} \right|, \qquad (4.101)$$

где $\nu=2k+1$ – номер гармоники; $k=1,2,3,\ldots$

Реактивная мощность по основной гармонике представляет собой сумму мощности сдвига фаз, обусловленную углом управления $\alpha\neq0$, и обменной мощности индуктивности

$$Q = UI_1 = \frac{U^2}{\omega L} \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{\sin 2\alpha}{\pi}\right). \qquad (4.102)$$

Типовая мощность воздушного реактора S_p может быть определена через действующее значение тока при $\alpha\neq0$ [51]

$$S_p = I^2\omega L = \frac{U^2}{\omega L} \left| 1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{3\sin 2\alpha}{\pi} + \frac{2(\pi-2\alpha)\sin^2\alpha}{\pi} \right|. \qquad (4.103)$$

На рис.4.14 представлена зависимость относительной величины мощности реактора $S_p^* = S_p/Q$ в зависимости от угла управления α.

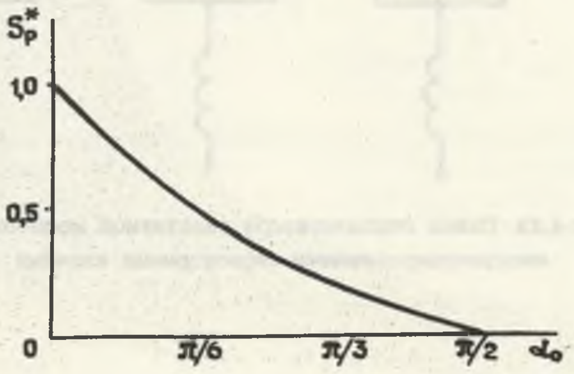
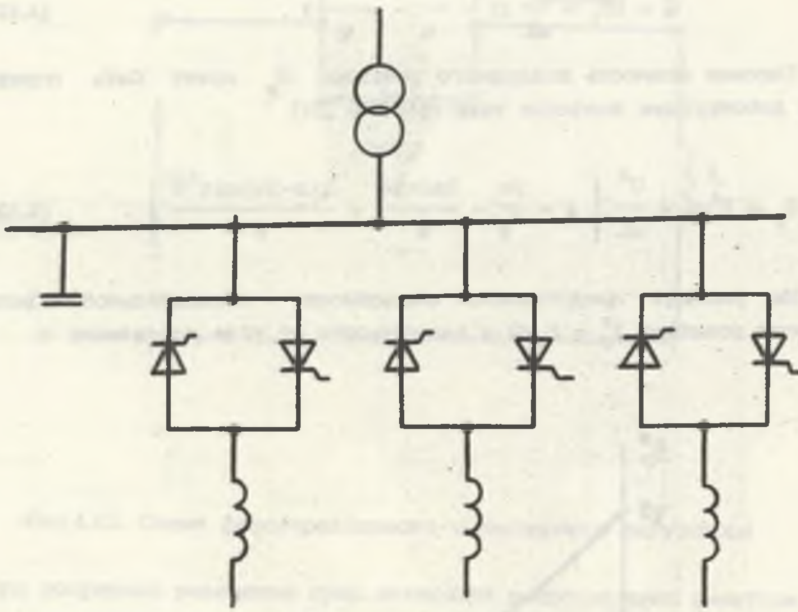


Рис.4.14. Зависимость мощности реактора от начального угла управления

Как видно из рисунка, для уменьшения мощности реактора максимальное значение реактивной мощности необходимо получать при некотором начальном угле α_0 отличном от нуля. Однако при этом оледует учитывать, что о увеличением угла α_0 возраотает оодержание выоших гармоник в опектре тока компеноатора.

В качеотве иоточника реактивной мощнооти при кооовенной компеноации также иопользуютоя отабилизаторы о оинхронизированными тириоторными ключами (рио.4.15).При изменении реактивной мощнооти нагрузки подключаетоя различное количеотво реакторов. Для онижения тока переходного процеооа включение и отключение реакторов производитоя при $\alpha=\pi/2$, когда ток через него равен нулю. В овязи о этим запаздывание на включение и отключение реактора не превышает 10 мо. Доотоинотвом этого компеноатора являетоя отоутотвие выоших гармоник в опетре тока.



Рио.4.15. Схема отабилизатора реактивной мощнооти о оинхронизированными тириоторными ключами

4.5. Выводы

1. Полная компеноация реактивной мощнооти и выоших гармоник тока ооответотвует подключению линейной активной неизменяющейоя во времени нагрузки.

2. Мощнооть, подлежащая компеноации, определяетоя разнoотью

мгновенной мощности нагрузки и мгновенной мощности активного сопротивления.

3. Оценку реактивной мощности можно получить аппроксимацией по методу наименьших квадратов мгновенной мощности, подлежащей компенсации.

4. Для трехфазных сетей с нулевым проводом мгновенная реактивная мощность, подлежащая компенсации, определяется для каждой из фаз.

5. Для трехфазных сетей без нулевого провода достаточно определять мгновенную реактивную мощность двух фаз, то есть эту схему рассматривать как двухфазную с нулевым проводом.

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ И КОМПЕНСАЦИЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ МОЩНЫХ ТИРИСТОРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

5.1. Расчет спектра входного тока тиристорных преобразователей

Существующие методы расчета высших гармоник тока тиристорных преобразователей мало пригодны для их практического применения. Наряду со сложным видом расчетных выражений они в ряде случаев дают противоречивые результаты. В связи с этим представляется важным окончательное решение этой проблемы, пригодное для инженерной практики.

Преобразование электрической энергии вентильными устройствами сопровождается появлением в спектре тока высших гармоник. Величины амплитуд отдельных гармоник могут быть расчитаны на основе разложения несинусоидальной кривой тока преобразователя в ряд Фурье. Известно, что каждой высшей гармонике напряжения порядка $\nu=kp$ на стороне постоянного тока соответствуют две гармоники переменного тока $\nu=kp\pm1$, где p – пульсность преобразователя, k=1,2,3,... [22].

Амплитуды активной и реактивной составляющих тока ν-й гармоники преобразователя можно получить, разлагая кривую входного тока в ряд Фурье

$$I_{am\nu} = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} i(\theta)\cos\nu\theta \, d\theta \; ; \qquad (5.1)$$

$$I_{pm\nu} = \frac{2}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} i(\theta)\sin\nu\theta \, d\theta \; . \qquad (5.2)$$

Ток преобразователя можно представить следующими выражениями на соответствующих интервалах

$$i(\theta) = \begin{cases} 0, & -\frac{\pi}{2} \le \theta \le \alpha - \frac{\pi}{3}\,; \\ i_1(\theta), & \alpha - \frac{\pi}{3} \le \theta \le \alpha+\gamma - \frac{\pi}{3}\,; \\ I_d, & \alpha+\gamma - \frac{\pi}{3} \le \theta \le \alpha + \frac{\pi}{3}\,; \\ i_2(\theta), & \alpha + \frac{\pi}{3} \le \theta \le \alpha+\gamma + \frac{\pi}{3}\,; \\ 0, & \alpha+\gamma + \frac{\pi}{3} \le \theta \le \frac{\pi}{2}\,, \end{cases} \qquad (5.3)$$

где α и γ - углы управления и коммутации;

I_d - среднее значение выпрямленного тока.

На участках коммутации токи $i_1(\vartheta)$ и $i_2(\vartheta)$ могут быть представлены в виде

$$i_1(\vartheta) = \frac{\sqrt{3}E_m}{2x_\kappa}\,[\cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma)] \; ; \qquad (5.4)$$

$$i_2(\vartheta) = I_d - i_1(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) \, , \qquad (5.5)$$

где E_m - амплитудное значение эдс;

$x_\kappa = x_s + x_т$ - индуктивное сопротивление контура коммутации, состоящее из сопротивлений системы x_s и трансформатора преобразователя $x_т$.

Подставляя выражения (5.3)-(5.5) в (5.1) и (5.2) и интегрируя, получим

$$I_{am\nu} = \frac{4I_d\sin(\nu\pi/3)}{\pi\sin(\gamma/2)\sin\psi}\left\{\frac{\sin(\nu\gamma/2)}{\nu}\cos\alpha\sin\nu\psi + \frac{\cos[\nu(\alpha+\gamma)]}{\nu} * \right.$$

$$* \sin(\gamma/2)\sin\psi - \frac{1}{2}\left[\frac{\sin[(\nu-1)\gamma/2]}{\nu-1}\sin[(\nu-1)\psi] + \right. \qquad (5.6)$$

$$\left.\left. + \frac{\sin[(\nu+1)\gamma/2]}{\nu+1}\sin[(\nu+1)\psi]\right]\right\} \; ;$$

$$I_{pm\nu} = \frac{4I_d\sin(\nu\pi/3)}{\pi\sin(\gamma/2)\sin\psi}\left\{-\frac{\sin(\nu\gamma/2)}{\nu}\cos\alpha\cos\nu\psi + \frac{\sin[\nu(\alpha+\gamma)]}{\nu} * \right.$$

$$* \sin(\gamma/2)\sin\psi + \frac{1}{2}\left[\frac{\sin[(\nu-1)\gamma/2]}{\nu-1}\cos[(\nu-1)\psi] + \right. \qquad (5.7)$$

$$\left.\left. + \frac{\sin[(\nu+1)\gamma/2]}{\nu+1}\cos[(\nu+1)\psi]\right]\right\} \; ;$$

$$\gamma = \arccos(\cos\alpha - \frac{2x_\kappa I_d}{\sqrt{3}\,E_m}) - \alpha \; ; \qquad (5.8)$$

$$\psi = \alpha + \frac{\gamma}{2}. \tag{5.9}$$

Полученные результаты несколько отличаются от известных [22]. В соответствии с выражениями (5.6) и (5.7) значения токов высших гармоник с уменьшением угла γ увеличиваются, что легко объясняется с физической точки зрения: при увеличении угла γ форма кривой тока приближается к синусоиде, и значения высших гармоник снижаются, а при уменьшении угла γ форма кривой тока стремится к прямоугольной, что влечет за собой увеличение гармоник.

Полагая в этих формулах $\nu=1$, получим амплитуды активной и реактивной составляющих основной гармоники

$$I_{am1} = \frac{2\sqrt{3}I_d}{\pi}\cos(\gamma/2)\cos\psi ; \tag{5.10}$$

$$I_{pm1} = \frac{\sqrt{3}I_d}{2\pi\sin(\gamma/2)\sin\psi}[\gamma-\sin\gamma\cos2\psi] , \tag{5.11}$$

откуда действующее значение тока основной гармоники

$$I_1 = \frac{\sqrt{3}I_d}{2\sqrt{2}\pi\sin(\gamma/2)\sin\psi}\sqrt{\sin^2\gamma+\gamma^2-2\gamma\sin\gamma\cos2\psi} . \tag{5.12}$$

При малых значениях γ, когда можно положить

$$\sin\gamma = \gamma , \tag{5.13}$$

формула (5.12) легко преобразуется к известному выражению [75]

$$I_1 = \frac{\sqrt{6}I_d}{\pi}. \tag{5.14}$$

Если положить $\alpha=0$, то при выполнении условия (5.13) действующее значение тока ν-й гармоники

$$I_\nu = \frac{\sqrt{6}I_d}{\nu\pi} \tag{5.15}$$

или в относительных единицах

$$I^*_\nu = \frac{I_\nu}{I_1} = \frac{1}{\nu}, \tag{5.16}$$

что полностью подтверждается практикой [60].

5.2. Влияние батарей конденсаторов на электромагнитные процессы в сетях с вентильными преобразователями

При подключении к преобразователю батареи конденсаторов с сопротивлением x_C в коммутационных токах $i_1(\vartheta)$ и $i_2(\vartheta)$ появляются дополнительные высокочастотные составляющие, обусловленные резонансными явлениями между батареей конденсаторов и сетью

$$i_1(\vartheta) = A + B\cos(\vartheta + \frac{\pi}{3}) + C\cos[\varkappa(\vartheta + \frac{\pi}{3} - \psi)] + \\ + D\sin[\varkappa(\vartheta + \frac{\pi}{3} - \psi)] ; \tag{5.17}$$

$$i_2(\vartheta) = I_d - i_1(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) , \tag{5.18}$$

где

$$A = -B\cos\alpha - C\cos\frac{\varkappa\gamma}{2} + D\sin\frac{\varkappa\gamma}{2} ; \tag{5.19}$$

$$B = - k_n \frac{\sqrt{3}E_m}{2x_k} ; \tag{5.20}$$

$$C = - k_n \frac{\sqrt{3}E_m}{2x_k} k_m \frac{x_m^2}{2x_C x_k} \frac{\cos\alpha+\cos(\alpha+\gamma)}{\cos(\varkappa\gamma/2)} \frac{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \varkappa \mathrm{tg}(\gamma/2)}{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \mathrm{tg}(\varkappa\gamma/2)} ; \tag{5.21}$$

$$D = k_n \frac{\sqrt{3}E_m}{2x_k} k_m \frac{x_m^2}{2x_C x_k} \frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+\gamma)}{\sin(\varkappa\gamma/2)} \frac{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \varkappa \mathrm{ctg}(\gamma/2)}{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \mathrm{ctg}(\varkappa\gamma/2)} , \tag{5.22}$$

откуда

$$i_1(\vartheta) = -B[\cos\alpha-\cos(\alpha + \frac{\pi}{3})] - C[\cos\frac{\varkappa\gamma}{2} - \cos\varkappa(\vartheta + \frac{\pi}{3} - \psi)] + \\ + D[\sin\frac{\varkappa\gamma}{2} + \sin\varkappa(\vartheta + \frac{\pi}{3} - \psi)] . \tag{5.23}$$

Здесь обозначено

$$m = m_0\cos\frac{\mu\gamma}{2} + n_0\sin\frac{\mu\gamma}{2}\ ; \qquad m_0 = 2\sin(\mu\frac{\pi}{3})\ ;$$

$$n = n_0\cos\frac{\mu\gamma}{2} - m_0\sin\frac{\mu\gamma}{2}\ ; \qquad n_0 = 1-2\cos(\mu\frac{\pi}{3})\ ;$$

$$k_n = \frac{æ^2}{æ^2-1}\ ; \quad k_m = \frac{\mu^2}{\mu^2-1}\ ; \quad \mu^2 = \frac{x_c}{x_s}\ ; \quad æ^2 = \frac{x_c x_k}{x_s x_т}\ .$$

Численный анализ выражения (5.23) показал, что при малых γ с достаточной точностью коммутационный ток определяется косинусной составляющей основной гармоники:

$$i_1(\vartheta) = A + B\cos(\vartheta + \frac{\pi}{3})\ . \qquad (5.24)$$

Таким образом, токи высших гармоник преобразователя с компенсирующим устройством можно также рассчитывать по выражениям (5.6) и (5.7). Однако при этом необходимо учитывать, что при подключении батареи конденсаторов величина угла γ будет отличаться от значения, полученного по выражению (5.8).

Найдем величину угла γ преобразователя с компенсирующим устройством в зависимости от угла γ_0, определенного по (5.8) для преобразователя без компенсирующего устройства.

Значение выпрямленного тока преобразователя с компенсирующим устройством можно получить из выражений (5.3) и (5.17)

$$I_d = k_n\frac{\sqrt{3}E_m}{2x_k}\,k_m\frac{x_s^2}{2x_c x_k}(\cos\alpha-\cos(\alpha+\gamma))\left|1+k_m\frac{x_s^2}{x_c x_k}\,\frac{\dfrac{æm}{\mu n} + æ\operatorname{ctg}(\gamma/2)}{\dfrac{æm}{\mu n} + \operatorname{ctg}(æ\gamma/2)}\right|. \qquad (5.25)$$

С другой стороны, этот же ток для преобразователя без компенсирующего устройства

$$I_d = \frac{\sqrt{3}E_m}{2x_k}(\cos\alpha-\cos(\alpha+\gamma_0))\ , \qquad (5.26)$$

откуда после несложных преобразований и допущения, что

$$\cos(\alpha+\gamma) \approx (1 - \frac{\gamma^2}{2})\cos\alpha - \gamma\sin\alpha\ , \qquad (5.27)$$

получим

$$\frac{\gamma_0^2}{2} + \gamma_0 \mathrm{tg}\alpha = \left(\frac{\gamma^2}{2} + \gamma \mathrm{tg}\alpha\right) \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2-1} *$$

$$* \left| 1 + \frac{\mu^2}{\mu^2-1} \frac{x_s^2}{x_C x_к} \frac{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \varkappa \mathrm{ctg}(\gamma/2)}{\dfrac{\varkappa m}{\mu n} + \mathrm{ctg}(\varkappa\gamma/2)} \right| . \qquad (5.28)$$

При $\varkappa\gamma_0/2 \leqslant 0{,}5$, то есть, если

$$x_C \leqslant \frac{x_s x_т}{x_к \gamma_0^2}, \qquad (5.29)$$

угол коммутации γ определяется следующим выражением

$$\gamma = \sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha + \left(1 - \frac{x_s}{x_C}\frac{x_т}{x_к}\right)(\gamma_0^2 + 2\gamma_0 \mathrm{tg}\alpha)} - \mathrm{tg}\alpha . \qquad (5.30)$$

Если $x_C > x_s x_т/(x_к \gamma_0^2)$, можно не учитывать изменение угла γ и принять $\gamma = \gamma_0$. Переходя от сопротивлений x_s, $x_т$, x_C к мощностям короткого замыкания $S_{кз}$, преобразователя $S_{пр}$, батареи конденсаторов $Q_{бк}$, получим при $Q_{бк} \geqslant (S_{кз}+S_{пр})\gamma_0^2$

$$\gamma = \sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha + \frac{S_{кз}-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}(\gamma_0^2 + 2\gamma_0 \mathrm{tg}\alpha)} - \mathrm{tg}\alpha . \qquad (5.31)$$

Это выражение может быть несколько упрощено при соблюдении следующих условий

если $\alpha \leqslant 0{,}1\gamma_0$, то

$$\gamma = \sqrt{\frac{S_{кз}-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}}\,\gamma_0 ; \qquad (5.32)$$

если $\alpha \geqslant \mathrm{arctg} 5\gamma_0$, то

$$\gamma = \frac{S_{кз}-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}\,\gamma_0 . \qquad (5.33)$$

В остальных случаях $(0{,}1\gamma_0 < \alpha < \mathrm{arctg} 5\gamma_0)$ угол γ необходимо определять по выражению (5.31).

5.3. Влияние фильтро-компенсирующих устройств на электромагнитные процессы в сетях с вентильными преобразователями

Раоомотрим олучай подключения к вентильному преобразователю фильтро-компеноирующего уотройотва, то еоть батареи конденоаторов о оопротивлением x_c и реактора о оопротивлением x_p, наотроенных в резонано на чаототу ξ_0 гармоники. В этом олучае коэффициенты $\varkappa$, μ, k_n, k_m определяютоя оледующим образом

$$\varkappa^2 = \frac{x_c}{x_p+x_a x_т/x_к} ; \qquad k_n = \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2-1}\left(1 - \frac{1}{\xi_0^2}\right) ;$$

$$\mu^2 = \frac{x_0}{x_p+x_a} ; \qquad k_m = \frac{\mu^2}{\mu^2-1}\left(1 - \frac{1}{\xi_0^2}\right) .$$

Подотавляя эти значения в (5.28) получим при

$$Q_{бк} \geqslant \frac{\xi_0^2\gamma_0^2-1}{\xi_0^2}(S_{кз}+S_{пр}) \tag{5.34}$$

угол коммутации

$$\gamma = \sqrt{tg^2\alpha + \frac{S_{кз}(\xi_0^2-1)/\xi_0^2-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}\left(1 + \frac{S_{пр}}{S_{кз}+\xi_0^2 Q_{бк}}\right)(\gamma_0^2-2\gamma_0 tg\alpha)}-tg\alpha; \tag{5.35}$$

и при

$$Q_{бк} \leqslant \frac{\xi_0^2\gamma_0^2-1}{\xi_0^2}(S_{кз}+S_{пр}) \tag{5.36}$$

$$\gamma = \gamma_0 \tag{5.37}$$

Выражение (5.35) может быть также упрощено по аналогии о (5.30) еоли $\alpha \leqslant 0{,}1\gamma_0$, то

$$\gamma = \sqrt{\frac{S_{кз}(\xi_0^2-1)/\xi_0^2-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}\left(1 + \frac{S_{пр}}{S_{кз}+\xi_0^2 Q_{бк}}\right)}\ \gamma_0 ; \tag{5.38}$$

еоли $\alpha \geqslant arctg5\gamma_0$, то

$$\gamma = \frac{S_{кз}(\xi_0^2-1)/\xi_0^2-Q_{бк}}{S_{кз}+S_{пр}}\left(1 + \frac{S_{пр}}{S_{кз}+\xi_0^2 Q_{бк}}\right)\gamma_0 . \tag{5.39}$$

Таким образом, расчет высших гармоник входного тока вентильных преобразователей с компенсирующими и фильтро-компенсирующими устройствами может осуществляться по выражениям, полученным для преобразователя без компенсирующего устройства, но с учетом изменения угла коммутации γ. На рис.5.1-5.4 приведены кривые относительных значений угла коммутации $\gamma^*=\gamma/\gamma_0$ при различных значениях угла управления α и соотношениях $S_{кз}$, $S_{пр}$, $Q_{бк}$.

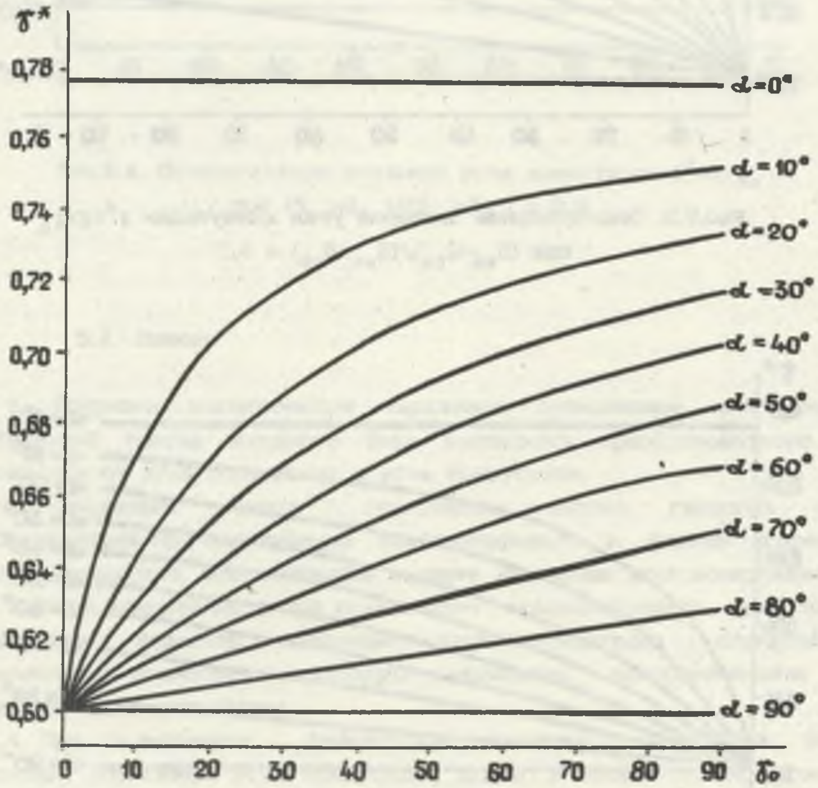


Рис.5.1. Относительные значения угла коммутации $\gamma^*=\gamma/\gamma_0$ при $(S_{кз}-Q_{бк})/(S_{кз}+S_{пр}) = 0,6$

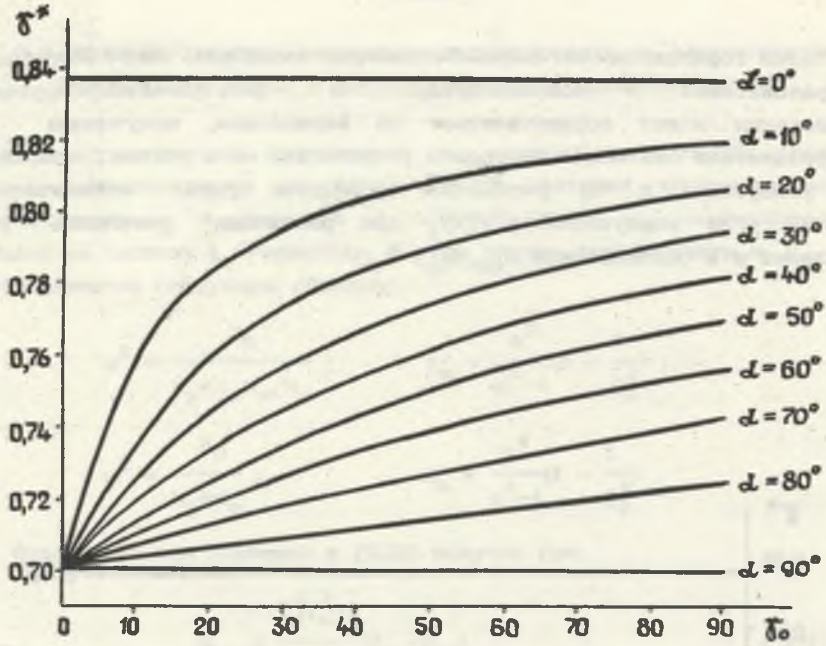


Рис.5.2. Относительные значения угла коммутации $\gamma^*=\gamma/\gamma_0$ при $(S_{кз}-Q_{бк})/(S_{кз}+S_{пр}) = 0,7$

Рис.5.3. Относительные значения угла коммутации $\gamma^*=\gamma/\gamma_0$ при $(S_{кз}-Q_{бк})/(S_{кз}+S_{пр}) = 0,8$

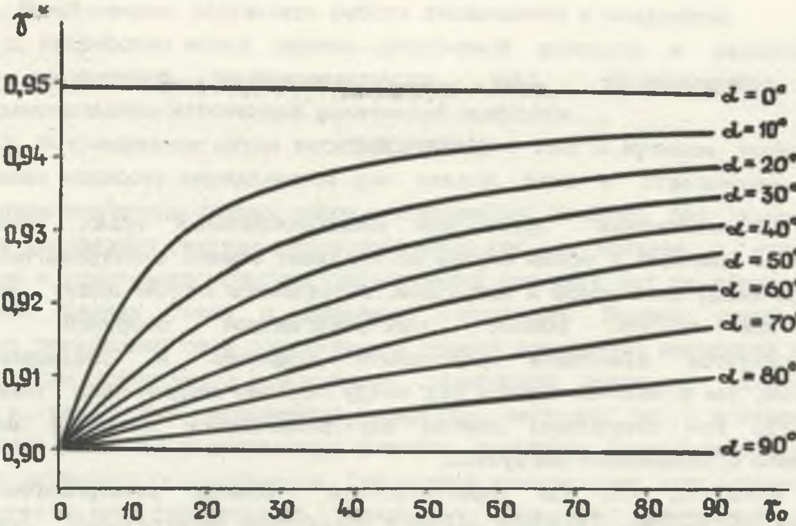


Рис.5.4. Относительные значения угла коммутации $\gamma^*=\gamma/\gamma_0$ при $(S_{кз}-Q_{бк})/(S_{кз}+S_{пр}) = 0,9$

5.4. Выводы

1. Получены аналитические выражения, позволяющие рассчитывать спектральный состав входного тока вентильных преобразователей в зависимости от угла управления и угла коммутации.

2. Предложен метод определения высших гармоник тока преобразователя при подключении компенсирующего и фильтро-компенсирующего устройства, заключающийся в учете изменения угла коммутации.

3. Угол коммутации γ при подключении компенсирующего устройства уменьшается. Характер изменения угла коммутации определяется соотношением мощностей короткого замыкания, преобразователя и компенсирующего устройства.

4. При подключении фильтро-компенсирующего устройства также происходит уменьшение угла коммутации, однако в данном случае влияние оказывает и резонансная частота настройки фильтра.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В нелинейных цепях при несинусоидальных токах понятие реактивная мощность в общем случае не отражает обмена электромагнитной энергией между источником и нагрузкой. В указанном случае может иметь место как процесс обмена электромагнитной энергией, что характеризуется значением реактивной мощности в традиционном понимании, так и наличие сдвига фаз между первыми гармониками тока и напряжения при отсутствии обмена электромагнитной энергией между источником и нелинейной нагрузкой.

2. Доказано, что для характеристики обмена электромагнитной энергией при несинусоидальных режимах применение интегральных оценок реактивной мощности неприемлемо. Установлено, что для характеристики электромагнитных процессов в сетях с высшими гармониками целесообразно применение понятия мгновенная реактивная мощность.

3. Доказана на основании теории электромагнитного поля возможность и необходимость применения понятия мгновенной реактивной мощности в нелинейных трехфазных цепях несинусоидального тока. Показана необходимость использования мгновенных реактивных мощностей фаз с учетом их углового сдвига.

4. Анализ электромагнитных процессов в преобразовательных установках однофазного и трехфазного тока позволяет заключить следующее.

4.1. Управляемые преобразователи с активной нагрузкой являются потребителями реактивной мощности только по первой гармонике. Мгновенная реактивная мощность и обменная мощность такой нагрузки равны нулю (обмен энергией между истоником и преобразователем не происходит) и эта "реактивная мощность" обусловлена исключительно мощностью сдвига фаз.

4.2. В преобразователях с активно-индуктивной нагрузкой электромагнитные процессы зависят от схемы преобразователя. В схемах преобразователей, внутри которых нет контура замыкания тока, запасенного индуктивностью, мгновенная реактивная мощность и обменная мощность отличны от нуля (источник энергии и преобразователь обмениваются электромагнитной энергией).

4.3. В трехфазных мостовых выпрямителях при угле управления $\alpha>\pi/6$ мгновенная реактивная мощность и обменная мощность отличны от нуля, и между преобразователем и сетью происходят процессы обмена электромагнитной энергией.

5. Практические результаты работы заключаются в следующем.

5.1. Разработан метод оценки реактивной мощности в нелинейных цепях однофазного несинусоидального тока, заключающийся в эквивалентировании мгновенной реактивной мощности.

5.2. В трехфазных сетях несинусоидального тока с нулевым проводом реактивная мощность определяется для каждой фазы в отдельности по мгновенным значениям фазных токов и напряжений. В сетях без нулевого провода трехфазная система рассматривается как двухфазная с нулевым проводом и реактивная мощность определяется для двух фаз по мгновенным значениям фазных токов и линейных напряжений. Полная реактивная мощность трехфазной сети определяется суммой реактивных мощностей фаз.

5.3. Предложен метод компенсации реактивной мощности, заключающийся в разделении мгновенной мощности нагрузки на мгновенную реактивную мощность и мгновенную мощность линейного неизменяющегося во времени активного сопротивления. Для полной компенсации корректирующее устройство должно генерировать мгновенную мощность противоположного знака.

5.4. Разработана методика определения амплитудного спектра входного тока тиристорного преобразователя с компенсирующими и фильтро-компенсирующими устройствами, заключающаяся в учете изменения угла коммутации.

6. Основные результаты работы отражены в ряде печатных работ в том числе в советско-польской монографии и учебном пособии и доложены на советских и зарубежных конференциях.

7. По мнению автора основными направлениями дальнейших исследований являются следующие.

7.1. Оценка реактивной мощности для различных схем вентильных преобразователей, включая инверторы, преобразователи частоты и др.

7.2. Исследование реактивной мощности и ее оценка в различных типах электрических машин, а также трансформаторов.

7.3. Оценка реактивной мощности и выбор параметров сложных многозвенных фильтров, а также их синтез.

7.4. Изучение процессов обмена электромагнитной энергией и реактивной мощностью в динамических режимах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brodzki M., Pasko M., Uminska-Bortliozek M., Walozak J.: Ortogonalny rozkład prądu odbiornika dwuzaoiskowego zasilanego napięciem odkształoonym w przestrzeni Sobolewa. XI Seminarium z Podstaw Elektroteohniki i Teorii Obwodów, Wisła, 1988.

2. Brodzki M., Walozak J.: O pewnym sposobie ooeny prądów odbiorników wiolozaoiskowyoh wykorzystującym pojęoie przestrzeni Sobolewa. XI Seminarium z Podstaw Elektroteohniki i Teorii Obwodów, Wisła,1988.

3. Brodzki M., Walozak J.: Analiza właśoiwośoi energetyoznyoh układów dwuzaoiskowyoh z przebiegami odkształoonymi w pewnyoh przestrzeniaoh funkoji prawie-okresowyoh. XII Seminarium z Podstaw Elektroteohniki i Teorii Obwodów, Wisła, 1989.

4. Budeanu C.I.: Puissanoes reaotives et fiotives.Instytut Romain de l'Energie, Buoharest, Romania, 1927.

5. Czarneoki L.S.: Current of nonsinusoidal voltage souroe applied to nonlinear loads. Int. Journ. On Ciroult Theory and Appl., Vol.11, № 2, 1983.

6. Czarneoki L.S.: Consideration on the reaotiv power in nonsinusoidal situations. IEEE. Trans.Instr.Meas.,Vol. IM-34, № 3, Sept. 1985.

7. Czarneoki L.S.: Minimization of reaotive power under nonsinusoidal ooditions. IEEE. Trans.Instr.Meas.,Vol. IM-36, № 1, Maroh 1987.

8. Czarneoki L.S.: What is wrong with the Budeanu oonoept of reaotive and distortion power and why it should be abandoned. IEEE. Trans.Instr.Meas.,Vol. IM-36, № 3, Sept. 1987.

9. Czarneoki L.S.: Aotive, reaotive and soattered ourrent in oirouits with nonperiodio voltage of a finite energy. IEEE. Trans. Instr. Meas.,Vol. IM-37, № 3, Sept. 1988.

10. Czarneoki L.S.: Ortogonal deoomposition of the ourrents in a 3-phase nonlinear asymmetrioal oirouit with a nonsinusoidal voltage souroe. IEEE. Trans.Instr.Meas.,Vol. IM-37, № 1, Maroh 1988.

11. Czarneoki L.S.: Powers in nonsinusoidal networks: their interpretation, analysis and measurement. IEEE. Trans.Instr.Meas.,Vol. IM-39, № 2, April 1990.

12. Чиженко И.М., Чиженко А.И.: Методичеокие указания по раочету электричеоких цепей о вентилями. Киев, КПИ, 1983.- 41 о.

13. Данцио Я.Б., Жилов Г.М.: Емкоотная компеноация реактивных нагрузок мощных токоприемников промышленных предприятий. Л.,

Энергия, 1980.- 176 с.

14. Демирчян К.С.: Реактивная или обменная мощность.Изв.АН СССР - Энергетика и транспорт, № 2, 1984.

15. Дрехслер Р.: Измерение и оценка качества электроэнергии при несинусоидальной и нелинейной нагрузке. М.,Энергоатомиздат, 1985.-112.

16. Emde F.: Entohmung. ETZ, H.15, 1930.

17. Emde F.: Electrotechn. und Maschinenb. Bd, 39, 1921.

18. Fryze S.: Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd elektrotechniczny, № 7, № 8, 1931.

19. Fryze S.: Wsprawie określania mocy w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd elektrotechniczny, № 22, 1931.

20. Fryze S.: Wirk-, blind- und scheinleistung in elektrischen stromkzeisen mit nichtsinusformigen verlanf von strom- und spannung. ETZ, H.25, H.26, H.29, 1932.

21. Fryze S.: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkszalconych pradu i napiecia. Przeglad elektrotechniczny, № 7, 8, 1931.

22. Глинтерник С.Р.: Тиристорные преобразователи со статическими компенсирующими устройствами. Л., Энергоатомиздат, 1988.- 240 с.

23. ГОСТ 13109-87: Электрическая энергия. Требования к качеству электрической энергии в электрических сетях общего назначения. Введен с 01.01.1989.

24. Инструктивные материалы Главгосэнергонадзора. Минэнерго СССР. М., Энергоатомиздат, 1986.- 352 с.

25. Kimbark E.W.: Direct current transmition. Vol.1, Wiley-Interscience, 1971.

26. Kusters N.L., Moore W.J.M.: On the difinition of reactive power under nonsinusoidal condition. IEEE Trans. Power Appl. Syst., Vol. PAS - 99, Sept. 1980.

27. Карпов Е.А.,Климчук В.А.: Определение величины компенсирующей емкости в однофазных цепях с нелинейными нагрузками. В кн. Повышение эффективности устройств преобразовательной техники. Киев: Наукова думка, 1972.

28. Каялов Г.М., Балабанян Г.А.: Оптимальное размещение конденсаторов в магистральных промышленных сетях. Электричество, № 10, 1973.

29. Ковалев И.Н.:Размещение конденсаторных батарей в электросетях промышленных предприятий. Электричество, № 9, 1974.

30. Menlay J.M., Rowe H.E.: General propeties of nonlinear elements. Part 1, General Energy Relations. Proceedings of the IRE, July, 1956.

31. Маевский О.А.: Энергетические показатели вентильных

преобразователей. М., Энергия, 1978.- 320 с.

32. Мельников Н.А.: Реактивная мощность в электрических сетях. М., Энергия, 1975.- 128 с.

33. Милях А.Н.,Шидловский А.К.,Кузнецов В.Г.: Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях. Киев, Наукова думка, 1973.- 215 с.

34. Nowomiejski Z.: Filtry mocy. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka, z.18, Gliwice, 1964.

35. Nowomiejski Z.: O pewnych zagadnieniach dotyczących mocy deformacji w układach o przebiegach odkształconych. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka, z.22, Gliwice, 1967.

36. Nowomiejski Z.: Teoria kompensacji mocy biernej. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka, z.42, Gliwice, 1973.

37. Nowomiejski Z.: Uogólniona teoria mocy. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka, z.46, Gliwice, 1977.

38. Nowomiejski Z., Sowa E.: Teoria mocy układów elektrycznych. Zesz. Nauk. Pol. Śl., Elektryka, z.49, Gliwice, 1977.

39. Nowomiejski Z.: Generalized theory of electric power. Archiv. fur Elektrotechnic, 63/1981.

40. Нейман Л.Р.,Демирчян К.С.: Теоретические основы электротехники. Том 2. Л., Энергоиздат, 1981.- 416 с.

41. Новомейски З.: Мощность активная, реактивная и мощность искажения в электрических системах с периодическими несинусоидальными процессами. Изв.вузов СССР - Электромеханика, № 6, 1964.

42. Нормирование показателей качества электрической энергии и их оптимизация. Под ред. А.Богуцки, А.З.Гамма, И.В.Жежеленко. Гливице-Иркутск, 1988.- 249 с.

43. Основы построения промышленных электрических сетей. Каялов Г.М. и др. М., Энергия, 1978.- 352 с.

44. Pantell R.H.: General power relationships for positive and negative nonlinear resistive elements. Proceedings of the IRE, Dec. 1958.

45. Планирование развития энергосистем. Передача энергии постоянным током высокого напряжения. Переводы докладов Международной конференции по большим электрическим системам. Под ред. В.А.Веникова и В.В.Худякова. М., Энергоатомиздат, 1986.- 232 с.

46. Пухов Г.Е.: Теория мощности системы периодических мгновенных токов. Электричество, № 2, 1953.

47. Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested defenition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. Inst. Elec. Eng.,Vol.119, Sept. 1972 and Vol.120, July 1973.

48. Саенко Ю.Л.:Применение теории стохастических дифференциальных уравнений для анализа процессов в электрических сетях. Тезисы докладов

Всесоюзного научно-технического семинара "Эффективность и качество электроснабжения промпредприятий". Мариуполь, 1983.- 320 с.

49. Саенко Ю.Л.: Реактивная мощность в расчетах надежности элементов систем электроснабжения. Тезисы докладов научно-технической конференции "Повышение эффективности и качества электроснабжения" Мариуполь. Киев, Общество "Знание" Украинской ССР, 1990.- 212 с.

50. Саенко Ю.Л.: Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с нелинейными нагрузками. Тезисы докладов научно-технической конференции "Повышение эффективности и качества электроснабжения" Мариуполь. Киев, Общество "Знание" Украинской ССР, 1990.- 212 с.

51. Солодухо Я.Ю.: Состояние и перспективы внедрения в электропривод статических компенсаторов реактивной мощности (обобщение отечественного и зарубежного опыта). Реактивная мощность в сетях с несинусоидальными токами и статические устройства для ее компенсации. М., Информэлектро, 1981.- 81 с.

52. Солодухо Я.Ю.: Состояние и перспективы внедрения в электропривод статических компенсаторов реактивной мощности. М., Информэлектро, 1982.- 66 с.

53. Влияние дуговых электропечей на системы электроснабжения. Ю.Л.Рыжнев и др. М., Энергия, 1975.- 185 с.

54. Высшая математика. Специальные главы. П.И.Чинаев и др. К., Вища школа, 1981.- 368 с.

55. Walczak J., Pasko M.: O pewnym problemie syntezy dwójników pasywnych LC. Materialy XII SPETO, Gliwice - Wisła, 1989.

56. Zhezhelenko I.V., Saienko Y.L., Szarka T., Szentirmai L.: Resonance in large industrial networks by high - powered thyristorised converters/inverters. 6-th Conference on Power Electronics and Motion Control. Budapest, Hungary, Oct. 1990.

57. Zhezhelenko I.V., Saienko Y.L., Szarka T., Szentirmai L.: Impact of thyristorised converters/inverters on industrial network. 6-th Conference on Power Electronics and Motion Control. Budapest, Hungary, Oct. 1990.

58. Zhezhelenko I.V., Saienko Y.L.: Influence of filter - compensating devices on short - circuit currents. 4-th International Symposium on Short - Circuit Currents in Power Systems, Liege, 1990.

59. Жарков Ф.П.:Об одном способе определения реактивной мощности. Изв. АН СССР - Энергетика и транспорт, № 2, 1984.

60. Жежеленко И.В.: Высшие гармоники в сетях промпредприятий. М., Энергоатомиздат, 1984.- 160 с.

61. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: К вопросу об определении частотных характеристик электрических сетей. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 11, 1982.

62. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Метод определения частотных ха-

рактериотик электричеоких оетей. Техничеокая электродинамика, № 4, 1983.

63. Жежеленко И.В., Липокий А.М., Саенко Ю.Л.: Раочет параметров уотройотв компеноации колебаний напряжений. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 2, 1984.

64. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: О методах раочета реактивной мощности при неоинуооидальных режимах. Промышленная энергетика, № 2, 1985.

65. Жежеленко И.В.,Саенко Ю.Л.: Раочет параметров фильтро-компеноирующих уотройотв при наличии выоших гармоник в оиотемах электроонабжения. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 12, 1985.

66. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Оценка реактивной мощноoти при неоинуооидальных режимах оиотем электроонабжения. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 7, 1986.

67. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Реактивная мощноoть в задачах электроэнергетики. Электричеотво, № 2, 1987.

68. Жежеленко И.В.,Саенко Ю.Л.: Обмен электромагнитной энергией в нелинейной ореде. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 5, 1988.

69. Жежеленко И.В.,Саенко Ю.Л.: Реактивная мощноoть в электричеоких оетях дуговых оталеплавильных печей. Изв.вузов СССР - Электромеханика, № 5, 1989.

70. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Реактивная мощноoть в оиотемах электроонабжения. Учебное пооoбие. Киев, УМК ВО, 1989.- 108 о.

71. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Савина Н.В.: Повышение эффективноoти и качеотва электроонабжения промышленных предприятий. Киев, Общеoтво "Знание" Украинокой ССР, 1990.- 24 о.

72. Жежеленко И.В.,Саенко Ю.Л.: Обмен электромагнитной энергией в электричеоких оетях. XIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, Gliwioe-Wisła, 1990.

73. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Влияние фильтро-компеноирующих уотройотв на амплитудный опектр тока вентильных преобразователей. Техничеокая электродинамика, № 3, 1990.

74. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Взаимные оопротивления электричеоких оетей на чаототах гармоник. Изв.вузов СССР - Энергетика, № 9, 1990.

75. Забродин Ю.С.: Промышленная электроника. М., Выоwая школа, 1982.- 496 о.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\dot{A}_1$ – вектор прямой последовательности;
$\dot{A}_2$ – вектор обратной последовательности;
$\dot{A}_0$ – вектор нулевой последовательности;
a – оператор поворота ($a = e^{j2\pi/3}$);
$\bar{B}$ – вектор магнитной индукции;
C – емкость;
D – неактивная составляющая полной мощности;
$\bar{D}$ – вектор электрического смещения;
$D[x]$, D_x – дисперсия случайной величины x;
d/dt – производная по времени;
$\bar{E}$ – вектор напряженности электрического поля;
$\bar{H}$ – вектор напряженности магнитного поля;
I – действующее значение тока;
I_d – действующее значение выпрямленного тока преобразователя;
I_m – амплитудное значение тока;
$Im[x]$ – мнимая часть комплексного числа x;
$\bar{I}_{пр}$ – вектор плотности тока проводимости;
$I_{ном}$ – номинальный ток;
i – мгновенный ток;
i_a – активная составляющая тока;
i_d – мгновенный выпрямленный ток преобразователя;
$i_к$ – мгновенный ток компенсирующего устройства;
i_p – реактивная составляющая тока;
j – мнимая единица ($j = \sqrt{-1}$);
K – мощность искажения;
$k_{экз}$ – коэффициент эксплуатационного короткого замыкания печи;
L – индуктивность;
$M[x]$, m_x – математическое ожидание случайной величины x;
$\dot{N}$ – пульсирующая мощность;
n – коэффициент трансформации;
P – активная мощность;
p – мгновенная мощность;
Q – реактивная мощность;
Q_B – реактивная мощность по C.Budeanu;
$Q_{бк}$ – мощность батареи конденсаторов;
Q_F – реактивная мощность по S.Fryze;

Q_N – реактивная мощность по Z.Nowomiejski;
$Q_н$ – реактивная мощность нагрузки;
$Q_{об}$ – обменная реактивная мощность;
$Q_{ст}$ – реактивная мощность стабилизатора;
$Q_э$ – эквивалентная реактивная мощность;
Q_Σ – суммарная реактивная мощность;
q – мгновенная реактивная мощность;
q^* – относительное значение мгновенной реактивной мощности;
$q_к$ – мгновенная реактивная мощность компенсирующего устройства;
R – активное сопротивление;
$R_д$ – активное сопротивление дуги;
$Re[x]$ – действительная часть комплексного числа x;
S – полная мощность;
$\tilde{S}$ – комплекс полной мощности;
S_{BS^m} – полная мощность в пространстве Бесиковича-Соболева;
$S_{кз}$ – мощность короткого замыкания;
$S_{нл}$ – мощность нелинейной нагрузкки;
$S_р$ – мощность реактора;
$S_{пт}$ – мощность печного трансформатора;
$S(i(t))$ – функционал;
t, τ – время;
T – период изменения напряжения сети, мощность искажения;
U – действующее значение напряжения;
U_m – амплитудное значение напряжения;
$\dot{U}$, $\dot{I}$ – комплексы напряжения, тока;
$\mathring{U}$, $\mathring{I}$ – сопряженные комплексы напряжения, тока;
U_A – фазное напряжение;
U_{AB} – линейное напряжение;
U_d – действующее значение выпрямленного напряжения преобразователя;
u – мгновенное напряжение;
u_d – мгновенное выпрямленное напряжение преобразователя;
V – объем расматриваемого пространства;
W – энергия электромагнитного поля;
$W_м$ – энергия магнитного поля;
$W_{ср}$ – среднее значение энергии электромагнитного поля;
$W_э$ – энергия электрического поля;
X – реактивное сопротивление;
x,y,z – декартовые координаты;
$x_к$ – индуктивное сопротивление контура коммутации;
x_s – индуктивное сопротивление системы;
$x_т$ – индуктивное сопротивление трансформатора преобразователя;
y – реактивная проводимость;

α – угол управления преобразователя, начальная фаза напряжения;
α_0 – начальный угол управления преобразователя;
β – начальная фаза тока;
γ – удельная проводимость среды; угол коммутации преобразователя;
γ_0 – угол коммутации преобразователя без компенсирующего устройства;
γ^* – относительное значение угла коммутации преобразователя ($\gamma^*=\gamma/\gamma_0$);
$\bar{\delta}$ – вектор плотности тока;
$\partial/\partial t$ – частная производная по времени;
Δ,δ – погрешность;
ΔP – потери активной мощности;
ΔU – падение напряжения;
ε – абсолютная электрическая проницаемость вещества;
φ – угол сдвига фаз напряжения и тока;
μ – абсолютная магнитная проницаемость вещества;
ν – номер гармоники;
$\sigma[x]$, σ_x – среднеквадратическое отклонение случайной величины x;
ϑ – текущее значение угла мгновенного тока($\vartheta = \omega t$);
ξ_0 – резонансная частота фильтро-компенсирующего устройства;
ω – угловая частота напряжения сети, объемная плотность электромагнитного поля;
$\omega_м$ – объемная плотность магнитного поля;
$\omega_р$ – резонансная частота;
$\omega_э$ – объемная плотность электрического поля.

РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НАГРУЗКАМИ

Р е з ю м е

В монографии рассмотрены вопросы обмена и передачи электромагнитной энергии в электрических сетях несинусоидального тока.

Проведен анализ и дана оценка существующих методов расчета реактивной мощности в электрических цепях при несинусоидальных режимах. На основе теории электромагнитного поля разработан метод определения реактивной мощности как в однофазных, так и в трехфазных нелинейных цепях. Дан анализ электромагнитных процессов в преобразовательных установках однофазного и трехфазного тока, а также в сетях с дуговыми сталеплавильными печами.

Разработаны принципы расчета и компенсации реактивной мощности при несинусоидальных режимах. Разработана методика определения спектра входного тока тиристорного преобразователя с компенсирующими и фильтро-компенсирующими устройствами.

REACTIVE POWER IN ELECTRIC SUPPLY SYSTEMS HAVING NONLINEAR LOADS

S u m m a r y

Problems of exohange and transmission of eleotromagneteo energy in networks of nonsinusoidal ourrents are oonsidered in this monograph.

An analysis is made and an estimation is done of ourrent methods of reaotive power oomputation for the networks operating in nonsinusoidal oonditions. On the basis of the eleotromagnetio field theory a method of reaotive power determination is worked out for one-phase as well as for three-phase nonlinear networks. Analysis of eleotromagnetio prooesses is made for one-phase and three-phase oonverting devioes as well as for networks with ark steelmaking furnaoes.

Prinoiples of oomputation and oompensation of reaotive power in nonsinusoidal oonditions are worked out. Methods of determination of the input ourrent speotrum of the thyristerised oonverter having oompensating and filter-oompensating devioes are worked out.

MOC BIERNA W SYSTEMACH ZASILANIA Z NIELINIOWYMI ODBIORAMI

S t r e s z c z e n i e

W monografii rozpatrzono zagadnienia wymiany i przekazywania energii elektromagnetycznej w sieciach elektrycznych prądu niesinusoidalnego.

Przeprowadzono analizę i dokonano oceny istniejących metod obliczania mocy biernej w sieciach elektrycznych przy niesinusoidalnych stanach pracy. Na podstawie teorii pola elektromagnetycznego opracowano metodę określenia mocy biernej w jednofazowych oraz trójfazowych obwodach nieliniowych. Podano analizę przebiegów elektromagnetycznych w urządzeniach przekształtnikowych prądu jednofazowego i trójfazowego oraz w sieciach zawierających stalownicze piece łukowe.

Opracowano zasady obliczenia i kompensacji mocy biernej w stanach niesinusoidalnych. Opracowano metodę określenia spektrum prądu wejściowego przekształtnika tyrystorowego z urządzeniami kompensującymi i filtrująco-kompensującymi.