Henryk KRAUSE[1]

ZASTOSOWANIE ZAGADNIEŃ ODWROTNYCH W INTERPRETACJI METROLOGICZNEJ LICZBY BIOTA

1. Wprowadzenie

W istniejących budynkach nie zawsze znana jest konstrukcja przegród, stąd w celu określenia termoizolacyjności wymagana jest konieczność przeprowadzenia badań diagnostycznych na obiekcie. Badania te wykonuje się przy nieustalonych warunkach przepływu ciepła. Analizując powyższe zagadnienie można stwierdzić, że wyznaczone za pomocą takich pomiarów charakterystyki termoizolacyjności przegród nie zawsze odpowiadają wielkościom obliczeniowym. Różnice pomiędzy wartościami liczbowymi, wyznaczonymi w obliczeniach oraz pomiarach termoizolacyjności przegród, należy tłumaczyć odmiennym sposobem uwzględniania parametrów wyjściowych i stanów środowiska. Formuły pomiarowych charakterystyk termoizolacyjności przegrody oznaczonych symbolem – CTP, wyrażonych poprzez opór cieplny przewodzenia R_λ lub konduktancję cieplną przegrody Λ, czy też powszechnie używany w projektowaniu współczynnik przenikania ciepła U (dotychczas k) nie zawsze uwzględniają złożoną specyfikę zagadnień metrologicznych. Zagadnienia praktycznych możliwości pomiarowych zdominowane są często poprzez teorię podręcznikową nie zawsze dającą się poprzez pomiary w praktyce rozwiązać.

W niniejszym opracowaniu podjęto próbę zastosowania zagadnień odwrotnych w interpretacji metrologicznej liczby Biota

2.Zagadnienia odwrotne w rozwiązywaniu zadań przewodnictwa cieplnego

Rozwiązywanie zadań odwrotnych znalazło zastosowanie w rozwiązywaniu zagadnień cieplnych. Na podstawie znanych skutków, uzyskanych z pomiarów, wynikających z właściwości użytkowych obiektu [1] przedstawiono sposób wyznaczania izolacji termicznej w eksploatowanym budynku [4]. Zadania odwrotne w rozwiązywaniu zagadnień cieplnych mogą być umownie podzielone na trzy grupy:[5]

- identyfikacji pola temperatury
- identyfikacji współczynników określających właściwości fizyczne ciała
- identyfikacji wydajności oraz rozkładu wewnętrznych źródeł ciepła

W klasyfikacji rozwiązywania problemów zagadnienia określenia termoizolacyjności należą do grup zadań współczynnikowych. Cechą charakteryzującą matematyczne rozwiązanie współczynnikowego zagadnienia odwrotnego jest

[1] Dr hab. inż. Prof. Politechniki Śląskiej, Katedra Procesów Budowlanych

konieczność przestrzegania dodatkowych wymagań dotyczących czasu pomiaru τ. Odpowiedni czas pomiarów wynika z nieustalonego przepływu ciepła przez przegrodę budowlaną.

3. Kryterialna liczba Biota

Biot [2] niezależnie od Fouriera sformułował prawo przewodzenia ciepła. Liczba kryterialna Biota **Bi** charakteryzuje wymianę ciepła w ciele stałym poprzez podobieństwo przejmowania ciepła. Dla przegrody jednorodnej przedstawiana jest w formie wzoru[2]:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot l_o}{\lambda}, \tag{1}$$

gdzie: l_o wymiar wyznaczony jest z warunku geometrycznego elementu $l_o = V/F$ – (objętość przez powierzchnię elementu) współczynnik przewodności cieplnej λ określony jest jak dla znanego materiału, zaś α-współczynnik przejmowania ciepła traktuje się jako wielkość matematyczną bez fizycznego uzasadnienia. W uogólnionej analizie zagadnień związanych z przewodzeniem ciepła przez przegrodę, liczba **Bi** traktowana jest jako iloraz oporu przewodzenia ciepła do oporu przejmowania, zgodnie z zapisem:

$$Bi = \frac{R_\lambda}{R_\alpha}. \tag{2}$$

Przyjmując, że wymiar charakterystyczny l_o wyraża sumaryczną grubość przegrody d o współczynniku przewodzenia λ a współczynnikowi przejmowania ciepła α odpowiada współczynnik przejmowania ciepła na wewnętrznej powierzchni przegrody α_i, warunek brzegowy dla pola temperatury na powierzchni υ_i, przy temperaturze wewnętrznej t_i, zgodnie z prawem Newtona wyraża zależność

$$\lambda \frac{\delta t}{\delta d} = d_i \, (t_i - \upsilon_i) \tag{3}$$

po, podzieleniu obu stron równania przez λ i pomnożeniu prze d uzyskamy zależność

$$d \frac{\delta t}{\delta d} = B_{is} \, (t_i - t_e) \tag{4}$$

gdzie:

$$B_{is} = \frac{\alpha_i d}{\lambda} = \frac{R_\lambda}{R_i} \tag{5}$$

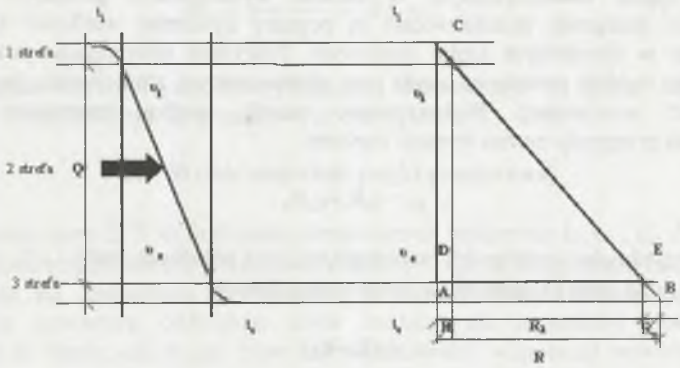
---

[2] Biot Jean B 1774-1862 [3]

B_{is} – oznacza skorygowaną liczbę Biota i charakteryzuje wymianę ciepła przez przegrodę wyrażoną poprzez iloraz oporów przewodzenia i przejmowania ciepła od wewnątrz. Zmianie liczby B_{is} odpowiada zmiana izolacyjności termicznej przegrody

4. Metrologiczne modelowanie liczby Biota.

Modelowanie fizyczne pozwala na analizę zjawisk zachodzących w określonych sytuacjach bez konieczności ich odtwarzania w warunkach rzeczywistych. Realizacja podobieństwa modelu do wzorca, przy nieustalonym przepływie ciepła jest praktycznie niemożliwa, stąd przyjęto, że czas badań będzie nieskończenie długi czyli $\tau \rightarrow \infty$ [2]. Wtedy można rozpatrywać model ustalonego przepływu ciepła. Temperaturowe oddziaływanie środowisk na przegrodę w ujęciu jej cech użytkowych, wyrażone poprzez różnicę temperatur (t_i -t_e), powoduje odpowiedź przegrody zależną od jej termoizolacyjności. Odpowiedź przegrody może być wyrażona poprzez pomierzone temperatury υ_i , υ_e , różnice tych temperatur lub poprzez trudne do pomierzenia gęstości strumieni cieplnych q_i , q_e. Do analizy zjawiska przenikania ciepła przyjęto formalny model zaliczany do interfejsu pomiarowego [6]. Model taki nie uwzględnia bezpośrednio zróżnicowanej wewnętrznej dynamiki przegrody, przedstawia natomiast sytuacje wyrażone poprzez pomiary zachodzące w środowisku oraz na jego styku z przegrodą.



Rys. 1 Model podobieństwa ustalonych pól fizycznych – m^w

Analizując model zagadnienia, przyjęto że rzeczywistą sytuację eksploatacyjną przegrody w określonym czasieτ , odwzorowuje suma składowych różnic temperatur związanych z przegrodą w rozbiciu na trzy strefy zmian różnic temperatury (rys 1).

$$(t_i-t_e)=(t_i-\upsilon_i)+(\upsilon_i-\upsilon_e)+(\upsilon_e-t_e) \qquad (6)$$

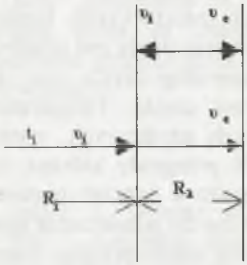
Założono, że zmienne oddziaływanie środowiska zewnętrznego na przegrodę wyraża temperatura υ_e jako *zewnętrzne obciążenie termiczne* przegrody, co przy znanym stwierdzeniu, że trzy pomierzone temperatury spośród czterech t_i, υ_i, υ_e, t_e w sposób możliwie wystarczający charakteryzują płytę [2] czyli opisują sytuację eksploatacyjną przegrody.

Po dokonanym uproszczeniu w ujęciu metrologicznym (wzór 6) można wyrazić:

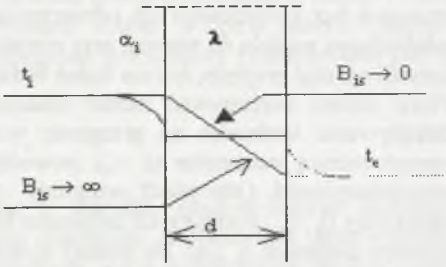
$$(t_i-\upsilon_e)=(t_i-\upsilon_i)+(\upsilon_i-\upsilon_e) \qquad (7)$$

Tak wyrażone warunki użytkowania ze względów metrologicznych charakteryzuje poprzez temperatury υ_i i υ_e

wszystkie rzeczywiste i pozorne zmiany występujące w przegrodzie , będące odpowiedzią na niestacjonarne oddziaływanie środowiska poprzez temperaturę υ_e przy przyjęciu temperatury odniesienia t_i = *const.*



Rys.2. Termiczne warunki użytkowania



Rys.3. Zmienność liczby B_{is}

W ujęciu metrologicznym w okresie wykonywania pomiarów warunki użytkowania przegrody przedstawione są poprzez dyskretne wielkości t_i, υ_i, υ_e wyznaczone w określonym kroku czasowym. Powyższa interpretacja prowadzi do uproszczenia modelu przepływu ciepła przy równoczesnym zmniejszeniu jego stopnia niepewności pomiarowej. Wykorzystując zasadę spadku temperatur warunki użytkowania przegrody można wyrazić zapisem:

$$t_i - \upsilon_e = q_i R_i + q_\lambda R_\lambda \tag{8}$$

Uwzględniając możliwości metrologiczne oraz położenie strefy I i II założono , że $q_\lambda = q_i = q$, stąd wzór (8) przyjmuje uproszczoną formułę :

$$t_i - \upsilon_e = q(R_i + R_\lambda) \tag{9}$$

Po dokonanym uproszczeniu w ujęciu metrologicznym, opartym na wzorze (9) określono model operacyjny dla przyjętych warunków użytkowania przegrody określonymi temperaturami t_i, υ_i, υ_e. Z modelu operacyjnego CDE (rys1) wynika zgodnie z zasadą proporcjonalności różnic temperatur i odpowiednich oporów cieplnych wynika :

$$\frac{\Delta \upsilon_x}{R_x} = \frac{\Delta T}{R} \tag{10}$$

stąd

$$\frac{t_i - \upsilon_i}{R_i} = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_e} \tag{11}$$

Po przekształceniu

$$\frac{R_\lambda}{R_i} = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_i} \tag{12}$$

Na podstawie wzoru (5) otrzymano skorygowana liczbę Biota wyrażona ilorazami odpowiednich temperatur.

$$B_{is} = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_i} \tag{13}$$

Analizując i porządkując na podstawie modelu operacyjnego CDE i wzoru 10 określono związek między bezwymiarowymi temperaturami a *skorygowaną liczbą* **Bi**$_s$

Uporządkowane formuły zapisów przedstawiono poniżej:

$$\theta_1 = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_i} = Bi_s \ , \tag{14}$$

$$\theta_2 = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_e} = \frac{Bi_s}{1 + Bi_s} \ , \tag{15}$$

$$\theta_3 = \frac{t_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_i} = Bi_s + 1 \ , \tag{16}$$

Wyznaczone powyżej bezwymiarowe temperatury w ujęciu użytkowania przegrody można zaliczyć do pomiarowych charakterystyk – CTP.

5. Wybór charakterystyki pomiarowej

Analizowane CTP są funkcjami pomierzonych temperatur t_i, υ_i, υ_e. Z wielkości tych największą niepewnością pomiarową charakteryzuje się temperatura υ_e. Wynika to z faktu, że na zewnętrzną powierzchnię przegrody obok zmiennej zewnętrznej temperatury powietrza oddziałuje wiele termicznych czynników zewnętrznych zmiennych w czasie, takich jak: promieniowanie, wiatr, wilgotność powietrza, opady atmosferyczne.

Istotne jest więc dobranie spośród formuł bezwymiarowych temperatur zapisu matematycznego, możliwie bezpośrednio najmniej wrażliwego na zmienność υ_e.

Wrażliwość odwzorowania CTP scharakteryzowano wielkością s określającą zmianę wartości θ w funkcji υ_e :

$$s = \frac{\theta(\upsilon_e) - \theta(\upsilon_e - \Delta\upsilon_e)}{\theta(\upsilon_e)} 100\% \ . \tag{17}$$

Badając za pomocą powyższego wzoru formuły, stwierdzono najmniejszą wrażliwość formuły θ_2 przy wartości s ≅ 3 %. Podczas gdy formuły θ_1 i θ_3 wykazały wrażliwość na poziomie s = 30% Jako charakterystykę pomiarową wytypowano bezwymiarową temperaturę θ_2, w której:

- wpływ temperatury υ_e jako wielkości pomiarowej jest zminimalizowany
- zapis charakterystyki przedstawiony jest w skali liniowej
- pomija się pomiar małych różnic temperatury ti-υ_i
- wielkości pomiarowe temperatur wyraża się poprzez ich różnice – stąd w istotny sposób ogranicza się błędy pomiarowe

6. Pomiarowa charakterystyka termoizolacyjności

Jako pomiarową CTP przyjęto bezwymiarową temperaturę θ_2 oznaczając ją symbolem TP i wyrażoną wzorem:

$$\theta_2 = TP = \frac{\upsilon_i - \upsilon_e}{t_i - \upsilon_e} . \tag{18}$$

Charakterystykę TP nazwano wskaźnikiem pomiarowym, który wyraża rozwiązanie współczynnikowego zagadnienia odwrotnego w oparciu o metrologiczną interpretacje liczby Biota.

Dla nieustalonego przepływu ciepła w określonym czasie τ, dla danych warunków użytkowania przegrody charakterystykę TP wyraża wzór:

$$TP(\tau) = \frac{\upsilon_i(\tau) - \upsilon_e(\tau)}{t_i(\tau) - \upsilon_e(\tau)} . \tag{19}$$

Zapis wskaźnika TP wyraża więc cechę obiektu pomiaru, którą jest izolacyjność termiczna przegrody określona poprzez pomierzone jej stany w czasie τ wyrażone temperaturą.

Charakterystykę wskaźnika TP można wyrazić poprzez opory cieplne oraz gęstości strumienia cieplnego:

$$TP = \frac{q_\lambda R_\lambda}{q_i R_i + q_\lambda R_\lambda} . \tag{20}$$

Zakładając, że $q_i = q_\lambda$ wzór przyjmuje uproszczony zapis:

$$TP = \frac{R_\lambda}{R_i + R_\lambda} . \tag{21}$$

Stosowanie TP w diagnostyce cieplnej zewnętrznych przegród wymaga znajomości odpowiednich formuł wyrażonych wzorami (22) i (23).

Przy pomiarach w czasie τ poszczególny pomiar traktowany jest jako wielkość chwilowa zgodnie ze wzorem (19).

Średnia wartości chwilowych przy n pomiarach w okresie Δτ wyraża się wzorem:

$$\overline{TP} = \frac{\sum_{j=1}^{n} TP_j}{n} \tag{22}$$

Średnia wartości chwilowych przy pomiarach w okresie Δτ odpowiadający miarodajnej wartości $\overline{TP}$ należy wyznaczyć przy spełnieniu warunku (wzór 23), tzn. , że wartości $\overline{TP}$ obliczone narastająco z poszczególnych pomiarów nieznacznie się od siebie różnią:

$$\left| \frac{\overline{TP}_n - \overline{TP}_{n-1}}{\overline{TP}_n} \right| \le x_{min} , \tag{23}$$

gdzie:

$\overline{TP}_n, \overline{TP}_{n-1}$ – średnie wielkości pomiarowe wyznaczone dla n–1 oraz n pomiarów w okresie $\Delta\tau$,

x_{min} – minimalna względna dopuszczalna różnica wartości TP określona dla celów diagnostycznych na poziomie 0,02.

Przy badaniach wykonywanych w czasie $\Delta\tau$ zaleca się rozpoczynanie i kończenie pomiarów o tej samej porze, w odstępie pełnych dób.

Przyjmując we wzorze (24) w miejsce oporów R_λ i R_i wartości charakterystyczne np. dopuszczalną wartość $R_{\lambda d}$ określoną na podstawie normy, zaś R_i na podstawie literatury [4] wskaźnik TP uzyskuje charakter etalonu (wzorca), do którego można porównywać wielkości uzyskiwane z pomiarów na obiekcie.

Zapis etalonu TP przyjmuje postać:

$$etalon \quad TP = \frac{R_{\lambda d}}{R_i + R_{\lambda d}} . \tag{24}$$

7. Podsumowanie

Niniejsze opracowanie w oparciu o kryterialną liczbę Bita przedstawi kierunek badań, którego realizacja może służyć za podstawę do zastosowań praktycznych. Określono związek pomiędzy stanami środowisk i struktury przegrody wyrażonej różnicami odpowiednich temperatur w czasie. Jako pomiarową charakterystykę izolacyjności wprowadzono bezwymiarową temperaturę – TP. Charakterystyka ta jako wynik rozwiązania zagadnienia odwrotnego jest skorygowaną formą kryterialnej liczby Biota uwzględniającą przewodzenie i przejmowanie ciepła przez przegrodę. Określona jest poprzez pomiar samych temperatur z pominięciem gęstości strumienia cieplnego. Charakterystyka ta odznacza się zminimalizowanym wpływem środowiska zewnętrznego na wyniki pomiarów. Przedstawiono sposób określenia wzorca „etalonu TP" zależnego od normowej lub innej granicznej wielkości współczynnika k lub oporu cieplnego R. Zaproponowana metoda określenia charakterystyki pomiarowej pozwala na prowadzenie szybkiej i prostej diagnostyki cieplnej jako wyjściowego stadium prognozowania w zakresie termorenowacji budynków. Umożliwia ona ocenę izolacyjności termicznej zewnętrznych przegród budowlanych z dokładnością wystarczającą dla określenia wielkości docieplenia.

Literatura

[1] Dyrektywa 89/106/EEC. Wymagania podstawowe nr 6. Oszczędność energii i ochrona cieplna. ITB Warszawa 1996.

[2] Godula S. „ Przewodzenie ciepła". PWN Warszawa1989.

[3] Kostowski E. „Przepływ ciepła .Poltechnika Śląska, Gliwice 1991.

[4] Krause H. „Podstawy temperaturowej diagnostyki izolacyjności cieplnej przegród budowlanych" ZN Politechniki Śląskiej Budownictwo Z-78, Gliwice 1993 .

[5] Kurpisz K „ Wyznaczanie pola temperatur w ciałach stałych na postawie obserwacji temperatury lub strumienia ciepła w wybranych punktach ciała" ZN Politechniki Śląskiej, Energetyka Z-84 Gliwice 1984.

[6] Sydeyham PH Podręcznik metrologii Tom I WKiŁ. Warszawa 1988.

METRPLOGICAL INTERPETATION OF THE BIO'S NUMBER WITH APPLICATION OF INVERSE PROBLEMS

Summary

A metrological interpretatin of the criterial Biot's number determination of building elements thermal insulation is presented. This problem is in domain of solving inwerse problems in the heat transfer analyses.