

Stefan OWCZAREK¹

O KRYTERIACH I OGRANICZENIACH GEOMETRYCZNYCH OPTIMALIZACJI OBUDOWY BUDYNKU

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach przy wznoszeniu budynków mieszkalnych, usługowych i przemysłowych jest powszechnie stosowany system budownictwa szkieletowego. Ważnym elementem budynków szkieletowych jest ich obudowa. Ciągłe doskonalona jest technologia obudowy strukturalnej.

W projektowaniu obudowy żąda się spełnienia wymagań energooszczędności i zapewnienia łączności z klimatem zewnętrznym i zapewnienia mikroklimatu wewnętrznego potrzebnego do właściwego funkcjonowania użytkowników budynku.

Obudowy te muszą też spełniać warunek efektywności ekonomicznej. Aby spełnić te wymagania w analizach i projektowaniu obudowy budynku są stosowane różne kryteria. W optymalnym projektowaniu występują również ograniczenia geometryczne, które są narzucone przez przyjęte technologie wykonania budynków.

W referacie przedstawiono elementy sformułowania zadania optymalnego projektowania obudowy budynku. Do nich należą: zmienne decyzyjne, zależności geometryczne, ograniczenia zmiennych decyzyjnych i funkcje celu. Podano również specyfikacje funkcji celu. Specyfikacja wraz ze wszystkimi parametrami stałymi, geometrią i zmiennymi wymuszającymi procesy fizyczne stanowi model numeryczny prezentowanego zadania optymalizacji.

2. Zmienne decyzyjne i zależności geometryczne

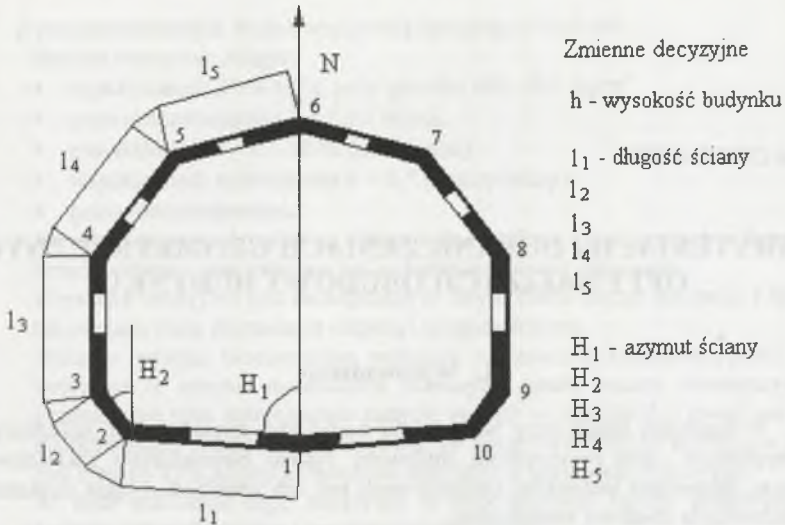
Rzut poziomy budynku w kształcie dziesięcioboku pokazano na rysunku 1. Wierzchołki wieloboku ponumerowano od 1 do 10. Długości boków oznaczono przez l_i , a azymuty przez H_i .

W zadaniach optymalizacji obudowy budynków przyjmowane są dwie grupy zmiennych decyzyjnych. Do jednej należą zmienne określające kształt obudowy budynku. Są to parametry określające jego kształt w planie budynku tj. długości boków l_i , azymuty przez H_i . Do drugiej grupy należą zmienne określające strukturę obudowy.

Do nich należą:

p – procent oszklenia ścian (stosunek powierzchni przezroczystej do całkowitej ściany), R – opór cieplny ściany, g – grubość warstwy izolacji cieplnej ściany, R_o – opór cieplny okna, n_1 - liczba szyb w części przezroczystej ściany, d – grubość pustek powietrznych części przezroczystej.

¹Prof. dr hab., Politechnika Białostocka, KTOiEB, e-mail:sowczar@cksr.ac.bialystok.pl



Rys.1. Rzut poziomy ścian zewnętrznych i przyjęte oznaczenia.

Pole podstawy wielościanu o $2n$ wierzchołkach wyrażono wzorem:

$$A_{pd} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n l_i l_j \sin(H_j - H_i). \quad (2.1)$$

3. Ograniczenia optymalizacji budynku o podstawie wieloboku

W optymalizacji obudowy budynków przyjmowano dwa ograniczenia główne narzucone przez samą geometrie. Do nich należą:

Warunek stałej objętości budynku:

$$V = A_{pd} h. \quad (3.1)$$

Warunek zamykania się wieloboku:

$$l_i \sin(H_i) = 0. \quad (3.2)$$

W szczególnych zadaniach stosowane są ograniczenia geometryczne wynikające z technologii. Do nich należą:

Długości boków są iloczynami modułów:

$$l_i = m l. \quad (3.3)$$

Opisują one budynki o modułowych długościach boków.

Długości boków są stałe.

$$l_i = l = const. \quad (3.4)$$

Są przyjmowane przy optymalizacji budynków równobocznych.

4. Funkcja celu

Przyjęto, że funkcja celu składa się z sumy wyrazów proporcjonalnych do powierzchni poszczególnych ścian zewnętrznych budynku, czyli:

$$U = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_i + A_{pd} C_{pd} + A_d C_d + C_s. \quad (4.1)$$

Przez A_{pd} , A_d oznaczono powierzchnie podłogi i dachu, a współczynniki C_i oraz C_{pd} , C_d , mogą oznaczać koszty jednostkowe ściany albo straty ciepła przez jednostkę powierzchni tych przegród, C_s - koszty stałe.

Współrzędne bezwymiarowe η_i , η_j , $i=1, \dots, n$, wprowadzono poprzez zależności:

$$h = \sqrt[3]{V} \eta_h, \quad l_i = \sqrt[3]{V} \eta_i, \quad i=1, \dots, n. \quad A_{pd} = A_d = \frac{\sqrt[3]{V^2}}{\eta_h}. \quad (4.2)$$

Funkcje celu, warunek stałej objętości i warunek zamykania się wieloboku we współrzędnych bezwymiarowych mają postać:

$$F_0 = c \eta_h l \left[\sum_{i=1}^n \eta_i C_i + \frac{C_{sum}}{2(\eta_h)^2} \right] + C_s, \quad c = 2 \sqrt[3]{V^2}, \quad (4.3)$$

$$f_1 = \eta_h \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n \eta_i \eta_j \sin(H_j - H_i) - 1, \quad (4.4)$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^n \eta_i \sin(H_i). \quad (4.5)$$

5. Wyszczególnienie funkcji celu występujących w optymalizacji kształtu budynków i ich specyfikacje

W optymalizacji kształtu budynków stosowane są następujące kryteria:

- minimum kosztów inwestycyjnych,
- minimum rocznych kosztów ogrzewania w sezonie grzewczym,
- minimum kosztów całkowitych po N latach użytkowania,
- minimum rocznych kosztów odpisów inwestycyjnych,
- minimum rocznych kosztów całkowitych.
- Minimalny czas wykonania obudowy budynku.

W przypadku optymalizacji kształtu budynku o podstawie wieloboku wszystkie te kryteria po przyjęciu szczególnych założeń mogą być wyrażone poprzez funkcje celu w postaci (4.1). Sposób postępowania dla kolejnych kryteriów pokazano poniżej.

Minimum kosztów inwestycyjnych

Przyjęto, że koszt inwestycji jest równy:

$$K_i = K_{wb} + K_{in}, \quad (5.1)$$

gdzie:

K_{wb} – koszt wzniesienia budynku,

K_{in} – koszt instalacji.

Koszt wzniesienia budynku równy jest sumie:

$$K_{wb} = K_o + K_{ob}, \quad (5.2)$$

gdzie:

K_o – stane od zmiennych decyzyjnych,

K_{ob} – koszt obudowy.

Koszty obudowy stanowi suma kosztów z poszczególnych ścian.

$$K_{ob} = \sum_{i=1}^m C_i A_i, \quad (5.3)$$

gdzie:

A_i – powierzchnia m^2 ściany i ,

C_i – cena m^2 ściany i ,

Powierzchnię części nieprzezroczystej ściany A_i^s i powierzchnię okna A_i określono za pomocą współczynnika oszklenia r_i i powierzchni całkowitej ściany A_i następująco:

$$A_i^s = (1 - r_i) A_i, \quad A_i^o = r_i A_i. \quad (5.4)$$

Stąd uśredniony koszt jednostkowy ściany jest równy:

$$C_i = (1 - r_i) C_{si} + r_i C_{oi}, \quad i = 1, \dots, n, d, pd. \quad (5.5)$$

gdzie:

C_{si} – cena m^2 części nieprzezroczystej ściany i ,

C_{oi} – cena m^2 okna w ścianie i .

n - liczba ścian, d - dach, pd - podłogę.

Koszt instalacji jest proporcjonalny do powierzchni użytkowej i zainstalowanej mocy cieplnej ogrzewania budynku:

$$K_{in} = \tau_A A_u + \tau_q \dot{Q} \quad (5.6)$$

gdzie:

A_u – pole powierzchni użytkowej, m^2 ,

\dot{Q} – moc nominalna, kW,

τ_A – koszt jednostkowy zależny od pola powierzchni użytkowej, zł/ m^2 ,

τ_q – koszt jednostkowy zależny od mocy nominalnej, zł/kW.

Pole powierzchni użytkowej jest określane ze wzoru:

$$A_u = 0.8nA_{pd}. \quad (5.7)$$

gdzie n liczba kondygnacji w budynku.

Moc nominalna jest wyznaczana według normy z zależności:

$$\dot{Q} = \sum_{i=1}^n k_i \varphi_1 \varphi_2 (t_i - t_o) A_i + \dot{\Psi} c_p \rho (t_i - t_e), \quad (5.8)$$

gdzie:

A_i – powierzchnia ściany, m^2 ,

k_i – współczynnik przenikania ciepła w ścianie,

t_i – obliczeniowa temperatura powietrza w pomieszczeniu,

t_e – obliczeniowa temperatura zewnętrzna, $^{\circ}C$,

φ_1 – współczynnik uwzględniający dodatek do strat ciepła przez przenikanie dla wyrównania temperatur powierzchni przegród chłodzących,

φ_2 – współczynnik uwzględniający dodatek do strat ciepła przez przenikanie uwzględniający wpływ zysków z promieniowania słonecznego,

$\dot{\Psi}$ – strumień objętości powietrza wentylacyjnego, m^3/s ,

c_p – ciepło właściwe powietrza, J/(kgK),

ρ – gęstość powietrza, kg/m^3 .

Stąd postać funkcji celu po uwzględnieniu wyrażen (5.5- 5.8) jest:

$$K_{IN} = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{iIN} + A_{pd} C_{pdIN} + A_d C_{dIN} + C_{sIN}. \quad (5.9)$$

gdzie współczynniki C_{iIN} , C_{pdIN} , C_{dIN} , C_{sIN} są wyrażone wzorami:

$$\begin{aligned} C_{iIN} &= (1-r_i)C_{si} + r_i C_{oi} + \tau_q k_i \varphi_1 \varphi_2 (t_i - t_o), \\ C_{pdIN} &= C_{pd} + \tau_q k_{pd} \varphi_1 (t_i - t_o) + \tau_A 0.8n, \\ C_{dIN} &= C_d + \tau_q k_d \varphi_1 (t_i - t_o), \\ C_{sIN} &= \tau_q C_p \rho \dot{H} (t_i - t_o). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Minimum rocznych kosztów ogrzewania

Roczne koszty ogrzewania wyrażono sumą:

$$K_o = K_E + K_r + K_k, \quad (5.11)$$

gdzie:

K_E – roczny koszt zużycia energii,

K_r – roczny koszt obsługi urządzeń grzewczych,

K_k – roczny koszt konserwacji urządzeń grzewczych.

Roczny koszt zużycia energii K_E jest proporcjonalny do rocznego zużycia energii w budynku K_B

$$K_E = c_E \frac{E_B}{\eta_{sc}}, \quad (5.12)$$

gdzie:

c_E – cena energii, E_B – roczne zużycie energii w budynku, η_{sc} – sprawność sieci ciepłej,

Koszt obsługi jest wprost proporcjonalny do rocznego zużycia energii w budynku:

$$K_R = K_o + K_{RE} E_B, \quad (5.13)$$

gdzie:

K_o – koszty stałe obsługi niezależne od zmiennych decyzyjnych,

K_{RE} – współczynniki zależne od rodzaju ogrzewania,

Koszt konserwacji jest proporcjonalny do kosztu instalacji (5.6):

$$K_K = \alpha K_{IN}, \quad (5.14)$$

Po podstawieniu zależności (5.12-5.14) do (5.11) jest:

$$K_o = K_{ok} + \left(\frac{c_E}{\eta_{sc}} + K_{RE} \right) E_B + \alpha_B (\tau_A A_u + \tau_q \dot{Q}), \quad (5.15)$$

Wyrażając roczne zużycie energii w budynku wzorem określonym normą:

$$E_B = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{ieB} + A_{pd} C_{pdeB} + A_d C_{deB} + C_{seB}. \quad (5.16)$$

gdzie:

C_{se} – stała uwzględniająca straty ciepłe z wentylacji i zyski wewnętrzne budynku.

Jednostkowe straty i zyski energii ciepłej przez ściany obliczano z zależności korelacyjnych fizyki budowli, pomiędzy energią przenikającą przez 1 m² powierzchni okna lub ściany a wartością stopniodni „SD” i sum promieniowania słonecznego w sezonie ogrzewania budynku.

$$\begin{aligned}
 C_{ieB} &= \{[k_s(1-r_i) + r_i k_o]24SD/1000 - \eta q_z(H_i)\}, \\
 C_{pdeB} &= \varphi_{pd} k_{pd} 24SD/1000, \\
 C_{deB} &= \varphi_d k_d 24SD/1000, \\
 C_{seB} &= (c_p \rho \dot{Y}_1 SD - D(80N + Lm(230 + \Phi_{os})))24/1000,
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$q_z(H_i) = \{A_\alpha^s k_s(1-r_i) + (A_\alpha^o k_o + P)r_i\}q_s(H_i), A_\alpha^s = \frac{A^s}{\alpha_e}, A_\alpha^o = \frac{A^o}{\alpha_e},$$

w których sumy promieniowania słonecznego $q_s(H)$ i „stopniodni” określono poniżej:

$$\begin{aligned}
 q(H_i) &= \frac{1}{3.6} (816.6 + 391.1 \cos(\frac{\pi(90 + H_i)}{180}) + 47.9 \cos(\frac{2\pi(90 + H_i)}{180}) + \\
 &\quad - 2.0 \cos(\frac{3\pi(90 + H_i)}{180})) [kWh].
 \end{aligned}$$

SD=3890

Ponadto we wzorach (5.17) przyjęto oznaczenia:

D – długość sezonu grzewczego, N – liczba mieszkańców w budynku, Lm – liczba mieszkań w budynku, Φ_{os} - moc oświetlenia w mieszkaniu.

Roczny koszt ogrzewania wyrażono wzorem:

$$K_o = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{ie} + A_{pd} C_{pde} + A_d C_{de} + C_{se}. \tag{5.18}$$

w którym

$$\begin{aligned}
 C_{ie} &= C_{ieB} \left(\frac{C_E}{\eta_{sc}} + K_{RE} \right) + \alpha \tau_q k_i \varphi_1 \varphi_2 (t_i - t_o), \\
 C_{pde} &= C_{pdeB} \left(\frac{C_E}{\eta_{sc}} + K_{RE} \right) + \alpha \tau_q k_{pd} \varphi_1 (t_i - t_o) + \alpha \tau_q 0.8 n_i, \\
 C_{de} &= C_{deB} \left(\frac{C_E}{\eta_{sc}} + K_{RE} \right) + \alpha \tau_q k_d \varphi_1 (t_i - t_o), \\
 C_{se} &= C_{seB} \left(\frac{C_E}{\eta_{sc}} + K_{RE} \right) + \alpha \tau_q c_p \rho \dot{Y}_1 (t_i - t_o) + K_{ok}.
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Minimum kosztów całkowitych po N latach użytkowania,

Funkcja celu takiego kryterium ma postać sumy funkcji celu z kryteriów minimum kosztów inwestycyjnych i minimum rocznych kosztów ogrzewania:

$$K_C = K_{IN} + N K_o, \tag{5.20}$$

gdzie N oznacza liczbę lat użytkowania budynku.

Funkcja celu w przypadku minimum kosztów całkowitych po N latach użytkowania ma więc postać:

$$K_C = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{iC} + A_{pd} C_{pdC} + A_d C_{dC} + C_{sC}. \tag{5.21}$$

przy czym

$$\begin{aligned}
 C_{iC} &= C_{iIN} + N C_{ie}, C_{pdC} = C_{pdIN} + N C_{pde} \\
 C_{dC} &= C_{dIN} + N C_{de}, C_{sC} = C_{sIN} + N C_{se},
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Minimum rocznych kosztów odpisów inwestycyjnych,

Przyjęto, że roczny koszt kapitałowy związany z nakładami inwestycyjnymi I na urządzenia (część budynku i instalacje) o trwałości N jest iloczynem wielkości nakładów inwestycyjnych I i raty amortyzacji oprocentowanej α_N lub raty rozszerzonej reprodukcji r_n

tj.

$$K = \alpha_N I \quad \text{lub} \quad K = r_n I, \quad (5.23)$$

gdzie

$$\alpha_N = \frac{r}{(1+r)^N - 1}, \quad r_n = r + \alpha_N, \quad (5.24)$$

r – oprocentowanie rocznego kosztu kapitałowego.

Funkcje celu w przypadku minimum rocznych kosztów odpisów inwestycyjnych napisano w postaci:

$$K_r = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{ir} + A_{pd} C_{pdr} + A_d C_{dr} + C_{sr}. \quad (5.25)$$

gdzie jest:

$$C_{ir} = \alpha_N C_{iIN}, \quad C_{pdr} = \alpha_N C_{pdIN}, \quad (5.26)$$

$$C_{dr} = \alpha_N C_{dIN}, \quad C_{sr} = \alpha_N C_{sIN}.$$

Minimum rocznych kosztów całkowitych.

Roczne koszty całkowite są sumą kosztu odpisów inwestycyjnych i kosztów ogrzewania.

Funkcje celu w tym przypadku napisano w postaci:

$$K_{rc} = 2 \sum_{i=1}^n l_i h C_{irc} + A_{pd} C_{pdrc} + A_d C_{drc} + C_{src}. \quad (5.27)$$

gdzie jest:

$$C_{irc} = C_{ir} + C_{ie}, \quad C_{pdrc} = C_{pdr} + C_{pde}, \quad (5.28)$$

$$C_{drc} = C_{dr} + C_{de}, \quad C_{src} = C_{sr} + C_{se}.$$

Jak pokazano funkcje celu powyższych pięciu kryteriów mają te same postacie, różniąc się jedynie wartością kosztów jednostkowych.

Minimalny czas wykonania obudowy budynku

Funkcja celu wyrażająca czas realizacji budynku ma postać:

$$T_r = f(l, m) T_p A_{es} \left(n_b + \frac{A_c}{A_{es}} - 1 \right) \quad (5.29)$$

gdzie

$$f(l, m) = \left(1 + \psi_1 \sum_{i=1}^N \frac{l_i - l_{sr}}{l_{sr}} + \psi_2 \text{Mantysa} \left(\frac{l_i}{m} \right) \right) \quad (5.30)$$

A_c - powierzchnia całkowita obudowy, A_{es} - powierzchnia średnia elementu obudowy,

T_p - norma czasu wykonania m^2 obudowy, l_i - długość boku „i”, l_{sr} - średnia długość

boku, m. – moduł obudowy, ψ_1, ψ_2 - współczynniki korelacyjne wzięte z opracowań statystycznych.

Wzór (5.29) wyprowadzono z opisów procesów jednorodnych, w których stosowano zasadę pracy równomiernej:

$$T_r = r(n_b + n - 1) \quad (5.31)$$

gdzie:

r – rytm pracy równomiernej, n_b – liczba brygad, n – liczba działek roboczych,

$$r = T_p A_{es} f(l_i, m). \quad (5.32)$$

Ze wzoru (5.28) wynika, że najkrótszymi czasami wykonania charakteryzują się budynki o równych i modułowych bokach.

6. Kolejność w wykonaniu obliczeń w przykładach optymalizacji kształtu budynków

Zadania projektowania optymalnego są złożonymi ze względu na występującą w nich wielokryterialność, geometrię, model fizyczny i teorię efektywności użytkowej oraz ograniczenia narzucone na zmienne decyzyjne. W celu uproszczenia rozwiązania problemu optymalizacji, jest on dzielony na niezależne zadania. Zachowywana jest kolejność rozwiązania zadań wynikająca z hierarchizacji kryteriów i dekompozycji optymalizacji na zadania niezależne.

We wszystkich zadaniach na początku ustalone są stałe funkcje i parametry. Do nich należą: koszty jednostkowe ścian, stałe fizyczne ścian i parametry wymuszeń zewnętrznych. Następnie ustalone są zmienne decyzyjne, ograniczenia i funkcje celu. W przypadku zadania wielokryterialnego zawsze istnieje konieczność ustalenia kryterium preferowanego.

W specyfikacji kryteriów wykazano, że prawie wszystkie funkcje celu mają taką postać matematyczną, różnią się jedynie interpretacją współczynników kosztów jednostkowych. Ułatwia to rozwiązanie zadań, pozwalając na stosowanie tych samych rozwiązań do wielu zadań.

Literatura

- [1] Owczarek S.: Optymalizacja kształtu budynków energooszczędnych o podstawie wieloboku, KILW, Studia z zakresu inżynierii, Nr 32, Warszawa 1992,
- [2] Owczarek S.: Optymalizacja budynków energooszczędnych, XL Konferencja KILiW PANi Komitetu Nauki PZITB, Krynica 1994.
- [3] Marks W.: Multicriteria optimization of blocks of flats, Arch. of Civil Engin. 43, 3, 1997, 283-300,
- [4] Marks W., Owczarek S.: Optymalizacja wielokryterialna budynków energooszczędnych, Studia z Zakresu Inżynierii, 46, 1999.

CRITERIA AND GEOMETRICAL CONSTRAINTS OF BUILDING ENVELOPE OPTIMISATION

Summary

The aim of this paper is formulation problem of optimisation of building envelope shape. Particular attention was paid to more detailed descriptions of mathematical form objective functions such criteria like:

- minimum invest construction cost,
- minimum seasonal demand of heating energy,
- minimum building cost and its running cost over N-years' period,
- minimum time of the realisation of building envelope.