ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

JANUSZ WALCZAK

OPTYMALIZACJA ENERGETYCZNO–JAKOŚCIOWYCH WŁAŚCIWOŚCI OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH W PRZESTRZENIACH HILBERTA

ELEKTRYKA

Z. 125
GLIWICE
1992

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1166

JANUSZ WALCZAK

OPTYMALIZACJA ENERGETYCZNO–JAKOŚCIOWYCH WŁAŚCIWOŚCI OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH W PRZESTRZENIACH HILBERTA

GLIWICE 1992

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakład 150+85 Ark. wyd. 9,7 Ark. druk. 9,625 Papier offset. kl.III 70x100 70g
Oddano do druku 22.04.92 Podpis. do druku 22.04.92 Druk ukończ. w maju 1992
Zam. 169|92 Cena zł 13.600,—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

OZNACZENIA I PODSTAWOWE OKREŚLENIA

W pracy przez N, R, R^+, C oznaczono odpowiednio zbiory: liczb naturalnych, liczb rzeczywistych, liczb rzeczywistych nieujemnych oraz liczb zespolonych. Przez R^n, C^n oznaczono n-krotne produkty kartezjańskie zbiorów R, C. Zastosowano uproszczoną symbolikę oznaczania wymienionych poniżej przestrzeni Hilberta:

L^2_T - przestrzeń funkcji T-okresowych, całkowalnych z kwadratem,

$W^{2,\rho}_T$ - przestrzeń Soboleva funkcji T-okresowych,

B^2 - przestrzeń funkcji prawie okresowych w sensie Besicovitcha,

$BS^{2,\rho}$ - przestrzeń funkcji prawie okresowych w sensie Besicovitcha-Soboleva,

L^2 - przestrzeń funkcji całkowalnych z kwadratem na nieujemnej półosi liczb rzeczywistych,

$W^{2,\rho}$ - przestrzeń Soboleva funkcji całkowalnych z kwadratem na nieujemnej półosi liczb rzeczywistych,

H, I - abstrakcyjne przestrzenie Hilberta.

Przez $L^2_{T,n}$, $W^{2,\rho}_{T,n}$, B^2_n, $BS^{2,\rho}_n$, L^2_n, $W^{2,\rho}_n$, H_n, I_n oznaczono n-krotne sumy proste przestrzeni L^2_T, $W^{2,\rho}_T$, B^2_n, $BS^{2,\rho}$, L^2, $W^{2,\rho}$, H , I. Elementami wymienionych przestrzeni są funkcje rzeczywiste zmiennej rzeczywistej. Symbolem ρ oznaczono ciągi $(\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_l)$, $l \in N$, współczynników wagi występujących we wprowadzonych wyżej oznaczeniach przestrzeni Soboleva. Przez l^2, l^2_c oznaczono przestrzenie Hilberta złożone z ciągów liczb rzeczywistych lub zespolonych sumowalnych z kwadratem, natomiast przez $l^2(G)$ oznaczono przestrzenie uniwersalne, złożone z funkcji rzeczywistych $x: G \to R$ takich, że zbiór $\{t: x(t) \neq 0\}$ jest co najwyżej przeliczalny oraz takich, że $\sum_{t \in G} x^2(t) < \infty$. Podobnie określa się zespolone przestrzenie uniwersalne $l^2_c(G)$ ([5], s. 416).

W pracy analizę widmową przeprowadza się z wykorzystaniem pewnych wyróżnionych baz $\{e_h\}_X$ wymienionych przestrzeni. Symbol X występujący w oznaczeniu bazy $\{e_h\}_X$ umożliwia identyfikację przestrzeni, której przyporządkowana jest określona baza, zgodnie z poniższą specyfikacją:

X	Przestrzeń Hilberta
–	L^2_T
W	$W^{2,\rho}_T$
B	B^2
BS	$BS^{2,\rho}$
L	L^2
WL	$W^{2,\rho}$
H	H
I	I

Bazy przestrzeni stanowiących sumy proste oznacza się symbolem $\{e_{x,h}\}^n$, gdzie: n - liczba składników sumy.

Opisana reguła obowiązuje dla wszystkich wielkości definiowanych w dziedzinie częstotliwości, tzn. w przestrzeniach ciągowych l^2, $l^2(G)$, l^2_c, $l^2_c(G)$.

W przyjętych w pracy oznaczeniach znaki występujące po lewej stronie symbolu, nad i pod symbolem oraz po prawej górnej stronie symbolu należy traktować łącznie z literą symbolu. Znaki występujące po prawej dolnej stronie symbolu stanowią zawsze zespół wskaźników. Tak więc, np. wielkość ${}^{e}G_{Lh}$ opisana jest symbolem ${}^{e}G_{L}$ z indeksem h.

Litera e występująca po lewej stronie symbolu oznacza zawsze immitancję zastępczą układu, litery a, b, r, s,.. występujące po lewej stronie symboli służą do oznaczania różnych składników dekompozycji prądów oraz różnych mocy.

Literami ozdobnymi $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$,.. oznaczono operatory wykorzystywane w pracy. Literami podwójnymi $\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$,.. oznaczono macierze, natomiast literami podwójnymi z indeksami, np. $\mathbb{A}_{kl}$, $\mathbb{B}_{\alpha\beta h}$,.. oznaczono macierze blokowe. Do oznaczania macierzy stosuje się również alternatywnie zapis wskaźnikowy.

Wskaźniki występujące we wzorach i należące do zbioru liczb naturalnych oznaczono literami h, i, k, l, m, n,.. natomiast wskaźniki należące do zbiorów o wyższych liczbach kardynalnych oznaczono literami greckimi α, β, γ, ω,.. . Literami greckimi oznaczono również wskaźniki dotyczące numeracji przewodów (faz). Niejednoznaczność oznaczeń wskaźników eliminuje się poprzez podanie zakresu ich zmian.

W pracy operację całkowania rozumie się zawsze w sensie Lebesgue'a.

Numeracja wzorów, rysunków, wykresów złozona jest z trzech symboli: numeru rozdziału, kropki oraz numeru wzoru (rysunku, wykresu).

Na zakończenie każdej definicji i uwagi umieszczono znak $\square$.

1. WSTĘP

Przedmiotem pracy są dwie grupy zagadnień dotyczących deterministycznych obwodów elektrycznych z przebiegami niesinusoidalnymi. Pierwsza z nich dotyczy pewnej zunifikowanej metody optymalizacji warunków pracy źródeł występujących w obwodach, stosowanej celem poprawy efektywności wykorzystania tych źródeł. Realizacja optymalnych stanów pracy źródeł wymaga modyfikacji struktury i elementów obwodów. Wybranym metodom możliwości modyfikacji obwodów poświęcona jest druga grupa zagadnień rozpatrywanych w pracy.

1.1. OPTYMALIZACJA WARUNKÓW PRACY ŹRÓDEŁ

Stosowanie metod optymalizacji w teorii obwodów elektrycznych jest szeroko rozpowszechnione. Optymalizowane wskaźniki jakości są konstruowane z wykorzystaniem wielkości obwodowych (prądy, napięcia, moce), wielkości opisujących elementy i strukturę obwodów oraz wielkości o charakterze ekonomicznym.

Zagadnienie konstrukcji energetyczno-jakościowych wskaźników służących do optymalizacji warunków pracy źródeł, występujących w obwodach elektrycznych, jest złożone ze względu na duże rozbieżności dotyczące sposobów opisów (oraz ich interpretacji) właściwości energetycznych i jakościowych obwodów.

Istniejące rozbieżności w sposobach opisu właściwości energetycznych obwodów zostały zapoczątkowane opublikowanymi w latach trzydziestych pracami C.I. Budeanu [15] i S. Fryzego [60]. Prace te dotyczyły obwodów z niesinusoidalnymi przebiegami okresowymi, a zaproponowane w nich przez C.I. Budeanu i S. Fryzego definicje mocy biernej różniły się istotnie między sobą. Zaproponowana przez C.I. Budeanu definicja mocy biernej jest bezpośrednim uogólnieniem pojęcia mocy biernej obowiązującej dla obwodów z przebiegami sinusoidalnymi. Definicja mocy biernej podana przez S. Fryzego stanowiła konsekwencję ortogonalnego rozkładu prądu źródła na składnik pożądany (umożliwiający doprowadzenie do odbiornika zadanej mocy czynnej) i niepożądany, który należy eliminować. Wymienione prace stały się podstawą wielu nowych koncepcji w teorii mocy obwodów z przebiegami okresowymi i niesinusoidalnymi. Najbardziej znane z tych koncepcji zaproponowali: E.W. Kimbark [65], W. Shepherd i P. Zakikhani [105], [106], D. Sharon [107], Z. Nowomiejski [85], [86], A.E. Emanuel [48], [49], M. Depenbrock [45], N.L. Kusters i W.J.M. Moore [70], C. H. Page [89], H.D. Fischer [57], G. Fodor i G. Tevan [58], L.S. Czarnecki [30], [32], [34], [35], [36], J.H.R. Enslin i J.D. Van Wyk [52], G. Lista, M. Saviano, A. Trotta [78], N.A. Slonim i J.D. Van Wyk [112], W. Kulesza [69].

Znane są również koncepcje teorii mocy nie wykorzystujące wyników prac C.I. Budeanu i S. Fryzego, w których pojęcie mocy (energii) biernej określa się wykorzystując energię pola elektromagnetycznego magazynowanego w elementach reaktancyjnych obwodów. Koncepcje takie zaproponowali G. Darrieus [42], E. Pillet [99], K.S. Demirijan [43], J.V. Pentagorov i N.J. Bezgačin [98], F.P. Żarkov [141], G.S. Zinovev [140] i V.E. Tonkal [118], [119].

Próby uogólnień teorii mocy na układy z przebiegami nieokresowymi przedstawili Z. Nowomiejski [85], H. Geyer [62], H.D. Fischer [57], G. Fodor i G. Tevan [58], L.S. Czarnecki i A. Lasicz [35], natomiast różne koncepcje rozszerzenia idei C.I. Budeanu i S. Fryzego na układy z przebiegami stochastycznymi zaproponowali: Z. Nowomiejski [85], W.I. Komlev i C.I. Małajev [67].

Najczęściej jedyną wspólnie akceptowalną wielkością występującą w wymienionych pracach jest pojęcie mocy czynnej, chociaż istnieją również koncepcje (H. Akagi, V. Kanazawa, A. Nabaoe [2] oraz cytowane uprzednio prace K.S. Demirijana, F.P. Zarkova, V.E. Tonkala) opierające się wyłącznie na pojęciu mocy chwilowej.

Liczne artykuły o charakterze polemicznym (np. [107], [82], [84], [48], [29], [55], [33], [37], [6], [100], [56], [117], [50], [51], [41], [136], [113]) nie zmniejszają niestety istniejących różnic w sposobach opisu i oceny właściwości energetycznych obwodów. Wyraża się również wątpliwości odnośnie możliwości ujednolicenia pojęcia mocy biernej w obwodach z przebiegami niesinusoidalnymi [100]. Istniejące kontrowersje utrudniają identyfikację i modyfikację właściwości energetycznych obwodów, które realizuje się z wykorzystaniem wielu z wymienionych koncepcji teorii mocy [53], [54], [34], [104], [14], [78], [83], [7], [47], [28], [38], [63], [64], [66], [4], [8], [13], [12], [46], [121], [*7], [*8], [*9], [*10], [*15].

Opisane trudności związane z unifikacją sposobów opisu właściwości energetycznych obwodów powodują, że optymalizację tych właściwości przeprowadza się często wykorzystując powszechnie akceptowalne w teorii obwodów wielkości, do których zalicza się prądy, napięcia oraz moc czynną.

Podejście takie jest charakterystyczne dla szerokiej grupy problemów dopasowania energetycznego, obejmującej zadania maksymalizacji mocy czynnej doprowadzanej ze źródeł do odbiorników. Celem tej maksymalizacji jest najczęściej określenie optymalnych (w wymienionym sensie) charakterystyk odbiorników. Problemy dopasowania energetycznego dla różnych struktur obwodów liniowych i różnych klas przebiegów rozwiązali R.A. Rohrer [102], W.K. Chen [27], C.A. Desoer [44], P. Lin [77]. Dla wielu klas obwodów nieliniowych (obwody rezystancyjne, ze źródłami sterowanymi, z nieliniowościami typu dynamicznego) warunki dopasowania energetycznego podali J. Ladvanszky [74], [75], [76], J.L. Wyatt (Jr) [137].

Omawiane podejście stosuje się niekiedy w teorii mocy obwodów z przebiegami niesinusoidalnymi i okresowymi. Różne koncepcje minimalizacji wartości skutecznej prądu źródeł przedstawili: C.H. Page [89], L.S. Czarnecki [34],[38], M. Siwczyński [110], [111], D. Mayer i D. Pav [80], S.Q. Sun i G.J. Hwang [114], [115].

Podobieństwo analizowanych w niniejszej pracy zagadnień optymalizacyjnych w stosunku do zagadnień wymienionych powyżej polega na tym, że optymalizowane wskaźniki jakości są budowane z wykorzystaniem ogólnie akceptowalnych wielkości elektrycznych jak prądy, napięcia i moc czynna. Różnicę stanowi natomiast stosowanie nowego dwukryterialnego wskaźnika jakości, umożliwiającego ocenę zarówno właściwości energetycznych przebiegów (wartości skutecznych, mocy czynnej), jak i ocenę zniekształceń przebiegów, w stosunku do zadanego optymalnego kształtu przebiegu. Pojęcie optymalnego kształtu przebiegu jest omawiane w dalszej części pracy. Rozpatrywane problemy optymalizacyjne dotyczą obwodów z przebiegami niesinusoidalnymi okresowymi, prawie okresowymi, nieokresowymi, a także dowolnymi, należącymi do przestrzeni Hilberta. Analiza obwodów z przebiegami należącymi do dowolnych przestrzeni Hilberta wydaje się być uzasadniona faktem występowania w technice nowych, nie znanych do niedawna, klas przebiegów [87]. Stosowana w pracy metoda rozwiązywania problemów optymalizacji z ograniczeniami równościowymi oparta jest na klasycznej teorii mnożników Lagrange'a [10] i uogólnionej analizie harmonicznej. Umożliwia ona standaryzację sposobów uzyskiwania rozwiązań tych problemów metodami analitycznymi i numerycznymi.

Dla obwodów liniowych umożliwia ona często uzyskiwanie rozwiązań problemów optymalizacji w postaci zamkniętej, co znacząco ułatwia ich interpretację. Metoda ta w pracy jest stosowana wyłącznie dla obwodów z przebiegami deterministycznymi. Możliwe jest jednak jej wykorzystanie do analizy problemów optymalizacji (podobnych jak rozpatrywane w pracy) dla obwodów z przebiegami stochastycznymi, które są harmonizowalne [101].

1.2. MODYFIKACJA WŁAŚCIWOŚCI OBWODÓW

Zagadnienia modyfikacji energetyczno-jakościowych właściwości obwodów elektrycznych stanowią w istocie zbiór szeroko rozumianych problemów syntezy. Niektóre z tych problemów zostały opisane w cytowanej uprzednio literaturze. Specyfika tych problemów oraz konieczność rozpatrywania ich z uwzględnieniem wielu klas elementów (liniowe, parametryczne, nieliniowe) spowodowała, że w pracy ograniczono się do formalizacji, analizy i podania warunków doboru wybranych liniowych układów kompensacyjnych w oparciu o ideę wprowadzoną przez S. Fryzego. W myśl tej idei układy kompensacyjne winny eliminować niepożądaną część prądu źródła, stanowiącą różnicę pomiędzy prądem aktualnym a prądem optymalnym tego źródła, wyznaczonym w wyniku rozwiązania odpowiedniego problemu optymalizacyjnego.

Techniczne realizacje takich kompensatorów w postaci różnego rodzaju źródeł prądowych, stanowiących niewątpliwie rozwiązania przyszłościowe, są znane i stosowane w energoelektronice (np. [12], [13], [28], [63], [64], [66], [83]), tym niemniej istnieje wiele prac poświęconych realizacji kompensatorów wykonanych z elementów reaktancyjnych ([31], [38], [41], [47], [70], [78], [80], [89], [97], [91], [93], [94], [96], [106], [111], [•6]).

Z punktu widzenia teorii obwodów wydaje się być celowa synteza układów kompensacyjnych realizowanych za pomocą układów aktywnych [116], [130].

W pracy warunki doboru wybranych klas układów kompensacyjnych określono wykorzystując znaną ([31]) metodę dekompozycji prądu różnicowego źródła oraz alternatywnie, wykorzystując pewną zunifikowaną metodę optymalizacji posiadającą, jak się wydaje, znacznie ogólniejszy charakter i znacznie szerszy zakres zastosowań.

Praca zawiera osiem rozdziałów.

W rozdziale drugim zdefiniowano wskaźnik jakości przebiegów i podano jego interpretację. Przedstawiono również krótką charakterystykę wykorzystywanych w pracy przestrzeni Hilberta oraz zunifikowany algorytm rozwiązywania problemów optymalizacji warunków pracy źródeł.

Rozdział trzeci poświęcony jest optymalizacji warunków pracy jedno- i wielofazowych źródeł napięcia o zerowej impedancji wewnętrznej, zasilających odbiorniki zadaną mocą czynną. Rozpatrzono oddzielnie przypadki obwodów z przebiegami okresowymi i niesinusoidalnymi, prawie okresowymi, nieokresowymi oraz dowolnymi, określając sens optymalnego kształtu przebiegu generowanego przez rozpatrywany wskaźnik jakości. Przeprowadzono kilka dekompozycji prądów źródeł i przeanalizowano ich przydatność do konstrukcji nowych pojęć mocy.

W rozdziale czwartym przeprowadzono formalizację energetyczno-jakościowych problemów optymalizacji dla dowolnej sieci z przebiegami prądów i napięć, które należą do abstrakcyjnych przestrzeni Hilberta. Sformalizowano również optymalizacyjne problemy modyfikacji warunków pracy sieci. Wymienione problemy przedstawiono w dziedzinie czasu i w dziedzinie spektralnej.

Rozdział piąty poświęcony jest analizie szczególnych przypadków zadań optymalizacyjnych postawionych w rozdziale czwartym, których rozwiązanie jest możliwe metodami analitycznymi. Problemy optymalizacji rozpatrzono dla obwodów z przebiegami okresowymi i niesinusoidalnymi, prawie okresowymi i nieokresowymi. Analizowane obwody złożone były z jedno- i wielofazowych źródeł i odbiorników zasilanych zadanymi mocami czynnymi. Impedancje wewnętrzne źródeł modelowane były za pomocą dwójników, czwórników i wielobiegunników. Przeprowadzono dekompozycję prądów źródeł i przeanalizowano przydatność tych dekompozycji do konstrukcji pojęć mocy. Zweryfikowano pojęcie optymalnego kształtu przebiegów dla układów ze źródłami napięć o niezerowej impedancji wewnętrznej.

W rozdziale szóstym podano warunki doboru pewnych klas układów modyfikujących właściwości energetyczno-jakościowe obwodów, wykorzystując metodę dekompozycji prądu różnicowego źródeł. Zbadano przydatność składników dekompozycji do konstrukcji pojęć mocy.

W rozdziale siódmym pracy przedstawiono metodę modyfikacji obwodów, polegającą na minimalizacji pewnych norm z różnicy prądów całkowitych odbiorników z dołączonymi kompensatorami i prądów optymalnych źródeł (względem parametrów kompensatorów), dla kilku prostych obwodów z przebiegami okresowymi.

Rozdział ósmy zawiera krótkie podsumowanie uzyskanych w pracy rezultatów.

Praca zawiera ponadto aneks poświęcony uogólnieniu wskaźnika jakości przebiegów w taki sposób, by można było określić dowolnie optymalny kształt przebiegu generowanego przez ten wskaźnik.

W pracy zamieszczono niewiele przykładów ilustracyjnych, szereg takich przykładów znajduje się w publikacjach [23], [90], [91], [125], [131], [132], [133], [135].

Bibliografia dotycząca omawianych zagadnień jest bardzo obszerna. W pracy zestawiono jedynie najważniejsze publikacje, na które bezpośrednio powołuję się w tekście.

Praca niniejsza powstała w ramach badań prowadzonych przez autora w okresie 1987-1991. Część wyników prezentowanych w pracy (częściowo rozdział drugi i trzeci pracy) uzyskana została w ramach zespołowych badań dla Centralnego i Resortowego Problemu Badań Podstawowych CPBB 02.20 i RPBP 02 7/II.3.2.1, [*1], [*2], [*3], [*4], [*5]. Wyniki badań autora zostały opublikowane w kraju i za granicą; wyniki te oraz ich uogólnienia stanowią podstawę niniejszej rozprawy.

2. CHARAKTERYSTYKA WSKAŹNIKA JAKOŚCI I STOSOWANYCH PRZESTRZENI HILBERTA

2.1. WSKAŹNIK JAKOŚCI

Postać stosowanego w pracy wskaźnika jakości jest uzależniona od sposobu opisu źródeł występujących w obwodach. Jeżeli dostępne są wyłącznie zaciski zewnętrzne źródeł, to wskaźnik jakości jest definiowany z wykorzystaniem wielkości określonych na tych zaciskach. Jeżeli istnieje możliwość dostępu (i jest to technicznie uzasadnione) do wnętrza źródła tak, by możliwe było wyodrębnienie w nim części aktywnej złożonej z idealnych źródeł oraz części pasywnej, to wskaźnik jakości definiowany jest z uwzględnieniem wielkości opisujących część aktywną i pasywną źródła. Wskaźnik ten jest zawsze różniczkowo-całkowym funkcjonałem $\mathcal{J}$, określonym na napięciach i prądach źródła, zgodnie ze wzorem:

$$\mathcal{J} = \mathcal{A} + \mathcal{B} \; . \tag{2.1}$$

Wartość całkowego funkcjonału $\mathcal{A}$ jest proporcjonalna do kwadratu wartości skutecznej prądu źródła lub jest proporcjonalna do mocy czynnej wydzielanej na impedancjach źródła. Wartość całkowo-różniczkowego funkcjonału $\mathcal{B}$ jest proporcjonalna do kwadratów wartości skutecznych pochodnych prądu źródła lub też jest proporcjonalna do wartości średniej iloczynów pochodnych napięć i prądów źródła. Funkcjonał $\mathcal{A}$ umożliwia ocenę energetycznych warunków pracy źródła, natomiast funkcjonał $\mathcal{B}$ umożliwia ocenę kształtu przebiegów prądu lub napięcia źródła. Ocena kształtu przebiegu uzależniona jest od klasy rozpatrywanych przebiegów i właściwości operatora impedancyjnego źródła. Szczegółowy sens tej oceny omawiany jest w dalszych rozdziałach pracy, w ramach analizy rozpatrywanych problemów optymalizacyjnych. Propozycję uniezależnienia funkcjonału $\mathcal{B}$ od klasy przebiegów podano w aneksie pracy.

Z matematycznego punktu widzenia funkcjonał $\mathcal{J}$ stanowi zawsze kwadrat normy lub kompozycję iloczynów skalarnych przestrzeni Hilberta omówionych w rozdziale 2.2.

2.2. CHARAKTERYSTYKA PRZESTRZENI HILBERTA

Zastosowania metod przestrzeni Hilberta w teorii obwodów i sygnałów są znane od dawna [68], [59]. Normy i iloczyny skalarne wielu przestrzeni Hilberta można interpretować jako wartości skuteczne przebiegów, moc czynną lub energię. Przestrzenie te posiadają interesujące właściwości geometryczne, pozwalające na wprowadzenie w nich (z wykorzystaniem zawsze istniejących baz) układów współrzędnych modelowanych na przestrzeni arytmetycznej R^{∞}, stanowiących uogólnienie kartezjańskich skończenie wymiarowych układów współrzędnych. W przestrzeniach Hilberta, podobnie jak w przestrzeniach euklidesowych, definiuje się pojęcia prostopadłości i równoległości elementów. Szczegółowy opis wykorzystywanych w pracy przestrzeni Hilberta można znaleźć w monografiach [1], [3], [5], [11], [139] oraz częściowo w artykułach [17], [21], [24], [26]. Krótką charakterystykę tych przestrzeni omówiono poniżej.

Przestrzenie funkcji okresowych

Przestrzeń L^2_T

Zbiór funkcji okresowych o tym samym okresie T, mierzalnych na przedziale <0,T> i posiadających na tym przedziale całkowalny kwadrat, tworzy przestrzeń Hilberta L^2_T. Normę i iloczyn skalarny w tej przestrzeni określają wzory:

$$\|f\|_{L^2_T} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt} \quad , \tag{2.2}$$

$$(f,g)_{L^2_T} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)g(t)dt \, , \qquad f,g \in L^2_T \, . \tag{2.3}$$

W przestrzeni L^2_T istnieje baza trygonometryczna $\{e_h\}$:

$$e_h = \begin{cases} 1 & \text{dla } h=0 \\ \left(\sqrt{2}\,\cosh\omega_0(\cdot),\ \sqrt{2}\,\sinh\omega_0(\cdot)\right) & \text{dla } h\neq 0 \, , \end{cases} \qquad h\in N, \quad \omega_0 = \frac{2\Pi}{T} \tag{2.4}$$

Przestrzeń Soboleva $W_T^{2,\rho}$

Zbiór funkcji $f\in L_T^2$, których pochodne uogólnione, w sensie Soboleva [139] do rzędu l-tego ($l\in N$) włącznie, posiadają te same właściwości co wymienione funkcje, tworzy przestrzeń Hilberta $W_T^{2,\rho}$. Normę i iloczyn skalarny w przestrzeni $W_T^{2,\rho}$ ($W_T^{2,\rho} \subset L_T^2$) określają wzory:

$$\|f\|_{W_T^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{l} \rho_k \frac{1}{T}\int_0^T (f^{(k)}(t))^2 dt}\ , \tag{2.5}$$

$$(f,g)_{W_T^{2,\rho}} = \sum_{k=0}^{l} \rho_k \frac{1}{T}\int_0^T f^{(k)}(t) g^{(k)}(t)dt\ , \tag{2.6}$$

$$f,g\in W_T^2\ ,\quad l\in N,\ \rho_k\in R^+ \ \ \text{dla}\ \ k\in\{0,\dots,l\} \wedge \rho_0>0,$$

gdzie:

$f^{(k)}$, $g^{(k)}$ - k-te pochodne funkcji f, g.

W przestrzeni $W_T^{2,\rho}$ istnieje [17] baza $\{ e_{w^h} \}$, określona wzorem:

$$e_{w^h} = \begin{cases} \Delta_{w^0} & \text{dla } h=0 \\ \left(\sqrt{2}\ \Delta_{w^h} \cosh\omega_0(\cdot),\ \sqrt{2}\ \Delta_{w^h} \sinh\omega_0(\cdot)\right) & \text{dla } h\neq 0\ , \end{cases} \quad h\in N,\quad \omega_0 = \frac{2\Pi}{T} \tag{2.7}$$

gdzie:

$$\Delta_{w^h} = \sqrt{(\rho_0+\rho_1(h\omega_0)^2+\dots+\rho_l(h\omega_0)^{2l})^{-1}} = \nabla_{w^h}^{-1}\ . \tag{2.8}$$

Przestrzenie funkcji prawie okresowych

Przestrzeń Besicovitcha B^2

Zbiór funkcji mierzalnych na R, o kwadratach lokalnie całkowalnych i posiadających granice skończone:

$$\left(\|f\|_M\right)^2 = \overline{\lim_{T\to\infty}} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f^2(t)dt < \infty\ , \tag{2.9}$$

stanowi przestrzeń Banacha [68] nazywaną przestrzenią Marcinkiewicza M. Uzupełnienie zbioru wielomianów trygonometrycznych w sensie normy przestrzeni M i wprowadzenie z pomocą tej normy iloczynu skalarnego umożliwia konstrukcję przestrzeni Besicovitcha B^2 [11].

Normę i iloczyn skalarny w przestrzeni B^2 określają wzory:

$$\|f\|_{B^2} = \sqrt{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f^2(t)dt}\ , \tag{2.10}$$

$$(f,g)_{B^2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t)g(t)dt\ , \quad f,g\in B^2\ . \tag{2.11}$$

W przestrzeni B^2 istnieje baza $\{ e_{w^w} \}$:

$$e_{B^\omega} = \begin{cases} 1 & \text{dla } \omega=0\ , \\ \left(\sqrt{2}\cos\omega(\cdot), \sqrt{2}\sin\omega(\cdot)\right) & \text{dla } \omega\neq 0\ , \end{cases} \qquad \omega\in R. \tag{2.12}$$

Przestrzeń Besicovitcha-Soboleva $B^{2,\rho}$

Zbiór funkcji $f\in M$, których pochodne, w sensie Soboleva do rzędu l-tego włącznie, posiadają te same właściwości co wymienione funkcje, tworzy przestrzeń Banacha $MS^{2,\rho}$ z normą [21]:

$$\|f\|_{MS^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{l} \rho_k \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (f^{(k)}(t))^2 dt}\ , \tag{2.13}$$

$f\in M^{2,\rho}$, $l\in N$, $\rho_k\in R^+$ dla $k\in\{0,\dots,l\} \wedge \rho_0>0$.

Uzupełnienie zbioru wielomianów trygonometrycznych w sensie normy (2.13) i wprowadzenie z pomocą tej normy iloczynu skalarnego umożliwia konstrukcję przestrzeni Besicovitcha-Soboleva $BS^{2,\rho}$ [21]. Normę i iloczyn skalarny w przestrzeni $BS^{2,\rho}\subset B^2$ określają wzory:

$$\|f\|_{BS^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{l} \rho_k \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (f^{(k)}(t))^2 dt}\ , \tag{2.14}$$

$$(f,g)_{BS^{2,\rho}} = \sum_{k=0}^{l} \rho_k \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t)g(t)dt\ , \quad f,g\in BS^{2,\rho}. \tag{2.15}$$

W przestrzeni $BS^{2,\rho}$ istnieje baza $\{ e_{BS^{\omega}} \}$:

$$e_{BS^{\omega}} = \begin{cases} \Delta_{BS^{0}} & \text{dla } \omega=0 , \\ \left[\sqrt{2}\ \Delta_{BS^{\omega}} \cos\omega(\cdot),\ \sqrt{2}\ \Delta_{BS^{\omega}} \sin\omega(\cdot) \right] & \text{dla } \omega\neq 0 , \end{cases} \qquad \omega\in R, \tag{2.16}$$

gdzie:

$$\Delta_{BS^{\omega}} = \sqrt{ (\rho_0+\rho_1\omega^2+\ldots+\rho_l\omega^{2l})^{-1} } = \nabla^{-1}_{BS^{\omega}} . \tag{2.17}$$

Przestrzenie funkcji nieokresowych

Przestrzeń L^2

Zbiór funkcji mierzalnych i posiadających całkowalny kwadrat na R^+ tworzy przestrzeń Hilberta L^2, w której normę i iloczyn skalarny określają wzory:

$$\|f\|_{L^2} = \sqrt{\int_{0^+}^{\infty} f^2(t)dt} , \tag{2.18}$$

$$(f,g)_{L^2} = \int_{0^+}^{\infty} f(t)g(t)dt, \qquad f,g\in L^2 . \tag{2.19}$$

W przestrzeni L^2 istnieje baza Hermite'a $\{ e_{L^h} \}$ [59]:

$$e_{L^h} = \sqrt{(\sqrt{\pi}\ 2^h\ h!\ )^{-1}}\ \exp(-\frac{t^2}{2})\ H_h(t), \quad h\in N, \tag{2.20}$$

gdzie:

H_h - wielomiany Hermite'a:

$$H_h(t) = \sum_{k=0}^{\left[\frac{1}{2}h\right]} \frac{(-1)^k\ h!}{k!\,(h-2k)!}\ (2t)^{h-2k} . \tag{2.21}$$

Przestrzeń $W^{2,\rho}$

Zbiór funkcji $f\in L^2$, których pochodne, w sensie Soboleva do rzędu l-tego ($l\in N$) włącznie, posiadają te same właściwości co wymienione funkcje, tworzy przestrzeń Hilberta $W^{2,\rho}\subset L^2$. Normę i iloczyn skalarny w tej przestrzeni określają wzory:

$$\|f\|_{W^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{l} \rho_k \int_0^{\infty} (f^{(k)}(t))^2 dt} \,, \tag{2.22}$$

$$(f,g)_{W^{2,\rho}} = \sum_{k=0}^{l} \rho_k \int_0^{\infty} f^{(k)}(t) g^{(k)}(t) dt \,, \tag{2.23}$$

$$f,g \in W^{2,\rho}, \quad \rho_k \in R^+ \quad \text{dla} \quad k \in \{0,\dots,l\} \wedge \rho_0 > 0.$$

W przestrzeni $W^{2,\rho}$ istnieje baza $\{ e_{WL^h} \}$ [133]:

$$e_{WL^h} = \nabla_{WL^h} e_{L^h} \,, \qquad h \in N \,, \tag{2.24}$$

gdzie:

$$\Delta_{WL^h} = \sqrt{\left[\sum_{k=0}^{l} \rho_k W_k(h) 2^{-k} \right]^{-1}} = \nabla_{WL^h}^{-1} \,. \tag{2.25}$$

Sposób wyznaczania wielomianów W_k opisano w pracy [133]. Kilka pierwszych wielomianów W_k podano poniżej:

$$\begin{aligned} k&=0 \qquad && W_0(h)=1, \\ k&=1 && W_1(h)=2h+1, \\ k&=2 && W_2(h)=6h^2+6h+3, \\ k&=3 && W_3(h)=20h^3+30h^2+40h+15 \,. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Analiza układów wielozaciskowych jest przeprowadzona w pracy z wykorzystaniem produktów kartezjańskich (sum prostych [5]) wymienionych wyżej przestrzeni Hilberta:

$$\begin{aligned} L^2_{T,n} &= \mathop{\times}_n L^2_T \,, \qquad & W^{2,\rho}_{T,n} &= \mathop{\times}_n W^{2,\rho}_T \,, \\ B^2_n &= \mathop{\times}_n B^2 \,, & BS^{2,\rho}_n &= \mathop{\times}_n B^{2,\rho} \,, \\ L^2_n &= \mathop{\times}_n L^2 \,, & W^{2,\rho}_n &= \mathop{\times}_n W^{2,\rho} \,. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Zależność pomiędzy normą $\|\cdot\|_n$ oraz iloczynem skalarnym $(\cdot,\cdot)_n$ dowolnego z n-produktów (2.27) a normą $\|\cdot\|_m$ i iloczynem skalarnym $(\cdot,\cdot)_m$ m-tego składnika produktu określają wzory:

$$\|\cdot\|_n = \sqrt{\sum_{m=1}^{n} \left(\|\cdot\|_m\right)^2}\ , \qquad (\cdot,\cdot)_n = \sum_{m=1}^{n} (\cdot,\cdot)_m\ . \tag{2.28}$$

Liniowa izometria przestrzeni Hilberta H i przestrzeni ciągowych l^2 (lub przestrzeni uniwersalnych $l^2(G)$, gdzie wymiar zbioru G jest dowolną liczbą kardynalną [5]) pozwala na istotne uproszczenie analizy rozpatrywanych w pracy problemów optymalizacji. Analizę tę przeprowadza się zgodnie z poniżej opisanym algorytmem:

1. Formalizacja problemu optymalizacji w dziedzinie czasu, tzn. w zadanej przestrzeni Hilberta prądów i napięć sieci.
2. Transformacja problemu optymalizacji do przestrzeni ciągowej $l^2(l^2(G))$ współczynników Fouriera względem przyjętej w punkcie 1 bazy przestrzeni Hilberta (przejście do dziedziny widmowej).
3. Rozwiązanie problemu optymalizacji w dziedzinie widmowej - przestrzeni $l^2(l^2(G))$.
4. Transformacja rozwiązania do pierwotnej przestrzeni Hilberta (dziedziny czasu).

Podobnie jak w klasycznym rachunku operatorowym, zaproponowany algorytm umożliwia pominięcie analizy złożonych problemów brzegowych równań całkowo-różniczkowych. Zamiast tych równań rozwiązuje się znacznie prostsze układy równań algebraicznych.

Algorytm ten został szczegółowo zastosowany do kilku pierwszych z rozpatrywanych w pracy problemów optymalizacji. Analiza pozostałych problemów została przedstawiona skrótowo z pominięciem etapów pośrednich.

3. OPTYMALIZACJA WARUNKÓW PRACY OBWODÓW Z IDEALNYMI ŹRÓDŁAMI NAPIĘCIA

W rozdziale niniejszym rozwiązano kilka problemów optymalizacyjnych dotyczących obwodów złożonych z idealnych źródeł napięcia i odbiorników, do których doprowadzana jest zadana moc czynna (energia). Przyjęto, że działający w napięciowo-prądowej przestrzeni Hilberta H operator admitancyjny odbiornika $\mathcal{O}$:

$$i(t) = [\mathcal{O}u](t)\ , \tag{3.1}$$

spełnia warunek:

$$\mathcal{O}: H \longrightarrow H\ , \tag{3.2}$$

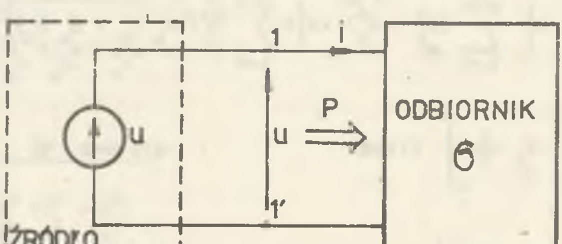
gdzie:

u, i - napięcie i prąd odbiornika.

Szczegółowa postać operatora $\mathcal{O}$ z punktu widzenia przeprowadzanych w tym rozdziale rozważań jest nieistotna.

3.1. UKŁADY JEDNOFAZOWE

Rozpatruje się obwód przedstawiony na rys. 3.1. Prąd i napięcie w obwodzie są przebiegami niesinusoidalnymi o tym samym okresie T, należącymi do przestrzeni Soboleva $W_T^{2,\rho}$. Do odbiornika doprowadzana jest zadana moc czynna P [17], [18], [19].



Rys. 3.1. Układ: źródło napięcia - odbiornik

Fig. 3.1. System: voltage source - load

Problem optymalizacji warunków pracy źródła określa się następująco:

PO.1

Wyznaczyć

$$\min_{i \in W_T^{2,\rho}} \left(\|i\|_{W_T^{2,\rho}} \right)^2 \tag{3.3}$$

przy ograniczeniu:

$$P = (u, i)_{L_T^2} \quad . \tag{3.4}$$

□

Dwukryterialny wskaźnik jakości występujący we wzorze (3.3) stanowi kombinację liniową kwadratu wartości skutecznej prądu źródła i kwadratów wartości skutecznych pochodnych prądu ze współczynnikami wagi ρ_k (por. wzór (2.5)).

Przechodząc do dziedziny częstotliwości, rozwiązania problemu (PO.1) poszukuje się w przestrzeni ciągowej l^2 (współczynników Fouriera) opartej o bazę $\{ e_{w^h} \}$ (2.7) przestrzeni $W_T^{2,\rho}$. Wprowadzając metodę symboliczną można wykazać [17], że pomiędzy zespolonymi współczynnikami Fouriera F_{w^h} funkcji $f \in W_T^{2,\rho}$ (obliczanymi względem bazy $\{ e_{w^h} \}$) a zespolonymi współczynnikami Fouriera tej funkcji obliczanymi względem bazy $\{e_h\}$ (2.4) (wartościami zespolonymi skutecznymi harmonicznych funkcji f) zachodzi zależność:

$$F_{w^h} = \nabla_{w^h} F_h = \Delta_{w^h}^{-1} F_h \; , \tag{3.5}$$

gdzie:

Δ_{w^h} - określa wzór (2.8).

Wykorzystując wzór Parservala oraz wzór (3.5), funkcjonał Lagrange'a [10] problemu (PO.1) przedstawić można w następującej postaci:

$$L_w\left[(A_{w^h}), (B_{w^h}), \lambda \right] = \sum_{h=0}^{\infty} (A_{w^h}^2 + B_{w^h}^2) + \lambda \left[P - \sum_{h=0}^{\infty} \Delta_{w^h}^2 (A_{w^h} C_{w^h} + B_{w^h} D_{w^h}) \right] \tag{3.6}$$

gdzie:

$$J_{w^h} = A_{w^h} - jB_{w^h} = \begin{cases} \nabla_{w^0} \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_0^T i(t)dt & \text{dla } h=0 \\ \nabla_{w^h} \dfrac{\sqrt{2}}{T} \displaystyle\int_0^T i(t)\exp(-jh\omega_0 t)dt & \text{dla } h>0,\ h \in N \end{cases} \tag{3.7}$$

$$U_{w^h} = C_{w^h} - jD_{w^h} = \begin{cases} \nabla_{w^o} \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_0^T u(t)dt & \text{dla } h=0 \\ \nabla_{w^h} \dfrac{\sqrt{2}}{T} \displaystyle\int_0^T u(t)\exp(-jh\omega_o t)dt & \text{dla } h>0,\ h\in N \end{cases} \tag{3.8}$$

u, i - napięcie i prąd źródła z rys. 3.1,

P - zadana moc czynna,

λ - mnożnik Lagrange'a, $\lambda \in R$.

Z twierdzenia Lusternika [10], [79] wynika, że warunki konieczne istnienia ekstremum funkcjonału (3.6) są zawsze spełnione. Z warunków tych wynika układ równań:

$$\frac{\partial L}{\partial A_{w^h}} = 2A_{w^h} - \lambda\Delta^2_{w^h} C_{w^h} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_{w^h}} = 2B_{w^h} - \lambda\Delta^2_{w^h} D_{w^h} = 0 \qquad h\in N, \tag{3.9}$$

$$P = \sum_{h=0}^{\infty} \Delta^2_{w^h} (A_{w^h} C_{w^h} + B_{w^h} D_{w^h}),$$

posiadający następujące rozwiązanie:

$$A_{w^h} = \frac{P}{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \Delta^4_{w^k} (C^2_{w^k} + D^2_{w^k})} \Delta^2_{w^h} C_{w^h},$$

$$B_{w^h} = \frac{P}{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \Delta^4_{w^k} (C^2_{w^k} + D^2_{w^k})} \Delta^2_{w^h} D_{w^h}, \qquad h\in N \tag{3.10}$$

$$\lambda = \frac{2P}{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \Delta^4_{w^k} (C^2_{w^k} + D^2_{w^k})}.$$

Ponieważ drugie pochodne Frecheta funkcjonału (3.6) są zawsze dodatnie, to warunki wystarczające minimum tego funkcjonału są spełnione, a wzory (3.10) określają rozwiązanie problemu (PO.1) w przestrzeni l^2. Wykorzystując wzór (3.5), rozwiązanie to w przestrzeni $W_T^{2,\rho}$ określa zależność:

$$ {}_{a_W}i = {}_{e_W}G_0\, U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} {}_{e_W}G_h\, U_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) , \tag{3.11} $$

gdzie:

$U_h = {}_{W}\Delta_h\, {}_{W}U_h$ – wartości zespolone skuteczne harmonicznych napięcia źródła,

${}_{e_W}G_h$ – konduktancja zastępcza odbiornika dla h-tej harmonicznej:

$$ {}_{e_W}G_h = \frac{P}{{}_{W}\nabla_h^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|U_k|^2}{{}_{W}\nabla_k^2}} . \tag{3.12} $$

Jeżeli admitancje odbiornika widziane z zacisków (1-1') (rys.3.1) są równe konduktancjom zastępczym ${}_{e_W}G_h$, to źródło wydaje prąd aktywny ${}_{a_W}i$. Prąd ten realizuje ustalony kompromis (za pomocą współczynników wagi ρ_k) pomiędzy prądem źródła o minimalnej wartości skutecznej a prądem o minimalnych zniekształceniach i umożliwia doprowadzenie do odbiornika zadanej mocy czynnej P.

Z oszacowania:

$$ {}_{e_W}G_h < C\, h^{-2l} , \quad h>1 , \quad C\in R^{+} , \tag{3.13} $$

wynika, że harmoniczne prądu ${}_{a_W}i$ są tłumione względem harmonicznych napięcia źródła w stosunku h^{-2l} (h>1). W przypadku granicznym, gdy współczynniki wagi: $\rho_0 \searrow 0, \rho_k \nearrow$ (k>1) oraz w przebiegu napięcia nie występuje zerowa harmoniczna, przebieg prądu ${}_{a_W}i$ zbliża się do przebiegu sinusoidalnego o pulsacji pierwszej harmonicznej napięcia. W tym sensie należy więc rozumieć pojęcie optymalnego kształtu prądu ${}_{a_W}i$. Całkowity prąd źródła i (rys.3.1) można przedstawić w postaci sumy:

$$ i = {}_{a_W}i + {}_{b_W}i , \tag{3.14} $$

gdzie:

${}_{b_W}i$ – prąd różnicowy źródła.

Zbiór prądów aktywnych $\{ {}_a i_W \}$ stanowi domkniętą liniową podprzestrzeń przestrzeni $W_T^{2,\rho}$ skąd oraz z twierdzenia o rzucie ortogonalnym [3] wynika, że $({}_a i_W, {}_b i_W)_{W_T^{2,\rho}} = 0$. Ortogonalność prądów ${}_a i_W$, ${}_b i_W$ umożliwia konstrukcję trójkąta mocy:

$$S_W^2 = (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|i\|_{W_T^{2,\rho}})^2 = (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|{}_a i_W\|_{W_T^{2,\rho}})^2+(\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|{}_b i_W\|^2_{W_T^{2,\rho}})^2 =$$

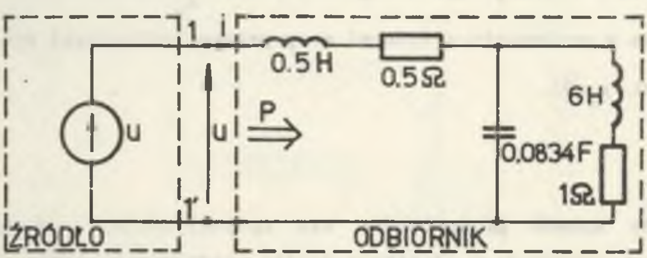
$$= P_W^2 + {}_b Q_W^2 . \qquad (3.15)$$

Moce S_W, P_W, ${}_b Q_W$ można nazwać mocą pozorną, aktywną i bierną w sensie Soboleva. Moce te nie posiadają własnej interpretacji fizycznej, ich interpretacja pokrywa się z interpretacją prądów i, ${}_a i_W$, ${}_b i_W$.

Ilustrację przeprowadzonych rozważań stanowi poniższy przykład.

Przykład 3.1

Odbiornik przedstawiony na rys.3.2 zasilany jest z idealnego źródła napięcia okresowego o znormalizowanej pulsacji $\omega_0 = 1$ rad/s.



Rys.3.2. Optymalizacja warunków pracy układu liniowego o schemacie zaczerpniętym z pracy [34], s.92

Fig.3.2. Optymization of the operating conditions of linear system of the scheme from ([34], p.92)

Napięcie źródła określa wzór:

$$u = \sqrt{2}\ 100 \sin t + \sqrt{2}\ 50 \sin 2t + \sqrt{2}\ 30 \sin 3t \quad [V]$$

a moc czynna doprowadzana do odbiornika wynosi:

$$P = 343.64 \quad [W].$$

Dla układu obliczono prąd źródła i moce czynne przenoszone przez harmoniczne prądu dla czterech przypadków:

- bez optymalizacji,
- minimalizacji wartości skutecznej prądu: $\rho_0=1$, $\rho_1=0$, $\rho_2=0$,
- minimalizacji energetyczno-jakościowych właściwości prądu: $\rho_0=1$, $\rho_1=1$, $\rho_2=0$ (uwzględnienie pierwszej pochodnej przebiegu),
- minimalizacji energetyczno-jakościowych właściwości prądu z uwzględnieniem pierwszej i drugiej pochodnej przebiegu: $\rho_0=1$, $\rho_1=1$, $\rho_2=1$.

Wyniki zestawiono w tabeli 3.1, a przebiegi czasowe napięcia, prądu źródła, prądów aktywnych $_{a_W}i$ oraz przebiegi widma mocy pokazano na wykresach 3.3.

Z wykresów tych wynika, że:

- w przebiegach czasowych prądu $_{a_W}i$ (z wyjątkiem przypadku $\rho_0=1$, $\rho_1=0$, $\rho_2=0$) dominuje pierwsza harmoniczna, poprawa kształtu prądu zależy od rzędu pochodnych i wartości współczynników wagi uwzględnianych we wskaźniku jakości,
- w widmach mocy czynnej odpowiadających prądom $_{a_W}i$ dominuje również pierwsza harmoniczna w porównaniu z widmami mocy przyporządkowanymi prądom i, $_{a_W}i$ ($\rho_0=1$, $\rho_1=0$, $\rho_2=0$). □

Uwaga 3.1

W podobny sposób przeprowadza się optymalizację, względem napięcia źródła, układu złożonego z idealnego źródła prądowego zasilającego odbiornik zadaną mocą czynną. □

Uwaga 3.2

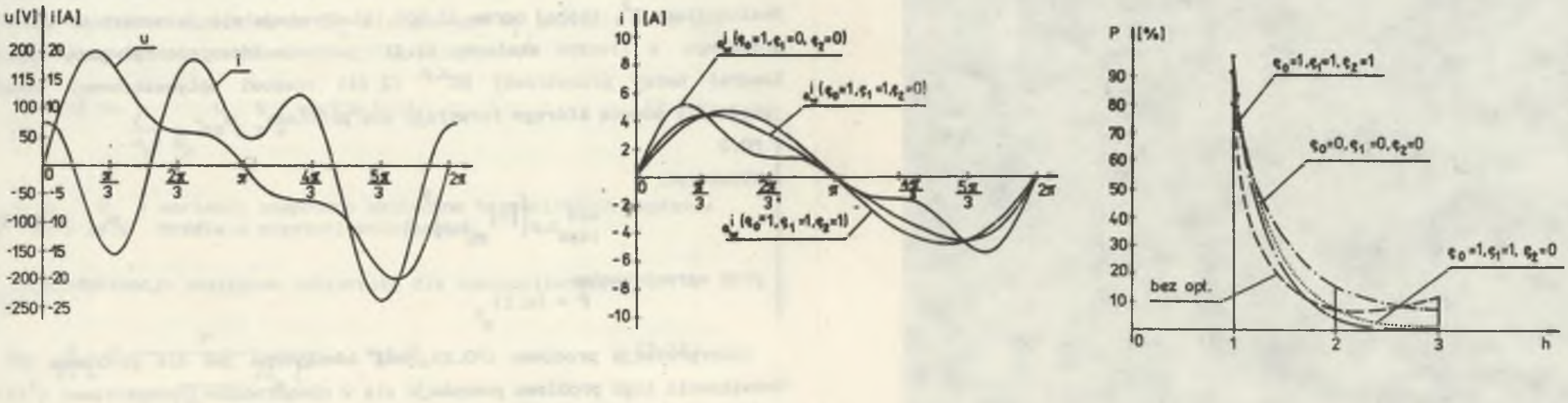
W szczególnym przypadku, gdy $\rho_0=1$, $\rho_k=0$ ($k>1$), problem (PO.1) sprowadza się do minimalizacji kwadratu wartości skutecznej prądu źródła:

$$\min_{i\in L_T^2}\left(\|i\|_{L_T^2}\right)^2, \quad \text{gdy } P=(u,i)_{L_T^2}. \tag{3.16}$$

Tabela 3.1

Nr / HARM.	NIE ROZWIĄZUJE SIĘ					ROZWIĄZANIE PROBLEMU PO.1: $\rho_0=1$ $\rho_1=0$ $\rho_2=0$						$\rho_0=1$ $\rho_1=1$ $\rho_2=0$						$\rho_0=1$ $\rho_1=1$ $\rho_2=1$					
	J_h	δJ	P_h	δP_h	$\lVert i \rVert_{L_T^2}$	$G_{e_{WL}h}$	$J_{a_W h}$	δJ	P_h	δP_h	$\lVert {}_a i \rVert_{L_T^2}$	$G_{e_W h}$	$J_{a_W h}$	δJ	P_h	δP_h	$\lVert {}_{a_W} i \rVert_{L_T^2}$	$G_{e_W h}$	$J_{a_W h}$	δJ	P_h	δP_h	$\lVert {}_{a_W} i \rVert_{L_T^2}$
	A	%	W	%	A	S	A	%	W	%	A	S	A	%	W	%	A	S	A	%	W	%	A
1	7.91		274.9	79.99		0.0256	2.56		256	74.49		0.0307	3.07		307.3	89.42		0.0330	3.30		330.8	96.26	
2	4.57	64.62	30.37	8.83	12.24	0.0256	1.28	86.4	64	18.62	2.96	0.0122	0.61	98.08	30.72	8.93	3.13	0.0047	0.23	99.69	11.8	3.43	3.31
3	8.14		38.37	11.17		0.0256	0.768		23	6.69		0.0061	0.18		5.62	1.63		0.0010	0.03		0.98	0.28	

$$\delta J = \frac{J_1}{\lVert i \rVert_{L_T^2}} 100\% \qquad \delta P_h = \frac{P_h}{P} 100\%$$



a) b) c)

Rys. 3.3. Graficzna prezentacja rozwiązań przykładu 3.1

Fig. 3.3. Solutions of example 3.1 - graphical presentation

Rozwiązaniem problemu (3.16) jest prąd aktywny ${}_a i$ wyznaczony inną drogą przez S.Fryzego [60]:

$$ {}_a i = {}_a G\, u \ , \qquad {}_a G = \frac{P}{\left(\|i\|_{L^2_T}\right)^2} \ , \tag{3.17} $$

stanowiący składnik wielu znanych dekompozycji prądu źródeł (np. [45], [70], [30]). Podejście optymalizacyjne do wyznaczania prądu (3.17) zastosowano w pracach [19], [110], [114]. □

Uwaga 3.3

W przypadku gdy zbiory indeksów widm napięcia i prądu źródła N_u, $N_i \subset N$ nie pokrywają zbioru N, rozwiązanie problemu (PO.1) przeprowadza się analogicznie jak poprzednio w zbiorze $N_0 = N_u \cap N_i$ harmonicznych widma. □

Granica stosowalności założenia o okresowości napięć i prądów w obwodach jest umowna, celowa jest więc optymalizacja warunków pracy źródła (rys.3.1) w przypadku, gdy jego prąd i napięcie są opisywalne funkcjami prawie okresowymi w sensie Besicovitcha-Soboleva [21], [22]. Przestrzeń Besicovitcha-Soboleva $BS^{2,\rho}$ stanowi podprzestrzeń liniową przestrzeni Besicovitcha B^2, której normę (2.10) interpretuje się jako wartość skuteczną przebiegu, a iloczyn skalarny (2.11) posiada interpretację mocy czynnej. Kwadrat normy przestrzeni $BS^{2,\rho}$ (2.14) stanowi optymalizowany wskaźnik jakości, z pomocą którego formułuje się problem:

PO.2

Wyznaczyć:

$$ \min_{i \in BS^{2,\rho}} \left(\|i\|_{BS^{2,\rho}}\right)^2 , \tag{3.18} $$

przy ograniczeniu:

$$ P = (u, i)_{B^2} \ . \tag{3.19} $$

□

Interpretacja problemu (PO.2) jest identyczna jak dla problemu (PO.1). Rozwiązania tego problemu poszukuje się w nieośrodkowej przestrzeni $l^2(R)$ [3] opartej o bazę $\{ e_{BS\,\omega} \}$ (2.16) przestrzeni $BS^{2,\rho}$. Funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.2) posiada postać:

$$ L_{BS}\left(({}_{BS}A_\omega),\ ({}_{BS}B_\omega),\ \lambda \right) = \sum_{\omega \in R} ({}_{BS}A^2_\omega + {}_{BS}B^2_\omega) + \lambda \left[P - \sum_{\omega \in R} {}_{BS}\Delta^2_\omega ({}_{BS}A_\omega\ {}_{BS}C_\omega + {}_{BS}B_\omega\ {}_{BS}D_\omega) \right] $$

(3.20)

gdzie:

$$J_{BS\omega} = A_{BS\omega} - j\,B_{BS\omega} = \begin{cases} \nabla_{BS0} \lim\limits_{T\to\infty} \dfrac{1}{2T} \displaystyle\int_{-T}^{T} i(t)dt & \text{dla } \omega=0 \\ \nabla_{BS\omega} \lim\limits_{T\to\infty} \dfrac{\sqrt{2}}{2T} \displaystyle\int_{-T}^{T} i(t)\exp(-j\omega t)dt & \text{dla } \omega\neq 0\,, \end{cases} \tag{3.21}$$

$$U_{BS\omega} = C_{BS\omega} - j\,D_{BS\omega} = \begin{cases} \nabla_{BS0} \lim\limits_{T\to\infty} \dfrac{1}{2T} \displaystyle\int_{-T}^{T} u(t)dt & \text{dla } \omega=0 \\ \nabla_{BS\omega} \lim\limits_{T\to\infty} \dfrac{\sqrt{2}}{2T} \displaystyle\int_{-T}^{T} u(t)\exp(-j\omega t)dt & \text{dla } \omega\neq 0\,, \end{cases} \tag{3.22}$$

$\nabla_{BS\omega}$ - określa wzór (2.17) .

Minimalizację funkcjonału L_{BS} względem zmiennych $((A_{BS\omega}),\ (B_{BS\omega}),\ \lambda)$ przeprowadza się analogicznie jak przy analizie problemu (PO.1). Na części wspólnej $\Omega_0=\Omega_u \cap \Omega_i$ widma napięciowego Ω_u i prądowego Ω_i napięcia i prądu układu z rys.3.1 rozwiązanie problemu (PO.2) określa wzór:

$$_a i_{BS} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{\omega_h \in \Omega_0} {}_eG_{BS\omega_h} U_{B\omega_h} \exp(j\omega_h(\cdot)), \tag{3.23}$$

gdzie:

$U_{B\omega_h} = \Delta_{BS\omega_h} U_{BS\omega_h}$ - wartości zespolone skuteczne harmonicznych napięcia źródła o częstotliwościach ω_h,

${}_eG_{BS\omega_h}$ - konduktancja zastępcza odbiornika dla częstotliwości ω_h ,

$${}_eG_{BS\omega_h} = \frac{P}{\nabla^2_{BS\omega_h} \sum\limits_{\omega_k \in \Omega_0} \dfrac{|U_{\omega_k}|^2}{\nabla^2_{BS\omega_k}}}\,, \quad \omega_h \in \Omega_0 . \tag{3.24}$$

Interpretacja konduktancji ${}_eG_{BS\omega_h}$ i prądu aktywnego $_a i_{BS}$ jest identyczna jak dla problemu (PO.1).

Ze wzoru (por. (3.13)):

$$ {}_{e}G_{BS\,\omega_h} < C(\omega_h)^{-2l}, \quad C\in R^{+}, \quad l\in N, \tag{3.25}$$

wynika, że harmoniczne prądu ${}_{a}i_{BS}$ są tłumione w stosunku ω_h^{-2l} względem harmonicznych napięcia źródła. Pojęcie optymalnego kształtu przebiegu kojarzyć więc należy z przebiegiem sinusoidalnym o częstotliwości równej najniższej częstotliwości widma napięcia źródła.

Możliwa jest ortogonalna dekompozycja prądu źródła:

$$ i = {}_{a}i_{BS} + {}_{b}i_{BS}, \quad ({}_{a}i_{BS}, {}_{b}i_{BS})_{BS^{2,\rho}} = 0, \tag{3.26}$$

gdzie:

${}_{b}i_{BS}$ - prąd różnicowy źródła,

oraz konstrukcja trójkąta mocy:

$$ \begin{aligned} S^2_{BS} &= (\|u\|_{BS^{2,\rho}})^2(\|i\|_{BS^{2,\rho}})^2 = \\ &=(\|u\|_{BS^{2,\rho}})^2(\|{}_{a}i_{BS}\|_{BS^{2,\rho}})^2+(\|u\|_{BS^{2,\rho}})^2(\|{}_{b}i_{BS}\|_{BS^{2,\rho}})^2 = \\ &= P^2_{BS} + {}_{b}Q^2_{BS}. \end{aligned} \tag{3.27}$$

Moce S_{BS}, P_{BS}, ${}_{b}Q_{BS}$ przez analogię do przebiegów okresowych można nazwać odpowiednio mocą pozorną, aktywną, bierną w sensie Besicovitcha - Soboleva. Ich interpretacja pokrywa się z interpretacją prądów i, ${}_{a}i_{BS}$, ${}_{b}i_{BS}$.

Przykłady ilustracyjne rozwiązań problemu (PO.2) zamieszczono w pracy [125].

<u>Uwaga 3.4</u>

W przypadku gdy $\rho_0=1$, $\rho_k=0$, $(k>1)$, problem (PO.2) sprowadza się do minimalizacji kwadratu wartości skutecznej prądu źródła [124]:

$$ \min_{i\in B^2}\left(\|i\|_{B^2}\right)^2, \quad \text{gdy} \quad P=(u,i)_{B^2}. \tag{3.28}$$

Rozwiązaniem problemu (3.28) jest analogon prądu aktywnego S.Fryzego dla przebiegów prawie okresowych:

$$ {}_{a}i_{B} = {}_{e}G_{B}\, u, \qquad {}_{e}G_{B} = \frac{P}{\left(\|u\|_{B^2}\right)^2}. \tag{3.29}$$

Ortogonalna dekompozycja całkowitego prądu źródła:

$$i = {}_{a}i_{B} + {}_{b}i_{B}\,, \qquad ({}_{a}i_{B},\ {}_{b}i_{B})_{B^2} = 0 \tag{3.30}$$

prowadzi do trójkąta mocy:

$$S_B^2=(\|u\|_{B^2})^2(\|i\|_{B^2})^2=(\|u\|_{B^2})^2(\|{}_{a}i_{B}\|_{B^2})^2+(\|u\|_{B^2})^2(\|{}_{b}i_{B}\|_{B^2})^2=P_B^2+{}_{b}Q_B^2\,. \tag{3.31}$$

Trójkąt mocy (3.31) stanowi uogólnienie trójkąta mocy wprowadzonego przez S.Fryzego [60] na przebiegi prawie okresowe. □

Optymalizację warunków pracy nieokresowego źródła napięcia o skończonej energii (rys.3.1) przeprowadza się przyjmując, że napięcie i prąd źródła są elementami przestrzeni $W^{2,\rho}$ [133]. Kwadrat normy (2.22) tej przestrzeni stanowi optymalizowany wskaźnik jakości prądu źródła. Przestrzeń $W^{2,\rho}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni L^2, której normę (2.18) interpretuje się jako uogólnioną "wartość skuteczną" przebiegu. Iloczyn skalarny w przestrzeni L^2 interpretować można jako całkowitą energię doprowadzaną do odbiornika. Formalizuje się problem:

PO.3

Wyznaczyć:

$$\min_{i\in W^{2,\rho}}\left(\|i\|_{W^{2,\rho}}\right)^2, \tag{3.32}$$

przy ograniczeniu:

$$W = (u,i)_{L^2}\,. \tag{3.33}$$

□

Rozwiązanie problemu (PO.3) stanowi prąd umożliwiający doprowadzenie do odbiornika zadanej energii W i realizujący kompromis pomiędzy prądem źródła o minimalnej "wartości skutecznej" a prądem o minimalnych zniekształceniach. Problem ten rozwiązuje się w przestrzeni l^2 opartej o bazę Hermite'a - Soboleva $\{e_{WL_h}\}$ (2.24) przestrzeni $W^{2,\rho}$, tworząc funkcjonał Lagrange'a:

$$L_{WL}\left((e_{WL_h}),\ \lambda\right) = \sum_{h=0}^{\infty} J^2_{WL_h} + \lambda\left[W-\sum_{h=0}^{\infty} \Delta^2_{WL_h}\, J_{WL_h}\, U_{WL_h}\right] \tag{3.34}$$

gdzie:

J_{WL_h}, U_{WL_h} - współczynniki Fouriera prądu i napięcia źródła liczone względem bazy $\{e_{WL_h}\}$:

$$J_{WL_h} = \int_0^{\infty} i(t)\, e_{WL_h}(t)dt\,, \qquad U_{WL_h} = \int_0^{\infty} u(t)\, e_{WL_h}(t)dt\,. \tag{3.35}$$

Minimalizacja funkcjonału L_{WL} doprowadza do następującego rozwiązania problemu (PO.3):

$$ {}_a i_{WL} = \sum_{h=0}^{\infty} {}_e G_{WL}{}_h \; U_{WL}{}_h \; e_{WL}{}_h , \qquad (3.36) $$

gdzie:

${}_e G_{WL}{}_h$ - konduktancje zastępcze odbiornika (w sensie uogólnionej analizy harmonicznej w bazie Hermite'a-Soboleva):

$$ {}_e G_{WL}{}_h = \frac{W}{\nabla^2_{WL}{}_h \sum_{k=0}^{\infty} \Delta^4_{WL}{}_k \; U^2_{WL}{}_k} . \qquad (3.37) $$

Interpretacja prądu aktywnego ${}_a i_{WL}$ jest podobna do interpretacji rozwiązań problemów (PO.1), (PO.2). Na podstawie wzorów (3.37), (2.25) uzyskuje się oszacowanie:

$$ {}_e G_{WL}{}_h < C\, h^{-1} , \; l \in N,\; C \in R^+,\; h > 1, \qquad (3.38) $$

z którego wynika, że harmoniczne widma (Hermite'a) prądu ${}_a i_{WL}$ są tłumione w stosunku h^{-1} względem harmonicznych napięcia źródła. Stąd pojęcie optymalnego kształtu prądu generowanego przez wskaźnik jakości $(\|\cdot\|_{W^{2,\rho}})^2$ kojarzyć należy z przebiegiem czasowym o kształcie funkcji Hermite'a rzędu zerowego.

Ilustrację wyników stanowi przykład 3.2.

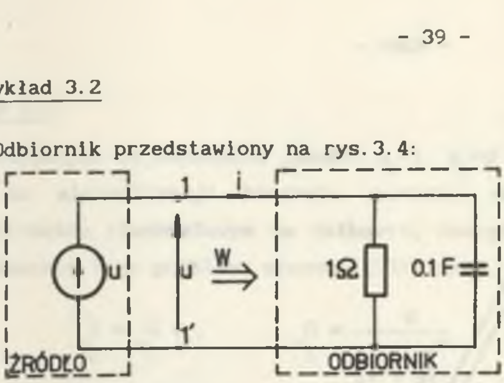
Można wykazać, że zbiór prądów $\{{}_a i_{WL}\}$ stanowi domkniętą podprzestrzeń liniową przestrzeni $W^{2,\rho}$, możliwa jest zatem ortogonalna dekompozycja prądu źródła:

$$ i = {}_a i_{WL} + {}_b i_{WL} , \qquad ({}_a i_{WL},\ {}_b i_{WL})_{W^{2,\rho}} = 0 , \qquad (3.39) $$

umożliwiająca konstrukcję odpowiedniego trójkąta energii, których interpretacja pokrywa się z interpretacją prądów i, ${}_a i_{WL}$, ${}_b i_{WL}$.

Przykład 3.2

Odbiornik przedstawiony na rys. 3.4:



zasilany jest z idealnego źródła napięcia u:

$$u = 10e_{L}^{0} + 10e_{L}^{1} + 10e_{L}^{2} \quad [V].$$

Rys. 3.4. Odbiornik liniowy zasilany z nieokresowego źródła napięcia

Fig. 3.4. Linear load supplied by nonperiodic voltage source

Prąd odbiornika wynosi:

$$i = 10.7\, e_{L}^{0} + 9.7\, e_{L}^{1} + 9\, e_{L}^{2} - 1.2\, e_{L}^{3} \quad [A]$$

Do odbiornika doprowadzana jest energia W = 294 [J].

Dla układu rozwiązano problem PO.3 w trzech wariantach

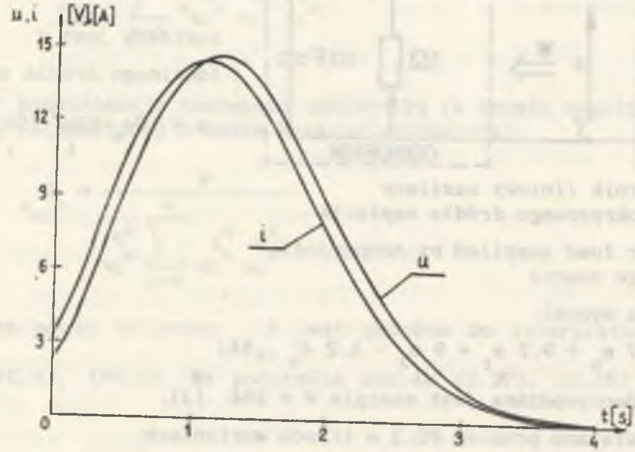
1. $\rho_0 = 1 \quad \rho_1 = 0 \quad \rho_2 = 0$
2. $\rho_0 = 1 \quad \rho_1 = 1 \quad \rho_2 = 0$
3. $\rho_0 = 1 \quad \rho_1 = 1 \quad \rho_2 = 1$

Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 3.2 i na wykresach 3.5.a,b.

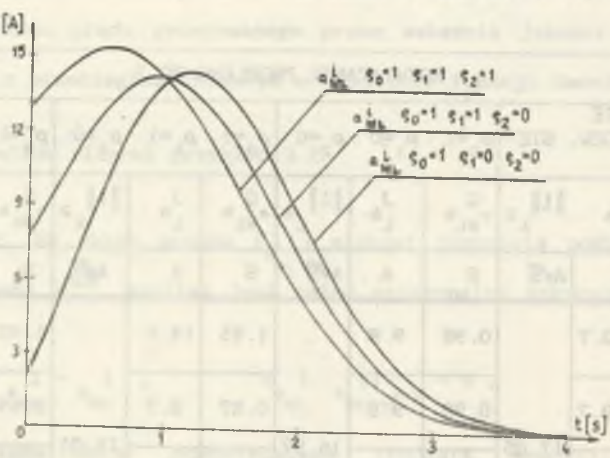
Tabela 3.2.

Nr HARM.	ROZWIĄZANIE PROBLEMU PO.3										
	NIE ROZW. SIĘ		$\rho_0=1$ $\rho_1=0$ $\rho_2=0$			$\rho_0=1$ $\rho_1=1$ $\rho_2=0$			$\rho_0=1$ $\rho_1=1$ $\rho_2=0$		
	J_L^h	$\Vert i \Vert_{L^2}$	G_{eWL}^h	J_L^h	$\Vert i \Vert_{L^2}$	G_{eWL}^h	J_L^h	$\Vert i \Vert_{L^2}$	G_{eWL}^h	J_L^h	$\Vert i \Vert_{L^2}$
	A	A√S	S	A	A√S	S	A	A√S	S	A	A√S
0	10.7	17.05	0.98	9.8	16.97	1.45	14.5	18.01	1.92	19.2	20.65
1	9.7		0.98	9.8		0.87	8.7		0.691	6.9	
2	9.0		0.98	9.8		0.62	6.2		0.326	3.2	
3	- 1.2		-	-		-	-		-	-	

$$J_L^h = \Delta_{WL}^h J_{WL}^h \qquad e_L^h = \Delta_{WL}^h e_{WL}^h$$



a)



b)

Rys. 3.5. Graficzna prezentacja rozwiązań przykładu 3.2

Fig. 3.5. Solutions of example 3.2 - graphical presentation

Uwaga 3.5

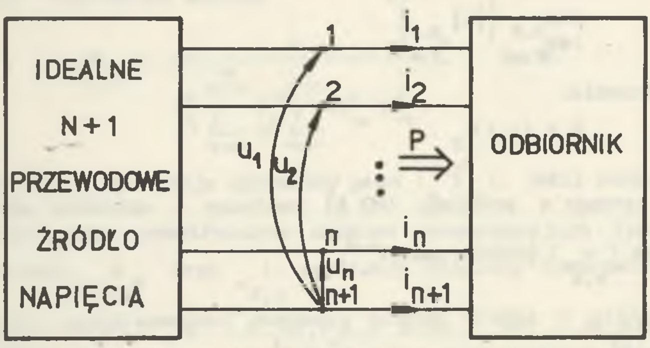
Przyjmując we wskaźniku jakości $\rho_0=1$, $\rho_k=0$ (k>1), problem (PO.3) sprowadza się do minimalizacji kwadratu wartości skutecznej prądu źródła przy ograniczeniu równościowym na całkowitą energię doprowadzaną do odbiornika. Rozwiązanie tego problemu stanowi [131] prąd $i_{\overset{*}{L}}$:

$$i_{\overset{*}{L}} = G_{\overset{*}{L}} u, \qquad G_{\overset{*}{L}} = \frac{W}{\left(\|u\|_{L^2}\right)^2} \tag{3.40}$$

będący analogonem prądu S.Fryzego dla przebiegów nieokresowych, uzyskany pierwotnie w pracy [35]. Możliwa jest również ortogonalna dekompozycja całkowitego prądu i z uwzględnieniem składnika $i_{\overset{*}{L}}$ i konstrukcja odpowiedniego trójkąta energii. □

3.2. UKŁADY WIELOFAZOWE

Niech będzie dana sieć przedstawiona na rys.3.6. Sieć ta złożona jest z dwóch wielobiegunników o liczbie zacisków n+1 ($n\in N$). Pierwszy z nich zawiera wyłącznie idealne źródła napięcia, drugi natomiast stanowi odbiornik, do którego winna być doprowadzona zadana moc czynna (energia). Dowolny wyróżniony n+1 przewód sieci stanowi przewód odniesienia.



Rys.3.6. Sieć n+1 przewodowa

Fig.3.6. n+1 phase network

Prąd $i=(i_\alpha)=(i_1,\ i_2,\dots,\ i_n)$ i napięcie $u=(u_\alpha)=(u_1,\ u_2,\dots,\ u_n)$, $\alpha\in\{1,\dots,n\}$, są przebiegami okresowymi o tym samym okresie T, należącymi do przestrzeni Soboleva $W^{2,\rho}_{T,n}$ z normą:

$$\|f\|_{W^{2,\rho}_{T,n}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{1} \rho_k \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{1}{T} \int_0^T (f^{(k)}(t))^2 dt} \; . \tag{3.41}$$

Przestrzeń $W^{2,\rho}_{T,n}$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni $L^2_{T,n}$ (n-krotnej sumy prostej przestrzeni przebiegów okresowych L^2_T), w której normę i iloczyn skalarny określają wzory:

$$\|f\|_{L^2_{T,n}} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{n} \frac{1}{T} \int_0^T f^2_\alpha(t)dt} \; , \tag{3.42}$$

$$(f,g)_{L^2_{T,n}} = \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{1}{T} \int_0^T f_\alpha(t) g_\alpha(t)dt \; . \tag{3.43}$$

Kwadrat normy (3.42) stanowi sumę kwadratów wartości skutecznych prądów fazowych źródła, proporcjonalną do strat mocy czynnej w przewodach łączących źródło z odbiornikiem (przy założeniu, że wpływ rezystancji przewodów na napięcie na zaciskach odbiornika jest niewielki, a rezystancja przewodu odniesienia jest równa zeru). Iloczyn skalarny (3.43) interpretować można jako całkowitą moc czynną dostarczaną ze źródła do odbiornika. Podobnie jak dla układów jednofazowych stawia się problem [20], [23]:

PO.4

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in W^{2,\rho}_{T,n}} \left(\|i\|_{W^{2,\rho}_{T,n}} \right)^2 , \tag{3.44}$$

przy ograniczeniu:

$$P = (u,i)_{L^2_{T,n}} \; . \tag{3.45}$$

□

Funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.4) zapisany w układzie współrzędnych opartym o bazę $\{ e_{W,n}{}^h \}$ przestrzeni $W^{2,\rho}_{T,n}$:

$$\{ e_{W,n}{}^h \} = \{ (\Delta_{W^0}, 0, \ldots, 0), \ldots, (0, 0, \ldots, \Delta_{W^0}), (e_{W^1}, 0, \ldots, 0), \ldots, (0, 0, \ldots, e_{W^1}),$$

$$\ldots, (e_{W^1}, 0, \ldots, 0), \ldots, (0, 0, \ldots, e_{W^1}), \ldots \} \; , \tag{3.46}$$

gdzie:

$e_{W^1}, e_{W^2}, \ldots$ - elementy bazy $\{ e_{W^h} \}$ (2.7) , posiada postać:

$$L_{W,n}\left[(A_{W\alpha h}),(B_{W\alpha h}),\ \lambda\right]=\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{\alpha=1}^{n}(A^2_{W\alpha h}+B^2_{W\alpha h})+\lambda\left[P-\sum_{h=0}^{\infty}\Delta^2_{Wh}\sum_{\alpha=1}^{n}(A_{W\alpha h}C_{W\alpha h}+B_{W\alpha h}D_{W\alpha h})\right] \tag{3.47}$$

gdzie:

$$J_{W\alpha h}=A_{W\alpha h}-jB_{W\alpha h},\qquad \alpha\in\{1,..,n\}$$
$$U_{W\alpha h}=C_{W\alpha h}-jD_{W\alpha h},$$

współczynniki Fouriera prądów i napięć fazowych (i_α), (u_α) obliczane względem bazy $\{_We_h\}$, por. wzory (3.7), (3.8).

Można wykazać [20], że warunki minimum funkcjonału $L_{W,n}$ są zawsze spełnione oraz że minimum to określa wzór:

$$_a i_{W,n\,\alpha}={}_eG_{W,n\,0}\,U_{\alpha 0}+\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}{}_eG_{W,n\,h}\,U_{\alpha h}\exp(jh\omega_0(\cdot)),\qquad \alpha\in\{1,..,n\}, \tag{3.48}$$

gdzie:

$U_{\alpha h}=C_{\alpha h}-jD_{\alpha h}=\Delta_{Wh}(C_{W\alpha h}-jD_{W\alpha h})$ – wartości zespolone skuteczne harmonicznych napięcia u_α źródła,

$_eG_{W,n\,h}$ – konduktancja zastępcza odbiornika n+1 przewodowego, określona wzorem:

$$_eG_{W,n\,h}=\frac{P}{\nabla^2_{Wh}\sum_{k=0}^{\infty}\nabla^{-2}_{Wk}\sum_{\alpha=1}^{n}(C^2_{\alpha k}+D^2_{\alpha k})},\qquad h\in N. \tag{3.49}$$

Źródło (rys.3.6) wydaje optymalny prąd $(_a i_{W,n\,\alpha})$, jeśli odbiornik dla każdej harmonicznej jest symetrycznym układem rezystancyjnym typu "gwiazda" o konduktancjach $_eG_{W,n\,h}$. Prąd $_a i_{W,n}$ realizuje ustalony kompromis (podobnie jak dla układów jednofazowych) pomiędzy prądem źródła o minimalnej wartości skutecznej (w sensie wzoru (3.42)) a prądem o minimalnych zniekształceniach. Dla konduktancji $_eG_{W,n\,h}$ obowiązują podobne oszacowania jak dla konduktancji $_eG_{Wh}$ (układy jednofazowe, wzór (3.13)), więc pojęcie optymalnego kształtu prądu aktywnego $_a i_{W,n}$ pokrywa się z pojęciem optymalnego kształtu prądu $_a i_W$ (3.11).

Przykłady ilustracyjne dotyczące problemu (PO.4) podano w pracy [90]. Możliwy jest rozkład całkowitego prądu źródła (i_α) na dwa składniki:

$$i = {}_{a}i_{W,n\,\alpha} + {}_{b}i_{W,n\,\alpha}, \qquad \alpha\in\{1,..,n\} \tag{3.50}$$

gdzie:

${}_{b}i_{W,n\,\alpha}$ - prąd różnicowy.

Ortogonalność składników rozkładu (3.50) w sensie iloczynu skalarnego przestrzeni $W^{2,\rho}_{T,n}$ umożliwia [20] konstrukcję trójkąta mocy. Interpretacja tych mocy pokrywa się z interpretacją prądów (3.50).

Uwaga 3.6

Ocena prądu źródła i za pomocą funkcjonału (3.41) nie umożliwia odrębnej i różniącej się od siebie oceny prądów źródła (i_α) ($\alpha\in\{1,..,n\}$). Selektywność tej oceny można zapewnić rozważając problem (PO.4) dla funkcjonału:

$$J = \sqrt{\sum_{k=0}^{1} \rho_k \sum_{\alpha=1}^{n} \vartheta_\alpha^2 \frac{1}{T}\int_0^T (f^{(k)}(t))^2 dt} \tag{3.51}$$

gdzie:

ϑ_α - przewodowe współczynniki wagi, $\vartheta_\alpha \in R^+$ dla $\alpha\in\{1,..,n\}$.

Prowadząc analogiczne rozważania jak poprzednio uzyskuje się prąd aktywny (optymalny) źródła ${}_{a}i'_{W,n\,\alpha}$:

$$ {}_{a}i'_{W,n\,\alpha} = {}_{e}\tilde{G}_{W,n\,\alpha 0}\, U_{\alpha 0} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=0}^{\infty} {}_{e}\tilde{G}_{W,n\,\alpha h}\, U_{\alpha h}\, \exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{3.52}$$

gdzie:

${}_{e}\tilde{G}_{W,n\,\alpha h}$ - fazowe konduktancje zastępcze odbiornika dla fazy α i h-tej harmonicznej

$$ {}_{e}\tilde{G}_{W,n\,\alpha h} = \frac{P}{\nabla^2_{W^h}\,\vartheta_\alpha^2 \sum_{k=0}^{\infty} \nabla^{-2}_{W^k} \sum_{\alpha=1}^{n} (C^2_{\alpha k} + D^2_{\alpha k})}, \quad \alpha\in\{1,..,n\},\ h\in N. \tag{3.53}$$

Konduktancje te zależą z reguły od numeru przewodu (fazy) i numeru harmonicznej przebiegu. □

Uwaga 3.7

Przyjmując, że $\rho_0=1$, $\rho_k=0$, $(k>1)$, problem (PO.4) sprowadza się do minimalizacji kwadratu funkcjonału (3.42) przy ograniczeniu (3.43). Rozwiązanie takiego problemu stanowi prąd aktywny i_{a_n}:

$$i_{a_n\alpha} = G_{a_n} u_\alpha , \qquad G_{a_n} = \frac{P}{\left(\|u\|_{L^2_{T,n}}\right)^2} . \tag{3.54}$$

uzyskany przez S. Fryzego [61] inną niż rozpatrywana metodą. Możliwa jest również odpowiednia dekompozycja prądu źródła i konstrukcja odpowiadającego jej trójkąta mocy. □

Optymalizacja warunków pracy wielofazowych źródeł napięcia prawie okresowego (rys.3.6) nie różni się istotnie od rozpatrywanego problemu (PO.4) dla przebiegów okresowych.

Niech prąd $i=(i_\alpha)$ i napięcie $u=(u_\alpha)$, $\alpha\in\{1,..,n\}$ źródła są przebiegami prawie okresowymi należącymi do przestrzeni Besicovitcha-Soboleva $BS^{2,\rho}_n$ (n-krotnej sumy prostej przestrzeni $BS^{2,\rho}$) o normie:

$$\|f\|_{BS^{2,\rho}_n} = \sqrt{\sum_{k=0}^{1} \rho_k \sum_{\alpha=1}^{n} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (f_\alpha^{(k)}(t))^2 dt} . \tag{3.55}$$

Przestrzeń $BS^{2,\rho}_n \subset B^2_n$ jest podprzestrzenią liniową przestrzeni Besicovitcha B^2_n (n-krotnej sumy prostej przestrzeni Besicovitcha B^2) z normą i iloczynem skalarnym:

$$\|f\|_{B^2_n} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{n} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f_\alpha^2(t) dt} , \tag{3.56}$$

$$(f,g)_{B^2_n} = \sum_{\alpha=1}^{n} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f_\alpha(t)\, g_\alpha(t) dt . \tag{3.57}$$

Interpretacja wzorów (3.56) i (3.57) jest podobna do interpretacji wzorów (3.42), (3.43) a odpowiedni problem optymalizacyjny stawia się następująco:

PO.5

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in BS_n^{2,\rho}} \left(\| i \|_{BS_n^{2,\rho}} \right)^2 , \tag{3.58}$$

przy warunku:

$$P = (u, i)_{B_n^2} . \tag{3.59}$$

□

Rozwiązania problemu (PO.5) poszukuje się w przestrzeni uniwersalnej $l^2(R^n)$ [5] (n-krotnej sumy prostej przestrzeni $l^2(R)$) opartej o bazę $\{ e_{BS,n}^{\omega} \}$ przestrzeni $BS_n^{2,\rho}$, tworząc funkcjonał Lagrange'a:

$$L_{BS,n}\left((A_{BS}^{\alpha\omega}), (B_{BS}^{\alpha\omega}), \lambda \right) = \sum_{\omega \in R} \sum_{\alpha=1}^{n} \left(A_{BS}^{2\,\alpha\omega} + B_{BS}^{2\,\alpha\omega} \right) +$$
$$+ \lambda \left[P - \sum_{\omega \in R} \Delta_{BS}^{2\,\omega} \sum_{\alpha=1}^{n} \left(A_{BS}^{\alpha\omega} C_{BS}^{\alpha\omega} + B_{BS}^{\alpha\omega} D_{BS}^{\alpha\omega} \right) \right] \tag{3.60}$$

gdzie:

$$J_{BS}^{\alpha\omega} = A_{BS}^{\alpha\omega} - j\, B_{BS}^{\alpha\omega} = \Delta_{BS}^{-1\,\omega} J_{B}^{\alpha\omega} = \Delta_{BS}^{-1\,\omega} (A_{B}^{\alpha\omega} - j\, B_{B}^{\alpha\omega})$$
$$U_{BS}^{\alpha\omega} = C_{BS}^{\alpha\omega} - j\, D_{BS}^{\alpha\omega} = \Delta_{BS}^{-1\,\omega} U_{B}^{\alpha\omega} = \Delta_{BS}^{-1\,\omega} (C_{B}^{\alpha\omega} - j\, D_{B}^{\alpha\omega}), \quad \omega \in R, \tag{3.61}$$

współczynniki Fouriera prądów (i_α) i napięć (u_α) obliczane względem baz $\{ e_{BS}^{\omega} \}$, $\{ e_{B}^{\omega} \}$.

Minimalizacja funkcjonału $L_{BS,n}$ prowadzi do prądu aktywnego (optymalnego) ${}_a i_{BS,n}^{\alpha}$:

$${}_a i_{BS,n}^{\alpha} = \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{\omega_h \in \Omega_0} {}_e G_{BS,n}^{\omega_h} U_{B}^{\alpha\omega_h} \exp(j\omega_h(\cdot)) \tag{3.62}$$

określonego na widmie Ω_0:

$$\Omega_0 = \{\omega_h\} = \bigcup_{\alpha \in \{1,..,n\}} {}_u\Omega_\alpha \cap {}_i\Omega_\alpha , \tag{3.63}$$

gdzie:

${}_u\Omega_\alpha$, ${}_i\Omega_\alpha$ - widma Fouriera napięć u_α i prądów i_α,

$${}_e G_{BS,n}^{\omega_h} = \frac{P}{\nabla_{BS}^{2\,\omega_h} \sum_{\omega_k \in \Omega_0} \nabla_{BS}^{-2\,\omega_k} \sum_{\alpha=1}^{n} (C_{B}^{2\,\alpha\omega_k} + D_{B}^{2\,\alpha\omega_k})} . \tag{3.64}$$

Interpretacje konduktancji $G_{e_{BS,n}\omega_h}$ i prądu aktywnego $i_{e_{BS,n}}$ nie różnią się niczym istotnym od interpretacji odpowiednich konduktancji i prądów aktywnych występujących przy analizie problemów (PO.4), (PO.2).

Możliwa jest również, podobna do omówionych poprzednio, ortogonalna dekompozycja prądu źródła i konstrukcja odpowiedniego trójkąta mocy.

Uogólnienie problemu (PO.3), dotyczącego optymalizacji nieokresowych źródeł napięcia jednofazowego o skończonej energii, na obwody wielofazowe przeprowadza się przyjmując, że prąd (i_α) oraz napięcie (u_α) źródła (rys.3.6) są elementami przestrzeni Soboleva $W_n^{2,\rho}$ z normą:

$$\|f\|_{W_n^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{l} \rho_k \sum_{\alpha=1}^{n} \int_0^\infty (f_\alpha^{(k)}(t))^2 dt} \quad . \tag{3.65}$$

Normę $\|\cdot\|_{L_n^2}$ i iloczyn skalarny $(\cdot,\cdot)_{L_n^2}$ nadprzestrzeni L_n^2:

$$\|f\|_{L_n^2} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{n} \int_0^\infty f_\alpha^2(t)dt} \quad , \tag{3.66}$$

$$(f,g)_{L_n^2} = \sum_{\alpha=1}^{n} \int_0^\infty f_\alpha(t)\, g_\alpha(t)dt \, , \tag{3.67}$$

interpretuje się jako uogólnioną "wartość skuteczną" przebiegu nieokresowego i jako całkowitą energię doprowadzaną do odbiornika.

Formalizuje się problem:

PO.6

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in W_n^{2,\rho}} \left(\|i\|_{W_n^{2,\rho}}\right)^2 , \tag{3.68}$$

przy ograniczeniu:

$$W = (u,i)_{L_n^2} \; . \tag{3.69}$$

□

Problem ten rozwiązuje się tworząc funkcjonał Lagrange'a $L_{WL,n}$ w układzie współrzędnych, opartym o bazę Hermite'a Soboleva $\{ e_{WL,n}^{h} \}$ przestrzeni $W_n^{2,\rho}$

zbudowaną podobnie jak baza $\{e_{W,n}^{h}\}$ (3.46). Funkcjonał Lagrange'a $L_{WL,n}$ posiada postać:

$$L_{WL,n}\left(\left(J_{WL}^{\alpha h}\right),\lambda\right)=\sum_{h=0}^{\infty}\sum_{\alpha=1}^{n}J_{WL}^{2\,\alpha h}+\lambda\left[W-\sum_{h=0}^{\infty}\Delta_{WL}^{2\,\alpha h}\sum_{\alpha=1}^{n}J_{WL}^{\alpha h}\,U_{WL}^{\alpha h}\right],\qquad(3.70)$$

gdzie:

$U_{WL}^{\alpha h}$, $J_{WL}^{\alpha h}$ - określają wzory (3.35),

a jego minimum określa wzór:

$$a^{i}_{WL,n}{}^{\alpha}=\sum_{h=0}^{\infty}{}_{e}G_{WL,n}^{h}\,U_{WL}^{\alpha h}\,e_{WL}^{h}\;,\;\alpha\in\{1,\ldots,n\}\;.\qquad(3.71)$$

Konduktancje zastępcze odbiornika (w sensie analizy harmonicznej w bazie Hermite'a-Soboleva) określone są następująco:

$${}_{e}G_{WL,n}^{h}=\frac{W}{\nabla_{WL}^{2\,h}\sum_{k=0}^{\infty}\Delta_{WL}^{4\,k}\sum_{\alpha=1}^{n}U_{WL}^{2\,\alpha k}}\;,\qquad h\in N.\qquad(3.72)$$

Interpretacja i właściwości prądu aktywnego ${}_{a}i_{WL,n}$ i konduktancji ${}_{e}G_{WL,n}^{h}$ są identyczne jak dla poprzednio omawianych problemów. Podobnie również jak poprzednio, przeprowadzić można ortogonalny rozkład prądu źródła połączony z konstrukcją odpowiedniego trójkąta "energii".

3.3. UOGÓLNIENIE NA DOWOLNE PRZESTRZENIE HILBERTA

Przedstawione w poprzednich rozdziałach rezultaty dotyczyły optymalizacji obwodów z przebiegami należącymi do konkretnych i często stosowanych [68] przestrzeni Hilberta. Pewną możliwość uogólnienia tych rezultatów opisano poniżej [24], [25].

Przyjmujemy, że prądy i napięcia sieci z rys.3.6 są elementami przestrzeni Hilberta I z normą $\|\cdot\|_I$ i iloczynem skalarnym $(\cdot,\cdot)_I$, zwanej dalej podprzestrzenią. Niech kwadrat normy $\|\cdot\|_I$ będzie optymalizowanym wskaźnikiem jakości, umożliwiającym ocenę pożądanych (energetycznych, jakościowych itp.) wielkości opisujących warunki pracy źródła. Zakłada się ponadto, że istnieje przestrzeń Hilberta H (zwana nadprzestrzenią) taka, że:

$$I\subset H,\quad \tau_{IH}\subset\tau_{I},\quad \dim_H I\preccurlyeq\dim_H H,\qquad(3.73)$$

gdzie:

τ_{IH} - topologia przestrzeni I indukowana przez normę przestrzeni H,

τ_{I} - topologia przestrzeni I wprowadzona przez normę tej przestrzeni,

$\dim_H$ - wymiar Hilberta [5] przestrzeni Hilberta.

Iloczyn skalarny w przestrzeni H $(\cdot,\cdot)_H$ może być interpretowany jako całkowita moc czynna (energia) doprowadzona do odbiornika.

Problem optymalizacji warunków pracy źródła określa się następująco:

PO.7

Wyznaczyć:

$$\min_{i\in I} \left(\|\cdot\|_I\right)^2 , \quad \text{gdy} \quad (u,i)_H = P, \quad u\in I , \tag{3.74}$$

gdzie:

P - zadana moc czynna (energia) odbiornika.

□

Liniowa izometria przestrzeni H, I oraz przestrzeni uniwersalnej $l^2(G)$ [5] umożliwia sprowadzenie problemu (PO.7) do dziedziny spektralnej. W przestrzeniach Hilberta H, I zawsze istnieją bazy $\{e_{H^\mu}\}$, $\{e_{I^\alpha}\}$ nieuprzywilejowane z matematycznego punktu widzenia. Praktycznie wybór tych baz może być bardzo istotny i zdeterminowany np. efektywnością obliczeń. Z pomocą baz definiuje się na przestrzeniach H, I układy współrzędnych u, v:

$$w:\ H \longrightarrow l^2_H(G) , \tag{3.75}$$

$$v:\ I \longrightarrow l^2_I(G) , \tag{3.76}$$

złożone z ciągów współczynników Fouriera (F_{H^μ}), (F_{I^α}) funkcji $f\in I \subset H$, względem wymienionych baz (indeksy związane z mapą przestrzeni H oznacza się przez μ, ν, natomiast indeksy związane z mapą przestrzeni I oznacza się przez α, β, γ, δ). Z liniowości odwzorowań u, v oraz ze wzoru (3.73) wynika istnienie odwzorowania wiążącego mapy przestrzeni H, I:

$$U_{H^\mu} = \sum_{\alpha\in G} C_{\alpha\mu}\, U_{I^\alpha} , \quad J_{H^\mu} = \sum_{\alpha\in G} C_{\alpha\mu}\, J_{I^\alpha} , \tag{3.77}$$

gdzie:

U_{H^μ}, J_{H^μ} - współrzędne napięcia i prądu w mapie H,

U_{I^α}, J_{I^α} - współrzędne napięcia i prądu w mapie I,

c - operator przejścia opisany macierzą $C_{\alpha\mu}$.

Odwzorowania (3.77) wyrażają zależność pomiędzy współczynnikami Fouriera napięć i prądów, liczonymi względem baz przestrzeni H, I (w poprzednich rozdziałach macierz $C_{\alpha\mu}$ była macierzą diagonalną o elementach Δ_h^2, por. wzory (2.4), (2.7), (2.12), (2.16), (2.24)). Stąd, problem (PO.7) zapisać można w mapie przestrzeni I z wykorzystaniem funkcjonału Lagrange'a L:

$$L\left((J_{I\alpha}),\ \lambda \right) = \sum_{\alpha\in G} (J_{L\alpha})^2 + \lambda \left[P - \sum_{\alpha\in G} \sum_{\beta\in G} D_{\alpha\beta}\, U_{I\beta}\, J_{I\beta} \right], \tag{3.78}$$

gdzie:

$$D_{\alpha\beta} = \sum_{\mu\in G} C_{\alpha\mu}\, C_{\beta\mu} . \tag{3.79}$$

Można wykazać, że warunki konieczne i wystarczające minimum funkcjonału L są spełnione [24] oraz że prąd aktywny ${}_a i_{I\alpha}$ minimalizujący ten funkcjonał określa wzór:

$${}_aJ_{I\alpha} = \sum_{\beta\in G} {}_eG_{I\alpha\beta}\, U_{I\beta} , \qquad \alpha\in G, \tag{3.80}$$

lub w postaci czasowej:

$${}_a i_I = \sum_{\alpha\in G} {}_aJ_{I\alpha}\, e_{I\alpha} , \tag{3.81}$$

gdzie:

$${}_eG_{I\alpha\beta} = \frac{D_{\beta\alpha}}{\sum\limits_{\gamma\in G} \sum\limits_{\delta\in G} \sum\limits_{\beta\in G} D_{\alpha\beta}\, D_{\gamma\beta}\, U_{I\gamma}\, U_{I\delta}}\, P . \tag{3.82}$$

Ze wzoru (3.81) wynika, że optymalny (w sensie problemu (PO.7)) prąd źródła jest sumą harmonicznych ${}_aJ_{I\alpha}$, z których każda stanowi kombinację liniową harmonicznych napięcia źródła $U_{I\beta}$ ze współczynnikami rzeczywistymi ${}_eG_{I\alpha\beta}$. Niestety, bardziej szczegółowa analiza właściwości prądu aktywnego ze względu na ogólność przyjętych w rozdziale założeń nie jest możliwa.

Jeżeli dla ustalonego źródła (tzn. ciągu $(U_{I\alpha})$) rozpatrzy się rodzinę wszystkich odbiorników pobierających moce $P\in R^+$, to wzory (3.80) do (3.82) określą liniową domkniętą podprzestrzeń ${}_aI\in I$ prądów aktywnych i możliwy jest rozkład:

$$I = {}_aI \oplus {}_bI , \qquad {}_aI \perp_I {}_bI . \tag{3.83}$$

Przestrzeń dopełniająca ${}_{b}I$ stanowi zbiór wszystkich niepożądanych prądów źródeł, które należy eliminować. Zagadnienie dalszej dekompozycji przestrzeni ${}_{b}I$ wiąże się z istnieniem rozwiązań ciągu m(m∈ N) problemów optymalizacji:

$$\min_{\chi\in K_m} \left(\| i - {}_{a}i + {}_{K_m}i \|_I \right)^2 , \tag{3.84}$$

względem zbioru parametrów i struktury χ kompensatorów należących do zadanych klas K_m, przy uwzględnieniu (np. w postaci zbioru ograniczeń) warunków ich fizycznej realizowalności. Przykłady problemów (3.84) rozpatrzono w rozdziale 7 pracy. Jeżeli z rozwiązania problemów (3.84) wynika rozkład przestrzeni I na m wzajemnie ortogonalnych podprzestrzeni:

$$I = \oplus_m {}_{m}I , \tag{3.85}$$

to możliwe jest definiowanie prostopadłościanów mocy:

$$S_I^2 = (\|u\|_I)^2(\|i\|_I)^2 = \sum_m (\|u\|_I)^2(\|{}_{m}i\|_I)^2 = \sum_m P_{I_m}^2 . \tag{3.86}$$

Interpretacja tych mocy jest pochodną interpretacji prądów ${}_{m}i$.

3.4. PODSUMOWANIE

W rozdziale przedstawiono zunifikowaną metodę rozwiązywania problemów minimalizacji wskaźników jakości prądów, idealnych źródeł napięcia zasilających odbiorniki zadaną mocą czynną lub energią. Rozpatrzono przypadki obwodów z przebiegami okresowymi, prawie okresowymi, nieokresowymi i dowolnymi należącymi do przestrzeni Hilberta. Rozwiązania problemów minimalizacji (prądy aktywne) realizowały ustalony kompromis pomiędzy prądami źródeł o minimalnej wartości skutecznej a prądami o minimalnych zniekształceniach. Warunkiem wydawania prądów aktywnych przez źródła jest reprezentacja odbiorników z pomocą dwójników lub wielobiegunników rezystancyjnych o odpowiednio dobranych konduktancjach zastępczych, różnych dla poszczególnych harmonicznych napięcia źródła. Generowany przez wskaźnik jakości $((\|\cdot\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2$, $(\|\cdot\|_{BS^{2,\rho}_{n}})^2$, $(\|\cdot\|_{W^{2,\rho}_{n}})^2$, n=1,2,..) optymalny kształt przebiegu prądu kojarzyć należy:

- w przypadku przebiegów okresowych i prawie okresowych: z przebiegiem sinusoidalnym o częstotliwości równej najniższej częstotliwości widma napięcia źródła,

- w przypadku przebiegów nieokresowych: z przebiegiem o kształcie funkcji Hermite'a najniższego rzędu występującej w widmie Hermite'a napięcia źródła.

Dla rozpatrywanych problemów zawsze istnieje ortogonalna dekompozycja prądu źródła na składnik aktywny i różnicowy. Składnik różnicowy nie przenosi mocy czynnej, gdyż z założenia w każdej z rozpatrywanych przestrzeni prawdziwa jest zależność (w sensie iloczynu skalarnego nadprzestrzeni):

$$P = (u,i) = (u, {}_a i + {}_b i) = P + (u, {}_b i) \Rightarrow (u, {}_b i) = 0 \, . \tag{3.87}$$

Z tego punktu widzenia prąd ${}_b i$ jest niepożądany i należy go eliminować. Ortogonalność wymienionych dekompozycji umożliwia konstrukcję trójkątów mocy (energii) i definiowanie wielu pojęć mocy. Interpretacja tych mocy jest zawsze pochodną interpretacji odpowiednich składników dekompozycji prądu źródła. Tylko w przypadku minimalizacji wartości skutecznych prądów źródeł interpretacje niektórych elementów odpowiednich trójkątów mocy mogą być niezależne od interpretacji składników dekompozycji prądów (moc czynna i ewentualnie moc pozorna). Dodatkową wadą wprowadzonych mocy (z wyjątkiem mocy czynnej) jest ich niezachowawczość wynikająca z subaddytywności norm przestrzeni funkcyjnych.

4. FORMALIZACJA ENERGETYCZNO-JAKOŚCIOWEGO PROBLEMU OPTYMALIZACJI SIECI ELEKTRYCZNYCH

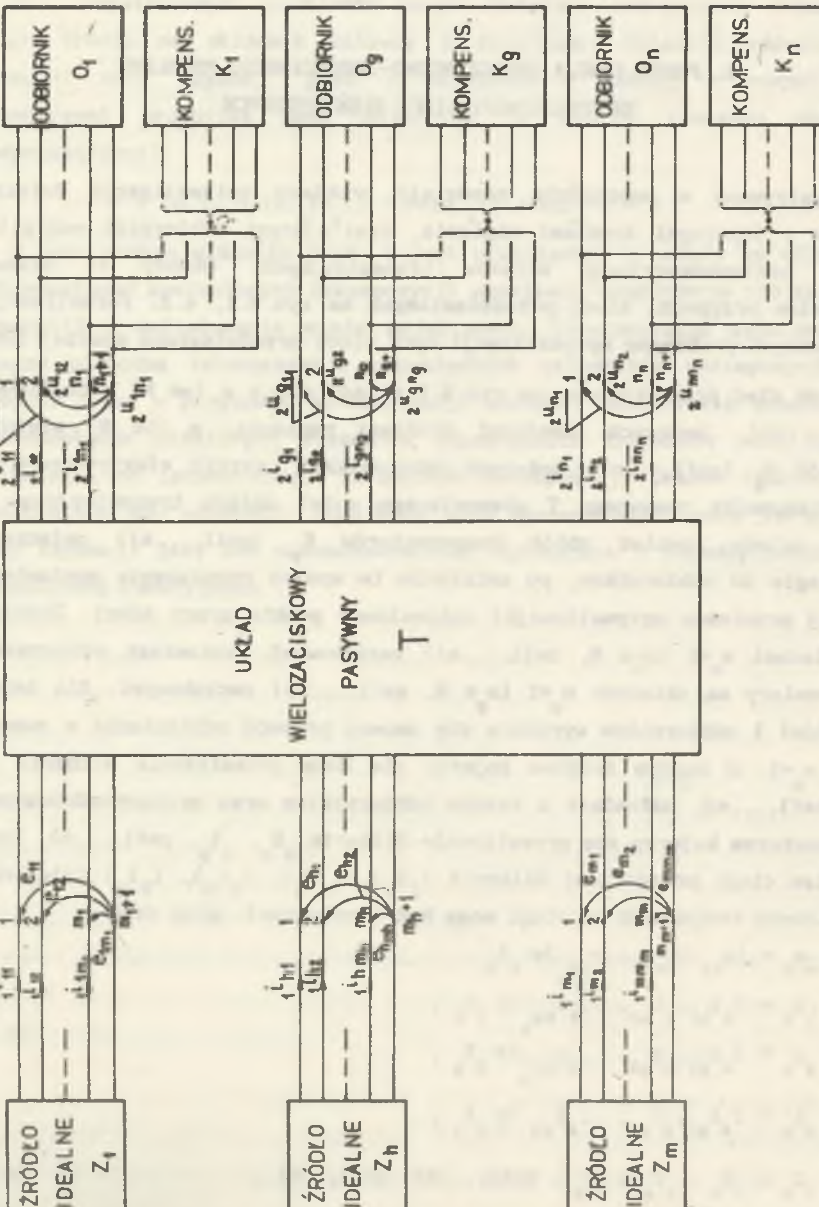
Rozpatrywane w poprzednim rozdziale problemy optymalizacji dotyczyły obwodów z idealnymi źródłami napięcia, zasilającymi odbiorniki energii za pomocą bezimpedancyjnych układów transmisyjnych. Obwody te stanowią szczególne przypadki sieci przedstawionych na rys. 4.1, 4.2. Formalizację i opis pewnych problemów optymalizacji tych sieci przedstawiono poniżej [26].

Niech sieć przedstawiona na rys. 4.1 składa się z m ($m \in N$) wydajników Z_h ($h \in \{1,..,m\}$) będących idealnymi źródłami napięcia, n ($n \in N$) wielobiegunników O_g ($g \in \{1,..,n\}$) będących odbiornikami energii elektrycznej oraz wielobiegunnika pasywnego T stanowiącego model układu transmisyjnego. Do sieci należy również zbiór kompensatorów K_g ($g \in \{1,..,n\}$) dołączanych równolegle do odbiorników, po ustaleniu (w wyniku rozwiązania postawionych poniżej problemów optymalizacji) optymalnego punktu pracy sieci. Źródła Z_h są układami m_h+1 ($m_h \in N$, $h \in \{1,..,m\}$) zaciskowymi, natomiast odbiorniki i kompensatory są układami n_g+1 ($n_g \in N$, $g \in \{1,..,n\}$) zaciskowymi. Dla każdego ze źródeł i odbiorników wyróżnia się umowny przewód odniesienia o numerach m_h+1, n_g+1. Z każdym źródłem kojarzy się dwie przestrzenie Hilberta ${}_1H_h$, ${}_1I_h$, $h \in \{1,..,m\}$, natomiast z każdym odbiornikiem oraz przyporządkowanym mu kompensatorem kojarzy się przestrzenie Hilberta ${}_2H_g$, ${}_2I_g$, $g \in \{1,..,n\}$. Tworzy się więc ciągi przestrzeni Hilberta $({}_1H_h)$, $({}_2H_g)$, $({}_1I_h)$, $({}_2I_g)$ (niektóre z przestrzeni tworzących te ciągi mogą być identyczne), przy czym:

$$
\begin{aligned}
e_h &= (e_{h1}, e_{h2}, .., e_{hm_h}) \in {}_1I_h ,\\
{}_1i_h &= ({}_1i_{h1}, {}_1i_{h2}, .., {}_1i_{hm_h}) \in {}_1I_h ,\\
{}_2u_g &= ({}_2u_{g1}, {}_2u_{g2}, .., {}_2u_{gh_g}) \in {}_2I_g ,\\
{}_2i_g &= ({}_2i_{g1}, {}_2i_{g2}, .., {}_2i_{gh}) \in {}_2I_g ,
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

$$
{}_1I_h \subset {}_1H_h \,,\ {}_2I_g \subset {}_2H_g \,,\ h \in \{1,..,m\},\ g \in \{1,..n\} \,, \tag{4.2}
$$

$$
\tau_{{}_1I_h} \,\#\, {}_1H_h \subset \tau_{{}_1I_h} \,,\ \tau_{{}_2I_g\,{}_2H_g} \subset \tau_{{}_2I_g} \,. \tag{4.3}
$$



Rys.4.1. Model sieci

Fig.4.1. Model of network

Iloczyn skalarny w przestrzeniach ${}_1H_h$, ${}_2H_g$ interpretuje się jako moc czynną(energię) wydawaną przez źródło lub pobieraną przez odbiornik. Przestrzenie ${}_1I_h$, ${}_2I_g$ są tak dobrane, by z wykorzystaniem ich iloczynów skalarnych można było utworzyć energetyczno-jakościowy wskaźnik pracy sieci z rys. 4.1. Odbiorniki są opisane odwzorowaniami y_g:

$$y_g : {}_2I_g \to {}_2I_g \ , \ {}_2i_g = -y_g({}_2u_g) \ , \ g\in\{1,..,n\} \tag{4.4}$$

i pobierają zadane moce czynne P_g lub też zadana jest całkowita moc czynna tych odbiorników $P = \sum_{g=1}^{n} P_g$.

Tworzy się następujące sumy proste przestrzeni Hilberta:

$$\begin{gathered} {}_1H = \bigoplus_{h=1}^{m} {}_1H_h \ , \ {}_2H = \bigoplus_{g=1}^{n} {}_2H_g \ , \ {}_1I = \bigoplus_{h=1}^{m} {}_1I_h \ , \ {}_2I = \bigoplus_{g=1}^{n} {}_2I_g \ , \\ {}_1H_h = \bigoplus_{{}_1\alpha_h=1}^{m_h} H_{{}_1\alpha_h} \ , \ {}_2H_g = \bigoplus_{{}_2\alpha_g=1}^{n_g} H_{{}_2\alpha_g} \ , \\ {}_1I_h = \bigoplus_{{}_1\alpha_h=1}^{m_h} I_{{}_1\alpha_h} \ , \ {}_2I_g = \bigoplus_{{}_2\alpha_g=1}^{n_g} I_{{}_2\alpha_g} \ , \end{gathered} \tag{4.5}$$

gdzie:

$I_{{}_1\alpha_h} \subset H_{{}_2\alpha_h}$ - przestrzenie Hilberta, których elementami są prądy i napięcia przewodu o numerze ${}_1\alpha_h \in\{1,..,m_h\}$ h-tego źródła,

$I_{{}_2\alpha_g} \subset H_{{}_2\alpha_g}$ - przestrzenie Hilberta, których elementami są prądy i napięcia przewodu o numerze ${}_2\alpha_g \in\{1,..,n_g\}$ g-tego odbiornika,

oraz definiuje odwzorowania:

$$\begin{gathered} f: {}_2I \to {}_1I \ , \ {}_1i = {}_Tf({}_2i,e) = f({}_2i) \ , \\ g: {}_2I \to {}_2I \ , \ {}_2u = {}_Tg({}_2i,e) = g({}_2i) \ , \\ {}_2i = ({}_2i_1,...,{}_2i_n) \ , \ e = (e_1,..,e_m) \ , \ {}_1i = ({}_1i_1,..,{}_1i_m) \ . \end{gathered} \tag{4.6}$$

Opierając się na odwzorowaniach g (4.6), tworzy się odwzorowania:

$${}_2u_g = g_g({}_2i) \ , \ g\in\{1,..,n\} \tag{4.7}$$

i zakładając (co najmniej lokalną) bijektywność odwzorowań (4.4), tzn. zakładając istnienie odwzorowań ${}_2z_g = y_g^{-1}$, zapisuje się dla rozpatrywanej sieci równania:

$$g_g({}_2i) = -{}_2z_g({}_2i)\ . \tag{4.8}$$

Rozwiązania równań (4.8) względem zmiennych ${}_2i$ tworzą punkty pracy sieci (zagadnienia istnienia rozwiązań tych równań na przedstawionym poziomie ogólności rozważań nie mogą być rozpatrywane).

Formalizacja problemu optymalizacji zależy od przyjętego dla rozpatrywanej sieci wskaźnika jakości. Jeśli celowe byłoby minimalizowanie strat mocy czynnej wydzielonej na elemencie transmisyjnym (rys. 4.1), to należałoby rozwiązać problem:

$$\min_{{}_2i}\left[(e,{}_1i)_{{}_1H}+({}_2u,{}_2i)_{{}_2H}\right] = \min_{{}_2i}\left[(e,{}_Tf({}_2i,e))_{{}_1H}+({}_Tg({}_2i,e),{}_2i)_{{}_2H}\right]. \tag{4.9}$$

Jeżeli pożądana byłaby optymalizacja kształtu prądów ${}_2i$, połączona z ograniczeniem strat mocy czynnej w elemencie transmisyjnym T, to należałoby rozwiązać problem:

$$\min_{{}_2i}\left[(e,{}_1i)_{{}_1I}+({}_2u,{}_2i)_{{}_2I}\right] = \min_{{}_2i}\left[(e,{}_Tf({}_2i,e))_{{}_1I}+({}_Tg({}_2i,e),{}_2i)_{{}_2I}\right]. \tag{4.10}$$

Problemy (4.9), (4.10) należy rozwiązać przy ograniczeniach równościowych:

$$(g_g({}_2i),{}_2i_g)_{{}_2H_g} = P_g\ ,\ g\in\{1,..,n\} \tag{4.11}$$

lub

$$({}_Tg({}_2i,e),{}_2i)_{{}_2H} = P, \tag{4.12}$$

przy czym wzór (4.12) wynika z zachowawczości iloczynów skalarnych prądów i napięć stanowiących elementy przestrzeni Hilberta.

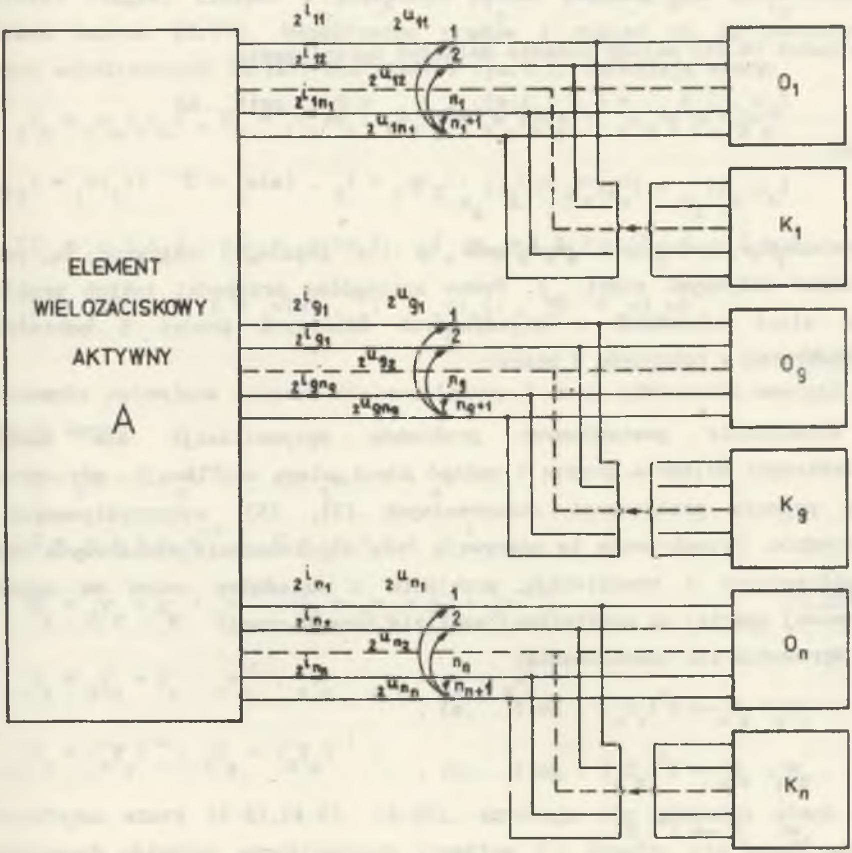
Rozwiązania opisanych wyżej problemów noszą nazwę (podobnie jak w całej pracy) prądów aktywnych ${}_{2a}i$ sieci.

W przypadku gdy zaciski $(1,..,m_1),..,(1...,m_m)$ sieci (rys. 4.1) są pomiarowo niedostępne, rozpatruje się schemat sieci przedstawiony na rys. 4.2. Tworząc sumy proste przestrzeni Hilberta ${}_2H_g$, ${}_2H$, ${}_2I_g$, ${}_2I$ (por. wzór (4.5)) oraz dysponując opisem części aktywnej (A) sieci, danym w postaci wzoru:

$${}_Af\colon\ {}_2I \to {}_2I\ ,\ {}_2u = {}_Ag({}_2i,e)\ , \tag{4.13}$$

a ponadto tworząc odwzorowania:

$${}_2u_g = {}_Ag_g({}_2i,e)\ ,\ g\in\{1,..,n\}\ , \tag{4.14}$$



Rys. 4.2. Model Thevénina sieci

Fig. 4.2. The Thevénin model of network

należałoby rozwiązać (odpowiadające problemom (4.9), (4.10)) zadania minimalizacji:

$$\min_{{}_2 i} \left(\| {}_2 i \|_{{}_2 H} \right)^2 \quad \text{lub} \quad \min_{{}_2 i} \left(\| {}_2 i \|_{{}_2 I} \right)^2 \tag{4.15}$$

Do zadań (4.15) należy ponadto dołączyć ograniczenia:

$$({}_2 u_g , {}_2 i_g)_{{}_2 H_g} = ({}_A g_g ({}_2 i, e), {}_2 i_g)_{{}_2 H_g} = P_g \ , \ g \in \{1,..n\} \tag{4.16}$$

lub:

$$({}_2 u, {}_2 i)_{{}_2 H} = ({}_A g({}_2 i, e), {}_2 i)_{{}_2 H} = P \ . \tag{4.17}$$

Rozwiązania powyższych problemów (o ile istnieją) nazywane są również prądami aktywnymi sieci ${}_{2a} i$. Pewne szczególne przypadki takich problemów, dla sieci złożonych z pojedynczych idealnych źródeł i odbiorników, rozpatrzono w rozdziale 3 pracy.

Rozwiązanie postawionych problemów optymalizacji dla dowolnych przestrzeni Hilberta prądów i napięć sieci ulega unifikacji, gdy wprowadzi się pojęcie przestrzeni uniwersalnych [3], [5], wykorzystywanych już uprzednio. Przestrzenie te odgrywają rolę nieskończenie wymiarowych układów współrzędnych i umożliwiają przejście z dziedziny czasu do dziedziny widmowej opartej na uogólnionej analizie harmonicznej.

Wprowadza się odwzorowania:

$$\begin{aligned}
&{}_1 w_h : {}_1 H_h \longrightarrow l^2({}_1 S_h) \ , \ h \in \{1,..,m\} \ , \\
&{}_2 w_g : {}_2 H_g \longrightarrow l^2({}_2 S_g) \ , \ g \in \{1,..,n\} \ , \\
&{}_1 w : {}_1 H \longrightarrow l^2({}_1 S) \ , \\
&{}_2 w : {}_2 H \longrightarrow l^2({}_2 S) \ , \\
&{}_1 v_h : {}_1 I_h \longrightarrow l^2({}_1 T_h) \ , \ h \in \{1,..,m\} \ , \\
&{}_2 v_g : {}_2 I_g \longrightarrow l^2({}_2 T_g) \ , \ g \in \{1,..,n\} \ , \\
&{}_1 v : {}_1 I \longrightarrow l^2({}_1 T), \\
&{}_2 v : {}_2 I \longrightarrow l^2({}_2 T).
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Niektóre ze zbiorów ${}_1S_h$, ${}_2S_g$, ${}_1S$, ${}_2S$, ${}_1T_h$, ${}_2T_g$, ${}_1T$, ${}_2T$ mogą być identyczne. Mapy ${}_1w$, ${}_2w$, ${}_1v$, ${}_2v$ są mapami produktowymi odpowiednich map ${}_1w_h$, ${}_2w_g$, ${}_1v_h$, ${}_2v_g$. Ze wzorów (4.2), (4.3) wynika, że odwzorowania wiążące mapy ${}_2v_g$, ${}_2w_g$ są (lokalnie) ciągłe, liniowe i posiadają postać podobną jak odwzorowania określone wzorem (3.77). Współrzędne prądów i napięć we wprowadzonych układach współrzędnych (4.18), dla sieci z rys.4.1, określają wzory:

$$
\begin{gathered}
{}_1I_h = {}_1w_h({}_1i_h)\,,\ E_h = {}_1w_h(e_h)\,,\ {}_2I_g = {}_2w_g({}_2i_g)\,,\ {}_2U_g = {}_2w_g({}_2u_g)\,,\\
{}_1I = {}_1w({}_1i)\,,\ E = {}_1w(e)\,,\ {}_2I = {}_2w({}_2i)\,,\ {}_2U = {}_2w({}_2u)\,,\\
{}'_1I_h = {}_1v_h({}_1i_h)\,,\ {}'E_h = {}_1v_h(e_h)\,,\ {}'_2I_g = {}_2v_g({}_2i_g)\,,\ {}'_2U_g = {}_2v_g({}_2u_g)\,,\\
{}'_1I = {}_1v({}_1i)\,,\ {}'E = {}_1v(e)\,,\ {}'_2I = {}_2v({}_2i)\,,\ {}'_2U = {}_2v({}_2u)\,.
\end{gathered}
\tag{4.19}
$$

Odwzorowania opisujące element wielozaciskowy T oraz odbiorniki energii O_g określają wzory:

$$
\begin{gathered}
{}'F = {}_1v\circ f\circ {}_2v^{-1}\,,\quad F = {}_1w\circ f\circ {}_2w^{-1}\,,\\
{}'G = {}_2v\circ g\circ {}_2v^{-1}\,,\quad G = {}_2w\circ g\circ {}_2w^{-1}\,,\\
{}'G_g = {}_2v_g\circ g_g\circ {}_2v^{-1}\,,\ G_g = {}_2w_g\circ g_g\circ {}_2w^{-1}\,,\\
{}'_zY_g = {}_2v_g\circ y_g\circ {}_2v_g^{-1}\,,\ {}_zY_g = {}_2w_g\circ y_g\circ {}_2w_g^{-1}\,,\\
{}'_zZ_g = ({}'_2Y_g)^{-1}\,,\ {}_zZ_g = ({}_2Y_g)^{-1}\,.
\end{gathered}
\tag{4.20}
$$

Wykorzystując wzory (4.4),(4.6), (4.20), uzyskuje się równania sieci we wprowadzonych układach współrzędnych (znakiem (') oznacza się współrzędne dla podprzestrzeni I):

$$
\begin{gathered}
{}'_1I={}'F({}'_2I),\ {}'_2U={}'G({}'_2I),\ {}'_2U_g={}'G_g({}'_2I),\ {}'_2I_g=-{}'_2Y_g({}'_2U_g),\ {}'_2U_g=-{}'_2Z_g({}'_2I_g),\\
{}_1I=F({}_2I),\ {}_2U=G({}_2I),\ {}_2U_g=G_g({}_2I),\ {}_2I_g=-{}_2Y_g({}_2U_g),\ {}_2U_g=-{}_2Z_g({}_2I_g).
\end{gathered}
\tag{4.21}
$$

Równaniom punktów pracy sieci (4.8) odpowiadają równania:

$$
{}'G_g({}'_2I) = -{}'_2Z_g({}'_2I_g)\,. \tag{4.22}
$$

Ponieważ wprowadzone układy współrzędnych są liniowymi izometriami, to problemy optymalizacji (4.9), (4.10) zapisać można następująco:

$$\min_{{}_2 I} \left[(E, F({}_2 I))_{l^2({}_1 S)} + (G({}_2 I), {}_2 I)_{l^2({}_2 S)} \right], \tag{4.23}$$

$$\min_{{}'_2 I} \left[('E, 'F({}'_2 I))_{l^2({}_1 T)} + ('G({}'_2 I), {}'_2 I)_{l^2({}_2 T)} \right], \tag{4.24}$$

uwzględniając ograniczenia odpowiadające wzorom (4.11), (4.12):

$$({}_2 U_g, {}_2 I_g)_{l^2({}_2 S_g)} = P_g, \quad g \in \{1, .., n\} \tag{4.25}$$

$$({}_2 U, {}_2 I)_{l^2({}_2 S)} = P. \tag{4.26}$$

Podobnie rozwiązanie problemów (4.15) sprowadza się do minimalizacji funkcjonałów:

$$\min_{{}_2 I} \left(\| {}_2 I \|_{l^2({}_2 S)} \right)^2 \quad \text{lub} \quad \min_{{}'_2 I} \left(\| {}'_2 I \|_{l^2({}_2 T)} \right)^2 \tag{4.27}$$

przy ograniczeniach (4.25), (4.26). Ciągi $({}_2 I)$, $({}'_2 I)$ stanowią współrzędne prądów aktywnych sieci (rozwiązań problemów (4.23), (4.24), (4.27)) w układach współrzędnych nadprzestrzeni H i podprzestrzeni I (por. wzory (4.21)). Różnice całkowitych prądów odbiorników ${}_2 i_g$ i prądów aktywnych ${}_{2a} i_g$ stanowią zbiór niepożądanych prądów sieci z punktu widzenia postawionych problemów optymalizacji. Prądy te należy eliminować włączając równolegle na zaciski odbiorników O_g kompensatory K_g ($g \in \{1, .., n\}$), rys. 4.1, 4.2.

Wyróżniając zadane klasy K_g^k ($g \in \{1, .., n\}$, $k = 1, 2, ..$) kompensatorów, rozwiązać należy ciąg zadań minimalizacji:

$$\min_{\chi^l} \left(\left\| {}_2 i_g - {}_{2a} i_g + \sum_{l=1}^{k} {}_2 i_g^l \right\|_{{}_2 I_g} \right)^2, \quad g \in \{1, .., n\}, \quad k = 1, 2, .. , \tag{4.28}$$

gdzie:

${}_2 i_g^l$ - prąd g-tego kompensatora l-tej klasy,

względem zbiorów $\{\chi^l\}$ parametrów kompensatorów oraz ich struktur. Na rozwiązania problemu (4.28) winny być narzucone ograniczenia wynikłe z warunków realizowalności kompensatorów w zadanych klasach elementów oraz ograniczenia na moc czynną pobieraną przez te kompensatory. Zaproponowana metoda doprowadza do dekompozycji całkowitych prądów źródeł na składnik aktywny i szereg innych składników kompensowalnych w zadanych klasach elementów.

Pewne szczególne przypadki problemów (4.28) zostały rozpatrzone w rozdziale 7.

Podejście do problemów eliminacji prądów różnicowych ${}_2i_g - {}_{2a}i_g$ może być również inne i nie musi się ono wiązać z rozwiązywaniem problemów (4.28). Przyjmijmy, że znane są postacie wzorów określających prądy ${}_2i - {}_2i_g$ w zadanym układzie współrzędnych. Dla przyjętej klasy kompensatorów i znanych warunków ich fizycznej realizowalności w układzie współrzędnych, w którym określone są prądy ${}_2i - {}_{2a}i$, można określić wzory opisujące prądy ${}_2i^k_g$ kompensatorów. Z porównania postaci wzorów na prądy ${}_2i_g - {}_{2a}i_g$ oraz ${}_2i^k_g$ wynika, że jeśli ${}_2i^k_g \in {}_2i_g - {}_{2a}i_g$, to możliwa jest dekompozycja prądu ${}_2i_g - {}_{2a}i_g$, zgodnie ze wzorem:

$$ {}_2i_g - {}_{2a}i_g = {}_2i^k_g + {}_2I^N_g, \tag{4.29} $$

gdzie:

${}_2i^N_g$ – prądy niekompensowalne w przyjętej k-tej klasie kompensatorów.

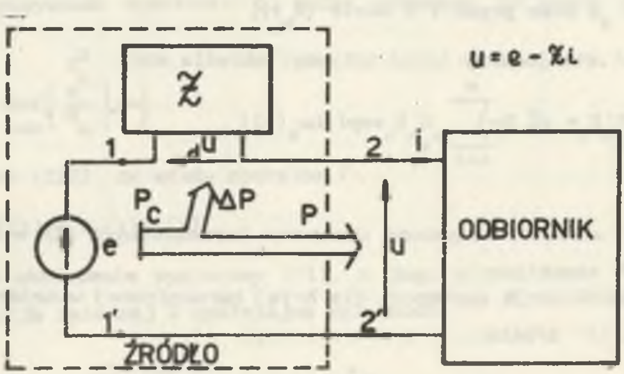
Analiza możliwości dalszej dekompozycji prądów ${}_2i^N_g$ (w innych klasach kompensatorów) może być przeprowadzona w podobny sposób, jak to opisano powyżej. Jeżeli część prądów ${}_2i^N_g$ jest generowana przez inne klasy kompensatorów, to uzyskać można rozkład prądów ${}_2i^N_g$ na dalsze składniki. Zastosowaniu metody dekompozycji do określenia warunków modyfikacji prostych obwodów rozpatrywanych w rozdziałach 3, 5 poświęcony jest rozdział 6 pracy.

5. OPTYMALIZACJA WARUNKÓW PRACY WYBRANYCH OBWODÓW ZE ŹRÓDŁAMI RZECZYWISTYMI

Rozwiązywanie problemów postawionych w rozdziale 4 wymaga sprecyzowania struktur optymalizowanych obwodów i klas przebiegów w nich występujących. Poniżej rozpatruje się obwody ze źródłami o niezerowej impedancji wewnętrznej i o strukturze takiej jak w rozdziale 3. Przyjmuje się, że operator impedancyjny źródła jest liniowy i spełnia warunek określony wzorem (3.2).

5.1. OBWODY Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI

Rozpatruje się układ przedstawiony na rys. 5.1.



Rys. 5.1. Układ jednofazowy: źródło - odbiornik

Fig. 5.1. One-phase system: source - load

Operator impedancyjny źródła Z jest przyczynowy i czasowo-niezmienniczy, a prąd i napięcia w układzie są przebiegami okresowymi o tym samym okresie T, należącymi do przestrzeni $W_T^{2,\rho}$. Zmodyfikowany (w stosunku do problemu (PO.1)) problem optymalizacji stawia się następująco [126], [*10]:

PO.8

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in W_T^{2,\rho}} \left(\|i\|_{W_T^{2,\rho}} \right)^2 , \tag{5.1}$$

przy ograniczeniu:

$$(u,i)_{L_T^2} = (e - Zi, i)_{L_T^2} = P . \tag{5.2}$$

□

W przestrzeni l^2 współczynników Fouriera względem bazy $\{e_{W_h}\}$, odpowiadający problemowi (PO.8) funkcjonał Lagrange'a posiada postać:

$$L'_W\left((A_{W_h}),(B_{W_h}),\lambda\right) = \sum_{h=0}^{\infty}(A_{W_h}^2 + B_{W_h}^2) + \lambda\Big[P - \sum_{h=0}^{\infty} \Delta_{W_h}^2 (E_{1_{W_h}} A_{W_h} + E_{2_{W_h}} B_{W_h})$$
$$+ \sum_{h=0}^{\infty} \Delta_{W_h}^2 R_n (A_{W_h}^2 + B_{W_h}^2)\Big] \tag{5.3}$$

gdzie:

$E_{W_h} = E_{1_{W_h}} - j E_{2_{W_h}}$ - współczynniki Fouriera SEM e źródła,

$R_h = \mathrm{Re}\{Z_h\}$, Z_h - wartość transformaty Fouriera jądra z(•) operatora Z (lub ogólniej $Z_h \in C$ stanowią współczynniki wiążące współrzędne ${}_dU_h$, I_h napięcia ${}_du$ oraz prądu i w bazie $\{e_h\}$),

a jego element stacjonarny (prąd aktywny) określa wzór:

$${}_a i'_W = {}_eG'_{W_o} E_o + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} {}_eG'_{W_h} E_h \exp(jh\omega_o(\bullet)) , \tag{5.4}$$

przy czym:

$E_h = \Delta_{W_h} E_{W_h}$ - wartości zespolone skuteczne harmonicznych SEM e źródła,

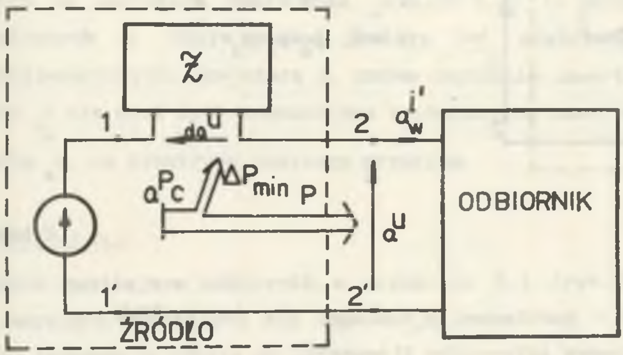
${}_eG'_{W_h}$ - konduktancja zastępcza dla h-tej harmonicznej widziana z zacisków (1-1)' źródła:

$${}_eG'_{W_h} = \frac{\lambda^*}{2\nabla_{W_h}^2 + 2R_h\lambda^*} , \qquad h \in N , \tag{5.5}$$

λ^* - rozwiązanie równania:

$$P = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{\lambda}{2\nabla_{W_h}^2 + 2R_h\lambda} |E_h|^2 - \sum_{h=0}^{\infty} \frac{\lambda^2 R_h}{(2\nabla_{W_h}^2 + 2R_h\lambda)^2} |E_h|^2 = {}_aP_c - \Delta P_{min} . \tag{5.6}$$

Równanie (5.6) określa bilans mocy czynnej w optymalnym stanie pracy (rys.5.2) układu z rys.5.1.



$$_aP < P_c$$

$$\Delta P_{min} < \Delta P$$

$$_{da}u = Z\,{}_a i'_w$$

$$_a u = e - {}_{da}u$$

Rys.5.2. Optymalny stan pracy źródła z rys.5.1

Fig.5.2. Optimal working state of source of Fig.5.1

Warunki wystarczające minimum [10], [79] funkcjonału L'_w są spełnione, gdy:

$$\bigwedge_{h\in N} \nabla^2_{w_h} + \lambda^* R_h > 0 \; . \tag{5.7}$$

Zakładając pasywność operatora Z, można zauważyć, że wzory (5.7) zachodzą, jeśli:

$$\lambda^* \in \left(-\inf_{h\in N} \left(\frac{\nabla^2_{w_h}}{R_n} \right), \infty \right).$$

Można wykazać [127], że wtedy operator F:

$$P = F(\lambda) = F_n(\lambda) + \varepsilon(\lambda) \; , \tag{5.8}$$

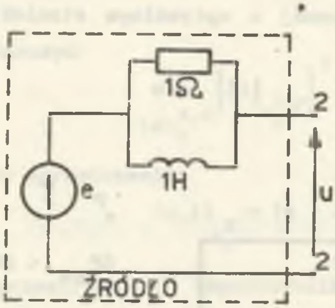
jest prawie skończenie wymiarowy [71], a jego przybliżenie F^n jest ściśle rosnącą funkcją zmiennej λ spełniajcą zależność:

$$\lim_{\lambda \to \infty} F^n(\lambda) = \sum_{h=0}^{n} \frac{|E_h|^2}{4R_h} = {}_dP \; , \; n \in N \; , \tag{5.9}$$

przy czym:

$_dP$ - maksymalna możliwa moc czynna wydawana przez źródło, czyli moc dopasowania energetycznego układu: źródło-odbiornik (rys.5.1).

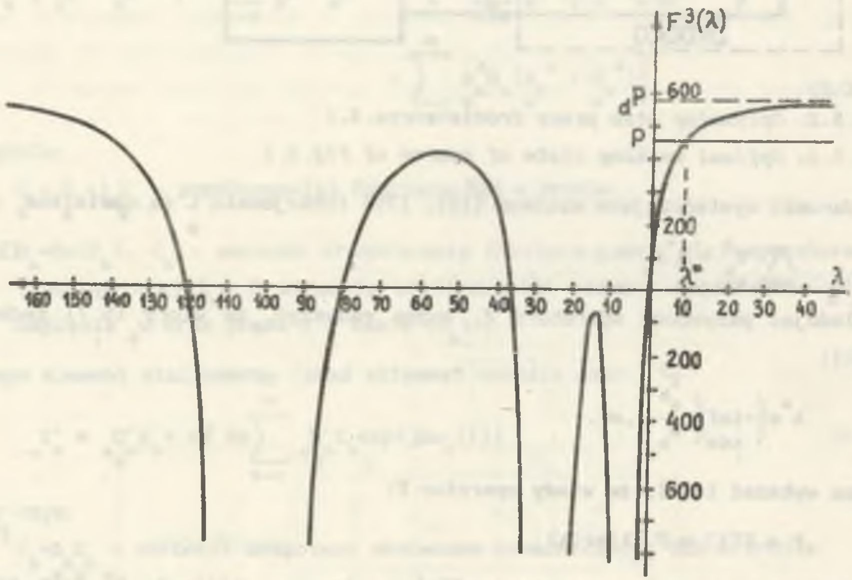
Przykładowy przebieg zależności $F^n(\lambda)$ pokazano na rys.5.3.



$$e(t) = 100\sqrt{2}\,\sin t + 50\sqrt{2}\,\sin 2t + 30\sqrt{2}\,\sin 3t$$

$$\nabla^2_{w1} = 3,\quad \nabla^2_{w2} = 21,\quad \nabla^2_{w3} = 91$$

$$l = 2,\quad \rho_0 = \rho_1 = \rho_2 = 1$$



Rys. 5.3. Wykres funkcji $F^3(\lambda)$

Fig. 5.3. Plot of function $F^3(\lambda)$

Wynika stąd, że jeżeli moc czynna P występująca przy określaniu problemu (PO.8) jest mniejsza od mocy $_dP$, to problem ten posiada zawsze rozwiązanie. Dla $\lambda<0$ funkcja F^n jest meromorficzna, a równanie (5.6) posiada wiele rozwiązań. Analiza i interpretacja tych rozwiązań z punktu widzenia problemu (PO.8) jest nieistotna i nie jest w pracy rozpatrywana.

Konduktancje ${}_{e}G'_{w}{}^{h}$ posiadają podobne oszacowania jak konduktancje ${}_{e}G_{w}{}^{n}$ (wzory (3.12), (3.13)), dlatego też prąd ${}_{a}i'_{w}$ posiada podobne własności jak prąd ${}_{a}i_{w}$ stanowiący rozwiązania problemu (PO.1). Zawartość harmonicznych w napięciu na zaciskach odbiornika ${}_{a}u$ (rys.5.2) (w stosunku do zawartości harmonicznych w SEM źródła) zależy od właściwości (charakterystyk częstotliwościowych) operatora Z, zatem obniżenie zawartości harmonicznych w prądzie ${}_{a}i_{w}$ nie musi być równoznaczne z obniżeniem zawartości harmonicznych w napięciu ${}_{a}u$, co ilustruje poniższy przykład.

Przykład 5.1

Źródło zasilające odbiornik z przykładu 3.1 (rys.3.2) przedstawiono w dwóch wersjach różniących się impedancją wewnętrzną - rys.5.4a,b. Stosunek modułów impedancji źródła do impedancji odbiornika wynosi:

1h	2h	3h	
7%	9%	27%	wg rys.5.4a
24%	56%	247%	wg rys.5.4b

Moc czynna wydawana przez obydwa źródła jest w przybliżeniu taka sama: P_A=318.4 [W], P_B=319.7 [W], a SEM źródła wynosi:

$$e(t) = 100\sqrt{2}\,\sin t + 50\sqrt{2}\,\sin 2t + 30\sqrt{2}\sin 3t \quad [V].$$

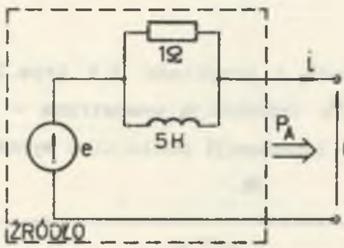
Przebiegi czasowe SEM e, napięcia u, prądu i przedstawiono na rys.5.4c, 5.4d. Przebiegi prądu i napięcia odbiornika są silnie odkształcone i uzależnione od impedancji wewnętrznej źródła. Przebiegi prądu ${}_{a}i'$ stanowiące rozwiązanie problemu (PO.8) dla l=0, ρ_0=1 (minimalizacja kwadratu wartości skutecznej prądu źródła) przedstawiono na rys.5.4e, 5.4f. Kształt tego prądu jest silnie odkształcony (w stosunku do pierwszej harmonicznej przebiegu), a jego wartość skuteczna jest ponad 4-krotnie mniejsza od wartości skutecznej prądu z rys.5.4c,d. Przebiegi prądu ${}_{a}i'_{w}$ stanowiące rozwiązanie problemu (PO.8), gdy l=2, $\rho_0=\rho_1=\rho_2=1$, przedstawiono na rys.5.4g,h. Wartości skuteczne prądów ${}_{a}i'$ (rys.5.4e,f), ${}_{a}i'_{w}$ (rys.5.4g,h) niewiele się różnią, natomiast przebiegi prądów ${}_{a}i'_{w}$ są zbliżone do sinusoidalnych. Dla obydwu przypadków optymalizacji przebiegi napięcia na zaciskach odbiornika w nieznacznym stopniu zależą od zmian impedancji źródła i nieznacznie różnią się od przebiegu SEM e źródła.

Pominięcie impedancji źródła przy wyznaczaniu jego prądu aktywnego prowadzić może do istotnych błędów. Wartość skuteczna prądu S. Fryzego (3.17) wynosi:

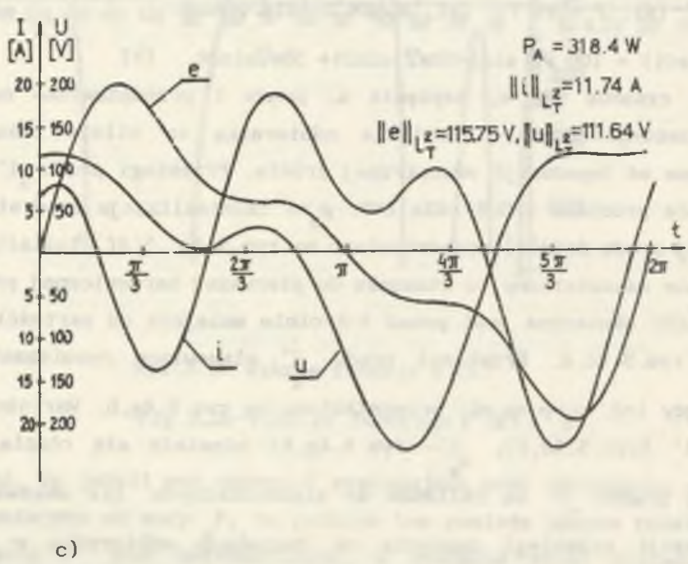
dla układu z rys.5.4c $\quad \| {}_{aF}i \|_{L^2_T} = 2.86 \quad [A]$,

dla układu z rys.5.4d $\quad \| {}_{aF}i \|_{L^2_T} = 2.44 \quad [A]$.

Prąd odpowiadający układowi z rys.5.4d jest fizycznie nierealizowalny, gdyż jego wartość skuteczna jest mniejsza od najmniejszej możliwej, por. rys.5.4f. □



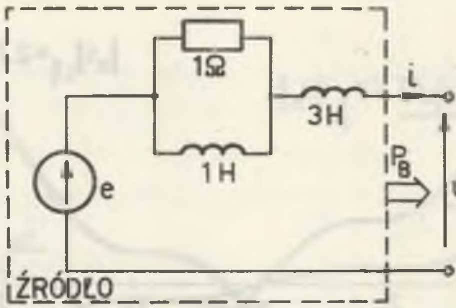
a)



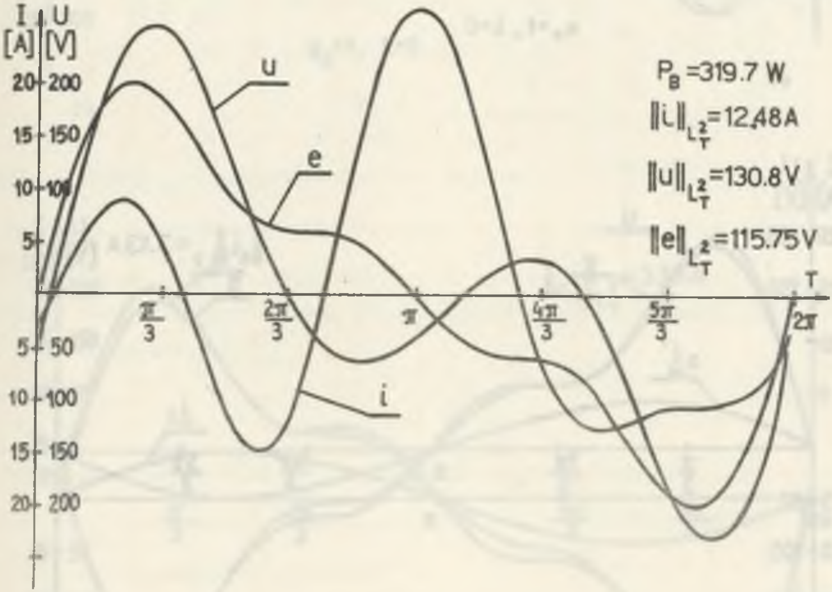
c)

Rys.5.4. Rozwiązanie przykładu 5.1

Fig.5.4. Solution of example 5.1



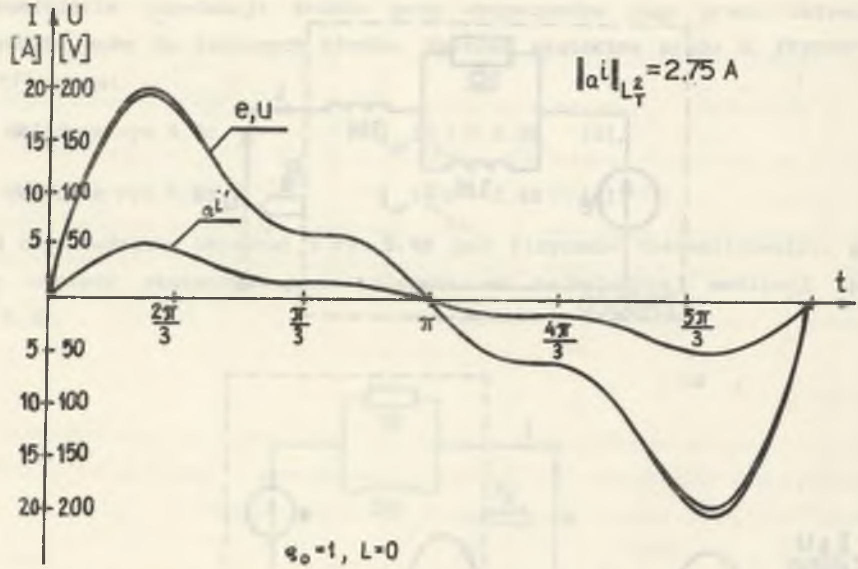
b)



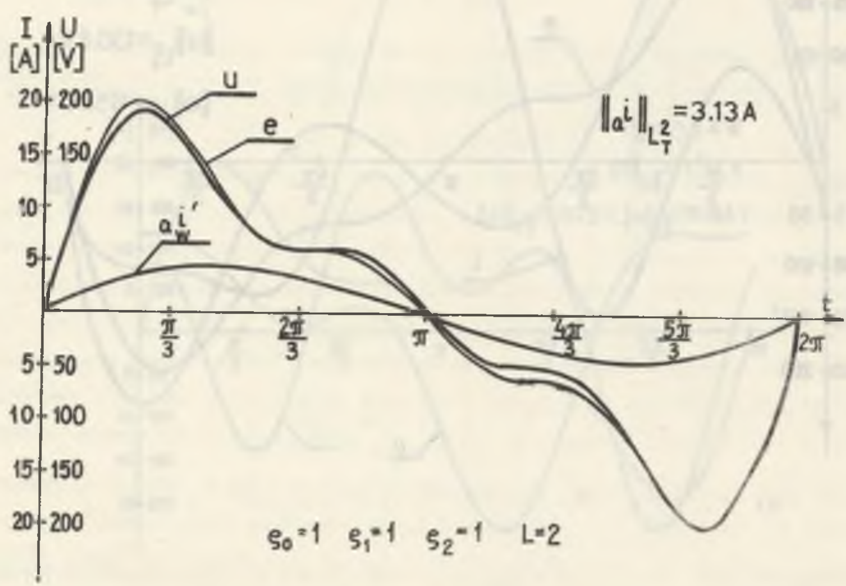
d)

Rys. 5.4. Rozwiązanie przykładu 5.1

Fig. 5.4. Solution of example 5.1



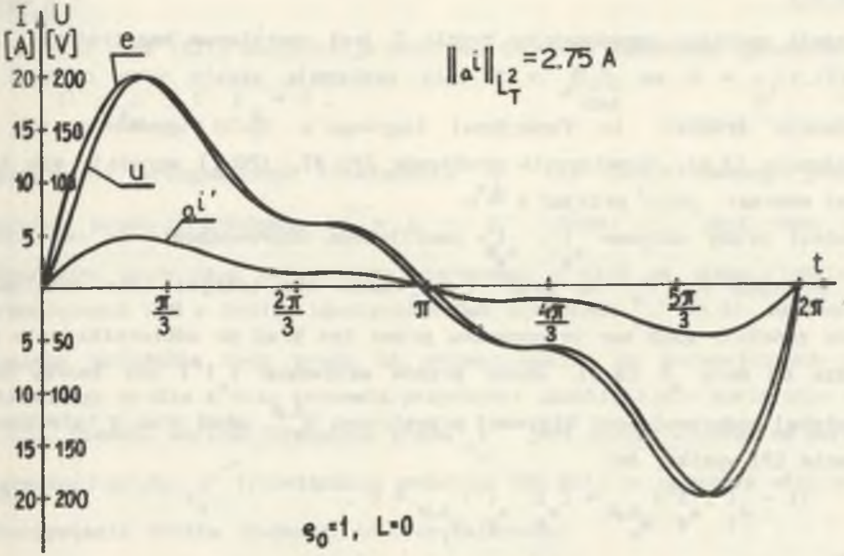
e)



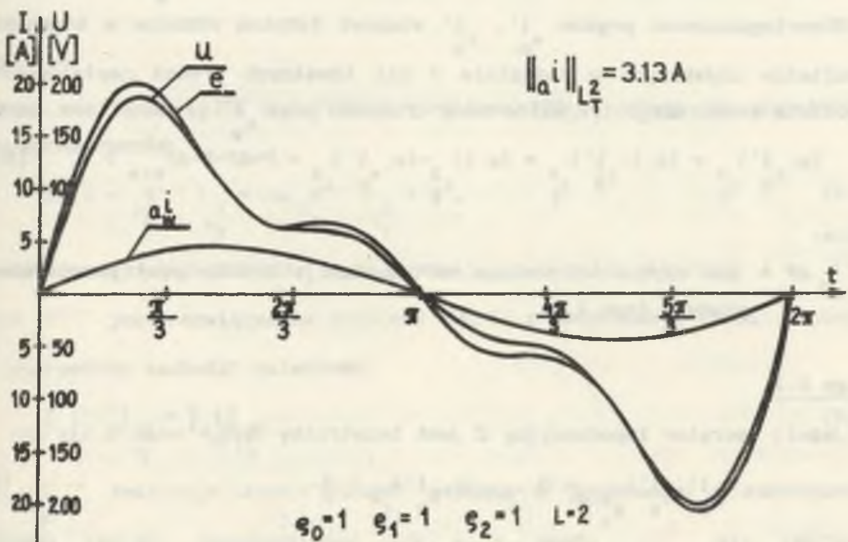
g)

Rys. 5.4. (c.d) *Rozwiązanie przykładu 5.1*

Fig. 5.4. (c.d) *Solution of example 5.1*



f)



h)

Rys. 5.4. (c.d) Rozwiązanie przykładu 5.1

Fig. 5.4. (c.d) Solution of example 5.1

Uwaga 5.1

Jeżeli operator impedancyjny źródła Z jest operatorem bezstratnym, tzn. $\bigwedge_i (Zi,i)_{L_T^2} = 0 \Leftrightarrow \bigwedge_{h\in N} R_h = 0$ (nie występują straty mocy czynnej na impedancji źródła), to funkcjonał Lagrange'a (5.3) upodabnia się do funkcjonału (3.6). Rozwiązania problemów (PO.8), (PO.1) wyrażają się tymi samymi wzorami, jeśli przyjąć $e \triangleq u$. □

Jeżeli prądy aktywne ${}_{a_W}i'_1$, ${}_{a_W}i'_2$ umożliwiają doprowadzenie do odbiornika mocy czynnych P_1, P_2, to prąd ${}_{a_W}i_1 + {}_{a_W}i_2$ może nie istnieć (dla ustalonego modelu źródła), gdyż moc przenoszona przez ten prąd do odbiornika może być większa od mocy ${}_dP$ (5.9). Zbiór prądów aktywnych $\{{}_{a_W}i'\}$ nie tworzy więc domkniętej podprzestrzeni liniowej przestrzeni $W_T^{2,\rho}$, skąd oraz z twierdzenia o rzucie [3] wynika, że:

$$(i - {}_{a_W}i', {}_{a_W}i')_{W_T^{2,\rho}} = ({}_{b_W}i', {}_{a_W}i')_{W_T^{2,\rho}} \neq 0 , \tag{5.10}$$

gdzie:

i - całkowity prąd źródła z rys.5.1,

${}_{b_W}i'$ - prąd różnicowy.

Nieortogonalność prądów ${}_{a_W}i'$, ${}_{b_W}i'$ stanowi istotną różnicę w stosunku do rezultatów uzyskanych w rozdziale 3 dla idealnych źródeł napięcia i nie umożliwia konstrukcji trójkątów mocy. Ponadto prąd ${}_{b_W}i'$ przenosi moc czynną:

$$(e, {}_{a_W}i')_{L_T^2} = (e, i - {}_{a_W}i')_{L_T^2} = (e,i)_{L_T^2} - (e, {}_{a_W}i')_{L_T^2} = P + \Delta P - P - \Delta P_{min} > 0, \tag{5.11}$$

gdzie:

ΔP - moc czynna wydzielona na impedancji źródła przy przepływie prądu i (rys.5.1).

Uwaga 5.2

Jeżeli operator impedancyjny Z jest bezstratny (por. uwaga 5.1), to:

$$({}_{a_W}i', {}_{b_W}i')_{W_T^{2,\rho}} = 0 , \quad (e, {}_{a_W}i')_{L_T^2} = 0 , \tag{5.12}$$

identycznie jak dla idealnych źródeł napięcia. □

Uwaga 5.3

Możliwa jest [127] modyfikacja problemu (PO.8) o dodatkowe ograniczenie:

$$({}_{a}i - {}_{a}i''_{W}, {}_{a}i''_{W})_{L_T^2} = 0 \,, \tag{5.13}$$

gwarantujące ortogonalność rozwiązania ${}_{a}i''_{W}$ tak zmodyfikowanego problemu względem prądu różnicowego ${}_{b}i''_{W} = i - {}_{a}i''_{W}$. Prąd ${}_{a}i''_{W}$ jest sumą dwóch składników, przy czym harmoniczne pierwszego z nich są proporcjonalne do harmonicznych SEM e źródła identycznie jak dla prądu ${}_{a}i'_{W}$ (5.4). Harmoniczne drugiego składnika tego prądu są proporcjonalne do harmonicznych prądu całkowitego źródła i oraz stanowią przyczynki umożliwiające spełnienie wzoru (5.13). Ponadto wartość skuteczna prądu ${}_{a}i''_{W}$ jest zawsze większa od wartości skutecznej prądu ${}_{a}i'_{W}$ (rozwiązania problemu (PO.8)), co pogarsza efektywność wykorzystania źródła. Zachodzi również zależność:

$$(e, i - {}_{a}i''_{W})_{L_T^2} = (e, {}_{b}i''_{W})_{L_T^2} \neq 0 \,, \tag{5.14}$$

prąd różnicowy ${}_{b}i''_{W}$ przenosi więc moc czynną. □

Uwaga 5.4

Inna możliwość [127] modyfikacji problemu (PO.8) polega na uzupełnieniu go o ograniczenie:

$$(e, i - {}_{a}i'''_{W})_{L_T^2} = (e, {}_{b}i'''_{W})_{L_T^2} \neq 0 \,, \tag{5.15}$$

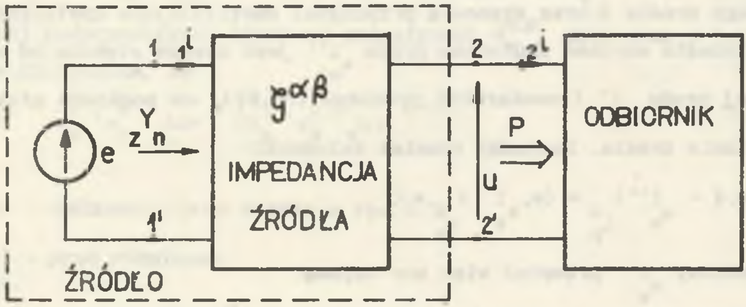
zapewniające nieprzenoszenie mocy czynnej przez prąd różnicowy $i - {}_{a}i'''_{W}$, gdzie ${}_{a}i'''_{W}$ jest rozwiązaniem problemu (PO.8) z modyfikacją (5.15). Podobnie jak poprzednio zachodzi zależność:

$$\| {}_{a}i'''_{W} \|_{L_T^2} > \| {}_{a}i_{W} \|_{L_T^2}, \tag{5.16}$$

prąd ${}_{a}i'''_{W}$ realizuje więc "gorsze" minimum w porównaniu z rozwiązaniem problemu (PO.8). Ortogonalność SEM e i prądu ${}_{a}i'''_{W}$ nie implikuje ortogonalności prądów ${}_{a}i'''_{W}$, ${}_{b}i'''_{W}$. □

Wspomniane modyfikacje problemu (PO.8) nie prowadzą najczęściej do polepszenia efektywności pracy źródeł, więc wydaje się, że stosowalność ich winna wynikać z analizy porównawczej rozwiązań tych problemów dla konkretnych obwodów.

Rozważania dotyczące modeli źródeł w postaci dwójników Thevénina (rys.5.1) mogą być rozszerzone na przypadek źródeł z impedancją wewnętrzną modelowaną w postaci czwórnika [*12], [*13].



Rys.5.5. Czwórnikowy model układu źródło-odbiornik

Fig.5.5. Four-poles model of system: source-load

Przyjęcie powyższego modelu źródła powinno być uwarunkowane zarówno względami technicznymi, jak i możliwością dostępu do zacisków (1-1') czwórnika. Macierzowy operator immitancyjny $\mathcal{G}$ posiada postać:

$$\begin{aligned} {}_1i(t)&=[\mathcal{G}^{11}e](t)-[\mathcal{G}^{12}\,{}_2i](t),\\ u(t)&=[\mathcal{G}^{21}e](t)-[\mathcal{G}^{22}\,{}_2i](t), \end{aligned} \tag{5.17}$$

przy czym wielkości $\mathcal{G}^{\alpha\beta}$ $(\alpha,\beta\in\{1,2\})$ są liniowymi, przyczynowymi i czasowo-niezmienniczymi operatorami typu splotu. Wskaźnik jakości źródła z rys.5.5 dotyczyć może (por. rozdział 4) wartości skutecznych prądów ${}_1i$, ${}_2i$, ich zniekształceń lub strat mocy czynnej w czwórniku $\mathcal{G}$, przy ograniczeniu równościowym na moc czynną P doprowadzoną do odbiornika. Poniżej określono problem:

PO.9

Wyznaczyć:

$$\min_{{}_2 i \in W_T^{2,\rho}} \left[(e, {}_1 i)_{W_T^{2,\rho}} - (u, {}_2 i)_{W_T^{2,\rho}} \right] , \tag{5.18}$$

przy ograniczeniu:

$$(u, {}_2 i)_{L_T^2} = P , \qquad u, e \in W_T^{2,\rho} . \tag{5.19}$$

□

Wskaźnik jakości występujący we wzorze (5.18) jest proporcjonalny do mocy czynnej wydzielonej w czwórniku $\mathcal{G}$ ze współczynnikiem wagi ρ_0 oraz do wyrażenia:

$$\sum_{k=1}^{1} \left[\frac{1}{T} \int_0^T e^{(k)}(t)\, {}_1 i^{(k)}(t) - \frac{1}{T} \int_0^T u^{(k)}(t)\, {}_2 i^{(k)}(t) \right] , \tag{5.20}$$

odpowiedzialnego za zniekształcenia przebiegu prądu ${}_2 i$. Rozwiązanie problemu (PO.9) stanowić więc będzie prąd realizujący ustalony kompromis pomiędzy prądem ${}_2 i$ źródła, przy którym na impedancjach wewnętrznych źródła powstają minimalne straty mocy czynnej, a prądem ${}_2 i$ źródła o minimalnych zniekształceniach. Ponadto prąd ten umożliwia doprowadzenie do odbiornika zadanej mocy czynnej P. Tworząc funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.9), w przestrzeni ciągowej l^2 opartej o bazę $\{e_{h_W}\}$, wyznacza się z warunków koniecznych jego minimum, prąd aktywny ${}_{2a_W} i$:

$${}_{2a_W} i = {}_e K_{W_o} E_o + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} {}_e K_{W_h} E_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) , \tag{5.21}$$

gdzie:

E_h - wartości zespolone skuteczne harmonicznych SEM e źródła,

${}_e K_{W_h}$ - transmitancje zastępcze określone wzorem:

$${}_e K_{W_h} = \frac{G_h^{12*} + G_h^{21}(1+\lambda')}{2\mathrm{Re}\{G_h^{22}\}(\nabla_{W_h}^2 + \lambda')} , \tag{5.22}$$

przy czym:

$$G_h^{\alpha\beta} = \mathcal{F}[g^{\alpha\beta}(\cdot)]\Big|_{\omega=\omega h} = \mathrm{Re}\{G_h^{\alpha\beta}\} + \mathrm{Im}\{G_h^{\alpha\beta}\}, \quad \alpha, \beta \in \{1,2\},\ h \in N,$$

$\mathcal{F}$ - transformata Fouriera,

$g^{\alpha\beta}$ - jądra operatorów całkowych $\mathcal{G}^{\alpha\beta}$.

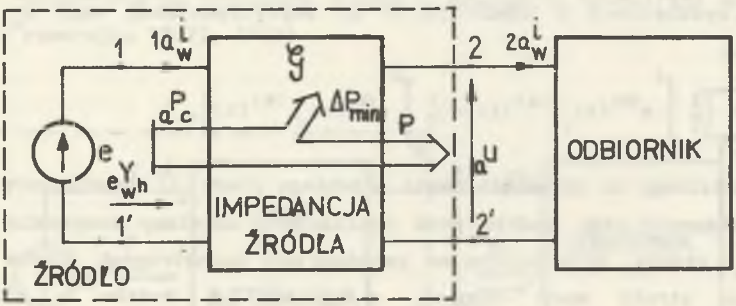
Prąd aktywny źródła ${}_{1a_W} i$ (rys.5.6) określa wzór:

$${}_{1a_W} i = {}_e G_{W_o} E_o + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} {}_e Y_{W_h} E_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) , \tag{5.23}$$

gdzie:

$${}_{e_W}Y_h = G_h^{11} - {}_{e_W}K_h\, G_h^{12} \text{ - admitancje zastępcze.} \tag{5.23a}$$

Jeżeli admitancje widziane z zacisków (1-1') źródła (rys.5.6) są równe admitancjom ${}_{e_W}Y_h$ dla poszczególnych harmonicznych $h \in N$, to źródło wydaje optymalny prąd ${}_{1a_W}i$ (${}_{2a_W}i$) i do odbiornika doprowadzona jest zadana moc czynna P (rys.5.6).



Rys.5.6. Optymalny stan źródła z rys.5.5

Fig.5.6. Optimal working state of source of Fig.5.5

W odróżnieniu od problemu (PO.8) optymalny stan pracy źródła charakteryzowany jest ciągiem transmitancji $\{{}_{e_W}K_h\}$ posiadających podobne oszacowania jak konduktancje ${}_{e_W}G'_h$, ${}_{e_W}G_h$ (wzory (3.12), (3.13)). Wynika stąd, że wyższe harmoniczne prądu ${}_{2a_W}i$ są silnie tłumione w stosunku do wyższych harmonicznych SEM źródła. Tłumienie wyższych harmonicznych w przebiegach prądu ${}_{1a}i$ oraz napięcia ${}_{a}u$ zależy od właściwości operatora $\mathcal{G}$ i może być analizowane dla konkretnych postaci tego operatora.

Mnożnik Lagrange'a λ' wyznacza się z równania:

$$P = \sum_{h=0}^{\infty} \left[\frac{\mathrm{Re}\{G_h^{12}G_h^{21}\} + |G_h^{21}|^2(1+\lambda)}{2\mathrm{Re}\{G_h^{22}\}(\nabla^2_{W_h}+\lambda)} - \frac{|G_h^{12*}+G^{21}(1+\lambda)|^2}{4\mathrm{Re}\{G_h^{22}\}(\nabla^2_{W_h}+\lambda)^2} \right] |E_h|^2 = \tag{5.24}$$

$$= {}_aP_c - \Delta P_{min} = F(\lambda) = F^n(\lambda) + \varepsilon(\lambda)\ , \quad n \in N,$$

wynikającego z warunków koniecznych minimum funkcjonału Lagrange'a problemu (PO.9). Równanie to wyraża bilans mocy czynnej w układzie z rys.5.6.

Można wykazać, że warunki wystarczające [10] rozwiązania problemu (PO.9) są spełnione, gdy:

$$\bigwedge_{h\in N} \mathrm{Re}\{G_h^{22}\}(\nabla_{W^h}^2+\lambda') > 0 \; . \tag{5.25}$$

Jeżeli:

$$\bigwedge_{h\in N} \mathrm{Re}\{G_h^{22}\} > 0 \; , \tag{5.26}$$

to warunki te są spełnione, gdy $\lambda'\in(-\nabla_{W^1}^2,\infty)$.

Przyjmując dodatkowo, że:

$$\bigwedge_{h\in N}\ \bigwedge_{\alpha,\beta\in\{1,2\}} (|G_{\alpha\beta}| < C^{\alpha\beta}) \wedge (G_h^{\alpha\beta} = G_h^{\alpha\beta}(\beta\neq\alpha))\; , \; C^{\alpha\beta} \in R^{+} \tag{5.27}$$

można wykazać, wykorzystując pewne twierdzenia o perturbacjach operacji nieliniowych [71], pełnociągłość operacji F (5.24). Skończenie wymiarowe przybliżenia F^n operacji F:

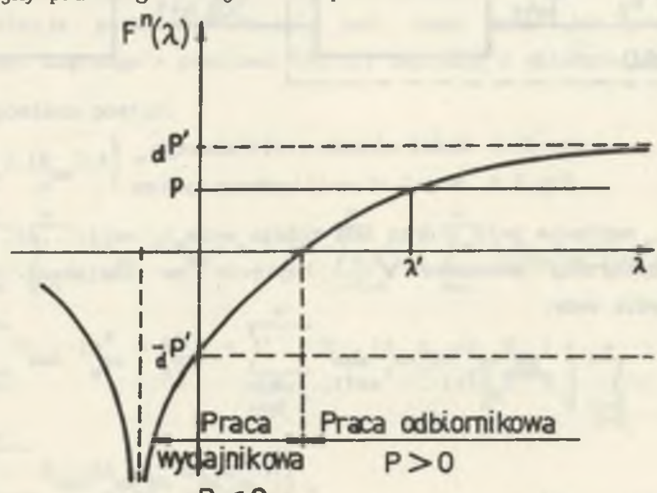
- w przedziale $(-\nabla_1^2,\infty)$ są ściśle rosnące,
- istnieją granice:

$$\lim_{\lambda\to\infty} F^n(\lambda) = {}_dP' \; , \qquad \lim_{\lambda\to 0^+} F^n(\lambda) = -{}_dP' \tag{5.28}$$

gdzie:

${}_dP'$ - moc dopasowania energetycznego, czyli maksymalna możliwa moc czynna, która może być przekazana ze źródła do odbiornika (rys.5.5).

Ilustracyjny przebieg funkcji $F^n(\lambda)$ przedstawiono na rys.5.7.



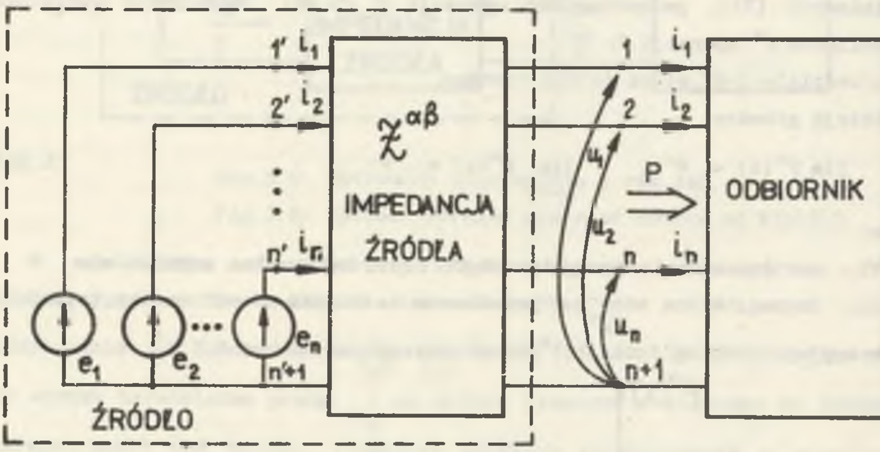
Rys.5.7. Przebieg funkcji $F^n(\lambda)$

Fig.5.7. Plot of function $F^n(\lambda)$

Jeżeli moc czynna P doprowadzona do odbiornika jest mniejsza od mocy dopasowania ${}_dP'$, to problem (PO.9) posiada zawsze rozwiązanie. W odróżnieniu od problemu (PO.8) rozwiązania problemu (PO.9) istnieją w szerokim zakresie odbiornikowej i wydajnikowej pracy odbiornika; $P \in (-{}_dP-\varepsilon, {}_dP)$, $\varepsilon>0$.

Podobnie jak w przypadku problemu (PO.8) można wykazać nieortogonalność prądów $(i-{}_{1a_W}i'', {}_{1a_W}i'')_{W_T^{2,\rho}} \neq 0$ oraz prądu ${}_{1a_W}i''$ i SEM e $(e, {}_{1a_W}i'')_{L_T^2} \neq 0$, uniemożliwiające konstrukcję trójkątów mocy.

Optymalizację warunków pracy wielofazowych źródeł napięcia przeanalizowano [128], [129] na przykładzie prostego lecz często stosowanego układu: źródło - odbiornik, który przedstawiono na rys.5.8.



Rys.5.8. Model układu wielofazowego

Fig.5.8. Model of multi-phase system

Prąd $i=(i_\alpha)$, napięcie $u=(u_\alpha)$ oraz SEM źródła $e=(e_\alpha)$, $\alpha\in\{1,..,n\}$, $n\in N$ są elementami przestrzeni Soboleva $W^{2,\rho}_{n,T}$. Napięcie na zaciskach (1,..,n) odbiornika określa wzór:

$$u_\alpha = e_\alpha - \sum_{\beta=1}^{n} \left[\mathcal{Z}^{\alpha\beta} i_\beta \right](t) \, , \quad \alpha\in\{1,..,n\} \tag{5.29}$$

gdzie:

$\mathcal{Z}^{\alpha\beta}(\alpha,\beta\in\{1,..,n\})$ - macierzowy $\mathcal{F}$ - transformowalny operator impedancyjny źródła.

Powody przyjęcia tak prostego modelu źródła były następujące:

- model taki umożliwia rozwiązanie problemu optymalizacji w postaci zamkniętej, co ułatwia interpretację rozwiązań i modyfikację warunków pracy źródła,
- możliwe jest porównanie wyników tej optymalizacji z wynikami rozdziału 3, problem (PO.4),
- modele takie często stosuje się w elektroenergetyce (modele elementów sieci elektroenergetycznych przy pominięciu parametrów poprzecznych schematów zastępczych).

Należy zauważyć, że nawet dla tak prostego modelu źródła przyjęcie zbyt ogólnych założeń odnośnie operatora $Z^{\alpha\beta}$ prowadzi [128] do analitycznych rozwiązań problemów optymalizacji, które są jednak pozbawione interpretacji fizykalnej.

Odpowiadające problemowi (PO.4) zagadnienie optymalizacyjne dla układu z rys.5.8 opisano poniżej:

PO.10

Wyznaczyć:

$$\min \left(\| i \|_{W^{2,\rho}_{T,h}} \right)^2 , \tag{5.30}$$

przy warunku:

$$(u, i)_{L^2_{T,h}} = P . \tag{5.31}$$

□

Interpretacja problemu (PO.10) jest taka sama jak problemu (PO.4). Funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.10) zapisany w układzie współrzędnych $\{ e_h \}_{W,n}$ (3.46) posiada postać:

$$L'_{W,n}\left(({}_W A_{\alpha h}), ({}_W B_{\alpha h}), \lambda \right) =$$

$$= \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^{n} ({}_W A^2_{\alpha h} + {}_W B^2_{\alpha h}) + \lambda \left[P - \sum_{h=0}^{\infty} {}_W\Delta^2_h \left[\sum_{\alpha=1}^{n} ({}_1 E_{\alpha h} {}_W A_{\alpha h} + {}_2 E_{\alpha h} {}_W B_{\alpha h}) + \right.\right.$$

$$+ \sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha h} ({}_W A^2_{\alpha h} + {}_W B^2_{\alpha h}) + \sum_{\substack{\alpha,\beta=1 \\ \alpha\neq\beta}}^{n} R_{\alpha\beta h} ({}_W A_{\alpha h} {}_W A_{\beta h} + {}_W B_{\alpha h} {}_W B_{\beta h}) +$$

$$\left.\left. + \sum_{\substack{\alpha,\beta=1 \\ \alpha\neq\beta}}^{n} X_{\alpha\beta h} ({}_W A_{\alpha h} {}_W B_{\beta h} + {}_W A_{\beta h} {}_W B_{\alpha h}) \right]\right] , \tag{5.32}$$

gdzie:

$$\underset{w}{E}_{\alpha h}=\nabla_{\underset{w}{h}} E_{\alpha h},\quad \underset{w}{I}_{\alpha h}=\nabla_{\underset{w}{h}} I_{\alpha h},$$

$E_{\alpha h}={}_1E_{\alpha h}-j\,{}_2E_{\alpha h}$, $I_{\alpha h}=A_{\alpha h}-jB_{\alpha h}$ - wartości zespolone skuteczne SEM (e_α) i prądów (i_α),

$Z_{\alpha\beta h}=R_{\alpha\beta h}+jX_{\alpha\beta h}$ - wartości transformat Fouriera jąder operatorów $Z^{\alpha\beta}$ dla częstotliwości $h\omega_0$, $h\in N$; $\alpha,\beta\in\{1,..,n\}$.

Analiza problemu (PO.10) przeprowadzona zostanie dla dwóch wariantów założeń odnośnie operatora $Z^{\alpha\beta}$, określonych w dziedzinie częstotliwości:

A.

$$\bigwedge_{h\in N}\ \bigwedge_{\alpha,\beta\in\{1,..,n\}} Z_{\alpha\beta h} = Z_{\beta\alpha h} \tag{5.33}$$

B.

$$\bigwedge_{h\in N}\ \bigwedge_{\alpha,\beta\in\{1,..,n\}} (Z_{\alpha\beta h} = jX_{\alpha\beta h}) \wedge (X_{\alpha\beta h}=X_{\beta\alpha h}),\ \text{dla } \alpha\neq\beta. \tag{5.34}$$

Wynikający z warunków koniecznych minimum funkcjonału $L'_{W,n}$ układ równań posiada postać:

$$\mathbb{J}_h = \mathbb{M}_h\mathbb{E}_h,\ h\in N, \tag{5.35}$$

gdzie:

$$\mathbb{J}_h = [A_{1h}-jB_{1h},\ A_{2h}-jB_{2h},..,\ A_{nh}-jB_{nh}]^T,$$

$$\mathbb{E}_h = [{}_1E_{1h}-j\,{}_2E_{1h},\ {}_1E_{2h}-j\,{}_2E_{2h},..,\ {}_1E_{nh}-j\,{}_2E_{nh}]^T,$$

$$\mathbb{M}_h = \begin{cases} 2\nabla^2_{\underset{w}{h}} + 2R_{\alpha\alpha h}\lambda, & \alpha=\beta, \\ \lambda\displaystyle\sum_{\substack{\beta=1\\ \beta\neq\alpha}}^{n} R_{\alpha\beta h}+R_{\beta\alpha h},\ \ M_{\alpha\beta h}=M_{\beta\alpha h}, & \alpha\neq\beta. \end{cases} \tag{5.36}$$

Jeżeli operator $Z^{\alpha\beta}$ spełnia warunek (5.33) oraz $\det\mathbb{M}_h\neq 0$, $h\in N$, to rozwiązanie problemu (PO.10) określa wzór:

$$\underset{W,n}{{}_a i'_\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} \underset{W,n}{{}_eG'_{\alpha\beta o}}\, E_{\beta o} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}\sum_{\beta=1}^{n} \underset{W,n}{{}_eG'_{\alpha\beta h}}\, E_{\beta h}\exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{5.37}$$

$$\alpha\in\{1,..,n\},$$

gdzie:

$_{e}G'_{\alpha\beta h \atop W,h} = \lambda' M^{-1}_{\alpha\beta h}$, $M^{-1}_{\alpha\beta h}$ - elementy macierzy odwrotnej do macierzy M_h,

λ' - mnożnik Lagrange'a.

Optymalny stan pracy źródła zostaje osiągnięty, gdy układ: impedancja źródła-odbiornik jest reprezentowany widzianym z zacisków (1',..,n'+1) n+1-biegunnikiem rezystancyjnym o macierzach konduktancji $_{e}G'_{\alpha\beta h \atop W,h}$ dla poszczególnych harmonicznych SEM źródła. Elementy macierzy konduktancji zastępczych posiadają oszacowania:

$$\left| {}_{e}G'_{\alpha\beta h \atop W,n} \right| < \begin{cases} C_h h^{-2l}, \ \alpha = \beta, \\ C_h h^{-2(l+k)}, \ k > 1, \ \alpha \neq \beta. \end{cases} \tag{5.38}$$

Harmoniczne prądu $_{a}i'_{\alpha \atop W,n}$ są kombinacjami liniowymi harmonicznych SEM źródła ze współczynnikami $_{e}G'_{\alpha\beta h \atop W,h}$, są one więc silnie tłumione (szczególnie dla $\alpha \neq \beta$) w stosunku do harmonicznych SEM. Wynika stąd, że optymalny kształt prądów (5.37) będzie zbliżony do przebiegu sinusoidalnego o częstotliwości odpowiadającej częstotliwości najniższej harmonicznej SEM źródła.

Prąd $_{a}i'_{\alpha \atop W,n}$ spełnia warunki wystarczające minimum problemu (PO.10), gdy forma kwadratowa określona na macierzach $\mathbb{R}_h$:

$$\mathbb{R}_h = \begin{cases} 2\dfrac{\nabla^2_{w^h}}{\lambda'} + 2R_{\alpha\alpha h}, \ \alpha = \beta, \\ R_{\alpha\beta h} + R_{\beta\alpha h}, \ \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad h \in N, \tag{5.39}$$

jest ściśle dodatnio określona. Badanie tych warunków jest niestety możliwe tylko dla konkretnych wartości mnożnika Lagrange'a λ', który wyznaczyć należy z rozwiązania równań (5.35) oraz równania wynikającego z zerowania się pierwszej pochodnej Frechéta funkcjonału $L'_{W,n}$ względem zmiennej λ', wyłącznie metodami numerycznymi.

Przyjmując, że impedancje źródła reprezentuje wielobiegunnik złożony z elementów SLS umieszczonych wyłącznie w przewodach fazowych, operator impedancyjny $Z^{\alpha\beta}$ spełnia warunek określony wzorem (5.34), a analiza problemu (PO.10) ulega istotnemu uproszczeniu. Diagonalizacja macierzy M_h umożliwia przedstawienie rozwiązania tego problemu w postaci wzoru:

$$ {}_a i''_{\alpha\,W,n} = {}_e G''_{\alpha 0\,W,n} E_{\alpha 0} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} {}_e G''_{\alpha h\,W,n} E_{\alpha h} \exp(jh\omega_0(\cdot)) , \tag{5.40} $$

gdzie:

${}_e G''_{\alpha h\,W,n}$ – elementy leżące na przekątnej głównej macierzy konduktancji zastępczych ${}_e G''_{\alpha\beta h\,W,n}$.

$$ {}_e G''_{\alpha\beta h\,W,n} = \begin{cases} {}_e G''_{\alpha h\,W,n} & \alpha=\beta, \\ 0 & \alpha\neq\beta, \end{cases} \tag{5.41} $$

$$ {}_e G''_{\alpha h\,W,n} = \frac{\lambda''}{2\nabla^2_{W^h} + 2\lambda'' R_{\alpha\alpha h}} . \tag{5.42} $$

Mnożnik Lagrange'a λ'' wyznacza się z równania:

$$ P = \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^{n} \left(\frac{\lambda}{2\nabla^2_{W^h} + 2\lambda R_{\alpha\alpha h}} - R_{\alpha\alpha h} \left(\frac{\lambda}{2\nabla^2_{W^h} + 2\lambda R_{\alpha\alpha h}} \right)^2 \right) |E_{\alpha h}|^2 , \tag{5.43} $$

opisującego bilans mocy czynnej w optymalnym stanie pracy układu z rys.5.8. Interpretacja i właściwości prądu aktywnego ${}_a i''_{\alpha\,W,n}$ są podobne jak dla prądu ${}_a i_{\alpha\,W,n}$ (3.48), stanowiącego rozwiązanie problemu (PO.4). Źródło (rys.5.8) wydaje prąd aktywny (5.40), gdy układ: impedancja źródła - odbiornik z zacisków (1',..,n'+1) reprezentowany jest wielobiegunnikiem rezystancyjnym o układzie połączeń typu niesymetryczna "gwiazda" o konduktancjach ${}_e G''_{\alpha h\,W,n}$.

Warunki wystarczające rozwiązania problemu (PO.10), z uwzględnieniem założenia (5.34), określa wzór:

$$ \bigwedge_{h\in N} \; \bigwedge_{\alpha\in(1,..,n)} \nabla^2_{W^h} + \lambda'' R_{\alpha\alpha h} > 0 . \tag{5.44} $$

Warunki te są zawsze spełnione, gdy:

$$\bigwedge_{h\in N}\ \bigwedge_{\alpha\in\{1,..,n\}} R_{\alpha\alpha h} > 0 \wedge \lambda'' \in \left(-\inf_{\substack{h\in N\\ \alpha\in\{1,..,n\}}} \left(\frac{\nabla^2_h W^h}{R_{\alpha\alpha h}}\right), \infty\right). \tag{5.45}$$

W podobny sposób jak przy analizie problemu (PO.8) można wykazać [128], że warunki wystarczające rozwiązania problemu (PO.10) są spełnione, gdy:

$$P < {}_dP^n , \tag{5.46}$$

gdzie:

${}_dP^n$ - moc dopasowania energetycznego układu źródło - odbiornik, z rys.5.8.

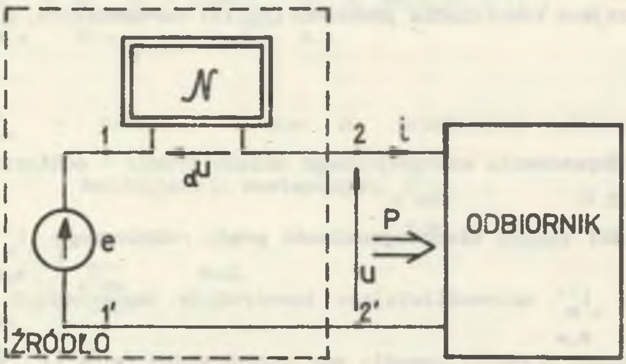
Ze wzoru (5.46) wynika nieortogonalność prądu różnicowego ${}_b i''_{\alpha\, W,n}$ względem prądu aktywnego ${}_a i''_{\alpha\, W,n}$ uniemożliwiająca konstrukcję odpowiednich trójkątów mocy. Prąd różnicowy przenosi ponadto moc czynną, gdyż $(e, {}_b i_{\alpha\, W,n})_{L^2_{T,n}} \neq 0$.

5.2. OBWODY Z PRZEBIEGAMI PRAWIE OKRESOWYMI

Optymalizacja warunków pracy niestacjonarnych źródeł napięcia wymaga ustalenia sposobów opisu tych źródeł zależnych od:

- klasy rozpatrywanych przebiegów prawie okresowych (przebiegi p.o. w sensie Bohra, Besicovitcha, Besicovitcha-Soboleva, Stepanova, Weyla, Franklina, Levitana itp.),
- informacji o wewnętrznej budowie źródeł,
- metrologicznych możliwości przeprowadzenia eksperymentów identyfikacyjnych źródeł.

Znanych jest wiele sposobów opisu układów niestacjonarnych [68], [81], tym niemniej unifikacja tych sposobów opisu (w dziedzinie czasu) napotyka na duże trudności wynikłe z nieznajomości ogólnej postaci operacji liniowej odwzorowującej w siebie przestrzenie przebiegów prawie okresowych. Nawet w przypadku obwodów zawierających wyłącznie elementy SLS problem takiej unifikacji jest tylko częściowo rozwiązany [68], [103]. Wymienione trudności związane ze sposobem opisu źródeł można ominąć przechodząc do dziedziny widmowej, w której znana jest ogólna postać operacji liniowej (a zatem i niestacjonarnej) w przestrzeni uniwersalnej $l^2(R)$. Podejście takie, zbieżne z ideą pracy rozwiązywania problemów optymalizacji w dziedzinie widmowej, zastosowano w niniejszym rozdziale rozpatrując układ przedstawiony na rys. 5.9, w którym prąd i napięcie są elementami przestrzeni Besicovitcha-Soboleva $BS^{2,\rho} \subset B^2$.



Rys. 5.9. Układ z niestacjonarnym źródłem napięcia

Fig. 5.9. The system with time-varying voltage source

Model Thevénina niestacjonarnego źródła napięcia opisuje wzór:

$$U_{\underset{BS}{\omega}} = E_{\underset{BS}{\omega}} - {}_dU_{\underset{BS}{\omega}} = E_{\underset{BS}{\omega}} - \sum_{\nu \in R} Z_{\omega\nu} I_{\underset{BS}{\nu}} \,, \tag{5.47}$$

gdzie:

$E_{\underset{BS}{\omega}}, U_{\underset{BS}{\omega}}, {}_dU_{\underset{BS}{\omega}}, I_{\underset{BS}{\omega}}$ - zespolone współczynniki Fouriera SEM e, napięć u, ${}_du$, prądu i względem bazy $\{e_{\underset{BS}{\omega}}\}$ (2.17) przestrzeni $BS^{2,\rho}$,

$Z_{\omega\nu}(\omega, \nu \in R)$ - macierz nieskończona opisująca operator $\mathcal{N}$, spełniającą pewne dodatkowe warunki natury matematycznej [5].

Dla rozpatrywanego układu formułuje się problem:

PO.11

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in BS^{2,\rho}} \left(\| i \|_{BS^{2,\rho}} \right)^2 , \tag{5.48}$$

przy ograniczeniu:

$$(u, i)_{B^2} = (e - \mathcal{N} i, i)_{B^2} = P \,. \tag{5.49}$$

□

Interpretacja problemu (PO.11) jest identyczna jak problemu (PO.2) rozpatrywanego w rozdziale 3. Funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.11) zapisany w układzie współrzędnych opartym o bazę $\{\underset{BS}{e_\omega}\}$ przestrzeni $BS^{2,\rho}$ posiada postać określoną wzorem:

$$\underset{BS}{L'}\left[(\underset{BS}{A_\omega}),(\underset{BS}{B_\omega}),\lambda\right] = \sum_{\omega\in R}(\underset{BS}{A_\omega^2} + \underset{BS}{B_\omega^2}) + \lambda\left[P - \sum_{\omega\in R}({}_1\underset{BS}{E_\omega}\,\underset{BS}{A_\omega} + {}_2\underset{BS}{E_\omega}\,\underset{BS}{B_\omega})\,(\underset{BS}{\nabla_\omega^{-1}})^2 + \right.$$

$$\left. + \operatorname{Re}\sum_{\omega\in R}\sum_{\nu\in R} Z_{\omega\nu}\nabla_\omega^{-1}\nabla_\nu^{-1}(\underset{BS}{A_\omega} - j\underset{BS}{B_\omega})(\underset{BS}{A_\omega} + j\underset{BS}{B_\omega})\right], \tag{5.50}$$

gdzie:

$$\underset{BS}{I_\omega} = \underset{BS}{A_\omega} - j\underset{BS}{B_\omega},$$

$$\underset{BS}{E_\omega} = {}_1\underset{BS}{E_\omega} - j\,{}_2\underset{BS}{E_\omega}.$$

Uwaga 5.5

Jeżeli dwójnik występujący w modelu źródła (rys.5.9) jest dwójnikiem SLS, to macierz $Z_{\omega\nu}$ jest diagonalna. W tym przypadku rozwiązanie i interpretacja problemu (PO.11) są podobne jak dla problemu (PO.8), dla okresowych źródeł napięcia. □

Bezpośrednie wyznaczanie prądu aktywnego na podstawie warunków koniecznych minimum funkcjonału $\underset{BS}{L'}$ wymaga rozwiązania silnie nieliniowego układu równań algebraicznych. Rozwiązanie takie można uzyskać wyłącznie metodami numerycznymi.

Poniżej opisano pewien algorytm umożliwiający analizę jakościową problemu (PO.11). Polega on na transformacji funkcjonału $\underset{BS}{L'}$ do nowego układu współrzędnych przestrzeni $BS^{2,\rho}$, w którym problem (PO.11) posiada rozwiązanie w postaci zamkniętej. Uzyskanie takiego rozwiązania dla konkretnych obwodów wymaga znajomości wektorów i wartości własnych niektórych macierzy (opisanych poniżej), które wyznaczyć należy metodami numerycznymi.

Algorytm ten składa się z następujących etapów:

1. Dekompozycja operatora $\mathbf{Z}_N$ w dziedzinie częstotliwości.

Operator $\mathcal{Z}_N$ opisany macierzą ${}_N Z = Z_{\omega\nu} \nabla^{-1}_{\omega} \nabla^{-1}_{\nu}$ (BS BS) jest liniowy i ciągły, można go zatem zawsze przedstawić [3] w postaci sumy operatora hermitowskiego ${}_1\mathcal{Z}$ i antyhermitowskiego ${}_2\mathcal{Z}$:

$$\begin{aligned} {}_N\mathcal{Z} &= {}_1\mathcal{Z} + j\,{}_2\mathcal{Z}\,, \\ {}_N Z_{\omega\nu} &= {}_1 Z_{\omega\nu} + j\,{}_2 Z_{\omega\nu}\,, \end{aligned} \qquad \omega,\nu \in R\,, \tag{5.51}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} {}_1 Z_{\omega\nu} &= \frac{1}{2}\left({}_N Z_{\omega\nu} + {}_N Z^{*}_{\omega\nu}\right), \\ {}_2 Z_{\omega\nu} &= \frac{1}{2j}\left({}_N Z_{\omega\nu} - {}_N Z^{*}_{\omega\nu}\right). \end{aligned} \tag{5.52}$$

"*" - symbol operacji sprzężenia i transpozycji macierzy.

Forma kwadratowa określona na macierzy ${}_1 Z_{\omega\nu}$ jest zawsze rzeczywista, a forma kwadratowa określona na macierzy ${}_2 Z_{\omega\nu}$ jest urojona bądź równa zeru.

2. Transformacja funkcjonału L'_{BS} z macierzą ${}_1 Z_{\omega\nu}$ do nowego układu współrzędnych.

Operator ${}_1\mathcal{Z}$ jest zawsze operatorem Hilberta-Schmidta [3], [5], istnieje zatem operator unitarny $\mathcal{T}: l^2(R) \to l^2(R)$, opisany macierzą $T_{\omega\nu}$ diagonalizującą macierz ${}_1 Z_{\omega\nu}$. W przestrzeni $l^2(R)$ definiuje się więc nowy układ współrzędnych, w którym współrzędne prądu źródła (I'_σ) i SEM źródła (E'_σ) określają wzory:

$$\begin{aligned} I'_\sigma &= \sum_{\omega\in R} T_{\sigma\omega}\, I_{\omega}^{BS}\,, \\ E'_\sigma &= \sum_{\omega\in R} T_{\sigma\omega}\, E_{\omega}^{BS}\,, \end{aligned} \qquad \sigma \in R\,, \tag{5.53}$$

3. Na podstawie 1., 2. funkcjonał L'_{BS} zapisać można następująco:

$$L'\Big[(A'_\sigma),(B'_\sigma),\lambda\Big] = \sum_{\sigma\in R}\left(A'^2_\sigma + B'^2_\sigma\right) + \lambda\Big[P - \sum_{\sigma\in R}\left({}_1\bar{E}'_\sigma A'_\sigma + {}_2\bar{E}'_\sigma B'_\sigma\right) + \sum_{\sigma\in R}\mu_\sigma\left(A'^2_\sigma + B'^2_\sigma\right)\Big], \tag{5.54}$$

gdzie:

$$I'_\sigma = A'_\sigma - jB'_\sigma ,$$

$$E'_\sigma = {}_1\bar{E}'_\sigma - j\,{}_2\bar{E}'_\sigma = \sum_{\omega\in R} T_{\sigma\omega}\bar{E}_\omega , \tag{5.55}$$

$$E_\omega = ({}_1E_\omega - j\,{}_2E_\omega)(\nabla_\omega)^{-2}_{BS} ,$$

$\{\mu_\sigma\}$ - ciąg wartości własnych macierzy ${}_1Z_{\omega\nu}$. □

Funkcjonał L' (5.54) posiada postać podobną do funkcjonału L'_W rozpatrywanego przy analizie problemu (PO.8). Dowolną harmoniczną prądu aktywnego stanowiącego rozwiązanie problemu (PO.11) w układzie współrzędnych (5.53) określa wzór:

$$_aI'_\sigma = {}_eG'_\sigma E'_\sigma , \tag{5.56}$$

gdzie:

${}_eG'_\sigma$ - konduktancje zastępcze źródła obliczone względem bazy $\{e'_\sigma\}$ nowego układu współrzędnych (5.53), określone wzorem:

$$_eG'_\sigma = \frac{\lambda^*}{2+2\mu_\sigma\lambda^*} , \qquad \lambda^* \in (0,\infty) , \tag{5.57}$$

$$e'_\sigma = \sum_{\omega\in R} T_{\sigma\omega}\, e_\omega{}_{BS} = \sum_{\omega\in R} T_{\sigma\omega}(\nabla^{-1}_{\omega})_{BS}\exp(-j\omega(\cdot)) , \tag{5.58}$$

λ^* - rozwiązanie równania:

$$P = \sum_{\sigma\in R}\left(\frac{\lambda}{2+2\mu_\sigma\lambda} - \mu_\sigma\left(\frac{\lambda}{2+2\mu_\sigma\lambda}\right)^2\right)|\bar{E}'_\sigma|^2 . \tag{5.59}$$

Jeżeli operator hermitowski ${}_1Z$ jest dodatni, tzn.:

$$\bigwedge_{(I_\omega),(I_\nu)} \sum_{\omega,\nu\in R} {}_1Z_{\omega\nu} I_\omega I^*_\nu > 0 , \tag{5.60}$$

to jego wartości własne są dodatnie, a więc podobnie jak poprzednio (por. problem (PO.8)) warunkiem wystarczającym rozwiązania problemu (PO.11) jest spełnienie zależności:

$$P < \sum_{\sigma\in R} \frac{|\bar{E}'_\sigma|^2}{4\mu_\sigma} = P'_d \tag{5.61}$$

Wielkość P'_d wykazuje pewną analogię do mocy dopasowania energetycznego, różnica wynika z faktu, że wielkości $\bar{E}'_\sigma$ są współczynnikami Fouriera SEM e źródła z dokładnością do współczynników $(\nabla_{\omega_{BS}})^{-2}$ (por. wzór (5.55)).

Wykorzystując transformacje przejścia, odwrotne względem określonych wzorami (5.53) oraz wzór (5.56), prąd aktywny ${}_a i'_{BS}$ stanowiący rozwiązanie problemu (PO.11) zapisać można w układzie współrzędnych opartym o bazę $\{e_{\omega_{BS}}\}$ w postaci wzoru:

$$ {}_a i'_{BS} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{\omega\in\Omega_e} \sum_{\nu\in\Omega_e} {}_e Y'_{\omega\nu_{BS}}\, E_{\nu_{BS}} \exp(j\omega(\cdot)) \,, \tag{5.62} $$

gdzie:

$$ {}_e Y'_{\omega\nu_{BS}} = \nabla^{-1}_{\omega_{BS}} \sum_{\omega\in\Omega_e} \sum_{\nu\in\Omega_e} T^{-1}_{\omega\vartheta}\, {}_e G'_{\vartheta_{BS}}\, \delta_{\vartheta\sigma}\, T_{\sigma\nu}\, \nabla^{-2}_{\nu_{BS}} \tag{5.63} $$

$\delta_{\vartheta\sigma}$ - delta Kroneckera,

Ω_e - widmo (w bazie $\{e_{\omega_{BS}}\}$) SEM e.

Interpretacja konduktancji zastępczych ${}_e G'_\sigma$ wynika ze wzoru (5.56). Jeżeli z zacisków (1-1') źródła (rys.5.9) konduktancje układu (w układzie współrzędnych (5.53)) wynoszą ${}_e G'_\sigma$ dla częstotliwości σ, to źródło (E'_σ harmoniczna SEM źródła) wydaje σ harmoniczną prądu ${}_a i'_{BS}$ oznaczoną przez I'_σ. W pierwotnym układzie współrzędnych opartym o bazę $\{e_{\omega_{BS}}\}$ dowolna harmoniczna prądu aktywnego jest kombinacją liniową harmonicznych E'_σ ze współczynnikami ${}_e Y_{\omega\nu_{BS}}$:

$$ I_\omega = \sum_{\nu\in\Omega_e} {}_e Y'_{\omega\nu_{BS}}\, E_{\nu_{BS}} \,. \tag{5.64} $$

Ze wzoru (5.63) wynika, że harmoniczne I_ω posiadają oszacowanie:

$$ |I_{\omega_{BS}}| < (\omega)^{-1} \,. \tag{5.65} $$

Tłumienie wyższych harmonicznych prądu aktywnego ${}_a i'_{BS}$ zależy od "gęstości" widma tego prądu i jest możliwe do określenia dla konkretnych obwodów.

Podobnie jak w przypadku przebiegów okresowych prąd różnicowy ${}_{b}i'_{BS}$:

$$ {}_{b}i'_{BS} = i - {}_{a}i'_{BS} \tag{5.66} $$

nie jest ortogonalny w sensie iloczynów skalarnych przestrzeni $BS^{2,\rho}$, B^2 do prądu aktywnego ${}_{a}i'_{BS}$ i SEM źródła.

Należy zauważyć, że przedstawione rezultaty zostały uzyskane przy bardzo słabych założeniach odnośnie operatora impedancyjnego źródła. Bardziej szczegółowe wyniki można uzyskać dla ściślej sprecyzowanych opisów układu z rys.5.9 z wykorzystaniem metod numerycznych.

Uwaga 5.6

Opisaną metodę rozwiązywania problemów optymalizacji dla układów dwuzaciskowych można uogólnić na układy wielozaciskowe, stosując sumy proste przestrzeni Hilberta. Przykładowo dla układu z rys.5.8 z niestacjonarnym operatorem źródła opis tego źródła można przyjąć w postaci wzoru:

$$ U_{\alpha\omega_{BS}} = E_{\alpha\omega_{BS}} - \sum_{\beta=1}^{n} \sum_{\nu\in R} Z_{\alpha\beta\omega\nu} I_{\beta\nu_{BS}}, \quad \alpha\in\{1,..,n\}, \quad \omega\in R, \tag{5.67} $$

gdzie:

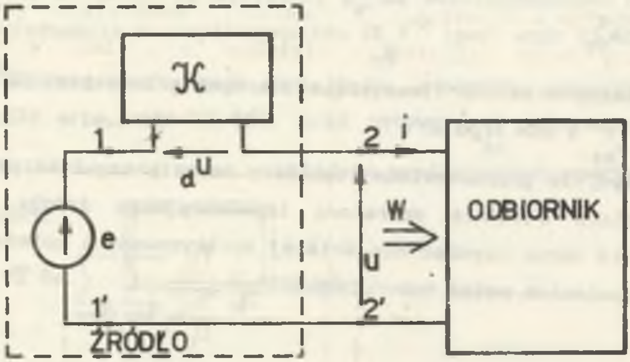
$U_{\alpha\omega_{BS}}$, $E_{\alpha\omega_{BS}}$ - współczynniki Fouriera napięć (u_α) i SEM (e_α) obliczane względem bazy $\{e_{\omega_{BS}}\}$,

$Z_{\alpha\beta\omega\nu}$ ($\alpha,\beta\in\{1,..,n\},\omega,\nu\in R$) - macierz współczynników Fouriera prądów fazowych (i_β) źródeł.

Formalizację problemu minimalizacji $(\|i\|_{BS_n^{2,\rho}})^2$ przy ograniczeniu na moc czynną doprowadzoną do odbiornika i rozwiązanie tego problemu przeprowadzić można podobnie jak dla układów dwuzaciskowych. □

5.3. OBWODY Z PRZEBIEGAMI NIEOKRESOWYMI

Analizę wpływu [132], [134], impedancji wewnętrznej źródła na wyniki optymalizacji jego warunków pracy przeprowadza się dla układu przedstawionego na rys.5.10.



Rys. 5.10. Układ z nieokresowym źródłem napięcia

Fig. 5.10. The system with nonperiodic voltage source

Z powodów określonych w rozdziale 5.2 przyjmuje się opis źródła w dziedzinie widmowej, zgodnie ze wzorem:

$$U_{h_{WL}} = E_{h_{WL}} - \sum_{\beta=1}^{\infty} K_{hk} I_{k_{WL}}, \quad h \in N, \tag{5.68}$$

gdzie:

$U_{h_{WL}}$, $E_{h_{WL}}$, $I_{h_{WL}}$ - współczynniki Fouriera napięcia, SEM, prądu źródła liczone względem bazy $\{e_{h_{WL}}\}$,

K_{hk} - macierz rzeczywista opisująca liniowy i ciągły operator $\mathcal{K}$ w bazie $\{e_{h_{WL}}\}$.

Prąd i napięcie układu z rys. 5.10 są elementami przestrzeni Soboleva $W^{2,\rho}$, a odpowiadający problemowi (PO.3) problem optymalizacji opisano poniżej:

PO.12

Wyznaczyć:

$$\min_{i \in W^{2,\rho}} \left(\| i \|_{W^{2,\rho}} \right)^2, \tag{5.69}$$

przy ograniczeniu:

$$(u, i)_{L^2} = (e - \mathcal{K} i, i)_{L^2} = W \tag{5.70}$$

□

Interpretacja powyższego problemu jest podobna do interpretacji problemu (PO.3), a pojęcie optymalnego kształtu prądu aktywnego zostanie określone w dalszej części rozdziału.

Funkcjonał Lagrange'a problemu (PO.12) w przestrzeni ciągowej l^2 opartej o bazę $\{e_{h_{WL}}\}$ posiada postać:

$$L'_{WL}\left[(I_{h_{WL}}),\lambda\right] = \sum_{h=0}^{\infty} I_{h_{WL}}^2 + \lambda\cdot\left[W - \sum_{h=0}^{\infty} E_{h_{WL}} I_{h_{WL}} (\nabla_{h_{WL}}^{-1})^2 + \right.$$

$$\left. + \sum_{h=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} K_{hk} I_{h_{WL}} I_{k_{WL}} (\nabla_{h_{WL}}^{-1})(\nabla_{k_{WL}}^{-1}) \right]. \tag{5.71}$$

<u>Uwaga 5.7</u>

Przyjęcie, że dwójnik modelujący impedancję wewnętrzną źródła jest dwójnikiem SLS, nie przesądza o diagonalności macierzy K_{hk} (por. uwaga 5.5). □

Rozwiązanie problemu (PO.12) przeprowadza się podobnie jak w rozdziale 5.3 w trzech etapach:

1. Dekompozycja operatora $\bar{K}$ opisanego macierzą $\bar{K}_{hk}$ o elementach $K_{hk}(\nabla_{h_{WL}}^{-1})(\nabla_{k_{WL}}^{-1})$:

$$\bar{K}_{hk} = {}_1K_{hk} + {}_2K_{hk} . \tag{5.72}$$

Operator opisany macierzą ${}_1K_{hk}$ jest symetryczny, a operator opisany macierzą ${}_2K_{hk}$ jest antysymetryczny, przy czym forma kwadratowa określona na macierzy ${}_2K_{hK}$ jest zawsze równa zeru.

2. Transformacja funkcjonału L'_{BS} do nowego układu współrzędnych z wykorzystaniem operatora unitarnego $V: l^2 \to l^2$, zgodnie ze wzorami:

$$\left.\begin{aligned} I'_p &= \sum_{k=0}^{\infty} M_{pk} I_{k_{WL}} , \\ E'_p &= \sum_{k=0}^{\infty} M_{pk} E_{k_{WL}} , \end{aligned}\right\} \quad p \in N , \tag{5.73}$$

gdzie:

I'_p, E'_p - współczynniki Fouriera prądu i SEM źródła w nowym (5.73) układzie współrzędnych,

M_{pk} - macierz opisująca operator unitarny V.

3. Na podstawie 1., 2. funkcjonał L'_{BS} określa wzór:

$$L'\left((I_p),\lambda\right) = \sum_{p=0}^{\infty} I'^{\,2}_p + \lambda\left[W - \sum_{p=0}^{\infty} E'_p I'_p + \sum_{p=0}^{\infty} \nu_p I'^{\,2}_p\right], \tag{5.74}$$

gdzie:

ν_p - wartości własne macierzy ${}_1K_{hk}$. □

Warunki wystarczające rozwiązania problemu (PO.12) są spełnione, gdy operator ${}_1\mathcal{K}$ (5.72) jest dodatni oraz gdy:

$$W < \sum_{p=0}^{\infty} \frac{E'^{\,2}_p}{\nu_p^2} . \tag{5.75}$$

Warunek określony wzorem (5.75) (por. wzór (5.61)) można uważać za uogólnienie klasycznego warunku dopasowania odbiornika do źródła. Na podstawie warunków koniecznych minimum funkcjonału L'_{WL} (5.74) wyznacza się rozwiązanie problemu (PO.12). Dowolną harmoniczną tego rozwiązania w układzie współrzędnych (5.73) określa wzór:

$${}_aI'_p = {}_eG'_p E'_p , \qquad p \in N , \tag{5.76}$$

gdzie:

${}_eG'_p$ - konduktancje zastępcze widziane z zacisków (1-1') źródła (rys.5.10), określone wzorem:

$${}_eG'_p = \frac{\lambda^*}{2+2\nu_p\lambda^*}, \qquad \lambda^* \in (0,\infty) , \tag{5.77}$$

λ^* - mnożnik Lagrange'a będący rozwiązaniem równania:

$$W = \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{2+2\nu_p\lambda} - \nu_p\left(\frac{\lambda}{2+2\nu_p\lambda} \right)^2\right) |E'_p|^2 . \tag{5.78}$$

W pierwotnym układzie współrzędnych opartym o bazę $\{e_h\}$ rozwiązanie problemu $_{WL}$ (PO.12) określa wzór:

$$ {}_{a}i'_{WL} = \sum_{h=0}^{\infty} (\nabla_h^{-1})_{WL} I_{h}{}_{WL} h_h(\cdot) = \sum_{h=0}^{\infty} \nabla_h^{-1}{}_{WL} \left(\sum_{k=0}^{\infty} {}_{e}Y'_{hl}{}_{WL} E_l \right) h_h(\cdot) , \tag{5.79} $$

gdzie:

$$ {}_{e}Y'_{hl} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} M_{hm}^{-1} \, {}_{e}G'_{m} \, \delta_{mn} \, M_{nl} \, (\nabla_l^{-1})_{WL} , \tag{5.80} $$

M_{hm}^{-1} - macierz odwrotna do określonej wzorem (5.73).

Ze wzoru (5.79) wynika, że harmoniczne (w sensie Hermite'a) prądu aktywnego ${}_{a}i_{WL}$ są tłumione zgodnie ze wzorem:

$$ |I_{h}{}_{WL}| < \nabla_h^{-1}{}_{WL} < h^{-0.5l} , \; l \in N . \tag{5.81} $$

Niestety, podobnie jak w przypadku problemu (PO.11) (dla przebiegów prawie okresowych) określenie tłumienia harmonicznych prądu aktywnego względem harmonicznych SEM źródła możliwe jest wyłącznie metodami numerycznymi dla konkretnych modeli układów: źródło zasilania - odbiornik.

Identycznie jak dla wszystkich omawianych w rozdziale 5 problemów prąd różnicowy źródła ${}_{b}i'_{WL} = i - {}_{a}i'_{WL}$ nie jest ortogonalny do prądu aktywnego i SEM źródła.

Uwaga 5.8

Analizę problemów optymalizacji dla układów wielozaciskowych z przebiegami nieokresowymi przeprowadza się podobnie, jak opisano powyżej. Możliwe jest przy tym stosowanie modeli źródeł opisanych analogonem wzoru (5.67). □

5.4. PODSUMOWANIE

W rozdziale przedstawiono analizę wpływu impedancji źródeł na wyniki rozwiązań problemów optymalizacji energetyczno-jakościowych wskaźników jakości tych źródeł. Rozpatrzone problemy optymalizacji stanowią odpowiedniki problemów (PO.1) do (PO.6) opisanych w rozdziale 3. Interpretacja prądów aktywnych stanowiących rozwiązania rozpatrywanych problemów jest podobna do interpretacji prądów aktywnych wyznaczonych w rozdziale 3, z tym że pojęcie optymalnego kształtu prądu zależy od operatora impedancyjnego źródeł:

- w przypadku układów jednofazowych z przebiegami okresowymi i układów wielofazowych, gdy operator impedancyjny źródła spełnia warunek (5.34), pojęcie optymalnego kształtu prądu należy rozumieć tak jak w rozdziale 3,
- w przypadku układów wielofazowych z przebiegami okresowymi, gdy operator impedancyjny spełnia warunek (5.33), każda harmoniczna prądu aktywnego jest kombinacją liniową wszystkich harmonicznych SEM źródła ze współczynnikami silnie malejącymi ze wzrostem numeru harmonicznych (5.38), w stosunku co najmniej h^{-21},
- w przypadku układów z przebiegami prawie okresowymi i nieokresowymi harmoniczne prądu aktywnego stanowią również kombinacje liniowe harmonicznych SEM (względem odpowiednich baz), przy czym szybkość ich zanikania jest mniejsza niż dla przebiegów okresowych i wynosi odpowiednio ω^{-1} lub $h^{-0.51}$, (5.65), (5.81).

Względem wybranych baz rozpatrywanych przestrzeni L^2_T, $BS^{2,\rho}$, $W^{2,\rho}$ zachodzi proporcjonalność harmonicznych prądów aktywnych i harmonicznych SEM ze współczynnikami rzeczywistymi lub zespolonymi nazywanymi immitancjami zastępczymi źródła.

W odróżnieniu od wyników uzyskanych w rozdziale 3:

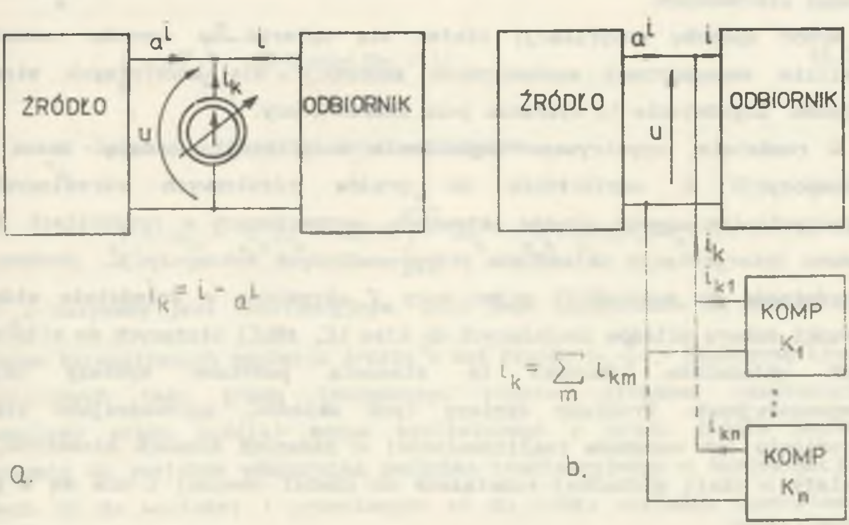
- na wszystkie rozpatrywane problemy narzucone są ograniczenia wynikające z warunków wystarczających minimum analizowanych funkcjonałów (5.9), (5.28), (5.46), (5.61), (5.75) i wiążące się z maksymalną mocą (energią) wydawaną przez źródła,
- prądy różnicowe źródeł nie są ortogonalne do prądów aktywnych i SEM tych źródeł, co wyklucza możliwość konstrukcji odpowiednich trójkątów mocy (energii) możliwych do uzyskania dla źródeł idealnych.

Stosowana w rozdziale metoda rozwiązywania problemów optymalizacji w dziedzinie widmowej może być stosowana do wielu bardziej złożonych, nierozpatrywanych w pracy, obwodów. Zaletą tej metody jest względna prostota polegająca na rozwiązywaniu równań algebraicznych (najczęściej metodami numerycznymi), zamiast rozwiązywania (w dziedzinie czasu) złożonych problemów brzegowych dla równań różniczkowo-całkowych.

Należy zauważyć, że uzyskane wyniki pokrywają się (w zakresie minimalizacji wartości skutecznych prądów źródeł napięcia okresowego) z wynikami M. Siwczyńskiego [110], [111].

6. ZASTOSOWANIE METODY DEKOMPOZYCJI PRĄDÓW ŹRÓDEŁ DO MODYFIKACJI WŁAŚCIWOŚCI OBWODÓW

Wyznaczone w rozdziałach 3, 5 prądy aktywne charakteryzują optymalny (w sensie rozpatrywanego wskaźnika jakości) stan pracy obwodów. Analizowane obwody stanowiły modele prostych, lecz często stosowanych układów: źródło zasilania - odbiornik. Realizacja optymalnych stanów pracy obwodów wymaga ich modyfikacji mającej na celu eliminację prądów różnicowych źródeł. Prądy te stanowią różnicę pomiędzy prądami pierwotnymi źródeł a prądami optymalnymi (aktywnymi). Koncepcji tak rozumianej modyfikacji, wprowadzonej przez S. Fryzego [60], [61], poświęconych było wiele prac zarówno o charakterze teoretycznym, jak i praktycznym. Eliminacja prądu różnicowego może być przeprowadzana z wykorzystaniem sterowanego źródła prądowego (rys. 6.1a).



Rys. 6.1. Idea modyfikacji obwodów jednofazowych

Fig. 6.1. Idea of modyfication of one-phase systems

Techniczne realizacje źródeł prądowych nazywane są często aktywnymi filtrami mocy. Są one stosowane zarówno w energoelektronice (np. [2], [12], [13], [28], [64], [66], [142]), jak i w układach słaboprądowych (np. [116]). Eliminacja prądu różnicowego może być również przeprowadzona w inny sposób opierający się na idei rozkładu prądu różnicowego na szereg składników [30], [31], [32], [34], [35], [36], [38], [39], [45], [52], [58], [69], [70], [78], [96], [105], [106], [114], [16], [18], [19], [22], [23], [124], [126], [127], [122], [129], [•6], [•8]. Jeżeli wyróżnione składniki mogą być generowane przez dwójniki (wielobiegunniki) dołączone do fizycznie dostępnych zacisków odbiorników (np. w sposób pokazany na rys.6.1.b), a moc czynna pobierana przez nie jest niewielka w porównaniu z mocą czynną odbiorników, to taka koncepcja eliminacji prądu różnicowego wydaje się być uzasadniona. Niestety w cytowanych pracach nie rozpatruje się problemów eliminacji wszystkich składników prądów różnicowych, lecz tylko niektórych, kompensowalnych z reguły z wykorzystaniem układów LC. Warunki realizowalności układów kompensacyjnych przeważnie nie są analizowane.

Możliwa jest również koncepcja modyfikacji właściwości odbiorników, będąca kombinacją wymienionych idei i polegająca na częściowej eliminacji prądu różnicowego z wykorzystaniem kompensatorów zadanej klasy (najczęściej klasy LC) oraz eliminacji pozostałej części prądu różnicowego za pomocą źródeł sterowanych.

Wybór sposobu modyfikacji winien się opierać na szeroko rozumianej analizie ekonomicznej wymienionych koncepcji dla konkretnych struktur układów. Zagadnienie to wykracza poza zakres pracy.

W rozdziale rozpatrywano zagadnienia modyfikacji stosując znaną ideę dekompozycji w odniesieniu do prądów różnicowych określonych z wykorzystaniem nowych prądów aktywnych, wyznaczonych w rozdziałach 3, 5. Podano interpretacje składników przeprowadzonych dekompozycji, zbadano ich przydatność do kontrukcji pojęć mocy i określono w dziedzinie widmowej warunki doboru układów (należących do klas LC, ±RLC) służących do eliminacji tych składników. Warunki te stanowią podstawę syntezy układów kompensacyjnych. Problemy syntezy tych układów, sprowadzające się do określenia ich warunków realizowalności w zadanych klasach elementów, nie zostały w skali globalnej rozwiązane do chwili obecnej i nie są w pracy rozpatrywane

Metoda dekompozycji wymaga znajomości operatorów admitancyjnych odbiorników, zbędnej przy analizie problemów optymalizacji (rozdz. 3, 5). Założenia odnośnie tych operatorów będą sukcesywnie przyjmowane w dalszej części rozdziału.

6.1. OBWODY JEDNOFAZOWE Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI

Zakładając, że operator admitancyjny odbiornika z rys. 3.1 opisany jest w punkcie pracy (u, i) ciągiem admitancji $\{Y_h\} = \{G_h + jB_h\}$, $h \in N$, prąd różnicowy (3.14) źródła można wyrazić wzorem [18], [19]:

$$ {}_{b}i_{w} = i - {}_{a}i_{w} = (G_0 - {}_{e}G_{0w})U_0 + \sqrt{2}\sum_{h=1}^{\infty}(G_h - {}_{e}G_{hw})U_h \exp(jh\omega(\cdot)) \ , \qquad (6.1) $$

a całkowity prąd źródła i zapisać można w postaci sumy:

$$ i = {}_{a}i_{w} + {}_{r}i_{w} + {}_{s}i_{w} \ , \qquad (6.2) $$

gdzie:

${}_{a}i_{w}$ - prąd aktywny określony wzorem (3.11),

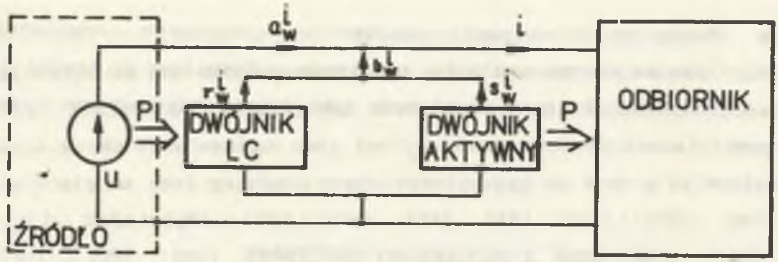
${}_{r}i_{w}$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$$ {}_{r}i_{w} = \sqrt{2}\sum_{h=1}^{\infty} jB_h U_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) \ , \qquad (6.3) $$

${}_{s}i_{w}$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$$ {}_{s}i_{w} = (G_0 - {}_{e}G_{0w})U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}(G_h - {}_{e}G_{hw})U_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) \ . \qquad (6.4) $$

Prąd ${}_{r}i_{w}$ nazywany jest reaktancyjnym, gdyż jego harmoniczne są przesunięte względem harmonicznych napięcia źródła o kąt fazowy $\pm \frac{\pi}{2}$. Skończoną liczbę harmonicznych tego prądu (nazywanego również składową reaktancyjną całkowitego prądu źródła) można wyeliminować z prądu źródła poprzez dołączenie do zacisków odbiornika dwójnika reaktancyjnego o susceptancjach równych co do wartości i przeciwnych co do znaku względem susceptancji odbiornika B_h (rys. 6.2).



Rys. 6.2. Idea kompensacji prądu $_{b_W}i$ (3.14)

Fig. 6.2. Idea of compensation of current $_{b_W}i$ (3.14)

<u>Uwaga 6.1</u>

Prąd $_{r_W}i$ wprowadzony w pracy [106] stanowi składnik rozkładu prądu źródła uzyskanego przez L.S. Czarneckiego [30], [34]:

$$i = {}_a i + {}_{r_W} i + {}_s i\,, \tag{6.5}$$

umożliwiającego konstrukcję prostopadłościanu mocy:

$$S^2 = (\|u\|_{L_T^2})^2(\|i\|_{L_T^2})^2 = (\|u\|_{L_T^2})^2(\|{}_a i\|_{L_T^2})^2 + (\|u\|_{L_T^2})^2(\|{}_r i\|_{L_T^2})^2 +$$

$$+ (\|u\|_{L_T^2})^2(\|{}_s i\|_{L_T^2})^2 = P^2 + {}_r Q^2 + {}_s Q^2\,, \tag{6.6}$$

gdzie:

$_a i$ - prąd aktywny S. Fryzego (3.17)

$_s i$ - prąd rozproszenia określany wzorem:

$$_s i = (G_0 - {}_e G)U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}(G_h - {}_e G)U_h \exp(jh\omega_0(\cdot))\,, \tag{6.7}$$

$_e G$ - konduktancja zastępcza w sensie S. Fryzego (3.17),

S - moc pozorna,

$_r Q$, $_s Q$ - moc bierna i rozproszenia w sensie L.S. Czarneckiego.

Rozkład prądu źródła (6.2) przechodzi w rozkład (6.5), gdy rozpatruje się zagadnienie minimalizacji wartości skutecznej prądu (por. problem (PO.1), dla $\rho_0=1$, $\rho_k=0$, $(k>1)$. Problem eliminacji prądu $_{r_W}i$ był rozpatrywany w wielu pracach ([30], [31], [32], [34], [38], [41], [91], [92], [97], [112], [117], [*6]), a koncepcja eliminacji tego prądu z wykorzystaniem układów reaktancyjnych została pierwotnie podana w artykułach [47], [48]. □

Prąd rozproszenia ${}_s i_W$ wynika z dyspersji częstotliwościowej konduktancji odbiornika względem konduktancji zastępczych $G_{e_W h}$, a jego harmoniczne są w fazie lub przeciwfazie względem harmonicznych napięcia źródła. Można wykazać [18], [19], że prądy ${}_a i_W$, ${}_r i_W$, ${}_s i_W$ są wzajemnie ortogonalne:

$$({}_a i_W, {}_r i_W)_{W_T^{2,\rho}} = 0, \quad ({}_r i_W, {}_s i_W)_{W_T^{2,\rho}} = 0, \quad ({}_a i_W, {}_s i_W)_{W_T^{2,\rho}} = 0 \qquad (6.8)$$

co pozwala na konstrukcję prostopadłościanu mocy (por. (3.15)):

$$S_W^2 = (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|i\|_{W_T^{2,\rho}})^2 = (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|{}_a i\|_{W_T^{2,\rho}})^2 +$$

$$+ (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|{}_r i\|_{W_T^{2,\rho}})^2 + (\|u\|_{W_T^{2,\rho}})^2(\|{}_s i\|_{W_T^{2,\rho}})^2 =$$

$$= P_W^2 + {}_r Q_W^2 + {}_s Q_W^2 , \qquad (6.9)$$

gdzie:

S_W, P_W, ${}_r Q_W$, ${}_s Q_W$ - moce: pozorna, aktywna, bierna, rozproszenia w sensie Soboleva .

Prądy ${}_r i_W$, ${}_s i_W$ są również ortogonalne do napięcia źródła:

$$(e, {}_r i_W)_{L_T^2} = 0 , \quad (e, {}_s i_W)_{L_T^2} = 0 , \qquad (6.10)$$

zatem nie przenoszą one mocy czynnej do odbiornika.

Uwaga 6.2

Moce bierne ${}_r Q$, ${}_r Q_W$ i rozproszenia ${}_s Q$, ${}_s Q_W$ są określone w różny sposób, tym niemniej eliminacja prądów ${}_r i_s$, ${}_s i_s$ powoduje, że każda z nich staje się równa zeru. Z subaddytywności norm przestrzeni Hilberta wynika niezachowawczość wszystkich (z wyjątkiem mocy czynnej) wymienionych mocy. □

Warunki doboru dwójnika reaktancyjnego służącego do eliminacji skończonej liczby harmonicznych prądu reaktancyjnego określa wzór:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} {}_{kr}B_h = -B_h \qquad (6.11)$$

gdzie: ${}_{kr}B_h$ - susceptancja dwójnika dla h-tej harmonicznej.

Warunki (6.11) nie rozstrzygają jednak problemu realizowalności takich dwójników.

Uwaga 6.3

Znane są dwie koncepcje syntezy dwójników bazujących na wzorze (6.11):
- interpolacyjna, polegająca na określaniu postaci funkcji reaktancyjnej dwójników, która w węzłach $h\omega_0$, $h\in N_0$ spełnia warunki (6.11) [34], [38],
- aproksymacyjna, polegająca na aproksymacji (zgodnie ze wzorem (6.11)) metodą najmniejszych kwadratów charakterystyk częstotliwościowych dwójników [88].

Dla metody interpolacyjnej znane są warunki konieczne realizowalności dwójników, uzależnione od położenia zer (biegunów) funkcji reaktancyjnych i właściwości asymptotycznych tych funkcji (przy $\omega \to \infty$, $\omega \to 0$) [91], [92], [97], [123]. Warunki te umożliwiły konstrukcję algorytmów numerycznych syntezy dwójników o dowolnie złożonej strukturze [*6]. Metoda aproksymacyjna syntezy opiera się na algorytmach numerycznych optymalizacji z ograniczeniami nierównościowymi, opisującymi warunki fizycznej realizowalności dwójników (warunek przeplatania zer i biegunów funkcji reaktancyjnej) [86]. □

Warunki doboru dwójnika aktywnego (rys.6.2) o admitancji ${}_{ks}Y(s)$, służącego do eliminacji skończonej liczby harmonicznych prądu rozproszenia ${}_{e_W}i_s$, są następujące:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} \mathrm{Re}\left\{{}_{ks}Y(jh\omega_0)\right\} = -(G_h - {}_{e_W}G_h) \; . \tag{6.12}$$

Warunki te również nie rozstrzygają problemu realizowalności dwójników aktywnych należących do zadanych klas.

Uwaga 6.4

Interpolacyjną metodę syntezy dwójników aktywnych spełniających warunek (6.12) opisano w pracy [130] dla dwójników będących równoległym połączeniem rezystancji ujemnej i dwójnika pasywnego SLS o strukturze Fostera. W cytowanej pracy podano również warunki konieczne realizowalności takich struktur dwójników i przedstawiono algorytm komputerowy ich syntezy. □

Trudności konstrukcyjne związane z realizacją rezystancji ujemnych przeznaczonych do pracy w układach energetycznych, problemy związane z wrażliwościowymi właściwościami takich elementów, problemy ich stabilności mogą być przyczyną rezygnacji z zastosowania tych rezystancji do eliminacji prądu ${}_{s_W}i$ i stosowania do tego celu źródeł sterowanych, spełniających pośrednio również warunki (6.12). Całkowita rezygnacja z eliminacji prądu ${}_{s_W}i$ uniemożliwia poprawę energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł. W tym przypadku prąd źródła ${}_z i$ określa wzór (por. (6.2), (6.5)):

$$ {}_z i = {}_{a_W}i + {}_{s_W}i = {}_a i + {}_s i \, , \quad {}_{r_W}i = 0 \, . \tag{6.13}$$

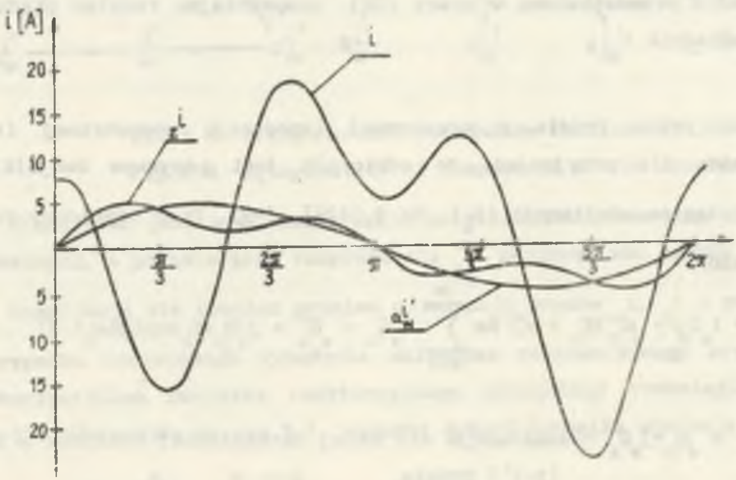
Przebieg prądu ${}_z i$ jest silnie zniekształcony, co ilustruje:

Przykład 6.1

Dla układu z przykładu 3.1 obliczono prądy ${}_{r_W}i$, ${}_{s_W}i$, ${}_z i$. Na rys.6.1 przedstawiono przebiegi całkowitego prądu odbiornika, prądu ${}_z i$ (po kompensacji składnika reaktancyjnego), prądu aktywnego ${}_{a_W}i$. Wartości skuteczne tych prądów wynoszą:

$\|i\|_{L^2_T} = 12.24$ [A], $\|{}_z i\|_{L^2_T} = 4.3$ [A], $\|{}_{a_W}i\|_{L^2_T} = 3.31$ [A], dla $\rho_0=\rho_1=\rho_2=1$.

Eliminacja składnika reaktancyjnego ${}_{r_W}i$ prądu powoduje więc jedynie obniżenie wartości skutecznej prądu źródła i nie wpływa w istotny sposób na jego zniekształcenia. □



Rys.6.3. Prądy i, ${}_z i$, ${}_{a_W}i$

Fig.6.3. The currents i, ${}_z i$, ${}_{a_W}i$

Eliminacja prądu reaktancyjnego i rozproszenia winna się składać z dwóch etapów [122]:

1) syntezy dwójnika aktywnego spełniającego warunki (6.12),

2) syntezy dwójnika reaktancyjnego spełniającego warunki:

$$\bigwedge_{\substack{h \in N_0 \\ \dim N_0 < \infty}} {}_{kr}B_h = -(B_h + {}_{ks}B_h)\,, \tag{6.14}$$

gdzie:

${}_{ks}B_h$ - susceptancja dwójnika aktywnego dla h-tej harmonicznej.

Uwaga 6.5

Odbiornik (rys.3.1) w punkcie pracy (u,i) może być reprezentowalny równoległym połączeniem dwójnika pasywnego o admitancjach Y_h, $h \in N_u$ i źródła prądowego i_g o harmonicznych ${}_gJ_k$, $k \in N_g$, $N_u \cap N_g = 0$.

Ponieważ widma napięcia źródła i prądu i_g są rozłączne, to prąd i_g nie przenosi mocy czynnej i jest ortogonalny do wszystkich składników rozkładu (6.2). W omawianym przypadku rozkład ten należy uzupełnić o składnik i_g. Prąd i_g jest niekompensowalny z wykorzystaniem układów rozważanych w rozdziale; jego kompensacja wymaga dołączenia do zacisków odbiornika filtrów rezonansowych. Pierwotnie koncepcję takiego modelu odbiornika i rozkładu prądu źrodła przedstawiono w pracy [32], uzupełniając rozkład prądu źródła (6.5) o składnik i_g. □

Rozkład prądu źródła o niezerowej impedancji wewnętrznej (rys.5.1) przeprowadza się przyjmując, że odbiornik jest pasywnym dwójnikiem SLS opisanym ciągiem admitancji $\{Y_h\}$, $h \in N$ [126], [*9]. Prąd różnicowy źródła ${}_bi'_W$ określa wzór:

$$ {}_bi'_W = ({}_zG_0 - {}_eG'_{0W})E_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}({}_zG_h - {}_eG'_{hW} + j\,{}_zB_h)E_h\exp(jh\omega_0(\cdot)) \tag{6.15}$$

gdzie:

${}_zY_h = {}_zG_h + j\,{}_zB_h$ - admitancja dla h-tej harmonicznej widziana z zacisków (1-1') źródła.

Całkowity prąd źródła wyraża wzór:

$$ i = {}_ai'_W + {}_ri'_W + {}_si'_W \tag{6.16}$$

gdzie:

${}_{a_W}i'$ - prąd aktywny określony wzorem (5.4),

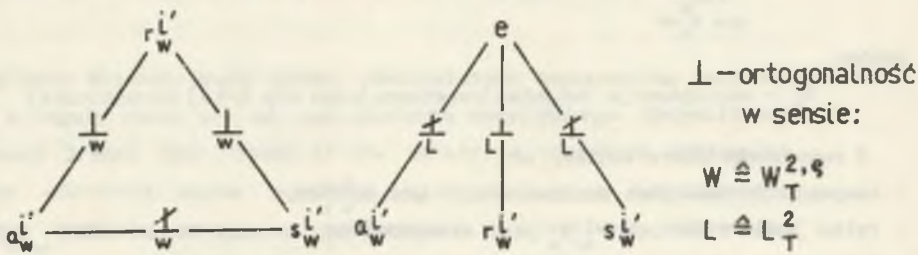
${}_{r_W}i'$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$$ {}_{r_W}i' = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} j\,{}_{z}B_h E_h \exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.17}$$

${}_{s_W}i'$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$$ {}_{s_W}i' = ({}_{z}G_0 - {}_{e_W}G'_0)E_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} ({}_{z}G_h - {}_{e_W}G'_h)E_h \exp(jh\omega_0(\cdot)) . \tag{6.18}$$

Interpretacja prądów ${}_{r_W}i'$, ${}_{s_W}i'$ jest identyczna jak interpretacja prądów ${}_{r_W}i$ (6.3) i ${}_{s_W}i$ (6.4). Można wykazać, że wymienione prądy są nieortogonalne (z wyjątkiem prądu ${}_{r_W}i'$) względem siebie i względem SEM źródła, co ilustruje rys.6.4.



Rys.6.4. Ortogonalność składników rozkładu (6.16)

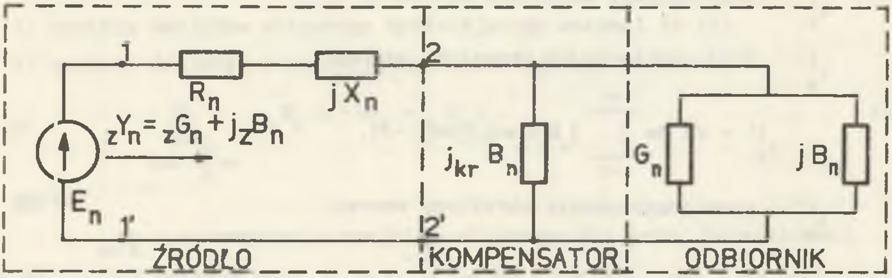
Fig.6.4. Ortogonality of components of the decomposition (6.16)

Niemożliwa jest więc konstrukcja prostopadłościanów mocy jak dla źródeł idealnych, a ponadto prąd rozproszenia ${}_{s_W}i'$ przenosi moc czynną.

Komplikuje się również problem eliminacji prądów ${}_{r_W}i$, ${}_{s_W}i$ z prądu źródła. W przypadku kompensacji wyłącznie składnika reaktancyjnego prądu źródła, z wykorzystaniem dwójnika reaktancyjnego włączonego równolegle na zaciski (2-2') odbiornika wg rys.5.1, warunki doboru dwójnika wynikają ze wzoru:

$$ \bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} {}_{z}B_h = 0, \tag{6.19}$$

oraz ze schematów zastępczych obwodów dla pojedynczej harmonicznej (rys.6.5).



Rys.6.5. Schemat kompensatora LC dla pojedynczej harmonicznej

Fig.6.5. Scheme of LC compensator for individual harmonics

Warunki te określa wzór:

$$\bigwedge_{\substack{h \in N_0 \\ \dim N_0 < \infty}} {_{kr}B_h} = \frac{1}{2X_h}\left(1 \pm \sqrt{1-4X_h^2 G_h^2}\right) - B_h \tag{6.20}$$

gdzie:

${_{kr}B_h}$ - susceptancja dwójnika reaktancyjnego dla h-tej harmonicznej.

Z powyższego wzoru wynika, że:

- kompensacja taka jest możliwa wtedy, gdy $4G_h^2X_h^2 < 1$,
- tylko jedna z wartości ${_{kr}B_h}$ jest akceptowalna; dotyczy to wartości ${_{kr}B_h}$, której odpowiada mniejsza wartość konduktancji ${_zG_h}$ widzianej z zacisków źródła.

Uwaga 6.6

Zaletą opisanej metody kompensacji jest niewątpliwe obniżenie wartości skutecznej prądu źródła (poprawa energetycznych warunków pracy źródła), wady tej metody są takie same jak w przypadku źródła idealnego (por. Przykład 6.1). Dodatkową wadą wynikłą z niekompensowalności prądu ${_si'_W}$ jest pobieranie przez odbiornik mocy różnej od zadanej (znamionowej), przyjętej przy rozpatrywaniu problemu (PO.8). Jeżeli zmiana mocy czynnej jest niewielka i niewielkie są zniekształcenia prądu ${_ai'_W} + {_si'_W}$, to stosowanie takiej kompensacji może być celowe, co wymaga jednak analizy konkretnych układów. □

Eliminacja prądów ${}_{r}i'_{W}$, ${}_{s}i'_{W}$ może być przeprowadzana z wykorzystaniem dwójnika aktywnego o admitancji Y(s) włączanego równolegle na zaciski (2-2') odbiornika. Warunki doboru takiego kompensatora określa się na podstawie wzorów:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} \left(({}_{z}G_{h} - {}_{e}G'_{W h}) = 0 \right) \wedge ({}_{z}B_{h} = 0), \tag{6.21}$$

gdzie:

${}_{z}Y_{h} = {}_{z}G_{h} + j\,{}_{z}B_{h}$ – admitancja widziana z zacisków (1-1') źródła z dołączonym dwójnikiem kompensacyjnym.

Jawna postać warunków określających wartości admitancji kompensatora oraz analiza realizowalności tych warunków nie została do chwili obecnej przeprowadzona. Analiza bardziej złożonych struktur układów kompensacyjnych, jak się wydaje, nie została również przeprowadzona.

Uwaga 6.7

W optymalnych stanach pracy źródeł rzeczywistych napięcie na zaciskach odbiornika z reguły różni się od jego napięcia znamionowego. Optymalizacja warunków pracy źródeł (por. rozdz.5) nie zależy od operatora odbiornika, zatem przez odbiornik można rozumieć układ złożony z transformatora (ustalającego napięcie znamionowe odbiornika) i właściwego odbiornika. Opisane koncepcje kompensacji prądów ${}_{r}i'_{W}$, ${}_{s}i'_{W}$ nie ulegają zmianie przy posługiwaniu się opisem odbiornika sprowadzonym na stronę pierwotną (2-2') transformatora. □

Dla źródła z rys.5.5 zasilającego odbiornik pasywny SLS, który jest opisany ciągiem admitancji $\{Y_h\}$, prąd różnicowy ${}_{b}i''_{W}$ po stronie zacisków (1-1') określa wzór:

$${}_{b}i''_{W} = ({}_{z}G_{0} - {}_{e}G_{W0})E_{0} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} ({}_{z}Y_{h} - {}_{e}Y_{Wh})E_{h}\exp(jh\omega_{0}(\cdot)), \tag{6.22}$$

gdzie:

${}_{z}Y_{h}$ – admitancja dla h-tej harmonicznej widziana z zacisków (1-1') źródła, rys.5.5,

$G_{h}^{\alpha\beta}$ – wielkości stanowiące częstotliwościowy opis operatorów $\mathcal{G}^{\alpha\beta}$ $(\alpha,\beta\in\{1,2\})$.

Całkowity prąd źródła po stronie zacisków (1-1') przedstawić można w postaci wzoru:

$$ {}_1i = {}_{1a_W}i + {}_{r_W}i'' + {}_{s_W}i'' \qquad (6.23)$$

gdzie:

${}_{1a_W}i$ - prąd aktywny (5.21) sprowadzony na stronę zacisków (1-1') źródła,

${}_{r_W}i''$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$$ {}_{r_W}i'' = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} jI_m\left\{({}_zY_h - {}_{e_W}Y_h)\right\}E_h\exp(jh\omega_0(\cdot)), \qquad (6.24)$$

${}_{s_W}i''$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$$ {}_{s_W}i'' = ({}_zG_0 - {}_{e_W}G_0)E_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty} \mathrm{Re}\left\{({}_zY_h - {}_{e_W}Y_h)\right\}E_h\exp(jh\omega_0(\cdot)). \qquad (6.25)$$

Interpretacja składników rozkładu (6.23) jest identyczna jak interpretacja składników poprzednio opisanych rozkładów prądu źródła. Identycznie jak poprzednio (por. rys.6.4) składniki rozkładu (6.23) są nieortogonalne względem siebie i względem SEM źródła.

Eliminacja prądów ${}_{r_W}i''$, ${}_{s_W}i''$ (dla czwórnikowego modelu źródła - rys.5.6) wymaga spełnienia warunków (por. wzory (5.23), (5.23a)):

$$ \bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} {}_zY_h - G_h^{11} + \frac{|G_h^{12}|^2 + G^{12}G^{21}(1+\lambda')}{2\mathrm{Re}\left\{G_h^{22}\right\}\left(\nabla_{W^h}^2+\lambda'\right)} = 0, \qquad (6.26)$$

z pomocą których dla zadanej struktury układu kompensacyjnego dołączonego do zacisków (2-2') odbiornika określić można jego admitancje ${}_kY_h$ ($h\in N_0$). Problem wyznaczenia tych admitancji i analiza warunków realizowalności admitancji dla zadanych struktur i w zadanych klasach elementów nie były (z wyjątkiem pracy [*13]) do chwili obecnej rozpatrywane.

6.2. OBWODY WIELOFAZOWE Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI

Rozkład prądu idealnego źródła napięcia T okresowego, n+1 - przewodowego ($n\in N$) przeprowadza się zakładając, że odbiornik (rys.3.6) jest wielobiegunnikiem SLS opisanym ciągiem macierzy admitancji $\{Y_{\alpha\beta h}\}$, $h\in N$, $\alpha,\beta\in\{1,..,n\}$.

Prąd różnicowy ${}_{b}i_{W,n}{}_{\alpha}$ źródła przedstawić można w postaci wzoru [20], [23]:

$$ {}_{b}i_{W,n}{}_{\alpha} = i_{\alpha} - {}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta 0} - {}_{e}G_{W,n}{}_{0})U_{\beta 0} + $$

$$ + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta h} - {}_{e}G_{W,n}{}_{h}\,\delta_{\alpha\beta} + jB_{\alpha\beta h})U_{\beta h} \exp(jh\omega_0(\cdot)), $$

$$ \alpha\in\{1,..,n) \tag{6.27} $$

gdzie:

$\delta_{\alpha\beta}$ - symbol Kroneckera.

Całkowity prąd źródła wyraża wzór:

$$ i = {}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha} + {}_{r}i_{W,n}{}_{\alpha} + {}_{s}i_{W,n}{}_{\alpha} \tag{6.28} $$

gdzie:

${}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha}$ - prąd aktywny określony wzorem (3.48),

${}_{r}i_{W,n}{}_{\alpha}$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$$ {}_{r}i_{W,n}{}_{\alpha} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{n} jB_{\alpha\beta h}\, U_{\beta h} \exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.29} $$

${}_{s}i_{W,n}{}_{\alpha}$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$$ {}_{s}i_{W,n}{}_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta 0} - {}_{e}G_{W,n}{}_{0}\,\delta_{\alpha\beta})U_{\beta 0} + $$

$$ + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta h} - {}_{e}G_{W,n}{}_{h}\,\delta_{\alpha\beta})U_{\beta h} \exp(jh\omega_0(\cdot)) \tag{6.30} $$

Prąd reaktancyjny ${}_{r}i_{W,n}{}_{\alpha}$ jest prądem (n+1) biegunnika reaktancyjnego opisanego ciągiem macierzy $\{B_{\alpha\beta h}\}$, $h\in N$ i zasilanego napięciem u źródła (rys.3.6). Prąd rozproszenia wynika z asymetrii fazowej i częstotliwościowej konduktancji odbiornika względem konduktancji zastępczych ${}_{e}G_{W,n}{}^{h}$. Prąd ten można przedstawić w postaci sumy:

$$ {}_{s}i_{W,n}{}_{\alpha} = {}_{as}i_{W,n}{}_{\alpha} + {}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha}, \tag{6.31} $$

gdzie:

$_{as}i_{W,n}{}_{\alpha}$ - prąd asymetrii określony wzorem:

$$_{as}i_{W,n}{}_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta 0} - G_0\, \delta_{\alpha\beta}) U_{\beta 0} +$$

$$+ \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{n} (G_{\alpha\beta h} - G_h\, \delta_{\alpha\beta}) U_{\beta h} \exp(jh\omega_0(\cdot)) \qquad (6.32)$$

$_{d}i_{W,n}{}_{\alpha}$ - prąd dyspersji określony wzorem:

$$_{d}i_{W,n}{}_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^{\infty} (G_0 - {}_{e}G_{W,n}{}_0) \delta_{\alpha\beta}\, U_{\beta 0} +$$

$$+ \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^{n} (G_h - {}_{e}G_{W,n}{}_h) \delta_{\alpha\beta}\, U_{\beta h} \exp(jh\omega_0(\cdot)) , \qquad (6.33)$$

przy czym:

$$G_h = \frac{P_h}{|U_h|^2} = \frac{\mathrm{Re} \sum_{\beta=1}^{n} U_{\alpha h} J^{*}_{\alpha h}}{\sum_{\alpha=1}^{n} |U_{\alpha h}|^2} . \qquad (6.34)$$

Przez G_h oznaczono konduktancje symetrycznego odbiornika, który jest równoważny rozpatrywanemu odbiornikowi ze względu na pobieraną moc czynną h-tej harmonicznej P_h. Prąd asymetrii $_{as}i_{W,n}{}_{\alpha}$ wynika z asymetrii fazowych konduktancji $G_{\alpha\beta h}$ względem konduktancji G_h odbiornika zastępczego. Prąd dyspersji $_{d}i_{W,n}{}_{\alpha}$ wynika z dyspersji częstotliwościowej konduktancji G_h odbiornika zastępczego względem konduktacji $_{e}G_{W,n}{}_h$, zatem interpretacja tego prądu jest podobna do interpretacji prądu $_{s}i_{W}$ (6.4), wyróżnionego dla obwodów jednofazowych.

Można wykazać [20], że jeśli:

- macierze $B_{\alpha\beta h}$ są symetryczne,
- zachodzi symetria iloczynu macierzy transponowanej do macierzy $G_{\alpha\beta h}$ i macierzy $B_{\alpha\beta h}$, tzn.:

$$G_{\alpha\beta h}\, B_{\alpha\gamma h} = G_{\alpha\gamma h}\, B_{\alpha\beta h} \, , \ h\in N, \ \alpha,\beta,\gamma\in\{1,..,n\}, \qquad (6.35)$$

to wszystkie składniki rozkładu (6.28), (6.31) są wzajemnie ortogonalne w sensie iloczynu skalarnego przestrzeni $W^{2,\rho}_{T,n}$. Składniki te są również ortogonalne (z wyjątkiem prądu aktywnego ${}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha}$) do napięcia źródła w sensie iloczynu skalarnego przestrzeni $L^{2}_{T,n}$. Wynika stąd, że tylko prąd aktywny ${}_{a}i_{W,n}{}_{\alpha}$ (stanowiący rozwiązanie problemu (PO.4)) jest odpowiedzialny za transport mocy czynnej P do odbiornika. Ortogonalność dekompozycji (6.28), (6.31) umożliwia konstrukcję prostopadłościanu mocy:

$$S^2_{W,n} = (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|i\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 = (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|{}_{a}i_{W,n}\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 +$$

$$+ (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|{}_{r}i_{W,n}\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 + (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|{}_{s}i_{W,n}\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 =$$

$$= {}_{a}P^2_{W,n} + {}_{r}Q^2_{W,n} + {}_{s}Q^2_{W,n} \tag{6.36}$$

$${}_{s}Q^2_{W,n} = (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|{}_{as}i_{W,n}\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 + (\|u\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2(\|{}_{d}i_{W,n}\|_{W^{2,\rho}_{T,n}})^2 =$$

$$= {}_{as}Q^2_{W,n} + {}_{d}Q^2_{W,n} \quad . \tag{6.37}$$

Moce $S_{W,n}$, ${}_{a}P_{W,n}$, ${}_{r}Q_{W,n}$, ${}_{s}Q_{W,n}$, ${}_{as}Q_{W,n}$, ${}_{d}Q_{W,n}$ nazywa się odpowiednio mocą pozorną, aktywną, reaktancyjną, rozproszenia, asymetrii i dyspersji w sensie Soboleva. Interpretacja tych mocy pokrywa się z interpretacją prądów składowych omawianej dekompozycji całkowitego prądu źródła. Moce te mogą stanowić wskaźniki oceny wymienionych prądów.

<u>Uwaga 6.8</u>

1. Jeżeli przez prąd aktywny źródła rozumieć prąd aktywny S.Fryzego dla układów wieloprzewodowych (por. Uwaga 3.7), to rozkład prądu (6.28) przyjmuje postać określoną wzorem [16]:

$$i = {}_{a}i_{\alpha} + {}_{r}i_{\alpha} + {}_{as}i_{\alpha} + {}_{d}i_{\alpha}, \qquad \alpha\in\{1,..,n\} \tag{6.38}$$

gdzie:

$_{a}i_{\alpha}$ - prąd aktywny S. Fryzego (3.54)

$_{r}i_{\alpha}$, $_{as}i_{\alpha}$, $_{d}i_{\alpha}$ - prądy: reaktancyjny, asymetrii, dyspersji, które można uzyskać zastępując we wzorach (6.29), (6.32), (6.33) konduktancję zastępczą $_{e}G_{W,n}^{h}$ (3.49) konduktancją zastępczą odbiornika w sensie S. Fryzego (3.54).

Interpretacja rozkładu (6.38) jest podobna do interpretacji wyżej omówionego rozkładu prądu źródła (6.28), (6.31).

2. Stosując założenia upraszczające odnośnie opisu odbiornika i źródła, tzn. przyjmując, że:

- układ z rys. 3.6 jest trójfazowy,
- źródło napięcia trójfazowego jest symetryczne

$u_{A}(t) = u_{B}(t-T/3) = u_{C}(t+T/3)$,

- macierze $Y_{\alpha\beta h}$ opisujące odbiornik są diagonalne,

odpowiednik rozkładu (6.38) opisano w pracach [36], [39] wzbogacając go o dodatkowy prąd $_{g}i_{\alpha}$, którego harmoniczne nie mają odpowiedników w harmonicznych napięcia źródła (por. Uwaga 6.5).

Interpretacja i właściwości wymienionych w p. 1,2 rozkładów są podobne jak rozkładu omawianego w pracy. □

Zagadnienie eliminacji prądu różnicowego $_{b}i_{W,n}{}_{\alpha}$ (6.27), czyli prądów $_{r}i_{W,n}{}_{\alpha}$, $_{as}i_{W,n}{}_{\alpha}$, $_{d}i_{W,n}{}_{\alpha}$, sprowadza się do syntezy n+1 wielobiegunnika włączanego na zaciski (1,..,n+1) odbiornika i spełniającego warunki:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} \left({}_{k}B_{\alpha\beta h} = -B_{\alpha\beta h} \right) \wedge \left({}_{k}G_{\alpha\beta h} = -\left(G_{\alpha\beta h} - {}_{e}G_{W,n}^{h}\,\delta_{\alpha\beta}\right)\right), \qquad (6.39)$$

gdzie:

$_{k}Y_{\alpha\beta h} = {}_{k}G_{\alpha\beta h} + j\,{}_{k}B_{\alpha\beta h}$ - macierze admitancyjne n+1 biegunnika kompensacyjnego dla h-tej harmonicznej.

Tak postawiony problem syntezy, jak się wydaje, nie został do chwili obecnej rozwiązany, znane są tylko pewne szczególne jego rozwiązania dla układów trójfazowych.

1. W przypadku gdy:

- źródło napięcia trójfazowego jest symetryczne,
- odbiornik opisany jest ciągiem diagonalnych macierzy admitancji $\{Y_{\alpha\beta h}\}$, $h \in N_0$, $\dim N_0 < \infty$,

eliminację prądu reaktancyjnego przeprowadza się włączając pomiędzy przewód odniesienia a przewody fazowe źródła wielobiegunnik stanowiący połączenie trzech dwójników LC w układzie gwiazdy. Eliminację prądu asymetrii przeprowadza się włączając na napięcia międzyprzewodowe źródła układ trzech dwójników LC połączonych w trójkąt [39]. Zasady doboru dwójników LC są podobne do zasad doboru tych dwójników dla układów jednofazowych (rozdz.6.1).

2. W przypadku gdy źródło napięcia jest symetryczne i nie zawiera harmonicznych o zerowej kolejności faz, eliminację prądów reaktancyjnego i asymetrii przeprowadza się za pomocą układów o identycznej strukturze jak w pkt.1. Zasady doboru dwójników LC są tu inne i opierają się na metodzie składowych symetrycznych dla harmonicznych zgodnej i przeciwnej kolejności faz napięcia źródła [95], [96].

3. Eliminację prądu dyspersji można przeprowadzić zawsze (niezależnie od uproszczeń przyjętych w pkt.1, 2), włączając na zaciski odbiornika czterobiegunnik będący układem trzech dwójników aktywnych, połączonych w gwiazdę [94]. Warunki doboru tych dwójników wynikają ze wzoru określającego prąd dyspersji (6.33) . □

Uwaga 6.9

Z porównania wzorów określających składniki rozkładów (6.28), (6.38) wynika, że:

$$ {}_{r}i_{\alpha} = {}_{r}i_{\alpha}^{W,n}, \quad {}_{as}i_{\alpha} = {}_{as}i_{\alpha}^{W,n}, \quad {}_{a}i_{\alpha} \neq {}_{a}i_{\alpha}^{W,n}, \quad {}_{d}i_{\alpha} \neq {}_{d}i_{\alpha}^{W,n}. $$

Prądy ${}_{r}i_{\alpha}$, ${}_{as}i_{\alpha}$ są eliminowalne (dla układów trójfazowych) z wykorzystaniem wielobiegunników złożonych z dwójników LC. Prądy aktywne i dyspersji (6.40) są różne, stąd wynika, że za zniekształcenia przebiegów prądu źródła jest przede wszystkim odpowiedzialny prąd dyspersji ${}_{d}i_{\alpha}^{W,n}$. Ograniczenie się do eliminacji prądów: reaktancyjnego i asymetrii jest celowe w przypadku, gdy dąży się jedynie do obniżenia wartości skutecznych prądów źródeł, pomijając problem poprawy ich kształtu (por.przykład 6.1). □

Całkowity prąd źródła z rys.5.8, którego operator impedancyjny spełnia warunki (5.34), przedstawić można w postaci wzorów [129]:

$$ i = {}_{a}i''^{W,n}_{\alpha} + {}_{r}i''^{W,n}_{\alpha} + {}_{s}i''^{W,n}_{\alpha} \qquad (6.40) $$

$$ {}_{s}i''_{W,n\alpha} = {}_{a}i''_{W,n\alpha} + {}_{d}i''_{W,n\alpha} \tag{6.41} $$

gdzie:

${}_{a}i''_{W,n\alpha}$ - prąd aktywny określony wzorem (5.40),

${}_{r}i''_{W,n\alpha}$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$$ {}_{r}i''_{W,n\alpha} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}\sum_{\beta=1}^{n} j\,{}_{z}B_{\alpha\beta h}\,E_{\beta h}\exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.42} $$

${}_{s}i''_{W,n\alpha}$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$$ {}_{s}i''_{W,n\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n}({}_{z}G_{\alpha\beta 0} - {}_{e}G''_{W,n0}\delta_{\alpha\beta})E_{\beta 0} + $$

$$ + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}\sum_{\beta=1}^{n}({}_{z}G_{\alpha\beta h} - {}_{e}G''_{W,n\beta h}\delta_{\alpha\beta})E_{\beta h}\exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.43} $$

${}_{as}i''_{W,n\alpha}$ - prąd asymetrii określony wzorem:

$$ {}_{as}i''_{W,n\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n}({}_{z}G_{\alpha\beta 0} - G_0\delta_{\alpha\beta})E_{\beta 0} + $$

$$ + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}\sum_{\beta=1}^{n}({}_{z}G_{\alpha\beta h} - G_h\delta_{\alpha\beta})E_{\beta h}\exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.44} $$

${}_{d}i''_{W,n\alpha}$ - prąd dyspersji określony wzorem:

$$ {}_{d}i''_{W,n\alpha} = \sum_{\beta=1}^{n}(G_0 - {}_{e}G''_{W,n0})\delta_{\alpha\beta}E_{\beta 0} + $$

$$ + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{\infty}\sum_{\beta=1}^{n}(G_h - {}_{e}G''_{W,n\beta h})\delta_{\alpha\beta}E_{\beta h}\exp(jh\omega_0(\cdot)), \tag{6.45} $$

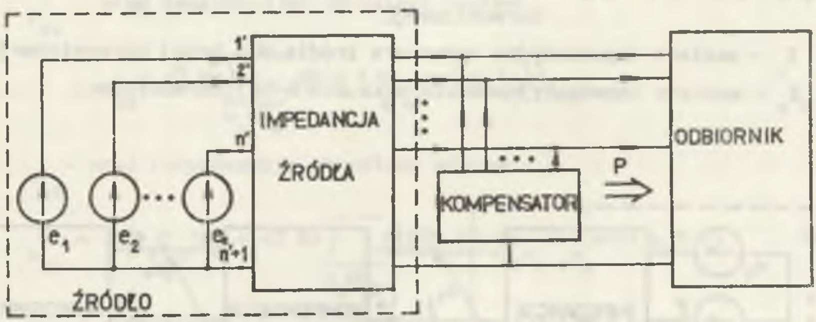
$$ G_h = \frac{{}_{ca}P_h}{|E_h|^2} = \frac{\mathrm{Re}\sum_{\beta=1}^{n} E_{\alpha h}\,{}_{a}J^{*}_{\alpha h}}{\sum_{\beta=1}^{n}|E_{\alpha h}|^2}, \tag{6.46} $$

${}_{z}Y_{\alpha\beta h} = {}_{z}G_{\alpha\beta h} + j\,{}_{z}B_{\alpha\beta h}$ - macierze admitancyjne dla h-tej harmonicznej, widziane z zacisków (1'..,n+1') źródła (rys.5.8).

Interpretacja tych prądów jest analogiczna do interpretacji prądów występujących w rozkładzie (6.28), obowiązującym dla idealnego źródła napięcia, jeśli przez "odbiornik" rozumie się układ zastępczy: impedancja źródła - odbiornik.

Prądy te (z wyjątkiem prądu reaktancyjnego) nie są względem siebie ortogonalne i nie są ortogonalne względem SEM źródła [129]. Prądy te przenoszą więc moc czynną, a konstrukcja odpowiednich prostopadłościanów mocy jest niemożliwa.

Eliminację prądu różnicowego można rozpatrywać z wykorzystaniem różnych struktur układów kompensacyjnych. (rys.6.6, rys.6.7)



Rys.6.6. Idea kompensacji równoległej.

Fig.6.6. Idea of parallel compensation

W przypadku kompensacji równoległej warunki doboru kompensatora są następujące:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} (Z_{\alpha\beta h} + ({}_0Y_{\alpha\beta h} + {}_kY_{\alpha\beta h})^{-1})^{-1} - {}_{e}G''_{W,n'\beta h}\,\delta_{\alpha\beta} = 0, \qquad (6.47)$$

gdzie:

$Z_{\alpha\beta h}$ - macierz impedancyjna operatora impedancyjnego źródła dla h-tej harmonicznej,

${}_0Y_{\alpha\beta h}$ - macierz admitancyjna odbiornika dla h-tej harmonicznej,

${}_kY_{\alpha\beta h}$ - macierz admitancyjna kompensatora równoległego dla h-tej harmonicznej.

W przypadku kompensacji szeregowej (rys.6.7) warunki doboru kompensatora opisanego w dziedzinie częstotliwości wzorami:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} \begin{aligned} U_{\alpha h} &= {}_kK_{\alpha\beta h}\,{}_0U_{\beta h} + {}_kZ_{\alpha\beta h}\,{}_0J_{\beta h} \\ J_{\alpha h} &= {}_kY_{\alpha\beta h}\,{}_0U_{\beta h} + {}_kH_{\alpha\beta h}\,{}_0J_{\beta h} \end{aligned} \tag{6.48}$$

określają równania:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0 \\ \dim N_0<\infty}} \mathbb{Z}_h + \left({}_k\mathbb{Y}_h\,{}_k\mathbb{K}_h^{-1} + {}_k\mathbb{H}_h\,{}_0\mathbb{Z}_h^{-1}\,{}_k\mathbb{K}_h^{-1}\right)^{-1} +$$

$$+ \left({}_k\mathbb{Y}_h\,\mathbb{Z}_h\,{}_k\mathbb{Z}_h^{-1} + {}_k\mathbb{H}_h\,{}_k\mathbb{Z}_h^{-1}\right)^{-1} = {}_e\mathbb{G}_h^{-1}, \tag{6.49}$$

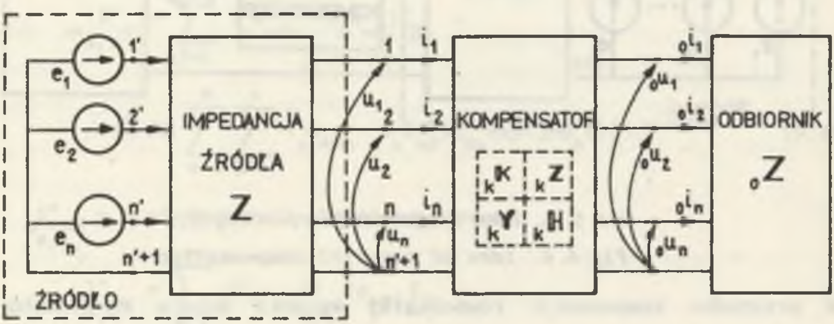
gdzie:

${}_e\mathbb{G}_h$ - macierze konduktancji zastępczych (5.41),

${}_k\mathbb{K}_h$, ${}_k\mathbb{Z}_h$, ${}_k\mathbb{Y}_h$, ${}_k\mathbb{H}_h$ - macierze immitancyjne kompensatora dla h-tej harmonicznej,

$\mathbb{Z}_h$ - macierz impedancyjna operatora źródła dla h-tej harmonicznej,

${}_0\mathbb{Z}_h$ - macierz impedancyjna odbiornika dla h-tej harmonicznej.



Rys.6.7. Idea kompensacji szeregowej

Fig.6.7. Idea of series compensation

Synteza układów kompensacyjnych opierająca się na wzorach (6.47), (6.49), o ile wiadomo, nie była do chwili obecnej rozpatrywana.

6.3. OBWODY Z PRZEBIEGAMI PRAWIE OKRESOWYMI

Zastosowania idei dekompozycji prądu źródeł, napięcia prawie okresowego, są ograniczone do obwodów z idealnymi źródłami napięcia [22], [124].

Dla układu przedstawionego na rys. 3.1 z prawie okresowym źródłem napięcia $u \in BS^{2,\rho}$ i odbiornikiem będącym dwójnikiem SLS całkowity prąd źródła można przedstawić w postaci wzoru:

$$i = {}_a i_{BS} + {}_r i_{BS} + {}_s i_{BS} \tag{6.50}$$

gdzie:

${}_a i_{BS}$ - prąd aktywny określony wzorem (3.23)

${}_r i_{BS}$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$${}_r i_{BS} = \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{\omega_h \in \Omega_0} jB(\omega_h)\, U_{B\omega_h} \exp(j\omega_h(\cdot)), \tag{6.51}$$

${}_s i_{BS}$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$${}_s i_{BS} = (G_0 - {}_e G_{BS0}) U_{B0} + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{\omega_h \in \Omega_0} (G(\omega_h) - {}_e G_{BS\omega_h}) U_{B\omega_h} \exp(j\omega_h(\cdot)), \tag{6.52}$$

$Y(\omega_h) = G(\omega_h) + jB(\omega_h)$ - admitancja odbiornika dla częstości ω_h,

$\Omega_0 = \Omega_i \cap \Omega_e$ - część wspólna widma napięcia i prądu źródła,

$$G_0 = G(\omega_h)\Big|_{\omega_h=0}, \quad {}_e G_{BS0} = {}_e G_{BS\omega_h}\Big|_{\omega_h=0}, \quad U_{B0} = U_{B\omega_h}\Big|_{\omega_h=0}.$$

Interpretacja i właściwości prądu reaktancyjnego ${}_r i_{BS}$ i rozproszenia ${}_s i_{BS}$ niczym nie różnią się od interpretacji prądu reaktancyjnego ${}_r i_W$ i rozproszenia ${}_s i_W$ przebiegów okresowych (rozdz. 6.1)

<u>Uwaga 6.10</u>

W przypadku minimalizacji wartości skutecznej prądu (por. uwaga 3.4) całkowity prąd źródła określa wzór:

$$i = {}_a i_B + {}_r i_B + {}_s i_B, \tag{6.53}$$

oraz

$${}_r i_B = {}_r i_{BS}, \qquad {}_a i_B + {}_s i_B = {}_a i_{BS} + {}_s i_{BS}. \tag{6.54}$$

Prąd ${}_a i_B$ wyraża się wzorem (3.29), natomiast prąd rozproszenia ${}_s i_B$ określa wzór:

$$ {}_s i_B = (G_0 - {}_eG_B)U_{B0} + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{\omega_h \in \Omega_0} (G_h - {}_eG_B)U_{Bh}\exp(j\omega_h(\cdot)) \,. \qquad (6.55) $$

Modyfikacja energetyczno-jakościowych właściwości obwodów wyłącznie z wykorzystaniem układów LC jest niemożliwa (por. przykład 6.1, dla przebiegów okresowych). □

Eliminację skończonej liczby harmonicznych prądu ${}_r i_{BS}$, ${}_s i_{BS}$ z wykorzystaniem dwójników reaktancyjnych i aktywnych przeprowadza się analogicznie jak w przypadku przebiegów okresowych. Wzory określające warunki doboru tych dwójników (por.(6.11), (6.12)) są również identyczne, jeśli przyjąć $\omega_h \triangleq h\omega$, $\omega_h \in \Omega_0 \subset \Omega_0$, $\dim \Omega_0 < \infty$. Możliwa jest również modyfikacja rozkładu (6.50), polegająca na uzupełnieniu go o składnik i_g (por. Uwaga 6.5). Uwzględniając powyższe spostrzeżenia łatwo zauważyć, że dekompozycja prądu idealnego, wielofazowego źródła napięcia prawie okresowego (oraz zagadnienie eliminacji prądu różnicowego źródeł) nie różni się niczym istotnym od dekompozycji prądu źródeł napięć okresowych (rozdz. 6.2).

Granica zakresu stosowalności metody dekompozycji staje się widoczna w klasie obwodów zawierających nieidealne źródła napięcia (rys. 5.9). W tym przypadku harmoniczne prądu aktywnego są przeważnie kombinacjami liniowymi wszystkich harmonicznych SEM źródła, zatem eliminacja prądów różnicowych tych źródeł z wykorzystaniem układów SLS jest możliwa tylko w bardzo szczególnych przypadkach. Zagadnienie eliminacji prądów różnicowych tych źródeł z wykorzystaniem innych klas elementów nie jest w pracy rozpatrywane.

<u>Uwaga 6.11</u>

W przypadku szczególnym obwodu z rys. 5.9, gdy operatory impedancyjne źródła i odbiornika są stacjonarne, zagadnienie dekompozycji prądu źródła oraz zagadnienie eliminacji prądu różnicowego nie różni się niczym od odpowiadających wymienionym, problemów dla obwodów z przebiegami okresowymi (por. Uwaga 5.5). □

6.4. UWAGI O MODYFIKACJI OBWODÓW Z PRZEBIEGAMI NIEOKRESOWYMI

Zagadnienie to różni się od problemów rozpatrywanych w rozdz.6.1, 6.2, 6.3, w których dekompozycja prądów źródeł i warunki doboru układów kompensacyjnych określono w terminach powszechnie stosowanej w teorii obwodów analizy częstotliwościowej i metody symbolicznej. Optymalizacja warunków pracy źródeł napięcia nieokresowego została przedstawiona (rozdz.3,5) z wykorzystaniem uogólnionej analizy widmowej wykorzystującej pojęcie bazy Hermite'a lub bazy Hermite'a-Soboleva. Baz tych w zasadzie nie wykorzystuje się w analizie i syntezie obwodów, co utrudnia bezpośrednie zastosowanie uzyskanych w poprzednich rozdziałach rezultatów do modyfikacji obwodów.

Koncepcja modyfikacji takich obwodów, oparta na zastosowaniu źródła prądowego, wprowadzającego do obwodu odpowiedni prąd różnicowy, nie ulega zmianie i może być stosowana w obwodach z nieokresowymi przebiegami prądów i napięć. Konstrukcja źródeł prądowych generujących zadane przebiegi czasowe prądów jest bardziej domeną elektroniki i teorii sterowania, niż teorii obwodów i nie jest ona w pracy rozpatrywana.

Z przedstawionego powodu w rozdziale ograniczono się do podania pewnej koncepcji modyfikacji obwodów jednofazowych (którą łatwo można uogólnić na układy wielofazowe) z wykorzystaniem układów SLS, bez dekompozycji prądów źródeł.

<u>Uwaga 6.12</u>

Pewną propozycję dekompozycji prądu idealnego źródła napięcia nieokresowego podano w pracy [36]. Całkowity prąd źródła przedstawiono w postaci sumy:

$$i = {}_a i + {}_r i + {}_s i, \tag{6.56}$$

gdzie:

${}_a i$ - prąd aktywny uzyskany w wyniku minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła (por. problem (PO.3) i Uwaga 3.5),

${}_r i$ - prąd reaktancyjny określony wzorem:

$${}_r i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} jB(\omega)U(\omega)d\omega , \tag{6.57}$$

${}_s i$ - prąd rozproszenia określony wzorem:

$${}_s i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Big(G(\omega) - {}_e G\Big) U(\omega)d\omega , \tag{6.58}$$

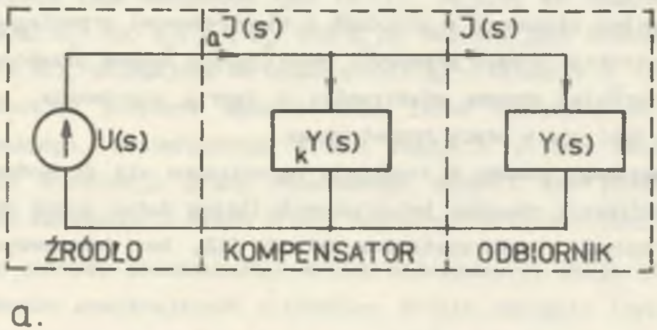
$_eG$ - konduktancja zastępcza określona wzorem (3.40),

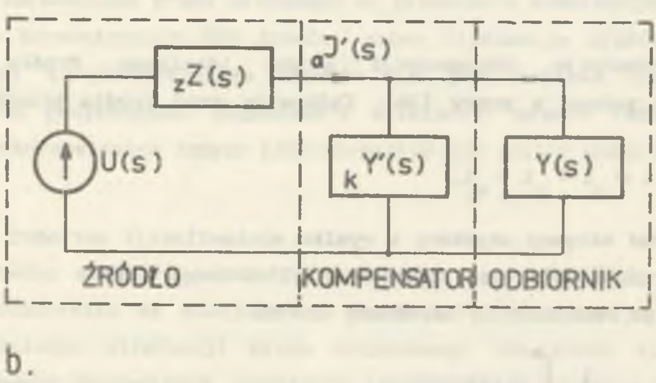
$U(\omega)$ - $\mathcal{F}$ - transformata napięcia źródła u,

$Y(\omega)=G(\omega)+jB(\omega)$ - częstotliwościowa funkcja przejścia odbiornika.

Zaproponowana metoda eliminacji prądu reaktancyjnego z wykorzystaniem dwójników reaktancyjnych może być przyczyną powstania w obwodach składowej periodycznej prądu będącej kombinacją harmonicznych odpowiadających częstościom drgań własnych dwójników LC. Ocena wpływu tej składowej na jakość kompensacji, możliwość jej wytłumienia mogą być analizowane jedynie dla konkretnych obwodów. □

Przeprowadzona koncepcja modyfikacji zostanie rozpatrzona na przykładzie obwodów przedstawionych na rys.6.8 i składa się ona z dwóch etapów.





Rys.6.8. Idea modyfikacji obwodów z przebiegami nieokresowymi

Fig.6.8. Idea of modification of system with nonperiodic waveforms

W pierwszym etapie należy hermitowskie reprezentacje napięcia u, prądów aktywnych $_ai_L$ (3.36), $_ai_{WL}$ (5.79) zastąpić takimi, których transformaty

Laplace'a są funkcjami wymiernymi. W szczególności celowe może być zastosowanie funkcji Legendre'a [120]:

$$L_h(t) = \sqrt{2\alpha(2h+1)}\, e^{-\alpha t}\, P_h(1 - e^{-2\alpha t}), \quad h \in N, \alpha > 0 \tag{6.59}$$

gdzie:

P_h - wielomian Legendre'a h-tego rzędu,

których transformaty Laplace'a mają bieguny pojedyncze rozmieszczone na ujemnej półosi liczb rzeczywistych. Skończenie wymiarowe przybliżenia funkcji $f \in W^{2,\rho}$ w bazie Hermite'a-Soboleva (oznaczone przez f^m_H, $m \in N$), można zawsze zastąpić przybliżeniami f^n_L ($n \in N$) tych funkcji względem bazy Legendre'a, gdyż:

$$\bigwedge_{\substack{\varepsilon>0 \\ f\in W^{2,\rho}}} \bigvee_{m,n\in N} \|f - f^m_H\| < \varepsilon \Rightarrow \|f - f^n_L\| < \varepsilon . \tag{6.60}$$

Transformaty Laplace'a napięcia źródła i prądów aktywnych (rys.6.8) dotyczą n-wymiarowych przybliżeń (np. w bazie Legendre'a) wymienionych funkcji. Oznaczając

$${}_{we}Y(s) = \frac{J_a(s)}{U(s)}, \quad {}_{we}Y'(s) = \frac{J'_a(s)}{U(s)} \tag{6.61}$$

admitancje ${}_kY(s)$, ${}_kY'(s)$ dwójników kompensacyjnych określają wzory:

$$Y_k(s) = {}_{we}Y(s) - Y(s)$$

$$Y'_k(s) = (({}_{we}Y'(s))^{-1} - {}_zZ(s))^{-1} - Y(s) \tag{6.62}$$

W drugim etapie należy wyznaczyć admitancje ${}_kY(s)$, ${}_kY'(s)$, co stanowi klasyczny problem syntezy, rozwiązywalny w zadanych klasach elementów SLS. Wymienione zagadnienie nie jest jednak proste, gdyż:

- przy syntezie uwzględnić należy problemy wrażliwościowe i stabilność układów kompensacyjnych,
- całkowita energia pobierana przez układ kompensacyjny powinna być możliwie mała,
- szeregi Fouriera przebiegów nieokresowych (względem bazy Hermite'a lub Hermite'a-Soboleva) są słabo zbieżne [132], [133], [134], przez co stopnie wielomianów admitancji (6.62) mogą być wysokie, co prowadzić może do złożonych struktur układów kompensacyjnych.

6.5. PODSUMOWANIE

Wyznaczone w rozdz.3,5 prądy aktywne obwodów z idealnymi i rzeczywistymi źródłami napięć okresowych i prawie okresowych stanowią podstawę przeprowadzonych dekompozycji prądów całkowitych źródeł. Składniki tych dekompozycji posiadają odmienną interpretację fizykalną, wszystkie (z wyjątkiem prądu aktywnego) są niepożądane i należy je eliminować z prądu źródła. Składniki dekompozycji prądów idealnych źródeł napięcia były zawsze wzajemnie ortogonalne. Składniki dekompozycji prądów źródeł napięcia okresowego o skończonej impedancji wewnętrznej były względem siebie nieortogonalne. Wymieniona ortogonalność prądów umożliwia konstrukcję wielu prostopadłościanów mocy, sens fizyczny tych mocy pokrywa się zawsze z interpretacją przyporządkowanych im prądów, stanowiących składniki odpowiednich dekompozycji. W układach ze źródłami rzeczywistymi konstrukcja prostopadłościanów mocy jest niemożliwa. W obwodach ze źródłami idealnymi wszystkie składniki dekompozycji są ortogonalne do napięcia źródła (z wyjątkiem prądów aktywnych) i nie uczestniczą w przesyle mocy czynnej do odbiornika. W układach ze źródłami rzeczywistymi wszystkie, z wyjątkiem prądu reaktancyjnego, składniki dekompozycji są nieortogonalne do SEM źródła i uczestniczą w przesyle mocy czynnej.

Dla układów z przebiegami okresowymi i prawie okresowymi określono warunki doboru układów służących do eliminacji niepożądanych składników prądów źródeł. Pokazano, że modyfikacja takich obwodów z wykorzystaniem układów zawierających wyłącznie elementy reaktancyjne prowadzi tylko do obniżenia wartości skutecznych prądów źródeł i nie umożliwia poprawy energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł. Poprawa tych warunków wymaga zawsze stosowania aktywnych układów kompensacyjnych.

Dla obwodów z przebiegami nieokresowymi podano prostą koncepcję doboru kompensatorów prądów różnicowych źródeł, nie opierającą się na dekompozycji prądów.

7. OPTYMALIZACYJNE METODY MODYFIKACJI OBWODÓW

Opisane w poprzednim rozdziale zagadnienia modyfikacji obwodów opierały się na dekompozycji prądów źródeł, połączonej z analizą możliwości eliminacji niektórych składników tych dekompozycji.

Inna metoda modyfikacji obwodów opiera się na optymalizacji wskaźników jakości źródeł względem zbioru parametrów kompensatorów i ich struktur. Jako wskaźniki jakości przyjmowane są najczęściej wartości skuteczne prądów oraz współczynnik mocy źródeł [31], [34], [38], [41], [70], [80], [89], [106], [110], [111], [114]. Dla obwodów z idealnymi źródłami napięć okresowych, zawierających kompensatory o zadanej strukturze (rys.7.1), rozpatrywany był problem:

$$\min_{\chi} \left(\| i + {}_k i \|_{L^2_T} \right)^2 \tag{7.1}$$

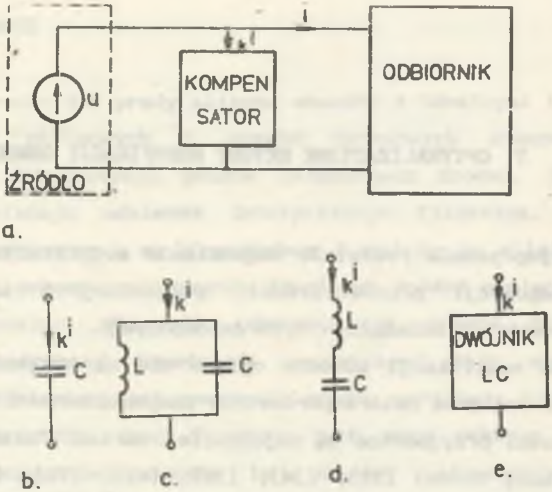
gdzie:

χ - zbiór parametrów układu kompensacyjnego,

${}_k i$ - prąd kompensatora.

Uwzględnienie wpływu impedancji źródeł na rozwiązania problemu (7.1), dotyczącego źródeł idealnych, wymaga w przypadku nieznajomości modeli źródeł i odbiorników adaptacyjnych procedur wyznaczania parametrów kompensatorów [34], [41]. Jeżeli modele te są znane lub też przeprowadzana jest ich wstępna identyfikacja, to znane są efektywne metody rozwiązywania problemów minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła rzeczywistego [110], [111]. Analiza problemów (7.1) jest bardzo trudna, gdyż:

- rozwiązania tych problemów z reguły wyznacza się metodami numerycznymi i tylko dla wąskiej grupy problemów rozwiązania istnieją w postaci zamkniętej,
- analiza warunków wystarczających minimum problemu (7.1) jest najczęściej niemożliwa metodami jakościowymi,
- realizowaność układów kompensacyjnych w różnych klasach elementów skupionych (np.LC) wymaga określenia warunków determinujących dodatnie rozwiązania problemu (7.1), które są bardzo złożone [9], [77] i jak się wydaje - nieefektywne do technicznych zastosowań.



Rys. 7.1. Typowe struktury obwodów kompensacyjnych

Fig. 7.1. Typical structure of compensators

W rozdziale rozpatrzono zmodyfikowany w stosunku do (7.1)) problem:

$$\min_{\chi} \left(\| i - {}_a i + {}_k i \|_x \right)^2 \tag{7.2}$$

gdzie:

$_a i$ - prądy aktywne określone w rozdz. 3, 5,

$\|\cdot\|_x$ - normy przestrzeni wykorzystywanych w pracy.

Problem ten rozpatrzono stosując konsekwentnie (podobnie jak w całej pracy, por. rozdz. 4) metodę:

- formalizacji problemu optymalizacji w dziedzinie czasu,
- przejścia do dziedziny częstotliwości, rozwiązania problemu i podania warunków doboru układów kompensacyjnych w tej dziedzinie.

Opierając się na określonych warunkach należy przeprowadzić syntezę układów kompensacyjnych, stanowiąca oddzielne i w zasadzie nie rozpatrywane w pracy zagadnienie (por. Uwaga 6.3).

Przedstawione poniżej zagadnienia minimalizacji prądów różnicowych źródeł (7.2) stanowią zbiór wybranych problemów ilustrujących rozpatrywaną metodę. W podobny sposób metodę tę stosować można do wielu nie rozpatrywanych w pracy obwodów i wielu różnych klas przebiegów.

Niech będzie dany obwód z rys. 7.1 z okresowym źródłem napięcia i dwójnikiem kompensacyjnym, będącym pojedynczym kondensatorem. Pojemność kondensatora określa się przez rozwiązanie problemów:

$$\min_{C}\left(\left\| i - {}_{a_W}i + {}_{k}i \right\|_{L^2_T}\right)^2 = \min_{C} \sum_{h=0}^{n} \left[(G_h - G_{e_W h})^2 + (B_h + \omega_0 hC)^2 \right] |U_h|^2, \tag{7.3}$$

$$\min_{C}\left(\left\| i - {}_{a_W}i + {}_{k}i \right\|_{W^{2,\rho}_T}\right)^2 = \min_{C} \sum_{h=0}^{n} \nabla^2_{W h} \left[(G_h - G_{e_W h})^2 + (B_h + \omega_0 hC)^2 \right] |U_h|^2, \tag{7.4}$$

gdzie:

$Y_h = G_h + jB_h$ - admitancja odbiornika dla h-tej harmonicznej,

$G_{e_W h}$ - konduktancja zastępcza (3.12),

U_h - wartości zespolone skuteczne harmonicznych napięcia źródła.

Warunki konieczne i wystarczające minimum powyższych problemów są spełnione, a rozwiązanie problemu (7.3) wyraża wzór:

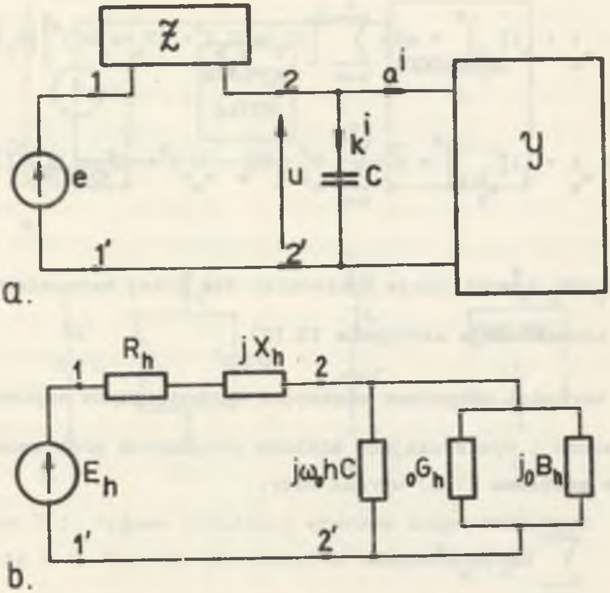
$$C = - \frac{\sum_{h=1}^{n} hB_h |U_h|^2}{\omega_0 \sum_{h=1}^{n} h^2 |U_h|^2}, \tag{7.5}$$

określający optymalną pojemność kompensującą w sensie W.Shepherda i P.Zakikhaniego [106]. Pojemność minimalizującą funkcjonał (7.4) określa wzór:

$$C_W = - \frac{\sum_{h=0}^{n} \nabla^2_{W h} B_h h |U_h|^2}{\omega_0 \sum_{h=0}^{n} \nabla^2_{W h} h |U_h|^2}, \tag{7.6}$$

który może być uważany za uogólnienie wzoru (7.5) na przypadek optymalizacji energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł. Nie zawsze wymienione problemy posiadają równocześnie rozwiązanie (w sensie $C>0$ i $C_W>0$). W sytuacji kiedy to zachodzi, można rozważać dla konkretnych obwodów alternatywnie poprawę energetycznych lub energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł pojedynczym kondensatorem.

Rozpatruje się układ przedstawiony na rys.7.2.



Rys.7.2. Pojemnościowa modyfikacja obwodu jednofazowego

Fig.7.2. Capacitive modyfication of one-phase system

Dobór optymalnej pojemności kompensacyjnej prowadzi do następujących zależności:

$$\min_{C}\left(\|i - {}_{a}i'_{W} + {}_{k}i\|_{L^2_T}\right)^2 = \min_{C}\sum_{h=0}^{n}\left[({}_{we}G_h - {}_{e}G'_{W h})^2 + {}_{we}B_h^2\right]|E_h|^2, \tag{7.7}$$

$$\min_{C}\left(\|i - {}_{a}i'_{W} + {}_{k}i\|_{W^{2,p}_T}\right)^2 = \min_{C}\sum_{h=0}^{n}\nabla^2_{W h}\left[({}_{we}G_h - {}_{e}G'_{W h})^2 + {}_{we}B_h^2\right]|E_h|^2, \tag{7.8}$$

gdzie:

${}_{we}Y_h = {}_{we}G_h + j\,{}_{we}B_h$ – admitancja układu z rys.7.2b dla h-tej harmonicznej:

$${}_{we}G_h = \frac{({}_0B_h + h\omega_0 C)^2 - ({}_0G_h^2 + ({}_0B_h + h\omega_0 C)^2)X_h}{(1 + {}_0G_h R_h - ({}_0B_h + h\omega_0 C)X_h)^2 + ({}_0G_h X_h + ({}_0B_h + h\omega_0 C)R_h)^2} \tag{7.9}$$

$${}_{we}B_h = \frac{{}_0G_h + ({}_0G_h^2 + ({}_0B_h + h\omega_0 C)^2)R_h}{(1 + {}_0G_h R_h - ({}_0B_h + h\omega_0 C)X_h)^2 + ({}_0G_h X_h + ({}_0B_h + h\omega_0 C)R_h)^2} \tag{7.10}$$

Rozwiązywanie względem zmiennej C równań:

$$\sum_{h=0}^{n}\left[\left({}_{we}G_h(C)-G'_{e_W h}\right)\frac{d\,{}_{we}G_h(C)}{dC}+\left({}_{we}B_h(C)\right)\frac{d\,{}_{we}B_h(C)}{dC}\right]|E_h|^2=0\,, \qquad (7.11)$$

$$\sum_{h=0}^{n}\nabla^2_{W h}\left(\left({}_{we}G_h(C)-G'_{e_W h}\right)\frac{d\,{}_{we}G_h(C)}{dC}+\left({}_{we}B_h(C)\right)\frac{d\,{}_{we}B_h(C)}{dC}\right)|E_h|^2=0\,, \qquad (7.12)$$

wynikłych z warunku koniecznego minimum funkcjonałów (7.7), (7.8) i analiza warunków wystarczających minimum oraz istnienia dodatnich rozwiązań tych równań możliwa jest wyłącznie metodami numerycznymi, dla konkretnych obwodów.

Należy zauważyć, że rozwiązywanie omawianego problemu w dziedzinie częstotliwości jest względnie proste. W dziedzinie czasu rozwiązanie to można uzyskać drogą rozwiązania układu równań funkcyjnych, zapisanych przykładowo dla problemu (7.8):

$$\left(\left[\sum_{k=0}^{l}\rho_k\frac{1}{T}\int_0^T\left[\frac{d}{dt^k}\left(\hat{i}-i_{e_W}\right)\right]^2 dt\right]^2\right)'_C \qquad (7.13)$$

$$u=e-\int_0^{\infty}z(\tau)\,\hat{i}(t-\tau)d\tau\,, \qquad (7.14)$$

$$\hat{i}=C\frac{du}{dt}+\int_0^{\infty}y(\tau)\,u(t-\tau)d\tau\,, \qquad (7.15)$$

gdzie:

- $u, \hat{i}$ - prąd i napięcie odbiornika z dołączonych dwójnikiem kompensacyjnym,
- ρ_k - współczynniki wagi normy $\|\cdot\|_{W^{2,\rho}_T}$,
- $'$ - symbol pochodnej Frecheta funkcjonału (7.13) względem zmiennej,
- z, y - jądra operatorów: impedancyjnego źródła i admitancyjnego odbiornika.

Optymalizację funkcjonału (7.2) można również przeprowadzać względem zbioru konduktancji $\{{}_kG_h\}$ i susceptancji $\{{}_kB_h\}$ dwójnika kompensacyjnego. W przypadku układu z idealnym źródłem napięcia i dwójnikiem kompensacyjnym SLS odpowiednie problemy optymalizacyjne opisują wzory:

$$\min_{\{{}_kG_h,\,{}_kB_h\}}\left(\|i-{}_{a_W}i+{}_ki\|_{L^2_T}\right)^2=\sum_{h=0}^{n}\left[(G_h-{}_{e_W}G_h+{}_kG_h)^2+(B_h+{}_kB_h)^2\right]|U_h|^2, \tag{7.16}$$

$$\min_{\{{}_kG_h,\,{}_kB_h\}}\left(\|i-{}_{a_W}i+{}_ki\|_{W^{2,\rho}_T}\right)^2=\sum_{h=0}^{n}{}_W\nabla_h^2\left[(G_h-{}_{e_W}G_h+{}_kG_h)^2+(B_h+{}_kB_h)^2\right]|U_h|^2. \tag{7.17}$$

Z warunków koniecznych minimum dla obydwu funkcjonałów wynika ten sam układ równań:

$$\begin{aligned} {}_kG_h &= G_h-{}_{e_W}G_h, \\ & \qquad h\in N_0\subset N,\ \dim N_0<\infty \\ {}_kB_h &= -B_h, \end{aligned} \tag{7.18}$$

gdzie:

$Y_h=G_h+jB_h$ - admitancja odbiornika dla h-tej harmonicznej.

Warunki doboru dwójnika kompensacyjnego (7.18) są więc identyczne jak warunki uzyskane metodą dekompozycji prądu źródła (rozdz. 6.1).

Uwzględnienie impedancji wewnętrznej źródła przy optymalizacji funkcjonałów (7.16), (7.17) prowadzi do następujących zagadnień:

$$\min_{\{{}_kG_h,\,{}_kB_h\}}\left(\|i-{}_{a_W}i'+{}_ki\|_{L^2_T}\right)^2=\sum_{h=0}^{n}\left[({}_{we}G_h-{}_{e_W}G'_h)^2+{}_{we}B_h^2\right]|E_h|^2, \tag{7.19}$$

$$\min_{\{{}_kG_h,\,{}_kB_h\}}\left(\|i-{}_{a_W}i'+{}_ki\|_{W^{2,\rho}_T}\right)^2=\sum_{h=0}^{n}{}_W\nabla_h^2\left[({}_{we}G_h-{}_{e_W}G'_h)^2+{}_{we}B_h^2\right]|E_h|^2, \tag{7.20}$$

gdzie:

${}_{we}Y_h={}_{we}G_h+j\,{}_{we}B_h$ - admitancja układu wraz z dołączonym dwójnikiem kompensacyjnym, widziana z zacisków SEM źródła, dla h-tej harmonicznej.

$${}_{we}G_h=\frac{({}_kG_h+G_h)+\left(({}_kG_h+G_h)^2+({}_kB_h+B_h)^2\right)R_h}{\left(1+({}_kG_h+G_h)R_h-({}_kB_h+B_h)X_h\right)^2+\left(({}_kG_h+G_h)X_h+({}_kB_h+B_h)R_h\right)^2} \tag{7.21}$$

$${}_{we}B_h=\frac{({}_kB_h+B_h)-\left(({}_kG_h+G_h)^2+({}_kB_h+B_h)^2\right)X_h}{\left(1+({}_kG_h+G_h)R_h-({}_kB_h+B_h)X_h\right)^2+\left(({}_kG_h+G_h)X_h+({}_kB_h+B_h)R_h\right)^2} \tag{7.22}$$

$_kY_h = {_kG_h} + j\,{_kB_h}$ - admitancja dwójnika kompensacyjnego dla h-tej harmonicznej,

$Y_h = G_h + jB_h$ - admitancja odbiornika dla h-tej harmonicznej,

$Z_h = R_h + jG_h$ - impedancja wewnętrzna źródła dla h-tej harmonicznej.

Warunki doboru dwójnika kompensacyjnego wynikają z warunków koniecznych minimum funkcjonałów (7.19), (7.20), są dla nich identyczne i mają postać układu równań:

$$\left({_{we}G_h}({_kG_h},\ {_kB_h}) - {_{e_W}G'_h}\right)\frac{\partial\, {_{we}G_h}({_kG_h},\ {_kB_h})}{\partial\, {_kG_h}} + {_{we}B_h}\frac{\partial\, {_{we}B_h}({_kG_h},\ {_kB_h})}{\partial\, {_kG_h}} = 0, \tag{7.23}$$

$$\left({_{we}G_h}({_kG_h},\ {_kB_h}) - {_{e_W}G'_h}\right)\frac{\partial\, {_{we}G_h}({_kG_h},\ {_kB_h})}{\partial\, {_kB_h}} + {_{we}B_h}\frac{\partial\, {_{we}B_h}({_kG_h},\ {_kB_h})}{\partial\, {_kB_h}} = 0, \tag{7.24}$$

$h \in N_0 \subset N,\quad \dim N_0 < \infty$

Powyższe równania są w szczególności spełnione, gdy:

$$\bigwedge_{\substack{h\in N_0\\ \dim N_0<\infty}} \left({_{we}G_h}({_kG_h},\ {_kB_h}) - {_{e_W}G'_h}\right) = 0 \wedge \left({_{we}B_h} = 0\right), \tag{7.25}$$

a więc przy równoczesnej eliminacji prądu reaktancyjnego $_{r_W}i'$ i prądu rozproszenia $_{s_W}i'$ źródła rzeczywistego (por. rozdz. 6.1). Wyznaczone ze wzorów (6.21) admitancje $_kY_h = {_kG_h} + j\,{_kB_h}$, $h \in N_0$, dwójnika kompensacyjnego stanowić mogą jedynie niektóre rozwiązania równań (7.23), (7.24), skąd wynika, że optymalizacyjna metoda prowadzić może do szerszego zbioru rozwiązań problemu.

Na zakończenie rozpatrzony zostanie przypadek zastosowania kondensatora parametrycznego do eliminacji prądów różnicowych źródeł, na przykładzie obwodu z idealnym źródłem napięcia okresowego (rozdz. 3). Przyjmując, że składowa stała napięcia źródła jest równa zeru (warunek konieczny i wystarczający T okresowości prądu kondensatora parametrycznego zasilanego napięciem T okresowym), a pojemność kondensatora jest T okresową funkcją czasu, wprowadza się funkcję ładunku kondensatora Q(t):

$$Q(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{h=1}^{n} Q_h \exp(jh\omega(\cdot)), \tag{7.26}$$

gdzie:

Q_h - wartości zespolone skuteczne funkcji Q.

Eliminacja prądu różnicowego źródła polega na rozwiązaniu problemu:

$$\min_{C(t)} \left(\left\| i - i_{a_W} + \frac{d}{dt} Q(t) \right\|_{W_T^{2,\rho}} \right)^2 =$$

$$\min_{\{Q_h\}} \sum_{h=1}^{n} \nabla_{W h}^2 \left| Y_h U_h - G_{e_W h} U_h + j\omega_0 h Q_h \right|^2 =$$

$$\min_{\{Q_h\}} \sum_{h=1}^{n} \nabla_{W h}^2 \left[\left((G_h - G_{e_W h} + \frac{\omega_0 h}{|U_h|^2} ({}_2Q_h C_h - {}_1Q_h D_h) \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(B_h + \frac{\omega_0 h}{|U_h|^2} ({}_1Q_h C_h - {}_2Q_h D_h) \right)^2 \right] |U_h|^2 \qquad (7.27)$$

gdzie:

$$Q_h = {}_1Q_h - j\,{}_2Q_h, \qquad Y_h = G_h + jB_h$$

$$U_h = C_h - jD_h, \qquad G_{e_W h} \text{ - określa wzór (3.12).}$$

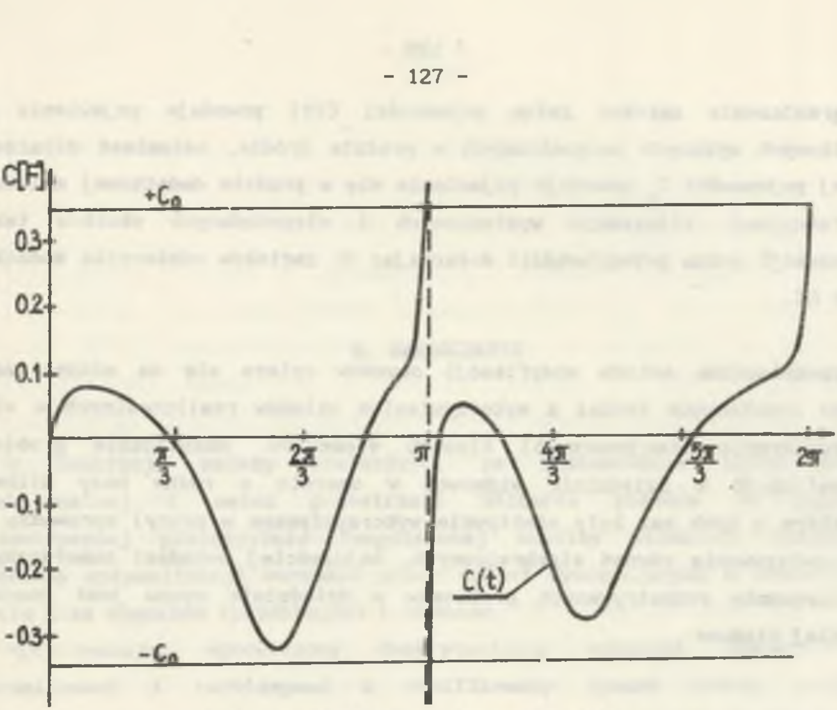
Można wykazać, że warunki wystarczające minimum funkcjonału (7.27) są zawsze spełnione oraz że funkcję Q(t) stanowiącą rozwiązanie powyższego problemu określa wzór:

$$Q(t) = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{n} \frac{(G_e - G_{e_W h}) U_h \exp(-j\frac{\Pi}{2}) - B_h U_h^*}{\omega_0 h} \exp(jh\omega_0(\cdot)) \ . \qquad (7.28)$$

Stąd poszukiwaną funkcję C(t) określa wzór:

$$C(t) = \frac{\sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{n} Q_h \exp(jh\omega(\cdot))}{\sqrt{2}\ \mathrm{Re} \sum_{h=1}^{n} U_h \exp(jh\omega(\cdot))} \ . \qquad (7.29)$$

Funkcja C(t) posiada bieguny w punktach przejścia napięcia źródła przez zero i nie jest dodatnio określona. Przykładowy przebieg czasowy pojemności kondensatora parametrycznego, służącego do minimalizacji prądu różnicowego źródła z przykładu 3.1, przedstawiono na rys. 7.3.



Rys.7.3. Wykres pojemności C(t)

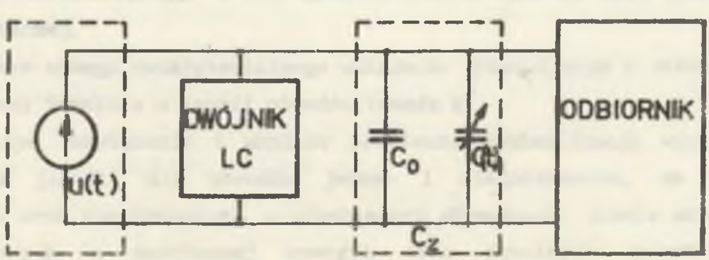
Fig.7.3. Plot of capacitance C(t)

Przybliżona fizyczna realizacja takiego kompensatora (bez wykorzystania elementów aktywnych) jest możliwa w układzie przedstawionym na rys.7.4, w którym:

$$2C_0 > {}_zC(t) = C_0 + C(t) > 0 \qquad (7.30)$$

gdzie:

${}_zC(t)$ - czasowy przebieg zmian pojemności rzeczywistego kondensatora parametrycznego.



Rys.7.4. Struktura układu kompensacji

Fig.7.4. Structure of system compensation

Ograniczenie zakresu zmian pojemności C(t) powoduje pojawienie się dodatkowych wyższych harmonicznych w prądzie źródła, natomiast dołączenie stałej pojemności C_0 powoduje pojawienie się w prądzie dodatkowej składowej reaktancyjnej. Eliminację wymienionych i niepożądanych skutków takiej kompensacji można przeprowadzić dołączając do zacisków odbiornika dodatkowy filtr LC.

Przedstawiona metoda modyfikacji obwodów opiera się na minimalizacji prądów różnicowych źródeł z wykorzystaniem układów realizowalnych w wielu (niekoniecznie stacjonarnych) klasach elementów. Rozwiązanie problemów minimalizacji w dziedzinie widmowej w oparciu o różne bazy Hilberta (niektóre z tych baz były efektywnie wykorzystywane w pracy) sprowadza się do rozwiązywania równań algebraicznych, najczęściej metodami numerycznymi. Rozwiązywanie rozpatrywanych problemów w dziedzinie czasu jest znacznie bardziej złożone.

8. ZAKOŃCZENIE

W konkluzji należy stwierdzić, że zastosowanie metod analizy funkcjonalnej i metod przestrzeni Hilberta pozwala na wspólnej, geometrycznej płaszczyźnie (uogólnionej analizy widmowej) rozwiązywać problemy optymalizacji warunków pracy źródeł występujących w obwodach dla wielu klas sygnałów (przebiegów) i obwodów.

Wykorzystując wprowadzony dwukryterialny wskaźnik jakości można formalizować i rozwiązywać w zunifikowany sposób szereg problemów optymalizacji warunków pracy źródeł. Rozwiązania tych problemów dla prostych obwodów (rozpatrywanych w pracy) uzyskać można w postaci zamkniętej; dla obwodów złożonych uzyskanie rozwiązania sprowadza się do rozwiązywania równań algebraicznych względnie prostymi i znanymi metodami numerycznymi. Również zagadnienia doboru układów eliminujących niepożądane prądy różnicowe źródeł rozpatrywać można zunifikowanymi metodami, w szczególności z wykorzystaniem metody optymalizacyjnej (rozdz.7).

Do najważniejszych zagadnień przedstawionych w pracy można zaliczyć:

- wyznaczenie prądu aktywnego S.Fryzego i jego uogólnień drogą rozwiązywania problemów optymalizacji, a nie aksjomatycznie, jak to było przyjęte do chwili obecnej,
- opracowanie nowego dwukryterialnego wskaźnika jakości wraz z zastosowaniem przestrzeni Soboleva w teorii obwodów (rozdz.2),
- analityczne rozwiązania i analizę problemów minimalizacji wymienionego wskaźnika jakości dla obwodów jedno- i wielofazowych, ze źródłami idealnymi oraz rzeczywistymi, o przebiegach okresowych, prawie okresowych, nieokresowych o skończonej energii oraz dowolnych należących do przestrzeni Hilberta (rozdz.3, 5),
- formalizację ogólnej koncepcji optymalizacji warunków pracy obwodów w przestrzeniach Hilberta wraz z ujednoliconą metodą analizy problemów optymalizacji (rozdz.4),

- efektywne zastosowanie metody dekompozycji i metody optymalizacji prądów różnicowych źródeł do modyfikacji właściwości obwodów (rozdz.6, 7),
- uogólnienie wskaźnika jakości przebiegów (aneks A).

Należy zauważyć, że uzyskane w pracy wyniki, w zakresie minimalizacji wartości skutecznej prądu rzeczywistego źródła napięcia okresowego i odkształconego, są zgodne z wynikami prac M.Siwczyńskiego [110], [111]. Opublikowana w 1991 r. praca S.Q.Suna i G.J.Hwanga [114] dotyczy najprostszego z rozpatrywanych w niniejszej pracy (szczególny przypadek problemu (PO.1), [19]) problemów minimalizacji wartości skutecznej prądu idealnego źródła napięcia okresowego.

Zaproponowana metoda i uzyskane rezultaty mogą znaleźć zastosowanie nie tylko w teorii obwodów, ale również w technice, w szczególności - jak się wydaje - elektroenergetyce.

ANEKS A

UOGÓLNIONY WSKAŹNIK JAKOŚCI

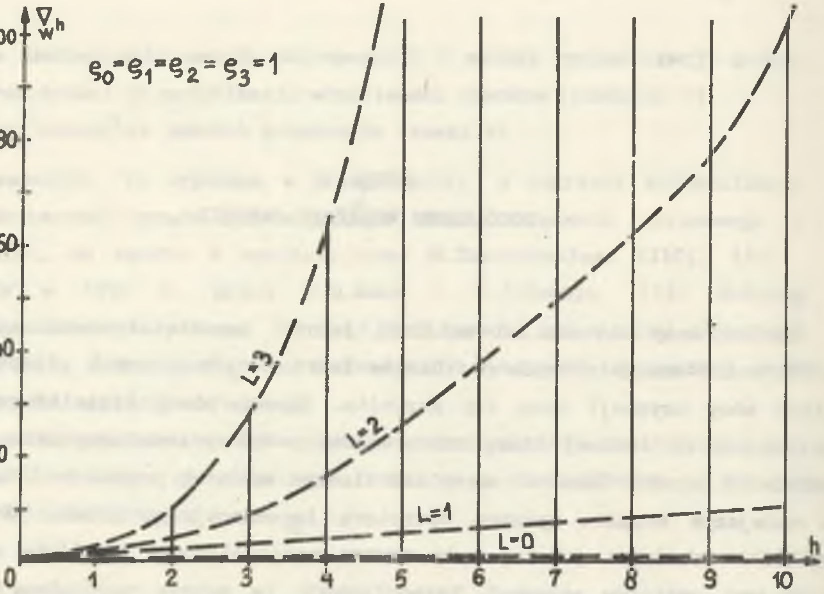
Zdefiniowany w rozdz. 2.1 wskaźnik jakości umożliwiał równoczesną ocenę właściwości energetycznych przebiegów (wartości skutecznych przebiegów lub strat mocy czynnej) oraz ich kształtu. Sposób oceny kształtu przebiegów należących do zadanej klasy zdeterminowany był przede wszystkim postacią wskaźnika jakości (kwadrat normy lub iloczyn skalarny przestrzeni Soboleva), w mniejszym stopniu wpływem operatora impedancyjnego źródła. W efekcie wartości wskaźnika jakości były zawsze monotonicznymi i silnie rosnącymi funkcjami udziałów wyższych harmonicznych (w sensie uogólnionej analizy harmonicznej) w przebiegach. Przykładowo, dla przebiegów okresowych i odkształconych wskaźnik ten określa wzór (por. wzory (2.5), (3.5), (2.8)):

$$\|f\|_{W_T^{2,\rho}} = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} |F_h|^2_W} = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} \nabla^2_{W^h} |F_h|^2} . \tag{A.1}$$

Przebieg funkcji dyskretnej ∇_{W^h} pokazano na rys. 1 dla różnych rzędów l (l=0, 1, 2, 3) maksymalnej pochodnej uwzględnionej w normie przestrzeni Soboleva.

Wyróżnione w wyniku minimalizacji tego wskaźnika prądy aktywne miały zawsze kształt zbliżony do kształtu harmonicznej widma o najniższym numerze występującym w widmie napięcia źródła. Taki sposób oceny (wyróżniania optymalnego kształtu) przebiegów nie zawsze musi być zadowalający, gdyż winien on wynikać z technicznych warunków pracy źródeł, określających pożądane kształty przebiegów prądów i napięć źródeł.

Przedstawiona propozycja modyfikacji wskaźnika jakości ma na celu takie jego uogólnienie, by uwypuklał on w sposób w zasadzie dowolny wpływ zadanego zbioru harmonicznych przebiegu. Modyfikacja taka przedstawiona zostanie dla obwodów z przebiegami okresowymi i odkształconymi, chociaż jej idea pozostaje słuszna również dla innych klas przebiegów (w tym rozpatrywanych w pracy) tworzących przestrzenie Hilberta.



Rys. 1. Funkcja ∇_{w^h}

Fig. 1. The function ∇_{w^h}

Zmodyfikowany wskaźnik jakości W przedstawia się [135] w dziedzinie częstotliwości w postaci wzoru:

$$W = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} \zeta(h)\,|F_h|^2}\ , \tag{A.2}$$

gdzie:

F_h - wartości zespolone skuteczne harmonicznych przebiegu $f \in L^2_T$,

ζ - funkcja rzeczywista zmiennej $\omega \in R^+$, określona wzorem:

$$\zeta(\omega)=A+B(\omega), \quad A \in R^+\ , \tag{A.3}$$

przy czym:

$$\sup_{\omega \in R^+} \zeta < \infty \tag{A.4}$$

$$\zeta(h) = \zeta(\omega)\big|_{h\omega_0}\ , \quad h \in N\ . \tag{A.5}$$

Funkcjonał W^2

$$W^2 = A\sum_{h=0}^{\infty}|F_h|^2 + \sum_{h=0}^{\infty} B(h)\,|F_h|^2\ , \tag{A.6}$$

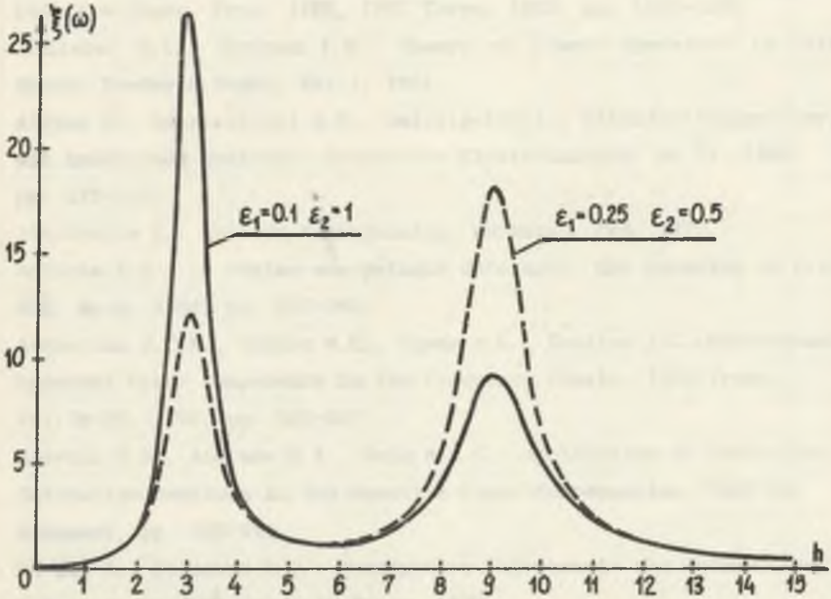
umożliwia ocenę wartości skutecznej przebiegów z wagą A, natomiast sposób oceny kształtu przebiegu jest zdeterminowany doborem funkcji wagowej B(h).

Przykład

Załóżmy, że wskaźnik jakości (A.2) winien być silnie zależny od udziałów trzeciej i dziewiątej harmonicznej przebiegu okresowego i odkształconego. Przyjmując, że:

$$B(\omega) = \omega\left[\frac{1}{(\omega-3)^2+\varepsilon_1} + \frac{1}{(\omega-9)^2+\varepsilon_2}\right], \qquad \varepsilon_1>0,\ \varepsilon_2>0,\ A=05$$

przebieg funkcji ζ przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Funkcja ξ

Fig. 2. The function ξ

Rozwiązanie problemu (PO.1) (rozdz. 3.1) ze wskaźnikiem (A.1), w którym funkcję ζ określa powyższy wzór, daje prąd aktywny o małej zawartości trzeciej i dziewiątej harmonicznej, gdyż:

$$G_{e_W h} \sim \zeta(h)^{-1}. \qquad \square$$

Przy założeniu, że:

$$\text{supp}\ \zeta(\omega) < \infty \tag{A.7}$$

możliwe jest odtworzenie wskaźnika W w dziedzinie czasu, bez wykorzystania operatorów różniczkowych, zgodnie ze wzorem:

$$W = \frac{\Lambda}{T}\int_0^T f^2(t)dt + \frac{2}{T}\int_0^T\int_0^T K(t,\tau)f(t)f(\tau)dtd\tau \;, \qquad (A.8)$$

gdzie:

$$K(t,\tau) = \sum_{h=0}^{\infty} B(h\omega_0)\cos h\omega_0(t-\tau) \;, \qquad (A.9)$$

co umożliwia bezpośrednią jego identyfikację bez stosowania analizy widmowej.

LITERATURA

1. Adams R.A.: Sobolev Spaces. New York, Academic Press, 1975.
2. Akagi H., Kanazava V., Nobaoe A.: Generalized Theory of the Instantanous Reactive Power. Proc. JIEE, IPEC Tokyo, 1983, pp. 1375-1386.
3. Akhiezer N.I., Glazman I.M.: Theory of Linear Operators in Hilbert Space. Frederik Ungar, Vol.1, 1961.
4. Aleksa D., Adasealitzei A.S.: Selbstgeführter Blindleistungsstromrichter mit induktivem Speicher. Archiv für Elektrotechnik, Bd 71, 1988, pp. 115-119.
5. Alexiewicz A.: Analiza funkcjonalna. Warszawa, PWN, 1975.
6. Antoniu I.S.: Le régime energetique deformant. Une question de priorité, RGE, No.6, 1984, pp. 357-362.
7. Asquerino J.C.M., Ibanez M.C., Ojeda A.L., Benitez J.G.:Measurement of Apparent Power Compenents in the Frequency Domain. IEEE Trans., Vol.IM-39, 1990, pp. 583-587.
8. Azevado H.R., Andrade D.A., Reis A.K.C.: Application of Controlled Saturation Reaktors in the Reactive Power Compensation. PEMC'90, Budapest, pp. 940-941.
9. Berman A., Plemmons R.J.: Nonnegative Matrices in the Mathematical Sciences. London, Academic Press, 1979.
10. Bertsekas D.P.: Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods. New York, Academic Press, 1982.
11. Besicovitch A.S.: Almost Periodic Functions. London, Cambridge University Press, 1955.
12. Błajszczak G., Varjasi I.: Microprocessor Controlled Fast Reactive Power Compensator. PEMC'90, Budapest, pp. 945-946.
13. Błajszczak G.:High Quality Compensations of Fictitious Power. PEMC'90, Budapest, pp. 364-368.
14. Bolikowski J.: Synteza systemu mikroprocesorowego do pomiaru wielkości elektrycznych o analogowych przetwornikach wejściowych. Monografia, ZN WSI, Zielona Góra, Z.39, 1987.

15. Budeanu C.: Puissances réactives et fictives. RGE, T.XXIII, 1928, pp. 762-773.

16. Brodzki M., Pasko M.: Definicje pewnych mocy dla układów wielozaciskowych o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne, No.35, Z.5, 1987, ss.31-34.

17. Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.:Propozycja nowego wskaźnika jakości energii elektrycznej dla układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi. XI SPETO, 1988, ss.255-266.

18. Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Ortogonalny rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym, w przestrzeni Sobolewa. XI SPETO, 1988, ss. 267-275.

19. Brodzki M., Walczak J., Umińska-Bortliczek M., Pasko M.: Optimierung eines Vorgeschlageren neuen Qualitetsfaktors Elektrischer Energie. 33 Int. Wiss. Symp., Ilmenau, 1988, pp. 63-66.

20. Brodzki M., Walczak J.: O pewnym sposobie oceny prądów odkształconych odbiorników wielozaciskowych, wykorzystującym pojęcie przestrzeni Soboleva. XI SPETO, 1988, ss. 213-231.

21. Brodzki M., Walczak J.: Analiza właściwości energetycznych układów dwuzaciskowych z przebiegami odkształconymi w pewnych przestrzeniach funkcji prawie okresowych. Konstrukcja wskaźnika jakości przebiegów odkształconych. XII SPETO, 1989, ss. 40-55.

22. Brodzki M., Walczak J.: Rozwiązanie problemu minimalizacji wskaźnika jakości i ortogonalny rozkład prądu odbiornika. XII SPETO, 1989, ss.55-62.

23. Brodzki M., Walczak J.: Nowe definicje mocy w układach elektrycznych z przebiegami odkształconymi, wykorzystujące pojęcie przestrzeni Soboleva. XII KKTOiUE, 1989, ss.115-120.

24. Brodzki M., Walczak J.: O związku teorii mocy uprawianej dla pojedynczych odbiorników energii elektrycznej z przestrzeniami Hilberta. XIII SPETO, 1990, ss. 261-273.

25. Brodzki M., Walczak J.: O nekotorom voprose energetičeskogo i kačestvennego analiza v teorii električeskich setej. JVUZ, SSSR, No 2, 1992.

26. Brodzki M., Walczak J.: Vopros opredelenija aktivnych tokov prijemnikov elektroenergii. JVUZ, SSSR, No 3, 1992.

27. Chen W.K.: Theory and Design of Broadband Matching Networks. Cambridge, Pergamon Press, 1976.
28. Choe G.H., Park M.H.: A New Injection Method for AC Harmonic Elimination by Active Power Filters. IEE Trans. Ind. Electron, No 1, 1986, pp.141-147
29. Cholewicki T.: Rodzaje mocy przy przebiegach odkształconych. Obecny stan badań. Przegląd Elektrotechniczny. No.3, 1980, ss.99-102.
30. Czarnecki L.S.: Ortogonalne składniki prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.86, Gliwice 1983, ss.5-17.
31. Czarnecki L.S.: Pojemnościowo-indukcyjna kompensacja mocy biernej obwodów z przebiegami odkształconymi. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.86, Gliwice 1983, ss.18-23.
32. Czarnecki L.S.: An Orthogonal Decomposition of the Current of Nonsinusoidal Voltage Source Applied to Nonlinear Loads. Int.Journ. on Circuit Theory and.Appl., Vol.11, 1983, pp.235-239.
33. Czarnecki L.S.: Additional Discusion to "Reactive Polwer under Nonsinusoidal Conditions". IEEE Trans., Vol PAS-102, 1983, pp.1023-1024
34. Czarnecki L.S.: Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi. Monografia, ZN Pol.Śl.Elektryka, Z.91, Gliwice, 1984
35. Czarnecki L.S., Lasicz A.: Ortogonalny rozkład prądu odbiornika zasilanego napięciem nieokresowym. X SPETO 1987, ss.111-119.
36. Czarnecki L.S.: Ortogonalny rozkład prądu źródła napięcia odkształconego zasilającego asymetryczny, nieliniowy, odbiornik trójfazowy. X SPETO, 1987, ss.131-141
37. Czarnecki L.S.: What is Wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Power and Why it should be Abandoned. IEEE Trans., Vol.IM-36, 1987, pp.834-837
38. Czarnecki L.S.: Minimization of Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions. IEEE Trans., Vol.IM-36, 1987, pp.18-22.
39. Czarnecki L.S.: Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-Phase Circuits under Nonsinusoidal Conditions. IEEE Trans., Vol.IM-38, 1989, pp.839-841.
40. Czarnecki L.S.: Correspondence:"Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents". IEE Proc.Pt.B, Vol.137, 1990, pp.194-195.

41. Czarnecki L.S.: A Time Domain Approach to Reactive Current Minimization in Nonsinusoidal Situations. IEEE Trans., Vol. IM-39, 1990, pp.688-702.
42. Darrieus G.: Puissance réactive et action, RGE, No 9, 1970, pp.701-707.
43. Demirijan K.S.: Reaktivnaja ili obmiennaja mosčnost. IAN SSSR; Energetika i Transport, No 2, 1984, ss.66-81.
44. Desoer C.A.: The Maximum Power Transfer Theorem for n-Ports. IEEE Trans., Vol.CT-20, 1979, pp.328-330.
45. Depenbrock M.: Wirk- und Blindleistung. ETG Fachtung "Blindleistung", Aachen, Oct.1979, pp.17-63.
46. Doulai P., Ledwich G.: Microcontroller Based Strategy for Reactive Power Control and Distortion Compensation. IEE Proc., Pt.B, Vol.137, 1990, pp.364-372.
47. Erlicki M.S., Emanuel-Eigels A.: New Aspects of Power Factor Improvement. IEEE Trans., Vol.IGA-4, 1968, pp.441-445.
48. Emanuel E.A.: Suggested Definition of Reactive Power in Nonsinusoidal Systems, and Repply. IEE Proc., Vol.121, 1974, pp.705-706, 741-747.
49. Emanuel E.A.: Energetical Factors in Power Systems with Nonlinear Loads. Archiv fur Elektrotechnik, No 59, 1977, pp.183-189.
50. Emanuel E.S.: Powers in Nonsinusoidal Situations. A Review of Definitions and Physical Meaning. Discussion by L.S.Czarnecki, Worcester Polytechnic Institute, Worcester, Massachusetts, 1990, pp.1-12.
51. Emanuel E.A.: Correspondence: "Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or Currents. IEE Proc, Pt.B, No 3, 1990, p.194.
52. Enslin J.H.R., Van Wyk J.D.: Measurement and Compensation of Fictitious Power under Nonsinusoidal Voltage and Current Condition. IEEE Trans., Vol IM-37, 1988, pp.403-408.
53. Filipski P.S.: A New Approach to Reactive Current and Reactive Power Measurement in Nonsinusoidal Systems. IEEE Trans, Vol.IM-29, 1980, pp.423-426.
54. Filipski P.S.: The Measurement of Distortion Current and Distortion Power. IEEE Trans., Vol.IM-38, 1984, pp.36-40.
55. Filipski P.S.: Comments on "Measurement and Compensation of Fictitious Power under Nonsinusoidal Voltage and Current Conditions". IEEE Trans., Vol.IM-38, 1989, pp.837-839.

56. Filipski P.S.: Correspondence: "Power Components in Systems with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents". IEE Proc., PT.B, Vol.136, 1988, p.90.
57. Fischer H.D.: Bemerkungen zu Leistungsbegriffen bei Strommem und Spannungen mit Oberschwingungen. Archiv fur Elektrotechnik, No 64, 1982, pp.289-295.
58. Fodor G., Tevan G.: Powers and Compensation in Networks in Periodic State. Archiv für Elektrotechnik, No 65, 1982, pp.27-33.
59. Franks L.E.: Teoria sygnałów. Warszawa, PWN, 1975
60. Fryze S.: Wirk, -Blind, und Scheinleistung in Elektrisch Stromkreisen mit nichsinusformigen Verlauf vom Strom und Spannung. ETZ, Bd.53, 1932, pp.596-599, 625-627, 700-702.
61. Fryze S.: Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki. Wrocław, PWN 1960.
62. Geyer H.: Wirkleistungs definition und Speicher energiebedarf zur kompensation von Netzruckwirkungen. ETZ Archiv, Bd.6, 1979, pp.115-121.
63. Jańczak J.: Opracowanie kompensatora mocy odkształcenia. X Symp. Elektrotechniki i Energoelektroniki, Zielona Góra, 1988, ss.98-107.
64. Karpowicz J.: Falownik napięcia bezpośrednio kształtujący prąd wyjściowy jako kompensator mocy biernej. X Symp. Elektrotechniki i Energoelektroniki, Zielona Góra, 1988, ss.93-96.
65. Kimbark E.W.: Direct Current Transmission. Willey - Interscience, New York, 1971.
66. Kohata N., Shiota T., Atoh S., Nabaoe A.: Compensator for Harmonics and Reactive Power using Static Induction Thyristors. II ECPEA'87, Grenoble, pp.1265-1270.
67. Komlev V.P., Malafaeev S.J.: O statističeskom podchode k analizu energetičeskich charakteristik nelinejnych električeskich cepej. IVUZ, Energetika, No 9, 1984, ss.33-36.
68. Kudrewicz J.: Częstotliwościowe metody w teorii nieliniowych układów dynamicznych. Warszawa, WNT, 1976.
69. Kulesza W.: Rozkład prądu i napięcia na składowe ortogonalne i wynikające z niego kryteria kompensacji mocy oraz ich analiza dla obwodów ze źródłami przebiegów odkształconych o skończonej impedancji. ZN Pol.Łódzkiej, Elektryka, Z.80, 1988, ss.123-137.
70. Kusters N.L., Moore W.J.M.: On the Definition of Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions. IEEE Trans., vol.PAS-99, 1980, pp.1845-1854.

71. Krasnosel'skij M.A.: Geometričeskije metody nelinejnogo analiza. Moskva, Nauka, 1975
72. Krasnosel'skij M.A., Lifsic F.A., Sobolev A.V.: Pozitivnyje linejnyje sistemy. Moskva, Nauka, 1985
73. Ladvańszky J., Baranayi A.: On Power Matching of Nonlinear Resistive Sources. ECCTD'85, Praque, pp.186-188
74. Ladvańszky J.: On the Extension of the Nonlinear Resistive Maximum Power Theorem. 8-th Int.Coll. on Microwave Comm., Budapest, 1986, pp.251-252.
75. Ladvańszky J.: Maximum Power Theorem. A Describing Function Approach. ECCTD'87, Paris, pp.35-40.
76. Ladvańszky J.: Maximum Power Transfer in Weakly Nonlinear Circuits. ISCAS'88, Budapest, pp.2723-2726.
77. Lin P.: Competitive Power Extraction from Linear n-Ports. IEEE Trans., Vol.CAS-32, 1985, pp.185-191.
78. Lista G., Savino M., Trotta A.: Definizione e misura delle potenze non attive in sistemi ellettrici od onde deformate. I.Teoria Generale, II. Strumento di misura, L'Energia Elettrica. No 7, 8, 1988, pp.341-352, 353-358.
79. Maurin K.: Analiza. Cz.I, Warszawa. PWN, 1971.
80. Mayer D., Pav D.: Prispevek ke kompenzaci trójfazoveho nielinearnino spotrebice. Elektrot.Obzor, No 77, 1988, pp.75-78.
81. Michajlov F.A.: Teorija i metody issledovanija nestacjonarnych nelinejnych sistem. Moskva, Nauka, 1986.
82. Micu E., Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems. IEE Proc., Vol.120, 1973, p.796.
83. Nastran J., Cajhen R., Seliger M.: Activ a Power Filter for Nonlinear Loads. PEMC'90, Budapest, pp.359-363.
84. Nedelcu V.N.: Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems, and Repply. IEE PRoc., Vol.121, 1974, pp.389-392.
85. Nowomiejski Z.: Uogólniona teoria mocy. ZN.Pol.Śl. Elektryka, Z.46, Gliwice 1974.
86. Nowomiejski Z.: Generalized Theory of Electric Power. Archiv fur Elektrotechnik, No 63, 1981, pp.177-182.
87. Ogorzałek M.J.: Drgania chaotyczne w autonomicznych obwodach elektrycznych. Monografia, ZN.AGH, Z.20, Kraków 1991.
88. Ossowski S.: Formuła optymalizacyjna syntezy obwodów pasywnych. XII SPETO, 1989, ss.338-345.

89. Page C.H.: Reactive Power in Nonsinusoidal Situations. IEEE Trans., Vol.IM-29, 1980, pp.420-423.
90. Pasko M., Umińska-Bortliczek M., Walczak J.: Ilościowa analiza porównawcza wybranych rozkładów ortogonalnych prądów odbiorników trójfazowych w przestrzeniach funkcji okresowych. XII SPETO, 1989, ss.462-473.
91. Pasko M., Walczak J.: A Synthesis of Compensation Systems of Current Reaktance Component of Two-Terminal Receiver with Deformed Voltage Supply. XIV Int.Conf."Math.Optim.- Theory and Appl.", Eisenach, 1989, pp.187-190.
92. Pasko M.: Dobór dwójników kompensujących składową reaktancyjną prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. XII SPETO, 1989, ss.362-374.
93. Pasko M., Walczak J.: Układ do zadawania ustalonego kompromisu pomiędzy minimum wartości skutecznej a minimum zniekształceń prądu. Zgłoszenie patentowe: P-287573, 1990.
94. Pasko M., Walczak J.: Układ do symetryzacji i minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła napięcia odkształconego, zasilającego odbiornik liniowy. Zgłoszenie patentowe: P-287181, 1990.
95. Pasko M.: Synteza układów kompensacyjnych dla pewnych klas układów trójfazowych. XIII SPETO, 1990, ss.350-360.
96. Pasko M.: Symetryzacja odkształconych prądów źródła trójfazowego zasilającego niesymetryczny odbiornik. XIII SPETO, 1990, ss.317-329.
97. Pasko M., Walczak J.: Metoda syntezy układów kompensacji składowej reaktancyjnej prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym. ZN Pol.Śl. Elektryka, Z.107, Gliwice 1991, ss.96-111.
98. Pentegorov J.V., Bezgačin N.J.: Teorema o reaktivnoj mosčnosti dwuch i četyrjoch poljosnikov. Techn.Elektrodinamika, No.2, 1984, ss.21-27.
99. Pillet E.: Sur la généralisation de la notion de puissance réactive. RGE, No.5, 1982, pp.317-323.
100. Pillet E.: Commentaires sur l'article précédent. RGE, No.6, 1984, p.363.
101. Rao M.M.: Real and Stochastic Analysis. New York, J.Wiley 1986.
102. Rohrer R.A.: Optimal Matching: A New Approach to the Matching Problem for Real Time - Invariant One Port Networks. IEEE Trans., Vol.CT-15, 1968, pp.118-124.

103. Sandberg I.W.: Integral Representations for Linear Maps. IEEE Trans. on CAS, Vol.35, 1988, pp.536-544.

104. Sawicki J.: Messmetodem zur Bestimmung der Blindleistung nach Budeanu bei verzerrten Strom- und Spannungskurven, Archiv für Elektrotechnik. Bd.69, 1986, pp.227-238.

105. Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems. IEE Proc., Vol.119, 1972, pp.1361-1362.

106. Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems. IEE Proc., Vol.120, 1973, pp.796-798.

107. Sharon D.: Reactive Power Definition and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems. IEE Proc., Vol.120, 1973, pp.704-706.

108. Sharon C.: Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems. IEE Proc., Vol.121, 1974, p.108.

109. Siwczyński M.: Teoria mocy sygnałów spróbkowanych. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.98, 1985, ss.17-28.

110. Siwczyński M.: Optymalizacja warunków energetycznych rzeczywistego źródła napięcia metodami analizy funkcjonalnej. XIII SPETO, 1990, ss.275-293.

111. Siwczyński M., Kłosiński R.: Algorytmy minimalizacji warunkowej kwadratów strat energii w rzeczywistym źródle napięcia. XIV SPETO, 1991, ss.85-91.

112. Slonim N.A., Van Wyk J.D.: Power Components in Systems with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents Conditions. IEE Proc., PtB., Vol.135, 1988, pp.76-84.

113. Slonim N.A., Van Wyk J.D.: Correspondence "Power Components in a Systems with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltages and/or currents". IEE Proc., PtB, Vol.137, 1980, pp.195-196, Vol.136, 1989, pp.90-91, Vol.137, 1990, pp.335-336.

114. Sun S.Q., Hwang G.J.: Decomposition of Czarnecki Reactive Current and Reactive Power. IEE Proc., PtB, Vo.138, 1991, pp.125-128.

115. Sun S.Q., Hwang G.J.: On the Meaning of Nonsinusoidal Active Currents. IEEE Trans., Vol.IM-40, 1991, pp.36-38.

116. Stec K., Topór-Kamiński L.: Zastosowanie rezystancji parametrycznych do poprawy współczynnika mocy. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.103, 1988, ss.63-69.

117. Tan O.T., Hartana R.K.: Comments on "Minimization on Reactive Power under Nonsinusoidal Conditions". IEEE Trans., Vol.IM-37, 1988, pp.328-330.

118. Tonkal V.E., Zidkov V.Ja.: Ocenka energetičeskich processov v nelinejnych cepjach na osnove obmiennoj energii. IAN, Energetika i Transport, No.6, 1988, ss.146-150.

119. Tonkal V.E., Eujkov V.Ja., Denisjuk S.P.: Primenenie ponjatija energii dlja analiza energetičeskich processow v sistemach s ventil'nymi preobrazowateljami. Električestvo, No 7, 1987, ss.36-38.

120. Young T.Y., Huggins W.H.: Complementary Signals and Orthogonalized Expotentials. IRE Trans., Vol. CT-9, 1962, pp.362-370.

121. Walczak J., Brodzki M., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Układ do pomiaru wskaźnika jakości energii elektrycznej. Zgłoszenie patentowe: P-268960, 1987.

122. Walczak J., Pasko M.: Układ do minimalizacji strat mocy czynnej na doprowadzeniu do odbiornika. Zgłoszenie patentowe: P-275871, 1988.

123. Walczak J., Pasko M.: O pewnym sposobie syntezy dwójników pasywnych LC. XII SPETO, 1989, ss.463-474.

124. Walczak J.: An Analysis of Energetistic Properties of Two-Terminal Receivers with Application of Quality Indices of Deformed Currents. XIV Int.Conf "Math.Optim.- Theory and Appl.", Eisenach, 1989, pp.257-260.

125. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: Rozkład ortogonalny prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym i prawie okresowym. XIII SPETO, 1990, ss.331-341.

126. Walczak J.: Rozkład prądu odbiornika dwuzaciskowego zasilanego napięciem odkształconym z rzeczywistego źródła napięcia. XIII SPETO, 1990, ss.295-308.

127. Walczak J.: O dekompozycji prądu rzeczywistego źródła napięcia i możliwościach jej ortogonalizacji. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.122, 1991, ss.38-51.

128. Walczak J.: Optymalizacja warunków pracy rzeczywistych trójfazowych źródeł napięć odkształconych. Wyznaczenie prądu aktywnego źródła. ZN Pol.Śl., Elektryka, Z.122, 1991, ss.125-145.

129. Walczak J.: Optymalizacja warunków pracy rzeczywistych trójfazowych źródeł napięć odkształconych. Dekompozycja prądu źródła. ZN Pol.Śl. Elektryka, Z.122, 1991, ss.148-157.

130. Walczak J., Pasko M.: Interpolacyjna metoda syntezy funkcji rzeczywistych. ZN Pol.Śl.Elektryka, Z.122, 1991, ss.8-19.

131. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: Minimalizacja prądu idealnego źródła napięcia nieokresowego zasilającego odbiornik dwuzaciskowy. XIV SPETO, 1991, ss.93-100.

132. Walczak J.: Optymalizacja energetycznych warunków pracy rzeczywistego źródła napięcia nieokresowego o skończonej energii. XIV SPETO, 1991, ss.101-109.

133. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: Optymalizacja energetyczno-jakościowych warunków pracy idealnych źródeł napięcia nieokresowego o skończonej energii. XIV SPETO, 1991, ss.111-121.

134. Walczak J.: Analiza energetyczno-jakościowych warunków pracy rzeczywistego źródła napięcia nieokresowego o skończonej energii. XIV SPETO, 1991, ss.123-128.

135. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: Dwukryterialny wskaźnik jakości energii elektrycznej. Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Jakość energii elektrycznej" Spała 1991.

136. Willems J.L.: Correspondence: "Power Components with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents". IEE Proc., PtB, Vol 137, 1990, p.334.

137. Wyatt J.L.Jr.: Nonlinear Dynamic Maximum Power Theorem. IEEE Trans., Vol.CAS-35, 1988, pp.536-566.

138. Wyatt J.L.Jr., Chua L.O.: Nonlinear Resistive Maximum Power Theorem with Sollar Cell Application. IEEE Trans., Vol.Cas-30, 1983, pp.824-828.

139. Ziemer W.P.: Weakly Differentiable Functions. New York, Springer, 1988.

140. Zinovev G.S.: O reaktivnoj mosčnosti električeskich cepej. JAN SSSR, Energetika i Transport, No 4, 1986, ss.80-86.

141. Zarkov F.P.: Ob odnom sposobie opredelenija reaktivnoj mosčnosti. JAN SSSR, Energetika i Transport, No 2, 1984, ss.66-72.

142. Zezelenko J.V.: Vyssie garmoniki v sistemach elektrosnabzenija pom-predprijatij. Moskva, Energoatomizdat, 1984.

OPRACOWANIA NIEPUBLIKOWANE ORAZ PRACE ZŁOŻONE DO REDAKCJI

*1. Walczak J. (współautor): Raport z pracy NB:CPBR 5.7. Teoria obwodów. 3.9.27II/1987.

*2. Walczak J. (współautor): Raport z pracy NB:RPBP 0.27/II 3.2.1/1988.

*3. Walczak J. (współautor): Raport z pracy NB:RPBP 0.27/II 3.2.1/1989.

*4. Walczak J. (współautor): Raport z pracy NB:RPBP 0.27/II 3.2.1/1990.

*5. Walczak J. (współautor): Raport z grantu MEN:G-515/RE-3/1991.

*6. Walczak J., Pasko M.: A Computer Algorithm of Synthesis Compensators of Reactive Current. Int.Conf.on VLSI and Comp.Automation, Chernovtsy - Kiev, 1990.

*7. Walczak J., Umińska-Bortliczek M.: A Novel CAD-Method of Determination Quality Indices for Nonsinusoidal Currents. Int.Conf. on VLSI and Comp.Automation, Chernovtsy - Kiev, 1990.

*8. Brodzki M., Walczak J., Pasko M., Umińska-Bortliczek M.: Optymalizacja warunków pracy obwodów elektrycznych oraz modyfikacja właściwości tych obwodów. Archiwum Elektrotechniki, No 1, 1991.

*9. Walczak J.: Optimization of Energetistic Operating Conditions of Voltage Sources of Non-Zero Inner Impedance. XVI Int.Conf. "Math.Optim.- Theory and Appl.", Eisenach, 1992 (w redakcji).

*10. Walczak J.: A New Optimization Approach to Determination Active Currents in the System with Nonsinusoidal Waveforms. IEE Proc., PtB, 1992 (w redakcji).

*11. Walczak J., Gawłowski A.: Optymalizacja warunków pracy źródła zasilającego odbiorniki połączone równolegle. XV SPETO, Wisła, 1992.

*12. Walczak J.: Optymalizacyjna metoda wyznaczania prądu aktywnego źródła napięcia okresowego i niesinusoidalnego o niezerowej impedancji wewnętrznej. XV SPETO, Wisła, 1992.

*13. Walczak J.: Warunki modyfikacji czwórnikowego modelu źródła napięcia okresowego i niesinusoidalnego. XV SPETO, Wisła, 1992.

*14. Pasko M., Walczak J.: A Variable Capacitance Compensator for Minimization of Harmonics in the System under Nonsinusoidal Conditions. AFRICON'92, Sept.1992.

*15. Walczak J., Pasko M.: A Proposition of New Energetical-Quality Indices for Nonsinusoidal Waveforms. IECON'92, San Diego, Nov., 1992.

OPTYMALIZACJA ENERGETYCZNO-JAKOŚCIOWYCH WARUNKÓW PRACY OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH W PRZESTRZENIACH HILBERTA

S t r e s z c z e n i e

Praca dotyczy głównie optymalizacji energetyczno-jakościowych warunków pracy źródeł występujących w obwodach elektrycznych. Wprowadzono nowy dwukryterialny wskaźnik jakości, z pomocą którego sformalizowano i rozwiązano szereg problemów optymalizacji, uzyskując wyniki w postaci zamkniętej. Problemy te rozpatrzono dla obwodów z przebiegami okresowymi i odkształconymi, prawie okresowymi, nieokresowymi o skończonej energii oraz dowolnymi należącymi do przestrzeni Hilberta.

Sformalizowano koncepcję optymalizacji energetyczno-jakościowych warunków pracy sieci elektrycznych i podano zunifikowaną metodę rozwiązywania problemów optymalizacji opartą na uogólnionej analizie widmowej.

Przedstawiono również dwie metody modyfikacji obwodów: pierwszą - opartą na dekompozycji prądów różnicowych źródeł oraz drugą - opartą na minimalizacji norm Soboleva tych prądów względem parametrów układów kompensacyjnych.

THE OPTIMIZATION OF ENERGETICAL -QUALITY OPERATING CONDITIONS OF ELECTRICAL SYSTEMS IN THE HILBERT SPACES

Summary

Problems of optimization of energetical - quality operating conditions for the sources of electrical systems are considered in this monograph.

A new two-criterion quality index has been introduced. Thanks to that, many optimization problems have been formalized and solved, and results in the close form have been obtained. These problems have been considered for circuits with periodic waveforms of finite energy and waveforms belonging to the arbitrary Hilbert spaces. The idea of optimization of energetical-quality operating conditions for electrical networks has been formalized. The idea was based on generalized spectral analysis. The unified method of solving the optimization problems has been given.

Additionally the two methods of system modification have been presented. The first one based on decomposition of source different current, the second one is based on minimization of the Sobolev norms of these currents in relation to the parameters of compensators.

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ-КАЧЕСТВЕННЫХ УСЛОВИЙ РАБОТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В ПРОСТРАНСТВАХ ГИЛЬБЕРТА

Р е з ю м е

Статья относится главным образом к вопросу оптимизации энергетически-качественных условий работы источников входящих в состав электрических цепей. В результате введения нового, с двумя критериями показателя качества, с помощью которого были формализированы и решены многие проблемы оптимизации, можна было получить результаты в замкнутой форме. Проблемы эти рассматривались для цепей с протеканием периодическим и деформированным, почти периодическим, непериодическим с ограниченной энергей, а тоже любым, относящимся к пространству Гильберта.

Была формализирована концепция оптимизации энергетически-качественных условий работы электрических сетей, и показан унифицированный метод решения вопросов оптимизации, основанный на обобщенном гармоническим анализе.

Были представлены тоже два метода модификации цепей: первый, основанный на декомпозиции дифференциальных токов источников, и второй, основанный на минимизации норм Соболева тех-же токов, по отношению к параметрам компенсирующих устройств.