

Jan BIAŁEK

NIELINIOWY MATEMATYCZNY MODEL OSIADANIA POWIERZCHNI W CZASIE WSKUTEK PROWADZONEJ EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ

Streszczenie. Autor w oparciu o badania literaturowe i własne poddał krytycznej analizie równania różniczkowe o postaci $\frac{dw}{dt} = c[W_k(t) - w(t)]$ stosowane do opisu dynamicznych niecek osiadania. Wobec stwierdzonego pomiarami bardzo szerokiego zakresu zmienności współczynnika czasu c , proponuje zastąpienie go funkcją czasu o postaci $C_0 + a \frac{dw}{dt}$, co w efekcie prowadzi do nieliniowego równania różniczkowego opisującego przebieg osiadania punktu w czasie. Praca zakończona jest przykładem obliczeniowym pokazującym możliwość uzyskania bardzo dobrej zgodności osiadań pomierzonych z obliczonymi.

1. WSTĘP

Opis osiadania w czasie przy użyciu prawa wzrostu Mitecherlicha był przedmiotem prac wielu badaczy zjawiska deformacji górotworu spowodowane go prowadzoną eksploatacją górniczą.

Prawo to wyrażone jest równaniem różniczkowym o postaci

$$\frac{dw(t)}{dt} = c \cdot [W_k(t) - w(t)], \quad (1)$$

gdzie:

$\frac{dw(t)}{dt}$ - prędkość osiadania punktu w chwili t ,

c - współczynnik czasu $\left[\frac{1}{\text{czas}} \right]$,

$w(t)$ - wielkość osiadania w chwili t ,

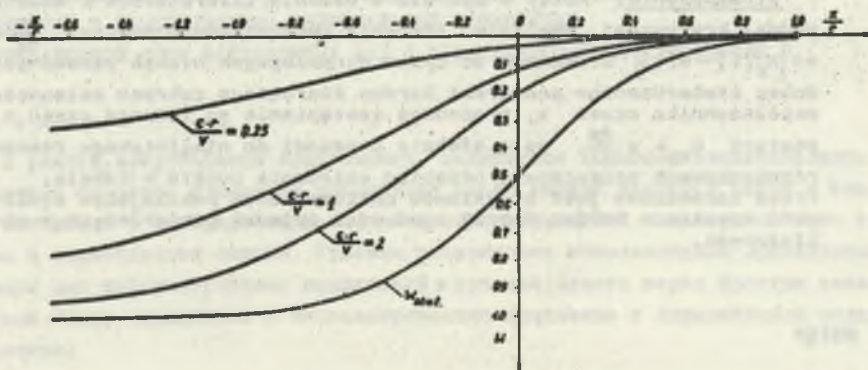
$W_k(t)$ - wielkość osiadania jaka wystąpiłaby w chwili t , gdyby proces osiadania następował bez opóźnienia w czasie.

Stosowanie równania (1) do opisu osiadania w czasie datuje się od opublikowania przez S. Knothego pracy [3].

Zasadniczym wnioskiem wynikającym ze stosowania równania (1) jest stwierdzenie, że w miarę wzrostu prędkości eksploatacji następuje wygła-

dzenia profilu niecki osiadania, a w konsekwencji maleją wielkości nachyleń, krzywizn, przemieszczeń poziomych i odkształceń.

Na rys. 1 pokazano za pracę [2] obliczone w oparciu o równania (1) i teorię S. Knóthego profile dynamicznych niecek osiadania dla różnych prędkości eksploatacji. Z rysunku tego widać jak silnie zmienia się prognozowany profil ze zmianą prędkości eksploatacji. Trzeba bardzo wyraźnie stwierdzić, że w praktyce nigdy nie zaobserwowano tak wyraźnego wyglądu-



Rys. 1

nia profilu niecki osiadania wskutek prowadzenia szybkiej eksploatacji. Najdobitniej świadczą o tym wyniki badań B. Skinderowicza [5], z których wynika, że maksymalne nachylenie profilu niecki osiadania w fazie dynamicznej osiąga wielkość ok. 56-73% maksymalnego nachylenia w fazie statycznej i to niezależnie od prędkości postępu frontu eksploatacyjnego. Podobną wielkość (75%) przytacza J. Zych w pracy [8]. Ten sam rząd wielkości uzyskał autor niniejszego opracowania analizując wyniki pomiarów z kopalń "Janina" i "Jankowice".

Generalnie z wyników pomiarów można wnioskować, że stosunek T_{\max} dyn/ T_{\max} stat jest mniejszy od jedności i jeśli zależy od prędkości eksploatacji to w bardzo wąskim zakresie.

Próby dopasowania profili niecek pomiarowych i obliczonych przy użyciu wzoru (1) prowadzą do wniosku, że współczynnik czasu c występujący w tym wzorze charakteryzuje się bardzo dużym rozrzutem wartości, w szczególności jego wielkość zmienia się z głębokością i prędkością eksploatacji.

J. Białek [1] podaje następujący wzór empiryczny uzyskany w oparciu o przykłady eksploatacji prowadzonej z prędkością $40 \pm 80 \frac{\text{m}}{\text{miesiąc}}$

$$c = \frac{1840}{h} \left[\frac{1}{\text{rok}} \right], \quad (2)$$

gdzie:

h - głębokość eksploatacji [m].

Analogiczna zależność wynika z pracy [7].

Autorzy [6] podają następujący wzór na obliczanie współczynnika czasu c

$$c = \frac{4,73 \cdot V}{r_0 \cdot h^{0,5}} \left[\frac{1}{\text{rok}} \right], \quad (3)$$

gdzie:

r_0 - parametr teorii T. Kochmańskiego [m],

V - prędkość postępu frontu eksploatacji [m/rok].

Uzależnienie wielkości c od prędkości postępu frontu eksploatacji jest prostą konsekwencją obserwowanej względnej niezależności nachylenia profilu dynamicznej niecki osiadania od postępu frontu wybierania.

Oprócz uzależnienia współczynnika czasu od głębokości eksploatacji i od jej prędkości stwierdza się również jego poziomą zmienność, wyrażającą się tym, że brzeżna część niecki osiadania osiada znacznie później niż część środkowa [4].

Uzależnienie wielkości współczynnika czasu od cech geometrycznych eksploatacji w szczególności od prędkości postępu frontu oraz położenia punktu obserwacyjnego względem pola eksploatacyjnego świadczy po prostu o tym, że równanie (1) nie opisuje w pełni złożonego procesu osiadania punktu w czasie.

2. PROPONOWANA POSTAĆ RÓWNIANIA RÓZNICZKOWEGO OPISUJĄCEGO PROCES OSIADANIA W CZASIE

Znacznie lepszy opis procesu osiadania w czasie można uzyskać zastępując stałą w założeniu wielkość współczynnika czasu c , pewną funkcją czasu $f(t)$.

Podejście takie było już prezentowane przez K. Trojanowskiego [9], przy czym autor ten proponował $f(t) = ct^b$, co jak wykazano w pracy [1] prowadzi do niejednoznaczności opisu procesu osiadania w czasie.

Funkcja czasu $f(t)$ powinna spełniać następujące postulaty wynikające przede wszystkim z obserwowanej zmienności współczynnika czasu c .

- a. Jej wartość powinna rosnąć ze wzrostem prędkości eksploatacji i maleć z głębokością eksploatacji.
- b. Jej wartość powinna być mniejsza w brzeżnej części niecki osiadania i większa w centralnej części niecki osiadania.
- c. Funkcja $f(t)$ powinna osiągać wyższe wartości dla górotworu naruszonego wcześniej niż dla górotworu nienaruszonego.

Powyższym postulatom czyni zadość następująca zależność:

$$f(t) = c + a \frac{dw}{dt}, \quad (4)$$

gdzie parametry c i a podlegają wyznaczeniu, natomiast wielkość $\frac{dw}{dt}$ jest prędkością osiadania.

Zastępując w równaniu (1) wielkość c funkcją określoną wzorem (4), uzyskamy następujące nieliniowe równanie różniczkowe zwyczajne rzędu 1:

$$\frac{dw(t)}{dt} = \left[c + a \frac{dw(t)}{dt} \right] \cdot [w_k(t) - w(t)] \quad (5)$$

Obliczenie wielkości osiadania $w(t)$ w czasie w oparciu o równanie (5) wymaga zastosowania metod numerycznych.

Wstępna analiza numeryczna wykazała, że dla małych wielkości c (sztywny górotwór) oraz dużych wielkości $\frac{dw_k(t)}{dt}$ (duża prędkość eksploatacji) możliwe jest uzyskanie w oparciu o wzór (5) wyższych wartości nachyleń i krzywizn w niecce dynamicznej od występujących w niecce statycznej.

Równanie (5) stwarza przynajmniej teoretyczną szansę wyznaczania krytycznej prędkości eksploatacji, jeśli oczywiście taka prędkość, biorąc pod uwagę rzeczywiste parametry górotworu, istnieje.

3. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

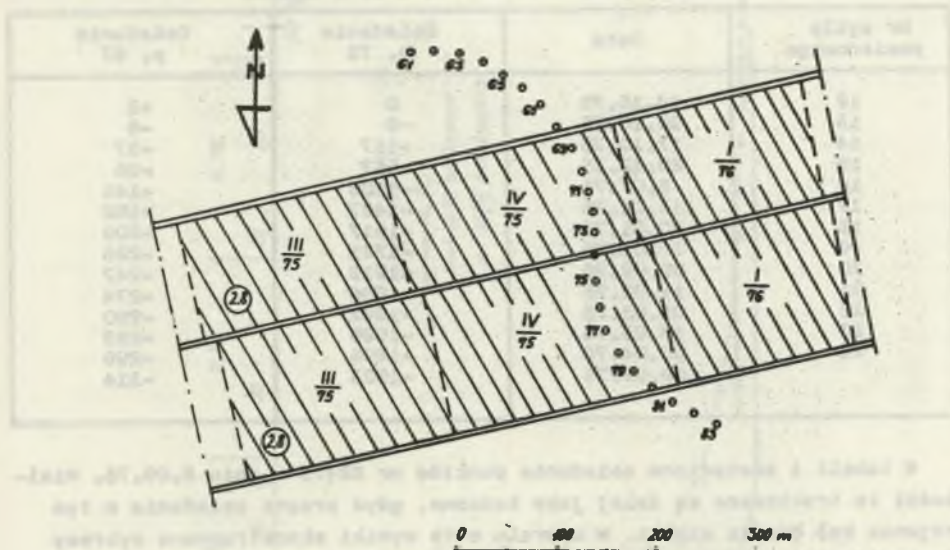
Dla pokazania jak dokładnie można opisać przebieg osiadania punktu w czasie stosując równanie różniczkowe (5), posłużono się wynikami obserwacji osiadań przeprowadzonymi przez kopalnię J. Kopalnia ta prowadziła w latach 1974-1977 eksploatację pokładu 118 zalegającego na głębokości 160-180 m.

Pokład był wybierany na grubość 2,8 m dwiema ścianami zawałowymi o łącznej długości 280 m.

Eksploatacja ta była pierwszą eksploatacją w tym rejonie.

Pomiędzy tymi ścianami zachowywana była ustępliwość 10-20 m. (rys. 2). Z uwagi na stosunkowo małą głębokość eksploatacji, na powierzchni wytwarzała się pełna niecka osiadania. Prowadzonej eksploatacji towarzyszyła szeroko zakrojona akcja pomiarowa. Między innymi wzdłuż drogi przebiega-

jęcej nad eksploатовanym rejonem, zastabilizowano w odległościach co ok. 25 m punkty obserwacyjne.



Rys. 2

Pierwszy pomiar wysokości wykonano w sierpniu 1974 r., a więc w okresie kiedy front eksploatacyjny znajdował się w odległości ok. 800 m od rejonu obserwacji.

Wybrane wyniki obserwacji przedstawiono w tablicach 1 i 2.

Tabela 1

Końcowe osiadania punktów linii obserwacyjnej (8.09.76)

Nr punktu	Osiadanie [mm]	Odległość od krawędzi eksploatacji l [m]	τ [doba]
62	-54	103	41.8
63	-64	93	37.7
64	-82	81	33
65	-114	64	26
66	-194	47	19
67	-314	25	10.1
68	-570	0	0
69	-985	20	8.1
70	-1469	45	18.2
71	-1769	69	28
72	-1874	88	35.7
73	-1923	110	44.6
74	-1936		
75	-1901		

Tabela 2

Osiadanie punktów nr 73 i 67 w czasie

Nr cyklu pomiarowego	Data	Osiadania p. 73	Osiadania p. 67
12	15.10.75	0	+2
13	30.10.75	-9	-8
14	17.10.75	-117	-37
15	20.12.75	-657	-96
16	5.07.76	-1105	-146
17	13.01.76	-1427	-182
18	20.01.76	-1617	-209
19	28.01.76	-1731	-226
20	09.02.76	-1919	-247
21	19.02.76	-1856	-274
22	05.03.76	-1882	-290
23	18.03.76	-1989	-293
24	06.04.76	-1896	-298
	08.09.76	-1923	-314

W tabeli 1 zestawiono osiadania punktów nr 62÷75 w dniu 8.09.76. Wielkości te traktowane są dalej jako końcowe, gdyż proces osiadanie w tym rejonie był bardzo szybki. W oparciu o te wyniki skonstruowano wykresy funkcji $W_k(t)$. W tym celu ustalono odległości l punktów pomiarowych od krawędzi eksploatacji i przeliczono je na jednostkę czasu t , zgodnie ze wzorem $t = l/v$, przy czym v oznacza tu prędkość postępu frontu eksploatacyjnego.

Prędkość eksploatacji ścian w czasie jej przechodzenia pod analizowaną linią pomiarową była bardzo równomierna i wynosiła 2,46 m/dobę.

Wykresy wielkości $W_k(t)$ skonstruowano dla punktu nr 73 (osiadanie końcowe 1923 mm) oraz dla punktu nr 67 (osiadanie końcowe 314 mm).

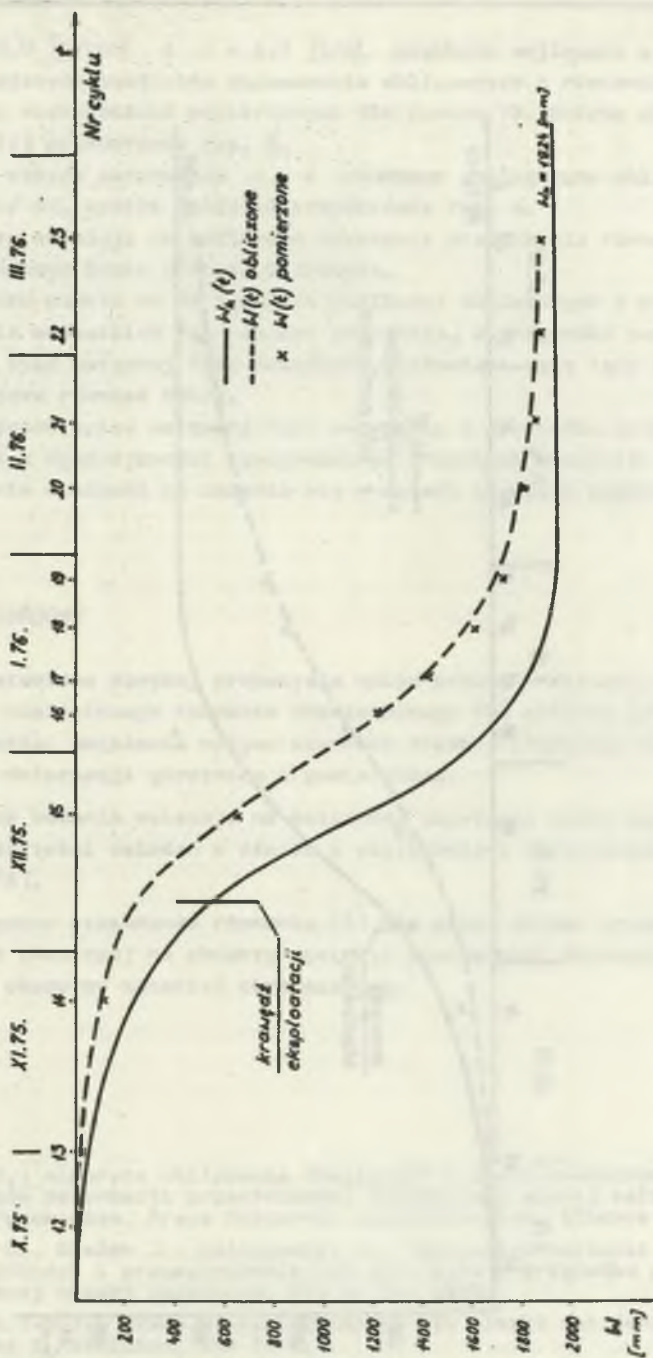
Wykres $W_k(t)$ dla punktu 73 (rys. 3) można uznać za ścisły, natomiast analogiczny wykres dla punktu nr 67 leżącego na zewnętrznej części niecki osiadania, skonstruowano wymnażając wielkości osiadania $W_k(t)$ dla punktu nr 73 przez stałą wielkość ilorazu 314/1923.

Położenie wykresu $W_k(t)$ względem osi czasu ustalono przyjmując, że osiadanie punktu 68 leżącego nad krawędzią, odpowiada osiadanu $W_k(t)$, jakie wystąpiłoby w punkcie 73 w dniu, w którym front ścianowy znalazł się pod punktem 73. Podobnie ustalono położenie wykresu $W_k(t)$ dla punktu nr 67.

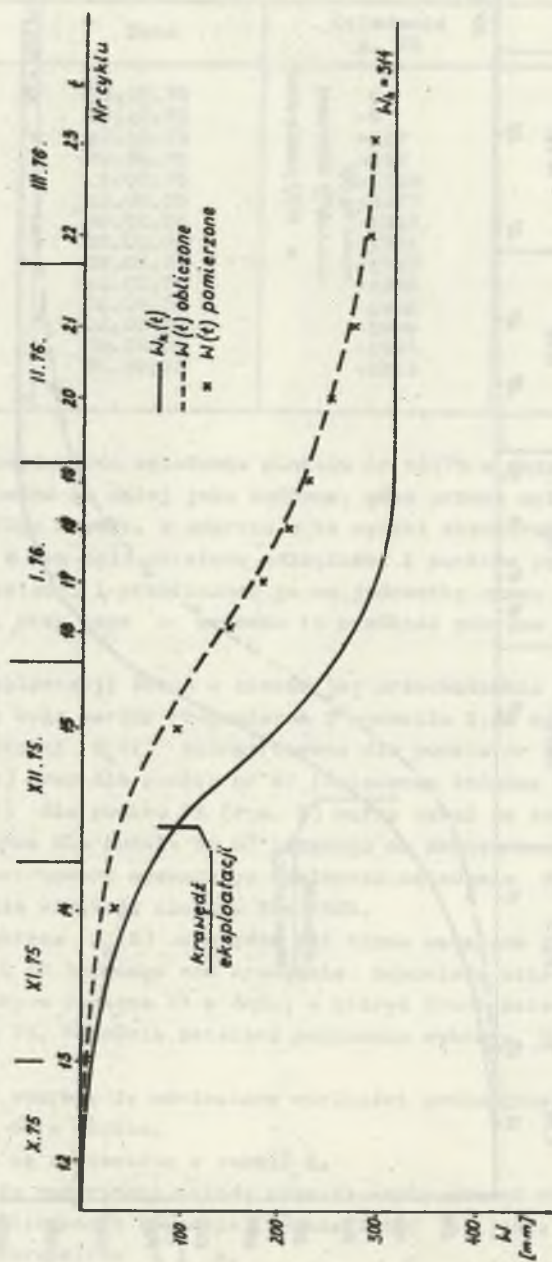
Następnie na wykresy te naniesiono wielkości pomierzonych osiadań punktów nr 73 i 67 w czasie.

Wielkości te są zestawione w tabeli 2.

Posługując się numeryczną metodą rozwiązywania równań różniczkowych Rungego-Kutty obliczono z równania (5) wielkości $W(t)$ dla różnych kombinacji wartości parametrów c i a .



Rys. 3



Rys. 4

Dla $c = 9,0$ [1/rok] i $a = 1,0$ [1/m] uzyskano najlepsze w sensie metody najmniejszych kwadratów dopasowanie obliczonych z równania (5) wielkości $w(t)$ z wielkościami pomierzonymi dla punktu 73. Wykres obliczonych wartości $w(t)$ przedstawia rys. 3.

Dla tych samych parametrów c i a wykonano analogiczne obliczenia dla punktu nr 67. Wyniki obliczeń przedstawia rys. 4.

Wykresy te wskazują na możliwość uzyskania przy użyciu równania (5) bardzo dokładnego opisu procesu osiadania.

W przypadku punktu nr 73 zgodność wielkości obliczonych z pomierzonymi występuje dla wszystkich faz procesu osiadania, w przypadku punktu nr 67 mamy gorszy opis wstępnej fazy osiadania, natomiast opis fazy zasadniczej i końcowej jest również dobry.

Niedokładność opisu wstępnej fazy osiadania w przypadku punktu 67 wynika głównie z nieznanym przebiegu wielkości $w_k(t)$. Prawdopodobnie wielkość ta zmienia się w sposób bardziej łagodny niż to przyjęto.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

1. Przedstawiona powyżej propozycja opisu procesu osiadania w czasie przy użyciu nieliniowego równania różniczkowego (5) stwarza jakościowo nowe możliwości ustalenia wpływu czynnika czasu i prędkości eksploatacji na przebieg deformacji górotworu i powierzchni.

2. Wstępne badania wskazują na możliwość uzyskania dużej zgodności pomierzonych wartości osiadań w czasie z wielkościami obliczonymi w oparciu o równanie (5).

3. Praktyczne stosowanie równania (5) dla oceny wpływu projektowanej eksploatacji górniczej na obiekty musi być poprzedzone dalszymi badaniami w oparciu o obszerny materiał obserwacyjny.

LITERATURA

- [1] Białek J.: Algorytm obliczenia chwilowych i czasowo-ekstremalnych wskaźników deformacji przestrzennej dynamicznej niecki osiadania wraz z oprogramowaniem. Praca doktorska niepublikowana. Gliwice 1980.
- [2] Drzęzła B., Białek J., Gołaszewski A.: Maksymalne wartości deformacji oraz prędkości i przyspieszenia ich przyrostu w przypadku płaskim, dynamicznej niecki osiadania. OTG nr 53, 1980.
- [3] Knothe S.: Wpływ czasu na kształtowanie się niecki osiadania. Arch. Górnictwa i Hutnictwa, tom I, z.1.
- [4] Lubina T.: Wybrane zagadnienia wpływu czynnika czasu na deformacja górotworu. Praca doktorska niepublikowana. Gliwice 1973.

- [5] Skinderowicz B.: Wpływ czasu na kształtowanie się dynamicznych niecek osiadania. Pr. GIG. Seria dodatkowa. Kom. Nr 666 (rozpr. habil.). Katowice 1974.
- [6] Sroka A., Bartosik-Sroka Teresa: Zależność współczynnika czasu c od warunków górniczo-geologicznych eksploatacji. Prace Komisji Górniczo-Geodezyjnej PAN, Geodezja z. 20, Kraków 1975.
- [7] Wycisło K.: Wpływ czasu na przebieg procesu obniżeń górotworu spowodowanych eksploatacją górniczą. Praca doktorska niepublikowana, Kraków 1964.
- [8] Zych J.: Analiza wpływu prędkości postępu frontu na wielkość deformacji na podstawie wyników pomiarów z kopalni Dębieńsko. Materiały na konferencję naukową: Wpływ prędkości eksploatacji na ochronę obiektów na powierzchni. Komisja Ochrony Terenów Górniczych PAN, Katowice 1978.
- [9] Trojanowski K.: O możliwości aproksymacji czasoprzestrzennych deformacji powierzchni wywołanych wpływami eksploatacji górniczej. Praca habilitacyjna, Katowice 1966.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Bronisław SKINDEROWICZ

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1984 r.

НЕЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЕДАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ВО ВРЕМЕНИ В СЛЕДСТВИИ ПРОВОДИМОЙ ГОРНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Резюме

В настоящей работе автор на основании литературных и собственных исследований провёл критический анализ дифференциальных уравнений вида $\frac{dw}{dt} = c [w_k(t) - w(t)]$ — применяемых для динамического описания выемок образующихся в следствии оседания. При проверенных измерениями очень широкого диапазона изменчивости коэффициента времени, в работе предлагается заменить его функцией вида $c_0 + a \frac{dw}{dt}$. Ведёт это к нелинейному дифференциальному уравнению, описывающему процесс оседания точки поверхности во времени.

Приводится пример, показывающий возможность получения большего соответствия оседания поверхности с расчётным.

A NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL OF SURFACE SUBSIDENCE WITH TIME AS A RESULT OF THE CONDUCTED MINING

Summary

The author critically analyses, on the basis of the literature studies as well as those of his own, the differential equation in the form $\frac{dw}{dt} = c [w_k(t) - w(t)]$ used to describe the dynamic subsidence basins. In view of the very wide range of variations of the time factor c found through measurements, he suggests replacing it with the function of time in the form $c_0 + a \frac{dw}{dt}$, which as a result gives a non-linear differential equation describing the course of subsidence of a point with time. The study ends with a calculation example showing a possibility of obtaining very close measured conformity of subsidences with the calculated ones.