

Małgorzata KOZDRÓJ-WEIGEL

MODEL BADAŃ CHŁONNOŚCI PRACY NA STANOWISKACH
ZWIĄZANYCH Z ELEKTRYFIKACJĄ I AUTOMATYZACJĄ
KOPALŃ

Streszczenie. Dla zbudowania struktury obciążenia stanowisk związanych z elektryfikacją i automatyzacją kopalń gwarantujących wykonanie planu produkcyjnego dobrano optymalną liczbę pracowników podporządkowanych jednej osobie dozoru.

1. WPROWADZENIE

Źródłem informacji o chłonności pracy w jednorodnych grupach kopalń są dane statystyczne, uzyskane z obserwacji w zakresie chłonności w umownie przyjętym przedziale czasu. Dysponując takimi danymi, posługując się metodami statystyki matematycznej, możemy znaleźć rozkład, który dobrze opiswałby chłonność pracy.

Znajomość zadań planowych (plan wydobywania) oraz rozkładów chłonności pracy na poszczególnych stanowiskach umożliwia dobranie optymalnej liczby dniówek pracowników podporządkowanych jednej dniówce z zespołu decyzyjnego, np. jednej osobie dozoru. Zweryfikowany rozkład może posłużyć także do prognozowania chłonności pracy na danym stanowisku.

Zakładamy, że szukane prawdopodobieństwo chłonności pracy w jednorodnych grupach kopalń jest niezależne od wartości t_0 ($t_0 > 0$), czyli że chłonność jest niezależna od momentu rozpoczęcia obserwacji. Przyjmujemy również, że w grupach kopalń jednorodnych, tzn. w kopalniach o ściśle określonych warunkach geologicznych i techniczno-organizacyjnych chłonność pracy jest dwuwymiarową zmienną losową (X, Y) .

2. SFORMUŁOWANIE MODELU BADAŃ

Niech X będzie zmienną losową typu ciągłego, której rozkład $f(x/u)$ zależy od pewnego parametru U , będącego zmienną losową o rozkładzie $g(u)$. Załóżmy dalej, że (X, U) jest dwuwymiarową zmienną losową o rozkładzie $f(x, u)$.

Rozkład brzegowy $f_1(x)$ zmiennej losowej X w dwuwymiarowym rozkładzie zmiennej (X, U) , z uwagi na to, że

$$f(x, u) = f(x/u) \cdot g(u), \quad (1)$$

wyraża się wzorem:

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x/u)g(u)du.$$

Rozkład $f_1(x)$ nazywamy także rozkładem złożonym rozkładu $f(x/u)$ z rozkładem $g(u)$. Ponieważ w opracowaniu tym parametrem losowym U jest chłonność pracy, zatem z określenia chłonności wynika, że

$$g(u) = \begin{cases} 0 & u \leq 0 \\ g(u) & u > 0 \end{cases}$$

Stąd

$$f_1(x) = \int_0^{\infty} f(x/u) g(u) du \quad (2)$$

W praktyce rozkłady $f(x/u)$ oraz $g(u)$ można wyznaczyć i zweryfikować dla każdej kopalni, korzystając z danych statystycznych.

Ze wzoru $f(x,y) = f(x/y) f_2(y)$ otrzymujemy dla dwuwymiarowego rozkładu chłonności pracy:

$$f(x,y) = f(y/x) \cdot f_1(x) \quad (3)$$

Rozkład warunkowy $f(y/x)$, występujący we wzorze (3), wyznacza się w praktyce również w oparciu o materiał statystyczny.

Dla y_0 ustalonej wartości zmiennej losowej Y (np. niech y_0 będzie równą wartości przeciętnej $E[Y]$) metodami analizy matematycznej wyznaczamy takie x_0 , przy którym funkcja $f(x,y_0)$ przyjmuje minimum.

Jeżeli więc:

$$\frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x} = 0$$

oraz

$$\frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} > 0,$$

wówczas możemy sądzić, że najmniejszą chłonność pracy osiągniemy wówczas, gdy dane stanowisko pracy obłożymy liczbą dniówek x_1 pracowników przy liczbie $y = y_0$ dniówek dozoru.

Optymalna liczba dniówek podporządkowanych jednej dniówce dozoru przy minimalnej chłonności pracy wynosi zatem:

$$x_0 = \frac{x_1}{y_0} \quad (4)$$

W konkretnych rozwiązaniach tego zagadnienia korzystne jest wprowadzenie w operacji o definicję, że $u = x \cdot 10000$ t, przekształcenia zmiennych losowych U, X dla zastąpienia gęstości brzegowej

$$f_1(x)$$

przez gęstość:

$$f_2(w)$$

Wówczas dwuwymiarowy rozkład chłonności pracy ma postać:

$$f(w, y) = f(y/w) \cdot f_2(w), \quad (3a)$$

przy czym:

u - chłonność pracy na danym stanowisku,

x - czas liczony w dniówkach przepracowanych przez robotników,

w - wydobyty węgiel w tonach.

Zadaniem niniejszego artykułu jest przedstawienie praktycznego sposobu wykorzystania modelu matematycznego w strategii obłożenia stanowisk pracy związanych z elektryfikacją i automatyzacją w kopalniach (EIAK).

Do tego celu wykorzystano materiały statystyczne kopalni A z okresu 2 miesięcy, gromadzone w czasie dokładnych obserwacji [1]. Materiały te stanowią również dokumentację kopalni w zakresie obniżenia ww. stanowisk pracy i wydobywania.

3. ZASTOSOWANIE MODELU W PRAKTYCE GÓRNICZEJ

Badania przeprowadzono dla stanowisk elektryfikacji i automatyzacji kopalni. Dane empiryczne reprezentują więc liczebność dniówek pracowników i liczebność dniówek dozoru na stanowiskach EIAK oraz wydobywanie kopalni w okresie 52 dni roboczych.

Z danych statystycznych obliczyliśmy średnią \bar{x} i średnie odchylenie kwadratowe s_x^2 liczby dniówek pracowników na stanowisku EIAK.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_k x_k}{n} = \frac{8061}{52} = 155$$

$$s_x^2 = \frac{\sum (x_k - \bar{x})^2 n_k}{n} = \frac{3363}{52} = 64,67$$

Podobnie obliczane \bar{y} i s_y^2 , tj. średnia wartość i średnie odchylenie kwadratowe dla liczby dniówek dozoru wynoszą:

$$\bar{y} = 18,32$$

$$s_y^2 = 3,15$$

Zweryfikowany rozkład hipotetyczny chłonności pracy na stanowisku EIAK ma postać:

$$g(u) = \frac{1}{10,85 \cdot \sqrt{2\pi}} \exp \left[\frac{-(u - 142,34)^2}{2 \cdot 117,85} \right]$$

Zweryfikowany hipotetyczny rozkład zmiennej losowej $V = x/u$ wyraża się wzorem:

$$f(x/u) = \frac{1}{0,0175 \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[\frac{-(\frac{x}{u} - 1,0773)^2}{2 \cdot 0,002} \right]$$

Ze wzoru (2) otrzymujemy:

$$f_1(x) = \frac{1}{10,85\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{0,0175\sqrt{2\pi}} \exp \int_0^{\infty} \left[\frac{-(u - 142,34)^2}{2 \cdot 117,85} \right] \cdot \left[\exp \frac{-(\frac{x}{u} - 1,0773)^2}{2 \cdot 0,002} \right] du \quad (\alpha)$$

Dla zmiennych losowych U i x , których brzegowa funkcja gęstości dana jest wzorem (α) , wprowadzamy przekształcenia:

$$U = U$$

$$\frac{w}{10^4} = \frac{\frac{x}{U} - 1,0773}{0,0175}$$

Otrzymany stąd układ przekształcenia odwrotnego

$$U = U$$

$$x = U \cdot \frac{w \cdot 0,0175 + 10773}{10000}$$

dla którego jacobian

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial w} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial w} \end{vmatrix} = \frac{0,0175}{10^4} \cdot u$$

Stąd:

$$f_2(w) = \frac{1}{10^4 \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w}{10^4}\right)^2\right] \cdot \frac{1}{10,85 \sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^u \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u - 142,34}{10,85}\right)^2\right] du$$

Ponieważ

$$\frac{1}{10,85 \sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u - 142,34}{10,85}\right)^2\right] du = \frac{142,34}{2} = 71,17,$$

więc

$$f_2(w) = \frac{71,17}{10^4 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w}{10^4}\right)^2\right]$$

Korzystając obecnie ze wzorów (3a) i $u = \frac{x}{w}$ otrzymujemy:

$$f(y, w) = f(y/w) \cdot f_1(w)$$

Zweryfikowany rozkład zmiennej losowej warunkowej $S = Y/W$ ma postać:

$$f(y/w) = 602,41 \exp(-602,41 \frac{y}{w})$$

Zatem:

$$f(y, w) = 602,41 \exp\left[-602,41 \frac{y}{w}\right] \cdot \frac{71,17}{10^4 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w}{10^4}\right)^2\right] \quad (a)$$

Dla ustalonego y_0 funkcja (a) jest funkcją jednej zmiennej w . Przyjmujemy, że y_0 jest równe wartości średniej zmiennej losowej Y , czyli $y_0 = 18,32$

$$f(y_0, w) = \frac{602,41 \cdot 71,17}{10^4 \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-602,41 \cdot 18,32}{w}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w}{10^4}\right)^2\right]$$

Dla wyznaczenia wartości w_0 , dla której funkcja (a) przyjmuje ekstremum, obliczamy pierwszą pochodną

$$\frac{df(y_0, w)}{dw} = \frac{602,41 \cdot 71,17}{10^4 \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-602,41 \cdot 18,32}{w}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{w}{10^4}\right)^2\right] \left[\frac{11024}{w^2} - \frac{w}{(10^4)^2}\right]$$

$$\frac{df(y_0, w)}{dw} = 0 \quad \text{gdy} \quad \frac{11024}{w^2} - \frac{w}{(10^4)^2} = 0,$$

$$\text{czyli} \quad w^3 - (10^4)^2 \cdot 11024 = 0 \quad (b)$$

Rozwiązując równanie (b) otrzymujemy:

$$w_0 = 10330 \text{ ton}$$

Badając warunek dostateczny istnienia ekstremum dla $w = w_0$ stwierdzamy, że:

$$\frac{d^2f(y_0, w_0)}{dw^2} < 0$$

Ze wzoru $u = \frac{x}{w}$ minimum chłonności pracy u_0 przy liczbie dniówek pracowników x_0 osiągniemy wówczas, gdy wydobycie w_0 jest maksymalne. Minimum chłonności pracy

$$u_0 = \frac{x_0}{w_0} \cdot 10^4 = \frac{155 \cdot 10^4}{10330}$$

$$u_0 = 149,76 \text{ dniówek}/10^4$$

Dla maksymalnego wydobycia $w_0 = 10330$ ton przy współpracy $x_0 = 155$ dniówek pracowników i $y_0 = 18,32$ dniówek dozoru na stanowisku EIAK minimum chłonności pracy wynosi $u_0 = 149,76$.

Ze wzoru (4) otrzymujemy:

$$x_1 = \frac{x_0}{y_0} = \frac{155}{18,32} = 8,46$$

Chłonność pracy na stanowisku EIAK będzie najmniejsza, jeżeli jednej osobie dozoru zostanie podporządkowanych co najwyżej 9 pracowników na stanowisku EIAK.

4. WNIOSKI

1. Przedstawiony model badań chłonności pracy na stanowiskach związanych z elektryfikacją i automatyzacją kopalń może być wykorzystany w strategii obłożenia ww. stanowisk.

2. Dla zbudowania optymalnej struktury obłożenia stanowisk pracy robotnikami należy w oparciu o dane z obserwacji dobrać optymalną liczbę dniówek podporządkowanych jednej dniówce dozoru przy minimalnej chłonności pracy.

LITERATURA

- [1] Kozdrój-Weigel M.: Optymalizacja struktury organizacyjnej kopalni węgla kamiennego. Rozprawa doktorska - AGH Kraków 1979.
- [2] Praca zbiorowa pod red. A. Szczurowskiego: Wzorcowe schematy organizacyjne kopalń węgla kamiennego. MGIE - Katowice 1977.
- [3] Lisowski A.: Koncentracja czynnikiem decydującym o oddziaływowej i dółowej pracochłonności głębinowych kopalń węgla kamiennego. Komunikat GiG nr 361, Katowice 1964.
- [4] Hellwig Z.: Elementy rachunku ekonomicznego. PWE, Warszawa 1976.

МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРУДОЕМКОСТИ НА РАБОЧИХ МЕСТАХ СВЯЗАННЫХ С ЭЛЕКТРИФИКАЦИЕЙ И АВТОМАТИЗАЦИЕЙ ШАХТ

Резюме

С целью установления структуры занятости рабочих мест, связанных с электрификацией и автоматизацией шахт, гарантирующей выполнение производственного плана, выбрано оптимальное число рабочих мест, управляемых одним работником из надзора.

A MODEL OF STUDIES ON LABOUR CONSUMPTION IN POSTS CONNECTED WITH ELECTRIFICATION AND AUTOMATION OF MINES

Summary

The optimum number of workers subordinate to one supervisor has been selected for the purpose of composing a structure of posts connected with electrification and automation of mines which would ensure the realization of the production plan.