ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995

Seria: BUDOWNICTWO z. 81 Nr kol. 1292

Wojciech SKOWROŃSKI, Bernard KOWOLIK

METODA RAMY ZASTĘPCZEJ W ANALIZIE SZKIELETÓW STALOWYCH OGARNIĘTYCH POŻAREM

Streszczenie. W normalnej temperaturze zachodzi interakcja sprężystej formy (według teorii stateczności) i plastycznej formy (według teorii nośności granicznej) zniszczenia ramowej konstrukcji stalowej. Ta interakcja jest opisana formułą Merchanta - Rankine. Analogicznej interakcji należy spodziewać się w podwyższonej temperaturze. Przy tym problem ram stalowych w pożarze był wielokrotnie rozwiązywany według teorii nośności granicznej, natomiast zaledwie kilka prac opisuje ten problem według teorii stateczności. Toteż w niniejszej pracy przedstawiono zastosowania teorii stateczności do analizy ram stalowych w pożarze.

METHOD OF THE EQUIVALENT FRAME IN ANALYSIS OF STRUCTURAL STEELWORKS IN FIRE

Summary. In ambient temperatures there is an interaction of elastic form (according to the stability theory) and plastic form (according to the ultimate load theory) of steelwork failure. This interaction is described by the Merchant-Rankine formula. An analogous interaction should be expected at elevated temperatures. The problem of steel frames in fire has already been solved many times using the ultimate load theory. Whereas there are just few papers on the subject of stability of steel frames during fire. This paper presents a applications of stability theory for analysis of steel frames in fire.

DIE ERSATZRAHMENMETHODE IN DER ANALYSE DES STAHLTRAGWERKES IN BRANDBEDINGUNGEN

Zusammenfassung. In der normalen Temperatur tritt eine Interaktion der Vernichtugsge-stalt nach der Stabilitätstheorie und der Grenztragfahigkeitstheorie. Diese Interaktion ist durch die Marchanta-Rankine-formel beschrei. Gleichzeit kann man eine Temperaturanstieg erwarten. Das Problen der Stahlrahmen in Brandbedingungen wurde herkömmlich Grenztragfähigkeitstheorie gelöst, und nur wenige Autoren lösen das Problem mit Hilfe der Stabilitätstheorie, die auch dieser Arbeit verwendet wurde.

1. WSTĘP

Analizy konstrukcji stalowych w pożarach obejmują dwa typy zagadnień: zagadnienie cieplne i zagadnienie nośności. Rozwiązanie pierwszego z tych zagadnień określa pole temperatury w konstrukcji stalowej objętej pożarem. Podstawą uzyskanego rozwiązania jest w tym przypadku szeroko rozumiana analiza termiczna uwzględniająca teorię rozwoju pożaru (między innymi proces spalania, parametry cieplne ścian otaczających pomieszczenie ogarnięte pożarem, skuteczność wentylacji pomieszczenia) oraz teorię wymiany ciepła w ogrzewanych elementach budowlanych. Natomiast poprzez rozwiązanie zagadnienia nośności otrzymuje się informacje o zdolności ogrzanej konstrukcji do przenoszenia obciążeń.

Podczas rozwiązywania każdego z wymienionych zagadnień zakłada się uproszczenia, których poziomy określa dokument Międzynarodowej Organizacji Normalizacyjnej - Dokument ISO/TC92/SC2/WG2 [1]. Dodatkowo obowiązują wytyczne ECCS. Rysunek 1 ilustruje podstawowe założenia stosowane przy obliczeniach ram według zaleceń ECCS [2]. Węzły ram są nieskończenie sztywne i wytrzymałe. Na rys. 1c punkt G określa nośność sprężysto-plastyczną (zniszczenie konstrukcji). Mnożnik obciążenia $\Lambda' = \Lambda'' = \Lambda'_G$ obliczony został z uwzględnieniem efektów P - δ (momentów zginających spowodowanych siłami pionowymi w odkształconych słupach) oraz efektów P - Δ (momentów zginajacych spowodowanych obciążeniami pionowymi i przesunięciami węzłów ramy). Wartość $\Lambda'' = \Lambda_{cr}$ (gdy $\Lambda' = 0$) wynika z obliczeń według liniowej teorii stateczności i stanowi asymptotę dla krzywej 2. Krzywa 2 opisuje zachowanie ramy według teorii II rzędu. Wartość $\Lambda' = \Lambda'' = \Lambda_1$ odpowiada uplastycznieniu jednego z przekrojów ramy (pierwszy przegub plastyczny).

Kryterium nośności sprężysto-plastycznej ram opisuje formuła bilinearna podana przez Wooda [3]:

$$\frac{\Lambda_G}{\Lambda_p} = 1 \quad \text{dla} \quad \frac{\Lambda_p}{\Lambda_{cr}} \le 0{,}10 \tag{1a}$$

$$\frac{0.9\Lambda_G}{\Lambda_p} + \frac{\Lambda_G}{\Lambda_{cr}} = 1 \quad \text{dla} \quad 0{,}10 < \frac{\Lambda_p}{\Lambda_{cr}} \le 0{,}25 \tag{1b}$$

Innym kryterium nośności ram jest wzór Rankine-Merchanta [4] uogólniony przez Murzewskiego [5]

$$\left(\frac{\Lambda_G}{\Lambda_p}\right)^n + \left(\frac{\Lambda_G}{\Lambda_{cr}}\right)^n = 1, \tag{2a}$$

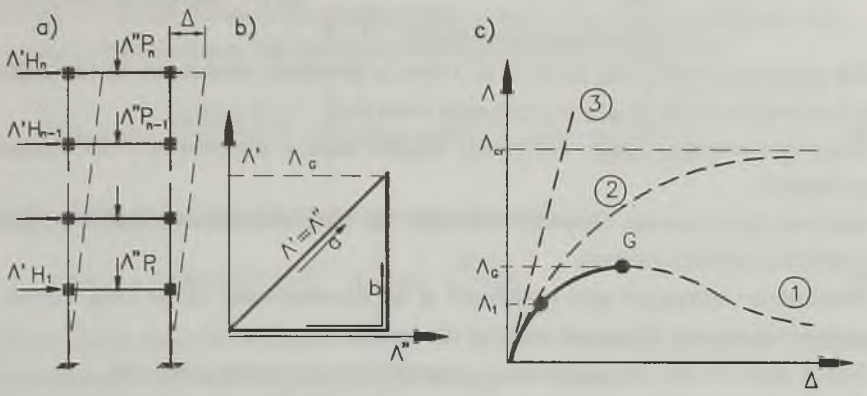
lub

$$\left(\frac{N_G}{N_p}\right)^n + \left(\frac{N_G}{N_{cr}}\right)^n = 1 \tag{2b}$$

gdzie: Λ_G - mnożnik obciążenia w analizie nośności globalnej ($N_G = \Lambda_G N$, gdzie N jest obciążeniem konstrukcji),

Λ_p - mnożnik obciążenia wynikający z teorii plastyczności ($N_p = \Lambda_p N$),

Λ_{cr} - mnożnik obciążenia obliczony według teorii stateczności ($N_{cr} = \Lambda_{cr} N$).



Rys. 1. Ilustracja założeń dla obliczeń ram stalowycych: a) rama z węzłami nieskończenie sztywnymi i wytrzymałymi; b) ścieżki obciążenia; c) ścieżki równowagi ramy

Fig. 1. The illustration of assumptions for calculations of steel frames: a) frames with rigid joints; b) load paths; c) load-deflection curves of frame

Problem ram stalowych był wielokrotnie rozwiązywany według teorii nośności granicznej [6,7,8,9]. Natomiast na temat obliczeń ogarniętych pożarem ram stalowych według teorii stateczności powstało dotychczas zaledwie kilka prac [10]. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki obliczeń uzyskane za pomocą przybliżonej analizy stateczności metodą ramy zastępczej. Metodę tę zaproponował Goldberg [11] dla stalowych ram w normalnej temperaturze.

2. NOŚNOŚĆ KRYTYCZNA RAMY W POŻARZE

Przyjęto następujące założenia:

- stal zachowuje się jak jednorodny i izotropowy ośrodek ciągły, którego właściwości mechaniczne przy ściskaniu są takie same jak przy rozciąganiu. Właściwości te określa równanie fizyczne (por. [12]):

$$\varepsilon = \Psi(\sigma) = \varepsilon_T + \sigma\psi_1(T) + \sigma|\sigma|^{\mu(T)-1}\psi_2(T) + \sigma|\sigma|^{m-1}\psi_3\left[\exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right), t\right], \tag{3}$$

$$\psi_3\left[\exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right), t\right] = B\left[\int_0^t \exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right) dt\right]^{\frac{1}{3}}. \tag{4}$$

w którym: Ψ, ψ - funkcje materiałowe, B, m, μ - stałe materiałowe,

ΔH - energia aktywacji pełzania, R - stała gazowa,
t - czas, σ i ε - naprężenia i odkształcenia,
T, T' - temperatura odpowiednio w °C, K.

- ślad płaszczyzny obciążenia pokrywa się z jedną z głównych, centralnych osi bezwładności dla poszczególnych przekrojów poprzecznych konstrukcji,
- elementy konstrukcji (słupy, belki) mają długości duże w porównaniu z ich wymiarami poprzecznymi,
- właściwie skonstruowane elementy konstrukcji nie tracą stateczności miejscowej (również w podwyższonej temperaturze),
- ewentualnie występujące styki montażowe są tak skonstruowane, że nie mają wpływu na wysokość temperatury krytycznej i nośność konstrukcji,
- izolacja ogniochronna nie współpracuje z konstrukcją w przenoszeniu obciążeń.

Do analizy utraty stateczności ramy (zjawiska bifurkacji) konieczne jest ponadto przyjęcie założenia o podłużnej nieodkształcalności prętów (słupów i rygli). Przykładowo, jeśli na poszczególne słupy ramy pokazanej na rys. 4a działają siły o różnych wartościach ($\beta \neq 1$), to skrócenia słupów nie mogą być jednakowe. Powoduje to wygięcie rygla już w chwili obciążenia ramy, a nie w chwili jej zniszczenia. Poprzez założenie o podłużnej nieodkształcalności prętów konstrukcji uzyskuje się możliwość analizy według teorii geometrycznie liniowej.

Zakładając, że rozpatrywana konstrukcja ramowa składa się z k + q elementów (k - słupów, q - rygli), można sformułować następujące równania:

$$\bar{\delta}_{ij} = \sum_{1}^{k} \int_{s} \frac{\bar{M}_i M_j}{E(T)I} ds = \sum_{1}^{k} \int_{s} \frac{M_i \bar{M}_j}{E(T)I} ds, \quad (5) \qquad \delta_{ij} = \sum_{1}^{q} \int_{s} \frac{M_i M_j}{E(T)I} ds. \quad (6)$$

Równania te można wykorzystać przy budowaniu macierzy podatności **D**. Każdy element d_{ij} macierzy **D** wyraża uogólnione przemieszczenie punktu i spowodowane obciążeniem w punkcie j:

$$d_{ij} = \bar{\delta}_{ij} + \delta_{ij} \quad (7)$$

gdzie uogólnione przemieszczenia $\bar{\delta}_{ij}$ dotyczą elementów obciążonych siłą osiową (słupów), natomiast przemieszczenia δ_{ij} dotyczą elementów nie obciążonych siłą osiową (na przykład rygli). Natomiast M_i i M_j oznaczają momenty zginające spowodowane przyłożeniem siły jednostkowej do konstrukcji odpowiednio w punktach i oraz j.

Problem stateczności konstrukcji pracującej w zakresie sprężystym (liniowym) można rozwiązać za pomocą warunku:

$$\det(\mathbf{D}) = |\mathbf{D}| = 0. \quad (8)$$

Jednak obciążenie krytyczne ram pracujących w zakresie niesprężystym jest niższe od obciążenia krytycznego obliczonego za pomocą warunku (8). Dlatego obliczenia konstrukcji stalowych w pożarach powinny uwzględniać efekty nieliniowości modelu ogrzewanej stali.

W pracy [13] analizowany był ogarnięty pożarem słup stalowy o sztywności

$$\overline{R}(\overline{\sigma},T,t)=\frac{Ah^2E(\overline{\sigma},\overline{T},\overline{t})}{4}=I\left\{\psi_1(T)+mB\overline{\sigma}^{m-1}\left[\int_0^t \exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right)dt\right]^{\frac{1}{3}}\right\}^{-1} \tag{9}$$

dla stali opisanej równaniem fizycznym (porównaj równanie (3))

$$\varepsilon=\varepsilon_e+\varepsilon_t=\sigma\psi_1(T)+\sigma|\sigma|^{m-1}\psi_3\left[\exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right),t\right] \tag{10}$$

$\overline{E}$ jest modułem stycznym w punkcie $\sigma=\overline{\sigma}=\overline{N}/A$. W równaniu (6) moduł ten skojarzony jest z momentem bezwładności przekroju poprzecznego $I = I_{(m=1)}$

$$I\left(\frac{1}{m}+1\right)=I_t=\iint_A y^{\frac{1}{m}+1}dA \tag{11}$$

Elementy δ_{ij} (gdy N = 0) macierzy podatności **D** można obliczyć uwzględniając efekty niesprężyste w konstrukcji stalowej ogarniętej pożarem.

$$\delta_{ij}=\sum_1^q\left[\int_s\frac{M_iM_j}{\left[\psi_1(T)\right]^{-1}I}ds+\int_s\frac{M_j^mM_i}{\left\{\psi_3\left[\exp\left(-\frac{\Delta H}{RT'}\right),t\right]\right\}^{-1}I_t^m}ds\right] \tag{12}$$

Elementy $\overline{\delta}_{ij}$ (gdy N > 0) macierzy podatności **D** można natomiast obliczyć z uwzględnieniem modułu stycznego $\overline{E}$ i uzyskać zlinearyzowane równanie

$$\overline{\delta}_{ij}=\sum_1^k\int_s\frac{\overline{M}_iM_j}{\overline{R}(\overline{\sigma},T,t)}ds=\sum_1^k\int_s\frac{M_i\overline{M}_j}{\overline{R}(\overline{\sigma},T,t)}ds \tag{13}$$

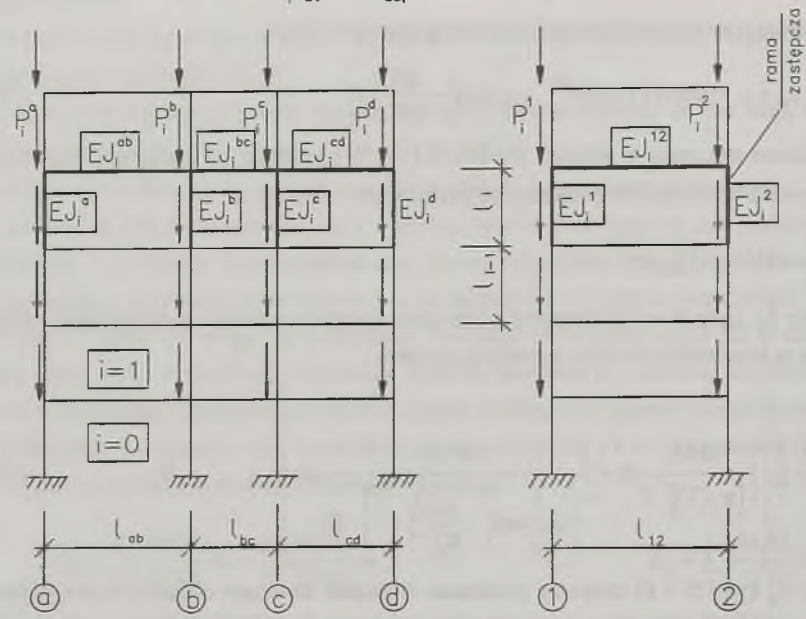
Otrzymane zależności są przydatne do przybliżonej analizy stateczności metodą ramy zastępczej. Rysunek 2 przedstawia główne charakterystyki ramy zastępczej dla wielokondygnacyjnej konstrukcji bez przegubów. Natomiast rys. 3b obrazuje wyboczenie symetryczne i antysymetryczne ramy zastępczej. Wyniki analizy tej ramy metodą sił można uzyskać dla układu podstawowego w postaci ramy trójprzegubowej odpowiednio obciążonej siłami jednostkowymi (rys. 3c dotyczy analizy wyboczenia symetrycznego, rys. 3d dotyczy analizy wyboczenia antysymetrycznego). Warunek wyboczenia symetrycznego w zakresie sprężystej (liniowej) pracy konstrukcji wynika z równań:

$$d_{11} = \frac{2l_2(\sin r - r\cdot\cos r)}{E(T)\cdot I_2\cdot r^2\cdot\sin r} \quad (14) \qquad d_{12} = d_{21} = \frac{2l_2(r - \sin r)}{E(T)\cdot I_2\cdot r^2\cdot\sin r} \quad (15)$$

$$d_{22} = \frac{2l_2(\sin r - r\cdot\cos r)}{E(T)\cdot I_2\cdot r^2\cdot\sin r} + \frac{l_1}{E(T)\cdot I_1} \quad (16)$$

gdzie $(r/l)^2 = N_{cr}/[E(T)\cdot I]$

$$\det(\mathbf{D}) = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$



Sztywność elementów ramy zastępczej:

$$\frac{EI_i^1}{l_i} = \frac{EI_i^2}{l_i} = \frac{E}{2l_i}\left(I_i^a + I_i^b + I_i^c + I_i^d\right), \left(= \frac{E}{2l_i}\sum_1^k (I_i)^j\right); \quad \frac{EI^{12}}{l_{12}} = \frac{EI_i^{ab}}{l_{ab}} + \frac{EI_i^{bc}}{l_{bc}} + \frac{EI_i^{cd}}{l_{cd}}, \left(= \sum_1^q \frac{(EI_i)^j}{l_j}\right)$$

$$P_i^1 = P_i^2 = \frac{1}{2}\left(P_i^a + P_i^b + P_i^c + P_i^d\right), \left(= \frac{1}{2}\sum_1^k (P_i)^j\right)$$

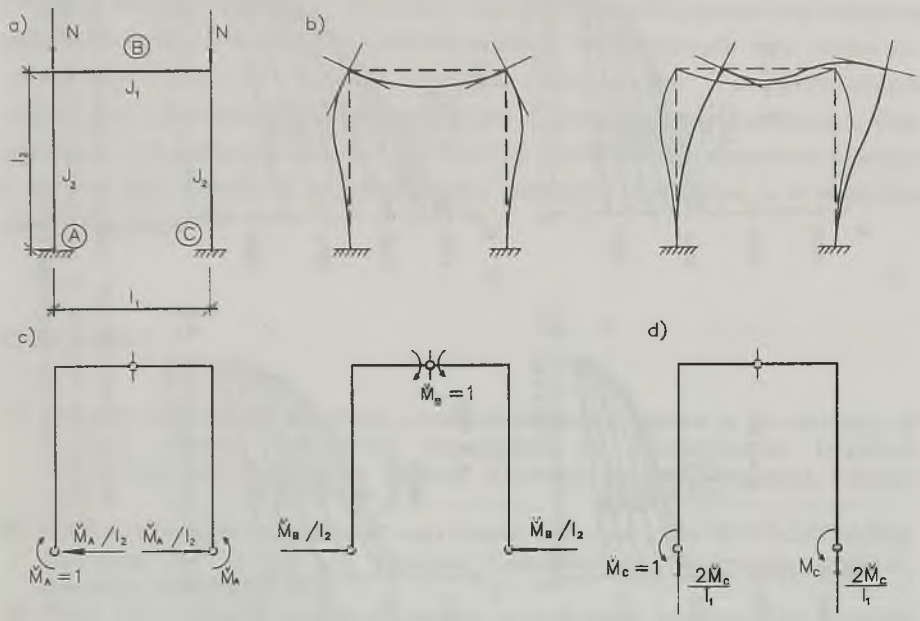
Rys.2. Schemat ramy zastępczej do przybliżonej analizy statecznosci metodą Goldberga
Fig. 2. Diagram of an equivalent frame for the approximate analysis of stability with the Goldberg method

Warunek wyboczenia niesymetrycznego w zakresie liniowo - sprężystej pracy ramy wynika z obciążeń zaznaczonych na rys. 3d

$$\det(\mathbf{D}) = |d_{11}| = 0, \quad (18)$$

$$\text{gdzie} \quad d_{11} = \frac{2l_2 \cdot \mathrm{tg}\,r}{E(T) \cdot I_2 \cdot r} + \frac{l_1}{3E(T) \cdot I_1} \tag{19}$$

Spośród dwóch wyżej uzyskanych decydujące znaczenie ma warunek wyboczenia niesymetrycznego (19). Z tego warunku wynika rozwiązanie zadania pokazane na rys. 4, gdzie wykreślono również krzywe dla przypadków, gdy siły działajace na poszczególne słupy nie są sobie równe.



Rys. 3. Schematy do analizy wyboczenia symetrycznego i niesymetrycznego ramy zastepczej pokazanej na rys. 3a.

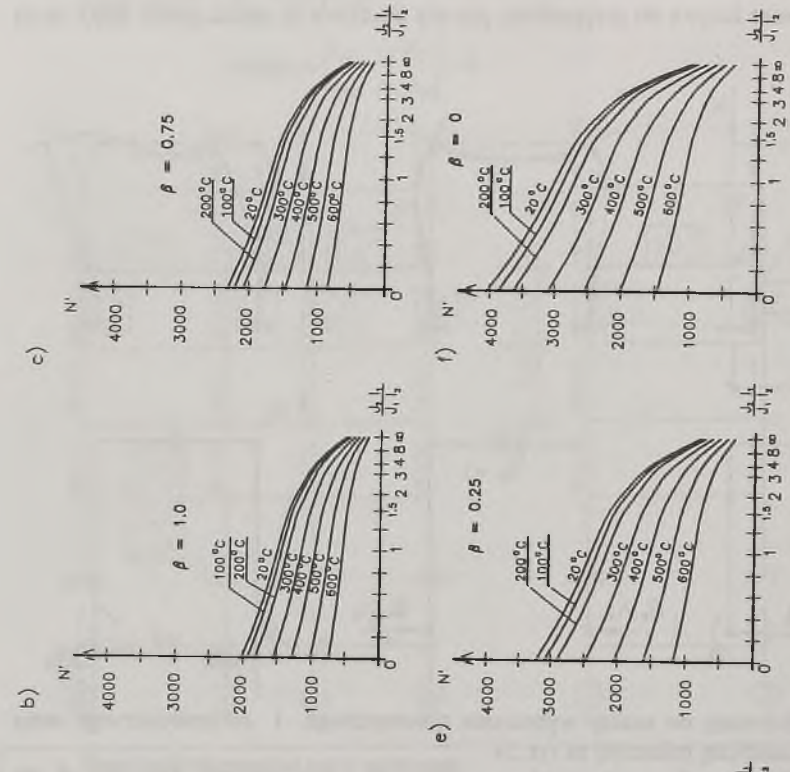
Fig. 3. Diagrams for analysis of symmetric and antisymmetric buckling of the equivalent frame shown in Fig. 3a.

Dokładniejsze rozwiązanie można uzyskać po uwzględnieniu nieliniowości modelu stali w równaniach opisujących słupy rozpatrywanej ramy. Zakładając, że rygiel nie traci właściwości sprężystych (nie jest obciążony siłą zewnętrzną), uzyskuje się następujące równanie (porównaj równanie (19))

$$\frac{\bar{r} \cdot l_2}{\mathrm{tg}\,\bar{r}\,l_2} = -\frac{6l_2}{l_1} \frac{E(T_{cr}) \cdot I_1}{\bar{R}(\bar{\sigma}, T_{cr}, t)} \qquad \text{gdzie } r^2 = N_{cr} / \bar{R} \tag{20}$$

Równanie to opisuje nośność krytyczną ramy zastępczej podczas pożaru.

Dodatkowo należy analizować efekty rozszerzalności termicznej stali w ogrzewanych pożarem ramach. Problem ten był przedmiotem studiów eksperymentalnych [14].



$N' = N_{cr} * l_2^2 / J_2 \, [MN*m^2/m^4]$
$(N' = \pi^2 E(T)/\mu^2)$

Rys.4. Wyniki obliczeń nośności krytycznej ramy
Fig.4. The resultats of calculation of the critical load for the analysesd frame

3. UWAGI I WNIOSKI

Metodę "ramy zastępczej" zaproponowaną przez Goldberga do przybliżonej analizy szkieletów stalowych pracujących w normalnej temperaturze można wykorzystać również do analiz pożarowych. Uzyskane wówczas wyniki pozwalają na sformułowanie wniosków jakościowych o nośności krytycznej ogrzewanej konstrukcji. Generalnie nośność krytyczna ramy zastępczej przedstawionej na rys.4a zależy od temperatury, układu sił obciążających ramę (istotna jest wartość współczynnika β) i stosunków sztywności elementów ramy Z przeprowadzonych obliczeń dla β z przedziału <0, 1> wynika, iż spadek siły krytycznej przy jednostkowej zmianie sztywności $I_2 l_1/I_1 l_2$ jest największy dla $\beta = 0$. Przy tym w temperaturach stosunkowo wysokich o nośności ramy decydują w większym stopniu właściwości materiałowe, a w mniejszym sposób obciążenia.

LITERATURA

[1] Principles and rationale underlying calculation methods in relation to fire resistance of structural elements, International Organization for Standardization, Document ISO/TC92/SC2/WG2 Calculation Methods, (Convenor: Prof. O. Pettersson), February 1985.

[2] Ultimate limit state calculation of sway frames with rigid joints. ECCS-CECM-EKS, Publication No. 33, 1st Ed., European Convention for Construction Steelwork, Rotterdam, Netherlands, 1984.

[3] Wood R.H., Effective lengths of columns in multi-storey buildings, The Structural Engineer, Vol. 52, No. 9, 1974, pp. 341-346.

[4] Merchant W., The failure load of rigidly jointed frame works as influenced by stability, The Structural Engineer, Vol. 32, 1954, p. 185.

[5] Murzewski J., Joint probability of elastic and plastic instability modes, Proc. of the Regional Coll. on Stability of Steel Structures, Budapest - Balatonftred (Hungary), 1977, pp. 249-268.

[6] Kruppa J., Arnault P., Resistance au feu des poutres isostatiques en acier, Construction Metallique, No. 1, 1975, pp. 20-34.

[7] Kubik J., Skowroński W., Nośność graniczna konstrukcji stalowych w czasie pożaru, III Konferencja Naukowo-Techniczna "Fizyka budowli w teorii i praktyce", Łódź 1991, Materiały konferencyjne, s. 66-70.

[8] Pettersson O., Magnusson S., Thor J, Fire engineering design of steel structures, wedish Institute of Steel Construction, Publication No. 50, Stockholm 1976.

[9] Twardowska Z. Kosiorek M., Nośność graniczna stalowych ram płaskich w warunkach pożaru, VII Międzynarodowa Konferencja Naukowo - Techniczna "Konstrukcje Metalowe" Gdańsk, 1984, Referaty, T. I, s. 123-129.

[10].Witteveen J., Twilt L., Bijlaard F.S.K., The stability of braced and unbraced frames at elevated temperatures, Second International Colloquium on the Stability of Steel Structures, Liege 1977, Preliminary Report, pp. 647-655.
[11].Monograph on the Planning and Design of Tall Buildings, Vol. SB, Structural Design of Tall Steel Buildings, Council on Tall Buildings and Urban Habitat, 1979.
[12].RILEM 44-PTH (Properties of Materials at High Temperatures), Anderberg Y., Behaviour of Steel at High Temperatures, Division of Building Fire Safety and Technology, Report LUTVDG/TVBB-3008, Lund,Sweden, 1983.
[13].Skowroński W., Buckling fire endurance of steel columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, 1993, to be published.
[14].Koike S., Ooyanagi N., Nakamura K., Experimental study on thermal stress within structural steelwork, Fire Science and Technology, Vol. 2, No. 2, 1982, pp. 137-150.

Recenzent: Dr hab. inż. Kazimierz Rykaluk
Profesor Politechniki Wrocławskiej

Wpłynęło do Redakcji 5.06.1995 r.

Abstract

The behaviour of real construction materials in different predictable conditions is so complex that it is difficult to describe it precisely in terms of mathematical equations. The problem of the mathematical modelling of materials is, therefore, to be solved rationally by taking into consideration the material type, construction type, load value and external conditions (e.g. temperature). This paper presents the approximate analysis of stability with the method of the equivalent frame. The method was put forward by Goldberg for steel frames in ambient temperatures.

In the presented analysis of the steel constructions during fire the following assumptions are made:
- the steel behaves as a homogeneous and isotropic continuum whosemechanical properties are the same both under compression and tension,
- lengths of construction elements (beams, columns) are large in comparison with their transverse dimensions,
- up to the failure the elements displacements and their derivatives with respect to the variables describing a position of bar points are sufficiently small so linear geometric relations are valid,
- the trace of the load plane coincides with one of the central principal axis of inertia of cross-sectional area of the element,
- the element of frame constructed in a proper way does not lose local stability at elevated temperature,
- site splices that can occur on element length are constructed in such a way that they do not influence the value of a critical temperature,
- the fireproofing insulation does not interact with the structure in carrying loads and does not undergo destruction before conventional failure of a frame.