

Joanna DESZCZ, Jan MADEY

## KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE DECYZJI OCENĄ WIELOKRYTERIALNĄ WARIANTOWYCH ROZWIĄZAŃ

**Streszczenie.** Opracowano algorytm dokonywania ocen wielokryterialnych. Określono i podano propozycje rozwiązania szczegółowych problemów związanych z procesem oceny. Przedstawiono wybrane formuły kryteriów globalnych. Na przykładzie zaprezentowano aplikację do arkusza kalkulacyjnego EXCEL z instrukcją dla użytkownika.

## COMPUTER AIDED MULTICRITERION ASSESING OF ALTERNATIVE SOLUTIONS IN DECISION PROCESS

**Summary.** The algorithm for multicriterion assesment was prepared. The propositions of detailed problems soloution related to problem of assesing are determinated and presented. The mathematical based formulas were proposed to determinate the global criterion value. The explanations and notes for the example basing on the particular software are included.

## KOMPUTER - UNTERSTUETZTES ENTSCHEIDUNGS MIT HILFE VON MEHRKRI- TERIENBEWERTUNG MEHRERER VARIANTENELOESUNGEN

**Zusammenfassung.** Es wurde ein Algorithmus der Mehrkriterienbewertung erarbeitet. Man hat Vorschlaege von Loesungen detaillierter Probleme, die mit dem Bewertungsprozess zusammenhaengen, beschwieben. Es wurden ausgewachte Globalkriterienformeln dargestellt. Mit hilfe eines Beispiels hat man die Applikation des Kalkulationsblattes MS EXCEL mit Gebrauchsanweisung fuer den Nuetzer.

## 1. WPROWADZENIE

Rozwiązania niektórych problemów decyzyjnych wymagają uwzględnienia wielu funkcji kryteriów. Kryteria te mogą mieć zarówno charakter ilościowy, jak i jakościowy, inaczej mówiąc mierzalny i niemierzalny. Możliwość dokonywania wyboru rozwiązania problemu decyzyjnego w aspekcie wielu kryteriów, w tym również niemierzalnych, daje zastosowanie metod ocen wielokryterialnych. Istotą oceny wielokryterialnej jest odwzorowanie macierzy kryteriów cząstkowych, charakteryzujących wariantowe rozwiązania, w wektor kryterium globalnego.

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ X_{21} & \dots & \dots & X_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nm} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{bmatrix}$$

$X_{ij}$  - wartość j-tego kryterium cząstkowego dla i-tego wariantu,

gdzie  $i=1, \dots, n$  a  $j=1, \dots, m$

$n$  - liczba wariantowych rozwiązań,

$m$  - liczba kryteriów oceny.

Odwzorowanie to powinno zachować preferencje decydenta co do wartości i względnej ważności kryteriów cząstkowych.

## 2. PODSTAWOWE POJĘCIA I DEFINICJE

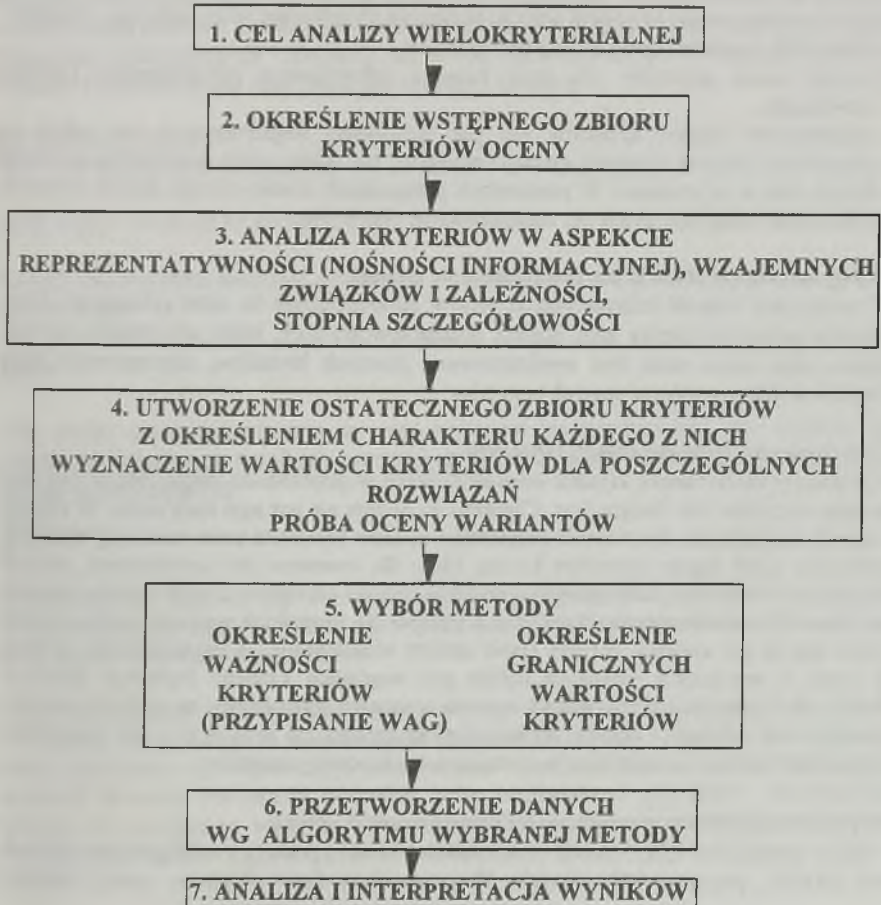
Dla precyzyjnego i jednoznacznego rozumienia prezentowanych treści w tabeli poniżej zestawiono kluczowe pojęcia oraz ich znaczeniowe odpowiedniki, które spotkać można w innych opracowaniach.

POJĘCIE	ODPOWIEDNIKI	DEFINICJA/ ZNACZENIE
Kryterium	Parametr oceny Miernik oceny Miara konsekwencji	Zasada wyznaczająca sposób osądzania czegoś pod względem obecności, braku lub stopnia posiadania pewnych cech...
Kryterium globalne	Wskaźnik syntetyczny oceny Ocena syntetyczna Wskaźnik oceny globalnej	Wielkość liczbową, którą otrzymuje się w wyniku przetworzenia danych liczbowych wartości kryteriów, wg algorytmu metody wielokryterialnej
Waga	Współczynnik hierarchiczny	Liczbową wartość oceny ważności kryterium
Stymulanta	Zalety Walor Kryterium dodatnie	Kryterium, którego wzrost wartości powoduje wzrost oceny globalnej
Destymulanta	Wady Mankament Kryterium ujemne	Kryterium, którego wzrost wartości powoduje spadek oceny globalnej.

Normalizacja	Kodowanie Normowanie	Zastąpienie pierwotnej wartości kryterium (mianowanej) wartością liczbową (niemianowaną), z określonego przedziału -najczęściej $[0,1]$ lub $(0,1)$ .
Wartość graniczna kryterium		Ekstremalna wartość kryterium możliwa (najkorzystniejsza) lub dopuszczalna (najmniej korzystna) . Wyznacza granice przedziału standaryzacji.

### 3. ANALIZA WIELOKRYTERIALNA – TOK POSTĘPOWANIA

Dokonywanie ocen wielokryterialnych wariantowych rozwiązań problemu decyzyjnego przedstawiono na poniższym schemacie:



1. Sprecyzowanie **celu oceny** i sformułowanie wymagań co do zawartości informacyjnej wyników.

Celem oceny może być wyodrębnienie z grupy analizowanych wariantów najlepszego, w aspekcie przyjętych kryteriów, uszeregowanie wariantów wg. "dobroci", określenie grupy rozwiązań "wystarczająco dobrych".

2. **Utworzenie wstępnego zbioru kryteriów oceny.**

Jest to najważniejszy, zdaniem autorów, element analizy wielokryterialnej. Dokonując wyboru kryteriów oceny, należy odpowiedzieć sobie na pytanie - jakie cechy przedmiotu oceny (wariantowego rozwiązania) są dla mnie, jako decydenta, istotne?

Przyjęty zbiór cech może obejmować, w zależności od analizowanego przedmiotu oceny, cechy fizyczne, chemiczne, techniczne, ekonomiczne, estetyczne itp.

Ogólne cechy te można podzielić na mierzalne i niemierzalne. Informację o stanie przedmiotu oceny w aspekcie cech mierzalnych stanowią odpowiadające im mianowane wielkości kryteriów, np. ciężar, wytrzymałość na rozciąganie, koszt itp. Dla cechy niemierzalnej przyjmuje się umowną skalę oceny i informację o stanie przedmiotu oceny w jej aspekcie stanowi określona przez decydenta wartość punktowa. Przykładem takiej cechy jest estetyka.

Tworząc zbiór kryteriów oceny należy pamiętać, że:

- przyjęty zbiór kryteriów nie musi tworzyć całościowego odwzorowania (modelu) rozwiązania;
- subiektywny doboru kryteriów nie jest zjawiskiem negatywnym i nie należy go eliminować. Dotyczy to prostej sytuacji decyzyjnej, tzn. takiej, gdzie wszelkie konsekwencje decyzji ponosi jej podmiot. W pozostałych przypadkach obiektywizacja doboru kryteriów może zostać osiągnięta przez np. zaangażowanie ekspertów,

3. **Wstępnie przyjęty zbiór kryteriów** poddaje się **analizie.**

Oceniana jest nośność informacyjna kryteriów, odpowiedniość do cechy przedmiotu oceny, wzajemne zależności między nimi, różnice szczegółowości cech, jakim odpowiadają kryteria. Efektem tego etapu może być wyeliminowanie pewnych kryteriów, zagregowanie grupy kryteriów w jedno, przyjęcie nowych kryteriów.

4. **Tworzenie ostatecznego zbioru kryteriów.**

Ostateczny zbiór tworzą kryteria zakwalifikowane w poprzednim etapie. Mogą one mieć charakter stymulant lub destymulant. Charakter kryterium nie jest jego stałą cechą. W różnych sytuacjach decyzyjnych, dla różnych decydentów to samo kryterium może mieć inny charakter. Przykładem niech będzie kryterium kosztu, które dla inwestora jest destymulantą, lecz dla generalnego wykonawcy, którego wynagrodzenie stanowi określony procent kosztu, będzie to stymulanta. Po zadeklarowaniu charakteru kryteriów dla wszystkich wariantowych rozwiązań określić należy ich wartości. Na tym etapie analizy wielokryterialnej może zaistnieć sytuacja, gdy jedno z ocenianych rozwiązań będzie pod względem każdego kryterium lepsze od pozostałych. Każdy specyficzny układ wartości kryteriów pozwalający na podjęcie decyzji - realizujący cel działania - kończy analizę wielokryterialną na tym etapie. W pozostałych przypadkach kontynuuje się proces, wybierając metodę oceny wariantów.

5. **Wybór metody oceny** i przygotowanie danych uzupełniających.

Wybór metody (lub kilku metod) oceny wielokryterialnej pociąga za sobą, odpowiednie dla danej metody, przygotowanie danych. W poprzedniej fazie określony został charakter

kryteriów (stymulanta - destymulanta), przypisane wartości kryteriom dla wszystkich wariantów. Dla metod stanowiących przedmiot opracowania przygotowanie danych obejmuje:

• Określenie granicznych wartości kryteriów.

Dla każdego wybranego kryterium należy określić wartość maksymalną i minimalną. Ze względu na warunki normalizacji kryteriów w opracowaniu przyjmuje się, że wartości te muszą spełniać następujące warunki:

- graniczna wartość minimalna kryterium musi być mniejsza od najmniejszej wartości, jaką dane kryterium przyjmuje w zbiorze wariantowych rozwiązań.

- graniczna wartość maksymalna musi być większa od największej wartości danego kryterium.

• Określenie ważności kryteriów.

Każdemu kryterium  $K_i$  dla  $i=1$  do  $m$  przyporządkowujemy liczbę  $M_i$ , stanowiącą ocenę ważności tego kryterium w łącznej ocenie wielokryterialnej. Działanie to nie przysparza trudności, gdy zbiór kryteriów jest kilkuelementowy. - decydent określa wagi kryteriów arbitralnie. W celu określenia ważności liczniejszych zbiorów ( $i$  w każdym przypadku wątpliwości w ocenie ważności) można zastosować analizę par. Analiza par kryteriów polega na zbudowaniu macierzy kwadratowej  $A$  o wymiarach  $m \times m$  (gdzie  $m$  to liczba kryteriów).

Elementom  $a_{ij}$  tej macierzy przypisuje się pewną umowną wartość w zależności od relacji ważności określonej przez decydenta, dla kryteriów  $k_i$  i  $k_j$  np.

$$a_{ij} = 1 \text{ gdy } M(k_i) > M(k_j)$$

$$a_{ij} = 0 \text{ w pozostałych przypadkach}$$

$M(k_i), M(k_j)$  - ważność kryteriów  $k_i$  i  $k_j$

Sumując tak określone elementy macierzy  $A$  wzdłuż wiersza, otrzymujemy wskaźnik wagi  $i$ -tego kryterium

$$\sum a_{ij} = r_i$$

który można uznać bezpośrednio za wagę kryterium lub przekształcić, aby wartość wagi należała do pożądanego przedziału wartości np.  $(0,1)$ . Dodatkowo można wprowadzić inne warunki ograniczające np:

$$\sum M(k_i) = 1$$

**6. Przetworzenie danych** wg algorytmu wybranej metody następuje po wcześniejszym przygotowaniu wymaganych informacji wejścia. Dla porównania wyników można dokonać oceny wg kilku wybranych algorytmów.

**7. Analiza i interpretacja wyników** jest etapem bezpośrednio poprzedzającym wybór decyzji. Jeśli jednak wyniki oceny są dla decydenta zaskakujące i budzą jakiegokolwiek wątpliwości, należy zrewidować jej kolejne etapy, począwszy od określenia zbioru kryteriów oceny przez określenie ważności (zwłaszcza kryteriów, które przesądziły o przewadze "zwykłego" wariantu) do przypisania wartości. Taka rewizja danych może prowadzić do ponowienia procesu oceny wg opisanego wyżej schematu działania.

#### 4. CHARAKTERYSTYKA ALGORYTMÓW WYBRANYCH METOD OCENY WIELOKRYTERIALNEJ

Dla celów niniejszego opracowania przyjęto normalizację kryteriów:

Dla stymulant:

$$X_{ij} = \frac{X_{igr\ max} - X_{ij}}{X_{igr\ max} - X_{igr\ min}}$$

Dla destymulant:

$$X_{ij} = \frac{X_{ij} - X_{igr\ min}}{X_{igr\ max} - X_{igr\ min}}$$

gdzie:

$X_{ij}$  - znormalizowana wartość kryterium i-tego dla j-tego rozwiązania,

$X_{ij}$  - wartość i-tego kryterium dla j-tego rozwiązania,

$X_{igr\ min}$  - wartość graniczna minimalna dla i-tego kryterium,

$X_{igr\ max}$  - wartość graniczna maksymalna dla i-tego kryterium.

Dla celów niniejszej pracy (patrz p. 3.3 -5) przyjęto następujące założenia:

##### Założenie 1

$$X_{igr\ min} < \underset{j}{MIN}(X_{ij}) \text{ dla } j=1 \text{ do } n$$

$$X_{igr\ max} > \underset{j}{MAX}(X_{ij}) \text{ dla } j=1 \text{ do } n$$

gdzie:

n - liczba ocenianych rozwiązań.

Założenie to oznacza, że  $X_{igr\ min}$  i  $X_{igr\ max}$  wyznaczają takie granice przedziału normalizacji, że znormalizowana wartość kryterium dla każdego ocenianego wariantu j:

$$0 < k_{ij} < 1$$

##### Założenie 2

Wartość wag kryteriów  $M_i$  (Waga i-tego kryterium spełniać powinna następujące warunki:

$$1^\circ \quad 0 < M_i < 1$$

oraz

$$2^\circ \quad \sum_{i=1}^k M_i = 1$$

gdzie:

k liczba kryteriów.

Uwzględniając założenia 1° i 2°: zmodyfikowano formuły matematyczne poszczególnych metod tak, by:

- kryterium globalne  $J_j$  j-tego rozwiązania miało wartość liczbową tym większą, im wyższa ocena tego rozwiązania,

wzrost znormalizowanej wartości kryterium  $X_{ij}$  powodował przyrost wartości kryterium globalnego  $J_j$ .

- wzrost wagi  $M_i$  i-tego kryterium powodował przyrost wartości kryterium globalnego  $J_j$ ,
- wartości kryteriów globalnych były tego samego rzędu (dla porównania graficznych odwzorowań wyników oceny dla różnych metod).

Dla powyższych warunków ostatecznie przyjęto cztery kryteria globalne:

#### 1. wskaźnik harmoniczny

$$J_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{M_i X_{ij}}}$$

#### 2. wskaźnik multiplikacyjny

$$J_j = X_{1j} \cdot X_{2j} \cdot \dots \cdot X_{kj}$$

#### 3. wskaźnik multiplikacyjny skorygowany

$$J_j = X_{1j}^{M_1} \cdot X_{2j}^{M_2} \cdot \dots \cdot X_{kj}^{M_k}$$

#### 4. wskaźnik arytmetyczny (średnia arytmetyczna)

$$J_j = \frac{\sum_{i=1}^k X_{ij}}{k}$$

#### 5. wskaźnik arytmetyczny skorygowany (średnia ważona)

$$J_j = \frac{\sum_{i=1}^k M_i X_{ij}}{k}$$

### 5. PRZYKŁAD I INSTRUKCJA KORZYSTANIA Z APLIKACJI ARKUSZA KALKULACYJNEGO MS EXCEL

W celu opisu korzystania z aplikacji arkusza kalkulacyjnego MS EXCEL wykorzystano przykład z pracy [11]. Założono znajomość korzystania z graficznego systemu operacyjnego MS WINDOWS w wersji 3.0 i wyżej, jak i również posługiwania się elementami nawigacji w aplikacjach tego systemu.

Po wywołaniu aplikacji należy w polu Liczba Kryteriów wpisać odpowiednią liczbę (maksymalnie 10):

L.kryteriów

Następnie w tabeli Kryteria-Rozwiązania wpisać odpowiednie wartości kryteriów dla poszczególnych rozwiązań:

ARKUSZ KRYTERIÓW (dane wejściowe)										
Kryteria ----->										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r										
o	1	18882	50	5	12820					
z	2	10310	10	4	34899					
w	3	5539	30	2	17884					
i	4	18856	10	5	67770					
q	5									
z	6									

Pod tabelą Kryteria-Rozwiązania należy wpisać, czy dane kryterium jest stymulantą - s czy destymulantą - d:

s/d

W następnej kolejności musimy określić wartości graniczne kryterium, czyli minimalne i maksymalne wartości poszczególnych kryteriów:

min(p)	3000	5	1	0						
max(q)	20000	50	5	67800						

Ostatnimi danymi, które muszą być wpisane, są wagi poszczególnych kryteriów, przy czym w ostatniej kolumnie wyliczana jest ich suma. Suma ta musi być, zgodnie z wyżej wymienionymi wzorami, równa 1:

WAGI										Suma wagi
Kryteria ----->										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0,25	0,25	0,25	0,25							1

Następne dwie tabele wyliczają się automatycznie i tak pierwsza z nich to tabela pomocnicza znormalizowanych wartości kryteriów:

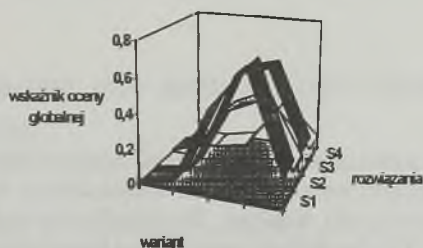


ARKUSZ KRYTERIÓW (Normalizacja)											
		Kryteria →									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1	0,07	1,00	1,00	0,81						
o	2	0,57	0,11	0,75	0,49						
z	3	0,85	0,56	0,25	0,74						
w	4	0,07	0,11	1,00	0,00						
i	5										
a	6										
z	7										
a	8										
n	9										
i	10										
a											

oraz tabela końcowa pokazująca wyniki wszystkich wskaźników oceny globalnej:

lp.	Średnia harmoniczna	Wskaźnik multi plikacyjny	Wskaźnik mlpk skorygow.	Wskaźnik arytm.	Wskaźnik arytm. skorygow.
1	0,014	0,053	0,481	0,719	0,180
2	0,018	0,023	0,390	0,479	0,120
3	0,030	0,087	0,543	0,598	0,150
4	0,000	0,000	0,043	0,295	0,074

Poniżej przedstawiono wykres wskaźników oceny globalnej z przykładu:



## LITERATURA

1. W.Findeisen (praca zbiorowa) - Analiza systemowa. Podstawy i metodologia. PWN, Warszawa 1985.
2. E.Ignasiak - Optymalizacja procesu inwestycyjnego. PWE, Warszawa 1994.
3. S.Kamiński, M.Lelus, J.Modzelewski - Próba zastosowania metod kwantytatywnych w optymalizacji decyzji w budownictwie. - Konferencja Naukowa -Nowoczesne Technologie Budowlane. Gliwice 1994.
4. E.Krodkiewska-Skoczylas - Metody syntetycznej oceny jakości produktów. - Biblioteka Jakości. Wydawnictwo Normalizacyjne, Warszawa 1982.
5. Z.Malara - Analiza wielokryterialna narzędziem oceny giełdowych szans. *Ekonomika i Organizacja Przedsiębiorstwa* 10/1994
6. W.Pluta - Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych. PWE, Warszawa 1977.
7. B.Roy - Wielokryterialne wspomaganie decyzji. WNT, Warszawa 1990.
8. W.Sadowski -Teoria podejmowania decyzji. PWN, Warszawa 1971.
9. Ł.Tatarkiewicz - Microsoft EXCEL wersja 4.0 Exit, Warszawa 1992.
10. J.Zieleniewski - Organizacja i zarządzanie. PWN, Warszawa 1981.
11. J.Deszcz - Propozycja wielokryterialnej oceny... Materiały Konferencyjne Nowoczesne Technologie Budowlane - Gliwice 1994.

Recenzent: Prof.n.dr hab. Jerzy Mika

Wpłynęło do Redakcji 6.06.1995 r.

**Abstract**

Essential of presented methods is the representation of partial criterion values' matrixes on the global criterion value vector. The paper presents statement of basic notions, theirs definitions and meanings' equivalents faced in this area of interest. The algorithm for multicriterion assessment actions was prepared. The five different mathematical based formulas were proposed to determinate the global criterion value. The spreadsheet software application giving the possibilities of quick computing of mentioned formulas and graphical presentation of results was made. The explanations and notes for the example basing on the MS EXCEL software are included.