

Henryk KRAUSE

## ZAGADNIENIA ODWROTNE W IDENTYFIKACJI PARAMETRÓW FIZYCZNYCH PRZEGRÓD BUDOWLANYCH

**Streszczenie.** Przedstawiono rozwiązywanie zagadnień odwrotnych, mających zastosowanie w temperaturowej diagnostyce izolacyjności cieplnej przegród budowlanych.

Na podstawie znanych z pomiarów skutków termicznych na powierzchni rozwiązano zagadnienie wewnętrznej identyfikacji właściwości termicznej przegrody.

## THE REVERSE PROBLEM IN PHYSICAL IDENTIFICATION OF BUILDING PARTITIONS

**Summary.** Paper presents solutions for reverse problems, which are applied in temperature diagnostics of thermal insulation of building partitions.

Basing on know results from measurements of thermal effect on surface the problem of internal identification of thermal partitions properties was solved.

## REVERSE PROBLEME DER IDENTIFIKATION PHYSISCHER PARAMETER DER AUSSENBAUTEILE

**Zusammenfassung.** Es wurden Lösungen dargestellt, die in der Temperatur-wärmedämmungsdiagnostik der Aussenbauteile Anwendung finden. Auf Grund aus Messung stammender thermischer Effekte auf der Oberfläche, wurde das Problem der innerlichen Identifikation thermischer Bauteileigenschaften gelöst.

## 1. WPROWADZENIE

Rzecz i doświadczenia w zakresie wyznaczania pól temperatur spowodowały zainteresowanie rozwiązywaniem zagadnień odwrotnych mających praktyczne zastosowanie w temperaturowej diagnostyce izolacyjności cieplnej przegród budowlanych.

Na podstawie znanych skutków z pomiarów na powierzchni przegrody rozwiązuje się zagadnienia wewnętrzne identyfikacji właściwości termoizolacyjnej ciała [7,9].

Zakres zagadnień odwrotnych jest bardzo szeroki, a ich szczegółowa klasyfikacja dotychczasowa jest praktycznie niemożliwa. W przypadku rozwiązywania identyfikacji charakterystyki termoizolacyjności przegrody oznaczonej symbolem CTP — która nie jest pomiarowo bezpośrednio dostępna — wyznacza się pośrednio na podstawie pomiarów wielkości zależnych od wewnętrznych właściwości fizycznych przegród [2]. W klasyfikacji rozwiązywania problemu zagadnienia te należą do grupy zagadnień współczynnikowych.

Cechą charakteryzującą matematyczne sformułowanie współczynnikowego zagadnienia odwrotnego jest słabe uwarunkowanie problemu, gdyż jest czułe na zakłócenia danych pomiarowych, głównie gęstości strumienia cieplnego.

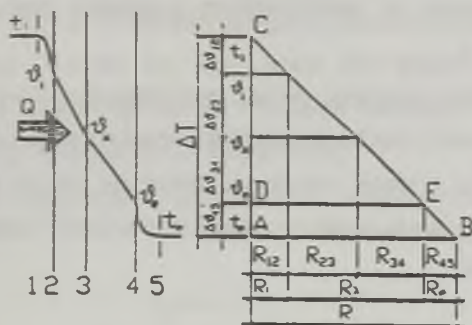
Konsekwencją słabego uwarunkowania zagadnień odwrotnych przy nieustalonym przepływie ciepła jest konieczność przestrzegania dodatkowych wymagań dotyczących czasu pomiaru  $\tau$  [2,4]. Zjawisko tłumienia i opóźnienia sygnału jest ważne dla procesów przebiegających ze zróżnicowaną intensywnością. Dopiero odpowiedni czas pomiarów może gwarantować miarodajność uzyskiwanych wyników.

Uwarunkowania te tworzą swoisty "szum informacyjny", który przenosi się na reprezentatywność wyznaczanych wielkości pomiarowych CTP. Poprzez jego zmniejszenie można uzyskać obniżenie niepewności pomiarowych wyznaczanych charakterystyk. W tym celu zastosowano teorię podobieństwa w modelowaniu zjawisk przewodnictwa cieplnego.

## 2. MODELOWANIE ZJAWISKA FIZYCZNEGO

Do analizy przyjęto formalny model zaliczany do interfejsu pomiarowego. Model ten nie uwzględnia bezpośrednio zróżnicowanej wewnętrznej dynamiki przegrody, natomiast

przedstawia sytuacje chwilowe oznaczone symbolem SEP (Sytuacja Eksploatacyjna Przegrody), zachodzące na styku badania: obiekt badany — czujnik [8].



Rys.1. Model podobieństwa ustalonych pól fizycznych, m<sup>w</sup>

Fig.1. Model of similarity of steady-state physical fields, m<sup>w</sup>

Analizując przedstawione zagadnienie przy niestalonym przepływie ciepła, zakłada się stabilizację przepływu w chwili pomiaru.

$$\frac{\Delta U_{12}}{R_{12}} = \frac{\Delta U_{23}}{R_{23}} = \frac{\Delta U_{34}}{R_{34}} = \frac{\Delta U_{45}}{R_{45}} = \frac{\Delta U_{15}}{R_{15}} = Q \quad (1)$$

Według prawa spadku temperatur ilorazy różnic temperatur są proporcjonalne do odpowiednich oporów:

$$\frac{\Delta U_x}{\Delta T} = \frac{R_x}{R}, \quad (2)$$

gdzie  $\Delta U_x$  oznacza spadek temperatury na składowej oporu cieplnego  $R_x$ .

W celu określenia podobieństwa należy wyznaczyć temperatury w charakterystycznych punktach leżących na prostej CB trójkąta ABC, którego podstawą jest bok o stałej długości  $AB = R$ . Porównując odpowiednie trójkąty modelu wyjściowego m<sup>w</sup>, uzyskuje się dwa rodzaje liczb podobieństwa wyrażone w formie bezwymiarowych temperatur  $\Theta_j$ :

$$\Theta_k = \frac{\Delta U_x}{t_1 - t_2}, \quad (3)$$

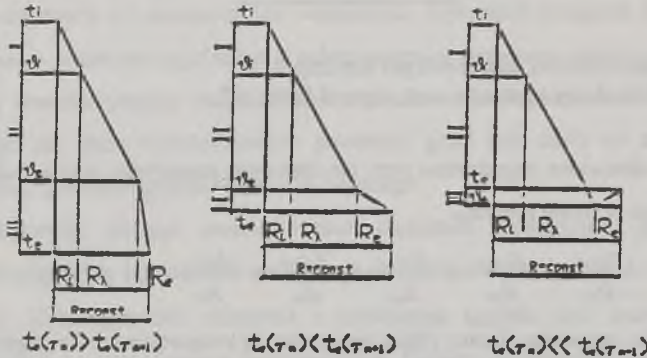
oraz

$$\Theta_{\lambda} = \frac{\Delta u_x}{u_i - u_o} \quad (4)$$

Wielkość  $\Theta_k$  można porównać ze współczynnikiem przenikania ciepła  $k$  a  $\Theta_{\lambda}$  z konduktancją cieplną przegrody  $\Lambda$ .

Czynnikami będącym źródłem deformacji modelu, przy przyjęciu quasi-stacjonarnego charakteru temperatury wewnętrznej  $t_i$ , jest losowy przebieg temperatury zewnętrznej  $t_o$ .

Przy zmianie temperatury  $t_o$  w czasie  $\tau$  występują deformacje modelu wyjściowego. Zróżnicowane oraz uproszczone postacie modelu w zależności od kierunku i prędkości zmian przedstawiono graficznie na rys.2.



Rys.2. Deformacje modelu podobieństwa  $m^w$   
Fig.2. Deformation of initial similarity model  $m^w$

### 3. MODELOWANIE OPERACYJNE

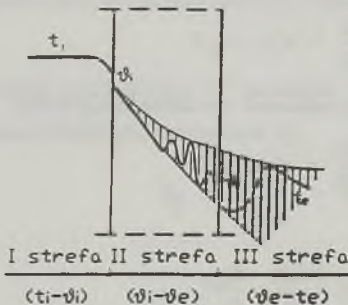
Dla stochastycznego charakteru zewnętrznej temperatury  $t_o$  przy przyjęciu  $t_i = \text{const}$  oraz  $R_1 + R_2 + R_3 = R = \text{const}$  występuje zdeformowanie modelu wyjściowego (rys.2). Charakterystyczne wielkości gęstości strumienia ciepłego będą różne  $q_i \neq q_o \neq q_{\lambda} \neq q$ . SEP w ujęciu pomierzonych różnic temperatur  $\Delta u_x$ , która odpowiada sumie iloczynów gęstości strumienia ciepła i odpowiednich składowych oporu cieplnego zmieniających się w czasie  $\tau$ .

$$(t_i - t_e) = (t_i - v_i) + (v_i - v_e) + (v_e - t_e) \quad (5)$$

$$(t_i - t_e) = q_1 R_i + q_2 R_\lambda + q_e R_e \quad (6)$$

W zakresie zmienności wymienionych wielkości związanych z przebiegiem temperatury  $t_e$  i jej wpływem na profil temperatury przegrody (przesunięcie punktu A w modelu — m<sup>w</sup> rys. 2) wyodrębniono umownie trzy strefy zmian SEP (małych, średnich i zaburzeń). Zabieg modelowania częściowego ułatwia i zwiększa dokładność oraz prowadzi do uproszczenia wyznaczonych bezwymiarowych temperatur [6].

Jako model operacyjny przyjęto model m<sup>o</sup>, w którym pominięto strefę zaburzeń ( $v_e - t_e$ ).



Rys.3. Wpływ temperatury  $t_e$  na zmianę SEP

Fig.3. Influence of temperature  $t_e$  on changes of SEP

Z podobieństwa modelu operacyjnego m<sup>o</sup> trójkąta CDE (rys. 1) wynikają zależności:

$$\frac{v_{12}}{R_{12}} = \frac{v_{23}}{R_{23}} = \frac{v_{12} + v_{23}}{R_{12} + R_{23}} \quad (7)$$

#### 4. LICZBA KRYTERIALNA BIOTA

Liczba kryterialna Biota ( $Bi$ ) charakteryzuje wymianę ciepła w ciele stałym poprzez podobieństwo przejmowania ciepła. Dla przegrody jednorodnej wyrażona jest wzorem [1,3]:

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (8)$$

gdzie:

$l_0$  - wymiar charakterystyczny,

$\alpha$  - współczynnik przyjmowania ciepła.

$\lambda$  - współczynnik przewodności cieplnej.

Przy założeniu, że wymiar charakterystyczny  $l$  wyraża grubość przegrody o współczynniku przewodności  $\lambda$  a współczynnikowi przyjmowania  $\alpha$  odpowiada współczynnik przyjmowania od wewnątrz  $\alpha_i$ , warunek brzegowy dla pola temperatury na powierzchni przegrody  $v_i$ , zgodnie z prawem Newtona wyraża zależność:

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial l} = \alpha_i (t_i - v_i). \quad (9)$$

Po przekształceniu wzoru (9) uzyskuje się zależność wyrażoną liczbą Biota :

$$l \frac{\partial t}{\partial l} = Bi_i (t_i - v_i), \quad (10)$$

gdzie:

$$Bi_i = \frac{\alpha_i l}{\lambda} = \frac{R_\lambda}{R_i} \quad (11)$$

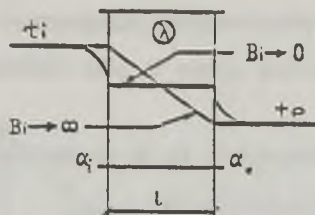
$R_\lambda$  – opór właściwy przegrody,

$R_i$  – opór przyjmowania ciepła od wewnątrz.

Na podstawie wzoru (11) oraz przedstawionych modeli podobieństwa  $m^w$  (rys.1) oraz operacyjnego  $m^o$ , skorygowaną liczbę  $Bi$  można wyrazić ilorazem różnic temperatur:

$$Bi_s = \frac{v_i - v_e}{t_i - v_i}. \quad (12)$$

Z analizy wynika, że przy dobrej izolacyjności termicznej przegrody, tj. kiedy  $R \equiv R_\lambda$ , liczba  $Bi \rightarrow \infty$ , a przy bardzo małym oporze  $R_\lambda \equiv 0$  liczba  $Bi \rightarrow 0$ , rozkłady temperatur stają się wcześniej stacjonarne [5]. Wymienione zależności przedstawiono graficznie na rys.4.



Rys.4. Zmienność liczby Bi w zależności od termoizolacyjności przegrody

Fig.4. Variability of Bi number in dependence on wall thermal isolation

## 5. ZAPISY FORMUŁ BEZWYMIAROWYCH TEMPERATUR

Uzyskane z modelu operacyjnego  $m^\circ$  zależności (wzór 7) pozwalają na przedstawienie trzech wariantów bezwymiarowych temperatur  $\Theta_j$  :

$$\Theta_1 = \frac{v_i - v_e}{t_i - v_i} = Bi_s, \quad (13)$$

$$\Theta_2 = \frac{v_i - v_e}{t_i - v_e}, \quad (14)$$

$$\Theta_3 = \frac{t_i - v_e}{t_i - v_i}. \quad (15)$$

Praktyczną miarą stanu izolacyjności termicznej zewnętrznych przegród jest różnica temperatur  $t_i - v_i$ . Różnica ta charakteryzuje termiczne elementy mikroklimatu pomieszczeń.

Każda z wyznaczonych bezwymiarowych temperatur zależy bezpośrednio od tej wartości lub jej składowej  $(t_i - v_i) + (v_i - v_e)$ .

Wyszczególnione warianty bezwymiarowych temperatur opierają się na wyznaczonych wartościach trzech temperatur  $t_i$ ,  $v_i$ ,  $v_e$ .

W odniesieniu do rzeczywistego obiektu (rys.3) występuje widoczne odstępstwo pomiaru od przyjętego modelu wyjściowego  $m^w$  (rys.1). Odstępstwo to zwiększa się w kierunku środowiska zewnętrznego. Spośród trzech rozpatrywanych temperatur modelu operacyjnego  $m^\circ$  (rys. 3) wartość  $v_e$  obarczona jest największym wpływem zmiennej temperatury  $t_e$ . Analizując warianty zapisów bezwymiarowych temperatur, można stwierdzić, że nie wszystkie

wyszczególnione charakterystyki są w jednakowym stopniu zależne od temperatury  $v_e$ . Należy więc wybrać tę formę zapisu, w której wpływ  $v_e$  jako wielkości pomiarowej będzie najmniejszy.

Wrażliwość odwzorowania charakterystyk  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  określono zależnością:

$$s = \frac{\Theta_j(v_e) - \Theta_j(v_e - \Delta v_e)}{\Theta_j(v_e)} 100\%. \quad (16)$$

gdzie  $s$  oznacza wrażliwość odwzorowania charakterystyki  $\Theta_j$  w zależności od zmian temperatury na zewnętrznej powierzchni przegrody  $v_e$ .

Z analizy wynika, że wpływ pomiaru wielkości  $v_e$  na charakterystykę  $\Theta_2$  jest najmniejszy i wynosi  $1 \div 3\%$ , natomiast dla pozostałych charakterystyk  $\Theta_1$ ,  $\Theta_3$  wpływ ten jest znacznie większy i wrażliwość odwzorowania sięga nawet  $30\%$  [2].

## 6. CHARAKTERYSTYKA METROLOGICZNA

Jako pomiarową CTP przyjęto bezwymiarową temperaturę pomiarową  $TP$  i wyrażono wzorem :

$$TP = \frac{v_i - v_e}{t_i - v_e} \quad (17)$$

Dla nieustalonego przepływu ciepła w określonym czasie  $\tau$  charakterystykę  $TP$  można wyrazić wzorem:

$$TP(\tau) = \frac{v_i(\tau) - v_e(\tau)}{t_i(\tau) - v_e(\tau)} \quad (18)$$

Czas pomiaru  $\Delta\tau$  odpowiadający miarodajnej wartości  $TP_{if}$  wyznacza się z warunku:

$$\left| \frac{TP_n - TP_{n-1}}{TP_n} \right| \leq X_{\min} \quad (19)$$

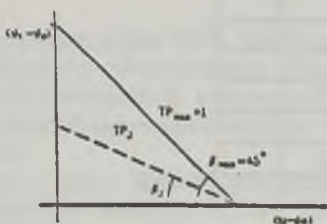
gdzie:

$TP_n$ ,  $TP_{n-1}$  — wielkości pomiarowe wyznaczone jako średnie dla  $n-1$  oraz  $n$  pomiarów w czasie  $\Delta\tau$ ,

$X_{\min}$  — wielkość zależna od  $R_\lambda$ .



Wartość  $X_{\min}$  zależy od przewidywanej wartości  $k$ . Dla celów diagnostycznych przegród przy  $k \geq 0,75 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $X_{\min} = 0,02$ .



Rys. 5. Zależność zmienności wskaźnika TP od różnic temperatur  
Fig. 5. Dependence of TP index variability on temperature difference

Z przedstawionego rys. 5 wynika, że dla dowolnego czasu pomiaru  $j$ -ta bezwymiarowa temperatura pomiarowa wynosi:

$$TP_j = \operatorname{tg} \beta_j = \frac{u_{ij} - u_{ej}}{t_{ij} - u_{ej}}, \quad (20)$$

gdzie  $\beta_j$  – kąt nachylenia TP mieści się w przedziale  $0^\circ \leq \beta_j \leq 45^\circ$ .

Dla  $\beta = 45^\circ$   $TP = 1,0$ , wtedy  $R_\lambda \rightarrow \infty$ .

Z analizy wartości granicznych TP, wynika, że:

— przy bardzo dużym oporze właściwym, gdy  $R_\lambda \rightarrow \infty$ , temperatura  $u_i = t_i$ , stąd wpływ  $R_i$  na opór całkowity  $R$  będzie bardzo mały, czyli  $R_i \cong 0$ ,

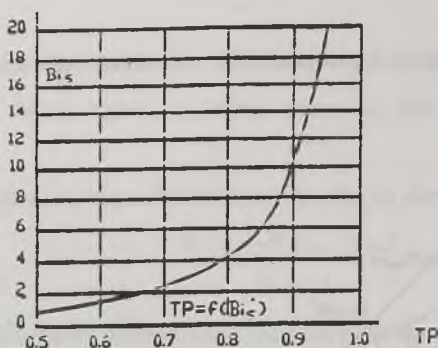
— przy bardzo małym oporze właściwym, gdy  $R_\lambda \rightarrow 0$ , temperatury powierzchni przegrody będą do siebie zbliżone:  $u_i \cong u_e$ .

Graficzne potwierdzenie tych warunków przedstawia rys. 4.

Wzajemne powiązanie bezwymiarowych temperatur pomiarowych TP i  $Bi_s$  wyraża zależność:

$$TP = \frac{Bi_s}{1 + Bi_s} \quad (21)$$

Natomiast zależność graficzną przedstawiono na rys. 6.



Rys.6. Zależność graficzna charakterystyk  $TP=f(Bi)$   
 Fig.6. Diagram of characteristics  $TP=f(Bi)$

## 7. WNIOSKI

Wyznaczenie termoizolacyjności przegrody przy zastosowaniu metod nieniszczących NDT (non-destructive testing) zalicza się do rozwiązywania zagadnień odwrotnych przepływu ciepła.

Przyjęcie formalnego modelu interfejsu pomiarowego jako modelu podobieństwa pozwoliło na ograniczenie liczby wielkości pomiarowych do trzech temperatur. Wartość  $TP$  wyznaczona za pomocą pomiarów wyraża cechę badanego obiektu, która odpowiada izolacyjności termicznej przegrody.

Również wykazano zależność  $TP$  od liczby kryterialnej  $Bi$ . Należy podkreślić, że ze wzrostem  $Bi$  rozdzielczość pomiarowa wyznaczenia  $CTP$  maleje. Przy małych liczbach  $Bi$  rozkłady temperatur stają się wcześniej stacjonarne.

W diagnostyce cieplnej  $TP$  można stosować jako charakterystykę metrologiczną przy wyznaczaniu termoizolacyjności zewnętrznych przegród budowlanych. Charakterystyka ta pozwala na wyeliminowanie pomiaru gęstości strumienia ciepłego  $q$  oraz minimalizację bezpośredniego wpływu środowiska zewnętrznego przez bezpośrednie pominięcie temperatury zewnętrznej  $t_e$ .

## LITERATURA

- [1] Gdula S.: Przewodzenie ciepła, PWN, Warszawa 1989.
- [2] Krause H.: Podstawy temperaturowej diagnostyki izolacyjności cieplnej przegród budowlanych, ZN Politechniki Śl. Budownictwo Z 78, Gliwice 1993.
- [3] Liersch K.W.: Basic-Programme für baulichen Wärme und Feuchtschutz, Werner Verlag, Düsseldorf 1991.
- [4] Pogorzelski J.A. i inni : Wpływ czasu pomiarów na identyfikowaną wartość oporu cieplnego przegród w budynku, XXXIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1990.
- [5] Poppei J., Rogass H., Dreyer J.: Ausgewählte Messverfahren zur Schnellbestimmung für Wärmedämmung, WZI Hochschule, Cottbus 1987.
- [6] Rozenberg W.I.: Wstęp do teorii błędów systemów pomiarowych, Warszawa 1982.
- [7] Skorek J.: Zastosowanie metod stochastycznych i spektralnych do rozwiązywania granicznych zagadnień odwrotnych przewodzenia ciepła, ZN Politechniki Śl. Energetyka Z 119, Gliwice 1994.
- [8] Sydenyham P.H.: Podręcznik metrologii tom I, WKiŁ, Warszawa 1988.
- [9] Szargut J.: Modelowanie numeryczne pól temperatury, WNT, Warszawa 1992.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Piotr Klemm

Wpłynęło do Redakcji dnia 15.05.1995 r.

## Abstract

One of the main direction of action in improving of energy consumption is the energy saving both in existing and project state building objects.

This required the introduction of simple and quick diagnostic methods for building objects.

The calculation of measuamental characteristic of thermal insulation of CTP partitions using the reverse problem solution method is presented.

The problem was analysed introducing formal model which representing the phenomena on the junction sensor tested object. based on physical modeling as CTP the nonunit temperature TP, having the interpretation in Biot criterion number, was proposed.

This approach gives the advantage of simplifying of monamental procedures thanks to not required meassurements of thermal gradient and external temperatur.