

Barbara GŁUSZAK, Stanisław MAJEWSKI

## ANALIZA NUMERYCZNA POZIOMU WYŁĘŻENIA ŻELBETOWEJ ŚCIANY KONDYGNACJI PIWNICZNEJ

**Streszczenie.** Analizę numeryczną opartą na sprężysto-plastycznym modelu materiałowym zastosowano do oceny wyłężenia ściany żelbetowej. Analizowano wpływ odkształceń skurczowych we wczesnym okresie dojrzewania i obciążenia użytkowego na wyłężenie ściany.

### THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE EFFORT LEVEL OF R.C. BASEMENT WALL

**Summary.** Numerical analysis based on elasto-plastic material model has been applied to evaluate the behaviour of R.C. wall. The influence of shrinkage strain in the early-age of concrete has been analysed. Next the wall was subjected to the vertical load.

### DIE NUMERISCHE ANALYSE DER ANSTREUNGNIVEAU VON STALHBETONWAND IN KELLERGESCHOSS

**Zusammenfassung.** Die numerische Analyse, welche stützt sich auf dem elasto-plastischen Stoffmodell, ist für die Einschätzung der Anstreunungsniveau von Stahlbetonwand angewendet.

#### 1 WSTĘP

W praktyce inżynierskiej często spotykamy się z zarysowaniem żelbetowych ścian kondygnacji piwnicznej. Zarysowanie to pojawia się bądź w fazie wykonawstwa, gdy mamy do czynienia z nie w pełni jeszcze ukształtowanym materiałem ścian, bądź też w późniejszym okresie gdy na konstrukcję oddziałują obciążenia eksploatacyjne. Problem nabiera dodatkowych aspektów w rejonach, w których prowadzona jest eksploatacja kopalni. Można oczywiście powiedzieć, że jest to zagadnienie lokalne, niemniej, jednak tam gdzie występuje, stanowi poważny problem przy projektowaniu i utrzymaniu budynków. Ponieważ w rejonach tych nie istnieją praktycznie tereny wolne od deformacji spowodowanych działalnością wydobywczą, wszelkie uszkodzenia konstrukcji często przypisywane są głównie tym wpływom. Są to raczej stwierdzenia intuicyjne, ponieważ nieznanym jest poziom wyłężenia materiału ściany przed

zadziałaniem obciążeń związanych z górnictwymi deformacjami terenu. Interesujące wydaje się więc dokładniejsze rozpoznanie tych zjawisk.

Znaczny postęp w dziedzinie modelowania betonu oraz rozwój metod numerycznych stwarzają możliwość analizy złożonych układów konstrukcyjnych poddanych różnorodnym wpływom. Raz zbudowany niezniszczalny model numeryczny może być wielokrotnie modyfikowany i analizowany przy zmieniających się parametrach. Możliwe jest również uwzględnienie różnorodnych wpływów w sposób niezależny, co w praktyce jest praktycznie niemożliwe, a w badaniach laboratoryjnych trudne do zrealizowania. Nie można oczywiście mówić o wyższości metod numerycznych nad laboratoryjnymi, w niektórych przypadkach jednak dają one większe możliwości w prowadzonych analizach. Stwierdzenie to wydaje się szczególnie prawdziwe w przypadku badań ściany żelbetowej na podłożu gruntowym, gdzie wierna reprezentacja rzeczywistości w modelu laboratoryjnym jest praktycznie niemożliwa.

## 2. MODEL OBLICZENIOWY

W analizie wykorzystano zarówno dla elementów żelbetowych, elementów kontaktowych, jak i dla podłoża gruntowego sprężysto-plastyczny model materiałowy opisany w pracach [1,2]. W przypadku analizy konstrukcji we wczesnym okresie dojrzewania konieczna była modyfikacja modelu obejmująca uzależnienie praktycznie wszystkich parametrów od czasu. W tym miejscu przedstawimy jedynie skrótową charakterystykę modelu z uwzględnieniem tych elementów, których wprowadzenie było niezbędne dla realistycznego opisu świeżego betonu.

Powierzchnię plastyczności opisano w przestrzeni naprężeń określonej przez naprężenie średnie  $\sigma_m$  oraz intensywność naprężenia  $\bar{\sigma}$  następującymi wzorami:

- w części stożkowej:

$$F_1 = \bar{\sigma} + (3\alpha_{(t)}\sigma_m - \beta_{(t)}) \cdot Y(\kappa) = 0, \quad (1)$$

- w części kulistej:

$$F_2 = \bar{\sigma}^2 + \sigma_m^2 - R_{(t)}^2 = 0, \quad R_{(t)} = \frac{\beta_{(t)} Y_{\kappa}}{\sqrt{1 + 9\alpha_{(t)}^2 Y_{\kappa}^2}} \quad (2)$$

- w części elipsoidalnej:

$$F_3 = \frac{(\sigma_m - c_{(t)})^2}{a_{(t)}^2} + \frac{\bar{\sigma}^2}{b_{(t)}^2} - 1 = 0, \quad (3)$$

Zależne od czasu  $t$  współczynniki we wzorach (1) i (2) są dane wzorami:

$$\alpha_{(t)} = \frac{f_{c(t)} - f_{t(t)}}{f_{c(t)} + f_{t(t)}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \beta_{(t)} = \frac{2f_{c(t)}f_{t(t)}}{\sqrt{3}(f_{c(t)} + f_{t(t)})} \quad (4)$$

Zasadniczymi parametrami funkcji określających powierzchnię plastyczności są wytrzymałości betonu na ściskanie i rozciąganie. Dla świeżego betonu są one funkcją czasu, a ich zmiany we wczesnej fazie dojrzewania są szczególnie szybkie. W modelu wykorzystano zależność na  $f_{c(t)}$  wg CEB-FIP MC90, modyfikując sposób obliczenia  $f_{t(t)}$ :

$$f_{c(t)} = \exp\left[0,25\left(1 - \frac{5,3}{\sqrt{t}}\right)\right] f_{cm}, \quad f_{t(t)} = \left(\frac{f_{tm}}{f_{cm}} + \left(1 - \frac{f_{tm}}{f_{cm}}\right) \exp(-\psi t)\right) f_{u(t)} \quad (5)$$

gdzie  $f_{tm}$  i  $f_{cm}$  oznaczają wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie dojrzałego betonu.

Równie istotne są zmiany parametrów decydujących o odkształcalności betonu. Moduł sprężystości uzależniono od czasu również wg zależności podanej przez CEB-FIP MC90:

$$E_{(t)} = E_{bm} \sqrt{\exp\left[0,25\left(1 - \frac{5,3}{\sqrt{t}}\right)\right]} \quad (6)$$

gdzie  $E_{bm}$  oznacza moduł sprężystości betonu 28-dniowego.

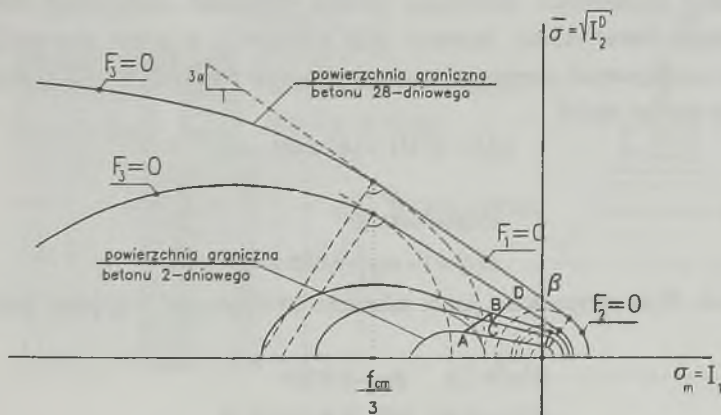
Prawo wzmocnienia/osłabienia zredukowano do fazy osłabienia przyjmując:

$$Y(\kappa) = C_4 + (1 - C_4)(C_2\kappa + 1) \exp(-C_2\kappa) \quad (7)$$

Parametrem tej funkcji jest plastyczna część intensywności odkształcenia dana wzorem:

$$\kappa = \bar{\epsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ (\epsilon_x^{pl} - \epsilon_y^{pl})^2 + (\epsilon_y^{pl} - \epsilon_z^{pl})^2 + (\epsilon_z^{pl} - \epsilon_x^{pl})^2 + \frac{3}{2} \left[ (\gamma_{xy}^{pl})^2 + (\gamma_{yz}^{pl})^2 + (\gamma_{zx}^{pl})^2 \right] \right\}} \quad (8)$$

W równaniach modelu występuje 8 parametrów materiałowych. Trzy z nich:  $f_{cm}$ ,  $f_{tm}$  i  $E_{bm}$  mogą być przyjęte na podstawie dostępnych wyników badań. Pozostałe parametry:  $C_2$ ,  $C_4$  oraz  $\psi$  przyjęto na podstawie doświadczeń wynikających z testów numerycznych. W przedstawionych analizach przyjmowano:  $C_2 = 1000$ ,  $C_4 = 0.05$  i  $\psi = 0.77$ .



Rys. 1. Ewolucja powierzchni plastyczności świeżego betonu  
 Fig. 1. The evolution of the yield surface of young concrete

Na rysunku 1 przedstawiono ewolucję powierzchni plastyczności spowodowanej dojrzewaniem betonu oraz zasadę osłabienia materiałowego. Odcinek AB oznacza zmianę położenia powierzchni plastyczności na skutek zachodzących procesów dojrzewania betonu. Ewentualne przebicie powierzchni plastyczności w tej fazie dojrzewania spowoduje osłabienie materiału (odcinek BC), który jednak w dalszym ciągu doznaje wzmocnienia na skutek dojrzewania betonu (odcinek CD). Ponieważ jednak osłabienie ma charakter trwały, powierzchnia graniczna w zarysowanych elementach nigdy nie osiągnie takiego położenia jak w obszarach, które w początkowym okresie zarysowaniu nie uległy.

### 3. OPIS BADAŃ NUMERYCZNYCH

Celem analizy było zbadanie wyężenia ściany żelbetowej poddanej odkształceniom wynikającym ze skurczu świeżego betonu, a w następnej kolejności obciążeniom użytkowym.

Podstawową informacją wyjściową dla wszelkich analiz i obliczeń są wartości przewidywanych odkształceń skurczowych. Określenie tych wartości dla elementów betonowych o znacznych wymiarach, znajdujących się w różnych warunkach środowiska nie jest sprawą prostą. W najlepszym wypadku znane są wartości odkształceń skurczowych betonu zbadane na próbkach laboratoryjnych, o znacznie mniejszych wymiarach. Jako że skurcz zależy nie tylko od właściwości betonu, ale jest też związany z warunkami betonowania, cieplno-wilgotnościowymi warunkami dojrzewania i późniejszą eksploatacją elementu, do obliczeń przyjmuje się zwykle wartości odkształceń wynikające z zaproponowanych przez badaczy metod uogólnionych. Porównując wartości odkształceń skurczowych obliczonych według różnych metod można zauważyć duże rozbieżności w ocenie skurczu [3,4]. W obliczeniach numerycznych przyjęto odkształcenia obliczone wg PN-84/B-03264, modyfikując formę zapisu równań wg [4]:

$$\varepsilon_s(t) = \varepsilon_s^E(b) \cdot E(\varphi) \cdot E(t) \quad (9)$$

gdzie:

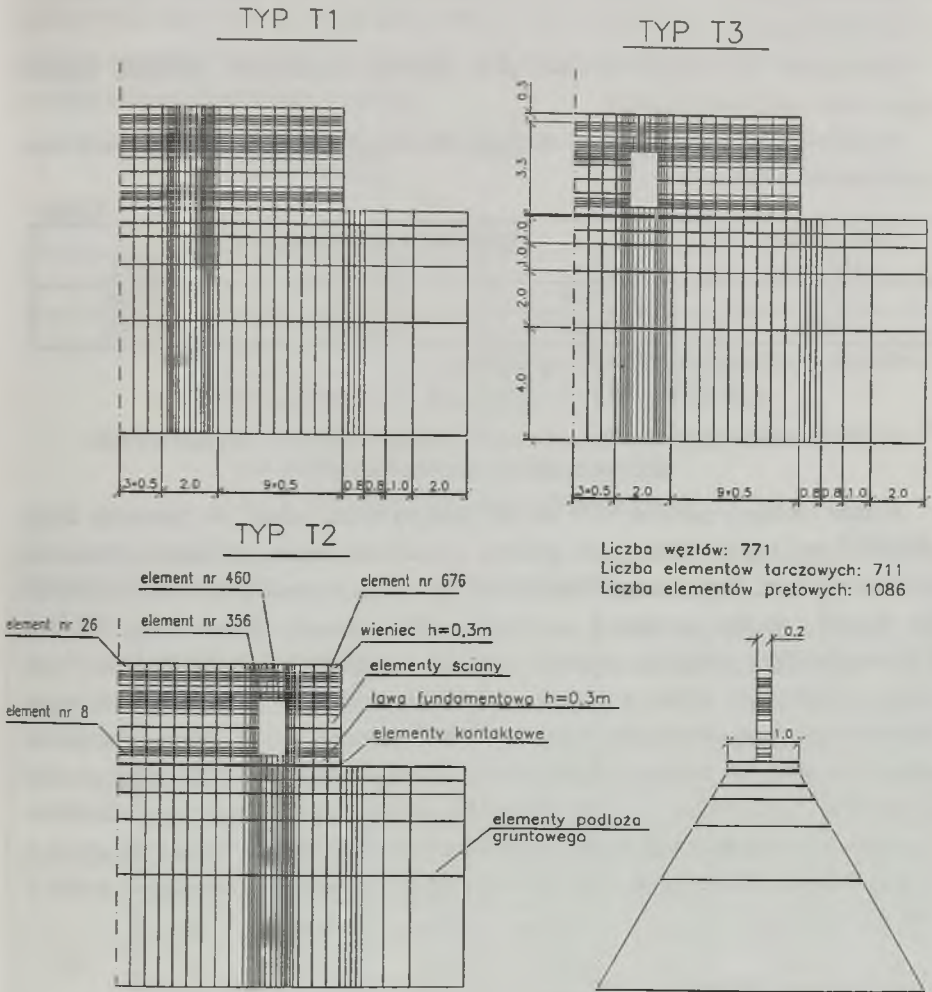
$$\begin{aligned} \varepsilon_s^E(b) &= -40 \cdot 10^{-5} \\ E(t) &= 1 - \exp(-0,092 \cdot t^{0,5}) \end{aligned} \quad (10)$$

Współczynnik  $E(\varphi)$  przyjmowany jest w zależności od wilgotności względnej środowiska i wynosi:

$$\begin{aligned} E(\varphi) &= 1,0 \quad \text{dla } \varphi < 0,4 \\ E(\varphi) &= 0,82 \quad \text{dla } 0,4 \leq \varphi \leq 0,75 \\ E(\varphi) &= 0,60 \quad \text{dla } 0,75 < \varphi < 1 \end{aligned} \quad (11)$$

Przedmiotem analizy była żelbetowa ściana wewnętrzna kondygnacji piwnicznej powiązana z ławą fundamentową. W obliczeniach uwzględniono również współpracujący pas podłoża

gruntowego oraz elementy kontaktowe reprezentujące warstwę gruntu znajdującą się bezpośrednio pod fundamentem. Badaniom numerycznym poddano dwa typy ścian o różnym położeniu otworu drzwiowego oraz ścianę bez otworu. Podstawowe wymiary oraz oznaczenia badanych elementów podano na rysunku 2.



Rys.2. Podział badanych ścian na elementy skończone  
 Fig.2. Finite element network of walls

Elementy betonowe modelowane były jako tarczowe, natomiast zbrojenie jako elementy prętowe umieszczone w osiach siatki. Przyjęto zbrojenie ze stali klasy A-I o następujących przekrojach (w każdym elemencie prętowym):

- w ławie fundamentowej  $10 \text{ cm}^2$ ,
- w wieńcu  $10 \text{ cm}^2$ ,
- w ścianie  $2 \text{ cm}^2$ .

Zwiększenie powierzchni zbrojenia przy otworach drzwiowych uzyskano poprzez zagęszczenie wokół nich osi siatki.

Dodatkowo różnicowano wartości zadanych odkształceń. Oznaczenia analizowanych ścian przedstawiono w tabelicy 1.

Tabela 1

Odkształcenie [ $10^{-5}$ ]	Oznaczenie analizowanej ściany		
	Typ T1	Typ T2	Typ T3
20*	T1-E20	T2-E20	T3-E20
30**	T1-E30	T2-E30	T3-E30

\* - odkształcenie skurczowe obliczone wg (9),(10):

$$\varepsilon_s(t=50) = -40 \cdot 10^{-5} \cdot 1,0 \cdot \left(1 - \exp(-0,092 \cdot 50^{0,5})\right) = 20 \cdot 10^{-5}$$

\*\* - odkształcenie skurczowe zwiększone o spadek temperatury o  $10^\circ\text{C}$ , co daje w sumie:

$$\varepsilon(t=50) = 20 \cdot 10^{-5} + 10 \cdot 10^{-5} = 30 \cdot 10^{-5}$$

Analizie poddano pierwszych 50 dni po zabetonowaniu ściany. W pierwszym kroku obliczeniowym odpowiadającym 10 godzinie dojrzewania betonu przyłożono obciążenie ciężarem własnym. Następnie wprowadzone zostały obciążenia wynikające ze skurczu betonu lub skurczu i spadku temperatury, a w kroku obliczeniowym odpowiadającym 28 dni dojrzewania betonu obciążenia użytkowe (założono obciążenie  $100 \text{ kN/m}$ ). Dla ściany oraz wieńca uwzględniono zmianę w czasie parametrów materiałowych w pierwszych 28 dniach (sprężysto-plastyczny model świeżego betonu), a dla fundamentu oraz dla ściany w następnych krokach przyjmowano parametry jak dla betonu dojrzałego. Dla betonu 28-dniowego przyjęto  $f_{\text{cm}}=20 \text{ MPa}$ ,  $f_{\text{tm}}=1,6 \text{ MPa}$ ,  $E_{\text{bm}}=22450 \text{ MPa}$ . Dla podłoża gruntowego oraz elementów kontaktowych przyjęto: współczynniki określające moduł ściśliwości i ścinania dla gruntu w modelu Duncana-Changa [2]:  $K_0=300$ ,  $G_0=135$ ,  $r_f=0,75$ ; współczynniki materiałowe gruntu:  $\lambda=50$ ,  $p_{\text{co}}=0,45$ .

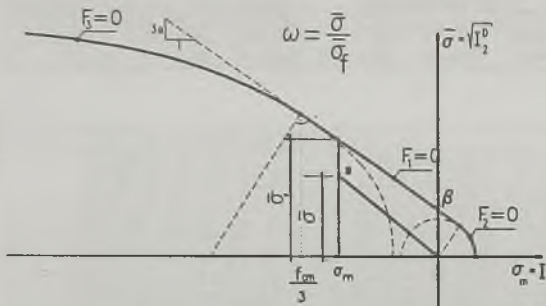
#### 4. WYNIKI OBLICZEŃ

Elementy ściany (wynikające z podziału na elementy skończone) można podzielić w zależności od poziomu wyężenia na trzy grupy:

- elementy, w których odkształcenia skurczowe spowodowały zarysowanie,

- elementy, w których odkształcenia skurczowe spowodowały duże wyężenie materiału, ale dopiero przyłożenie obciążeń użytkowych spowodowało zarysowanie,
- elementy, w których odkształcenia skurczowe i obciążenia użytkowe nie spowodowały zarysowania, ale doprowadziły do dużego wyężenia.

Na rysunku 3 przedstawiono poziom wyężenia ścian określany jako stosunek aktualnej intensywności naprężenia  $\bar{\sigma}$  do granicznej wartości tej intensywności  $\bar{\sigma}_f$  przy tym samym poziomie naprężenia średniego  $\sigma_m$ . Wartości naprężeń dla wybranych elementów o różnym poziomie wyężenia zestawiono w tabelicy 2.



Rys.3. Zasada określania poziomu wyężenia

Fig.3. The rule of evaluation of the effort level

Tablica 2

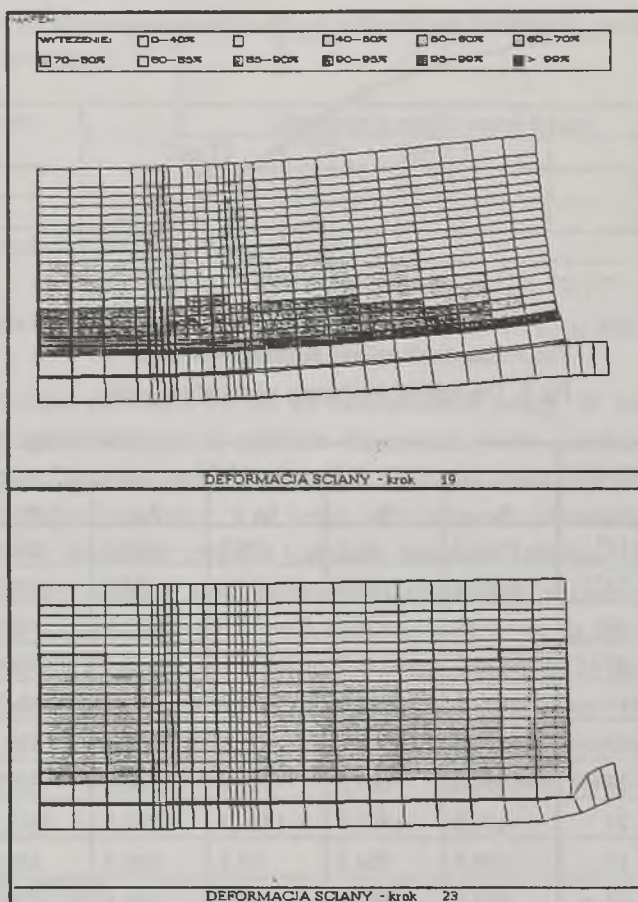
Nr elementu * typ T2-E20	Nr kroku	Naprężenia [kPa]					Wyężenie $\omega$
		$\sigma_v$	$\sigma_z$	$\tau_{yz}$	$\sigma_m$	$\sigma$	
8	19*	1549,0	92,5	-33,7	517,2	869,5	0,953
	23**	1481,1	-1262,9	-15,1	72,7	1373,5	0,849
26	19	-59,8	124,1	-16,5	21,5	95,2	0,056
	23	-435,9	-175,7	-17,8	-203,9	220,0	0,108
356	19	1503,9	277,0	83,5	593,6	804,7	0,955
	23	1491,2	314,5	72,1	601,9	789,3	0,990
460	19	1150,8	667,3	-321,0	606,0	661,0	0,990
	23	-634,6	-1481,9	1430,7	-705,5	1612,4	0,721
676	19	755,5	104,5	85,3	286,7	418,2	0,321
	23	801,8	-187,3	75,1	204,8	530,7	0,373

19\* - ostatni krok przed przyłożeniem obciążenia użytkowego (t=28 dni).

23\*\* - ostatni krok obliczeniowy (t=50 dni).

\* - oznaczenia elementów według rysunku 2.

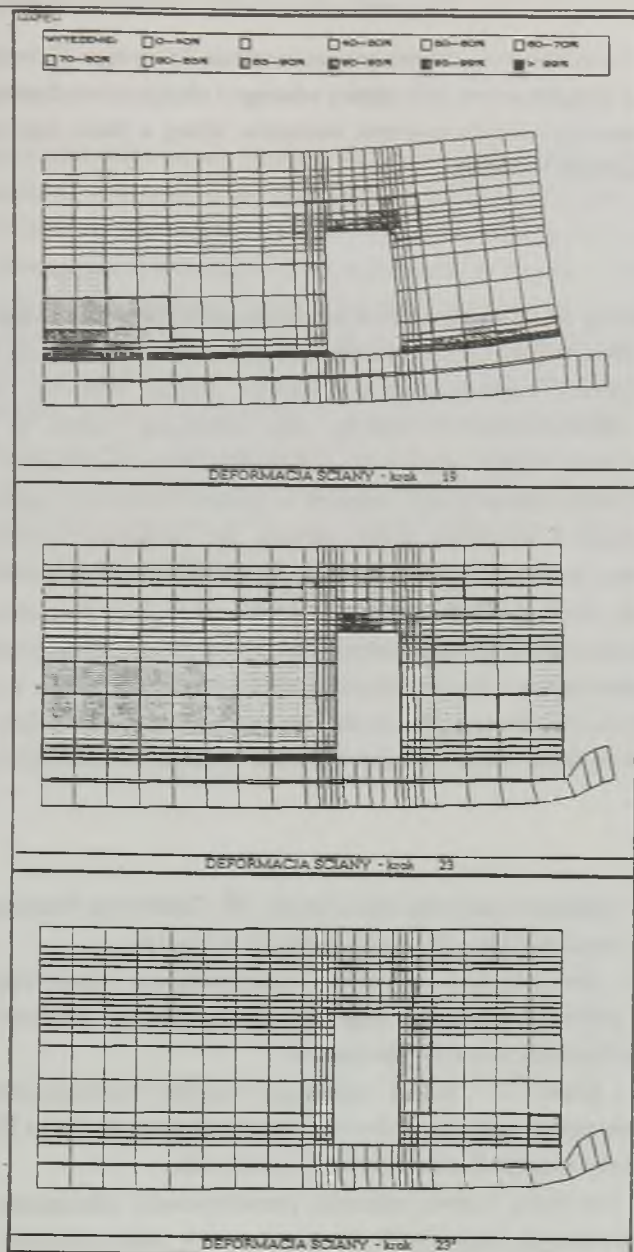
Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono obraz deformacji wybranych ścian odpowiednio w kroku 19 i 23. Zaznaczono również poziom wyężenia elementów ścian. We wszystkich analizowanych ścianach największe wyężenie obserwowano w elementach przy ławie fundamentowej oraz nad otworami drzwiowymi. Taki rozkład wyężenia zgodny jest z oceną intuicyjną zjawiska, niemniej jednak zaskakujący jest tak wysoki poziom wyężenia niektórych elementów od samego tylko skurczu (tablica 2).



Rys.4. Obraz deformacji i poziom wyężenia ściany T1-E20

Fig 4. Deformation and the effort level of the wall T1-E20





Rys. 5. Obraz deformacji i poziomy wytyczenia ściany T2-E20  
 Fig. 5. Deformation and the effort level of the wall T2-E20

Na rysunku 5 przedstawiono również poziom wyteżenia ściany typu T2 w ostatnim kroku obliczeniowym z uwzględnieniem tylko ciężaru własnego i obciążenia użytkowego (krok 23'). Widoczne jest znacznie mniejsze wyteżenie elementów ściany, a także inne rozmieszczenie obszarów największego wyteżenia.

## 5. WNIOSKI

W projektowaniu często uznaje się, że ściany kondygnacji piwnicznej poddane są głównie pionowym naprężeniom ściskającym. "Niedoceniane" są efekty wywołane przez skurcz betonu i ewentualne zmiany temperatury. Przeprowadzone analizy wykazały, że obciążenia spowodowane odkształceniami skurczowymi mają decydujący wpływ na powstawanie zarysowań w ścianach. Często nie powodują one bezpośredniego zarysowania, ale generują stan naprężenia, który sytuje ścieżki naprężeń w pobliżu powierzchni granicznej. Każde następne obciążenie o niewielkiej nawet wartości, np. obciążenie wywołane górnica deformacją terenu, może spowodować przebicie tej powierzchni i zarysowanie elementu. Oczywiście wiele zależy tutaj od przyjętych wartości odkształceń skurczowych, niemniej jednak ich znaczna rola nie podlega dyskusji. Kolejny raz należy zatem zwrócić uwagę na konieczność przestrzegania reżimów technologicznych i pielęgnację betonu w początkowym okresie dojrzewania. Konieczne wydaje się też traktowanie wpływu odkształceń skurczowych w projektowaniu na równi z innymi obciążeniami monolitycznych konstrukcji betonowych.

## LITERATURA

- [1] Majewski S.: Sprężysto-plastyczny model betonu. XL Konferencja Naukowa KIL PAN i KN PZITB, Rzeszów-Krynica-Warszawa, 1994, t.3, ss.129-136.
- [2] Majewski S.: Sprężysto-plastyczny model współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Budownictwo, z.79, Gliwice 1995.
- [3] Majewski S., Głuszak B.: Analiza numeryczna naprężeń termiczno-skurczowych we wczesnej fazie dojrzewania ściany żelbetowej. XL Konferencja Naukowa KIL PAN i KN PZITB, Rzeszów-Krynica-Warszawa 1994, t.3, ss.138-144.
- [4] Raszka H.: Uogólnione metody obliczania przewidywanych odkształceń skurczowych elementów betonowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 8-9, 1990, ss.290-294.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Kazimierz Flaga

Wpłynęło do Redakcji 5.06.1995r.

---

**Abstract**

Cracking of reinforced-concrete basement walls can be often observed both in the early stage of construction and in the phase of building exploitation. The problem is additionally complicated in buildings subjected to the subsoil movements caused by the mining activity. The mining subsidence is usually considered as the main reason of cracking. In the matter of fact serious effort level in the material of the wall is created in the early-age concrete by thermal processes and by the shrinkage strain, as well as by the dead and live load of the structure. Accurate determination of strain and stress state caused by these influences performs strongly non-linear problem. The only way of solution is the adoption of the incremental-iterative Finite Elements Method algorithm. The assumptions of such analysis and some results have been presented in the paper. The elasto-plastic model of young concrete was described. Numerical analysis revealed high effort level of the wall material due to the temperature changes and shrinkage strain in the early stadium of concrete maturing.