

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

Dariusz SPAŁEK

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

SYMULACJA KOMPUTEROWA STANÓW USTALONYCH I NIEUSTALONYCH MASZYNY ASYNCHRONICZNEJ DLA MODELU O WSPÓŁCZYNNIKACH INDUKCYJNOŚCI WZAJEMNYCH PRZEDZIAŁAMI STAŁYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki komputerowej symulacji różnych stanów nieustalonych maszyny asynchronicznej opierając się na modelu maszyny ze współczynnikami indukcyjności wzajemnej aproksymowanymi funkcjami przedziałami stałymi. Przeanalizowano przebiegi funkcji różnych wielkości elektrycznych, magnetycznych i mechanicznych przy nieustalonym rozruchu silnika bez obciążenia i przy obciążeniu oraz w stanie nieustalonym przy stałej prędkości obrotowej.

COMPUTER SIMULATION OF STEADY TRANSIENT STATES OF ASYNCHRONOUS MACHINE ACCORDING TO MODEL WITH PIECEWISE CONSTANT MUTUAL INDUCTANCE COEFFICIENTS

Summary. The results of computer simulation of different transient states of an asynchronous machine according to model with piecewise constant approximation of mutual inductance coefficients have been presented. Various electrical, magnetic and mechanical variables versus time during no-load start and during start at load as well as transient states at constant speed have been analysed.

DIE RECHNER SIMULATION DER ARBEITZUSTANDEN DER ASYNCHRONISCHEN MASCHINE FÜR DAS MODELL MIT DER ABSCHNITTWEISE - KONSTANTEN APROXIMATION DES KOEFFIZIENTS DER GEGENINDUKTIVITÄT

Zusammenfassung. In diesem Beitrag wird die Ergebnisse der Rechner simulation verschiedenen Arbeitszustanden der asynchronischen Maschine auf der Grunde des Modells mit der abschnittweise - konstante Aproximation des Koeffizients der Gegeninduktivität. Die Veränderlichkeit der elektrischen, magnetischen und mechanischen Abhängigkeiten in der verschiedenen Zustanden der Arbeit wird gezeigt.

1. WSTĘP

W pracy [5] przedstawiono nowy model maszyny asynchronicznej oparty na aproksymacji współczynników indukcyjności wzajemnej: stojan-wirnik przy pomocy funkcji przedziałami stałych (funkcjami schodkowymi). Model ten wymaga szczególnego sposobu analizy, polegającego na przemiennym analizowaniu przedziałów stałości współczynników indukcyjności wzajemnej oraz punktów nieciągłości, w których wartości współczynników indukcyjności wzajemnych zmieniają się w sposób skokowy. W przedziałach stałości współczynników indukcyjności wzajemnej stan elektryczny maszyny jest opisany układem równań różniczkowych niezależnym od równania różniczkowego, opisującego stan mechaniczny. Innymi słowy - w przedziałach stałości współczynników indukcyjności wzajemnych następuje separacja równań stanu elektrycznego i mechanicznego. W punktach nieciągłości - skokowe zmiany wartości wielkości elektrycznych, magnetycznych i mechanicznych wynikają zaś z warunków ciągłości strumienia magnetycznego skojarzonego z poszczególnymi uzwojeniami.

W wyniku takiego sposobu analizy poszczególne wielkości elektryczne, magnetyczne i mechaniczne są opisane: funkcjami Diraca (moment elektromagnetyczny), funkcjami z nieciągłościami I-go rodzaju (prędkość obrotowa, prądy stojana i wirnika energia magnetyczna uzwojeń) oraz funkcjami ciągłymi z nieciągłymi I-szymi pochodnymi (strumień skojarzony).

2. OMÓWIENIE PROGRAMU

Opracowano program komputerowy symulujący działanie opisanego w pracy [5] modelu maszyny asynchronicznej. Program pozwala na wybór dowolnej liczby przedziałów stałości współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik N , co - innymi słowy - oznacza, że aproksymacja posiada dowolnie zadana liczbę schodków. Wraz ze wzrostem N wzrasta czas obliczeń. W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki uzyskane przy $N = 12$. Program pozwala na symulację rozruchu maszyny pod różnymi obciążeniami T_m i przy różnych warunkach początkowych dla: prędkości obrotowej $n(0)$, prądów stojana $I_s(0)$ i wirnika $I_w(0)$ oraz początkowego kąta położenia wirnika $\varphi(0)$.

Specyficzną cechą prezentowanego modelu jest to, że nie jest możliwe dokonanie symulacji elektromechanicznego stanu nieustalonego, począwszy od prędkości zero ($n(0)=0$). Początkowa prędkość obrotowa $n(0)$ musi być zawsze zadana jako niezerowa. Wynika to z przyjętego sposobu aproksymacji współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik. Wiadomo, że moment elektromagnetyczny nie powstaje, jeżeli pochodna cząstkowa współczynników indukcyjności wzajemnych stojan - wirnik względem kąta obrotu maszyny jest zerowa. Stąd przy stałociłkowej aproksymacji współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik moment elektromagnetyczny w przedziale stałości tych współczynników nie jest wytwarzany, a to oznacza, że moment rozruchowy wewnątrz dowolnego przedziału jest równy zero. Dopiero nadanie maszynie prędkości początkowej pozwala dotrzeć wirnikowi do krańca przedziału stałości współczynników indukcyjności i osiągnąć punkt nieciągłości, w którym moment elektromagnetyczny pojawi się jako impuls Diraca, wymuszający dalszy skokowy przyrost prędkości obrotowej.

Z powyższych rozważań wynika, że symulację nieustalonego rozruchu silnika ze stanu postoju należy zastąpić symulacją z warunkiem początkowym dla prędkości obrotowej, z tym że przyjęta prędkość początkowa - niezbędna ze względu na specyfikę modelu - powinna być możliwie (dostatecznie) mała, a więc taka, że poza początkowym przedziałem czasu rozwiązanie nie będzie zależało od jej wartości. W przedstawionych wynikach symulacji nieustalonych stanów rozruchu przyjęto warunek początkowy $n(0) = 5$ obr/s.

Opracowany program umożliwia symulację stanu nieustalonego maszyny asynchronicznej przy zmiennej prędkości obrotowej wirnika (stan nieustalony elektromechaniczny) oraz przy stałej prędkości obrotowej (stan nieustalony elektromagnetyczny).

Stan nieustalony maszyny analizuje się zwykle do chwili zaistnienia stanu ustalonego, który - z punktu widzenia techniki obliczeniowej i potrzeb praktycznych - definiuje się zwykle jako nierówność modułową o następującej postaci:

$$\left| T_m + T_e \right| < \epsilon \quad (1)$$

gdzie:

ϵ - zadany uchyb, charakteryzujący stopień zbliżenia się do rzeczywistego stanu ustalonego, następującego teoretycznie po czasie nieskończenie długim.

W rozważanym modelu maszyny asynchronicznej powstający moment elektromagnetyczny jest ciągiem impulsów Diraca i ma następującą postać:

$$T_e(\varphi) = - \sum_{k=1}^{\infty} \Delta W_m(\varphi_k) \delta(\varphi - \varphi_k) \quad (2)$$

gdzie:

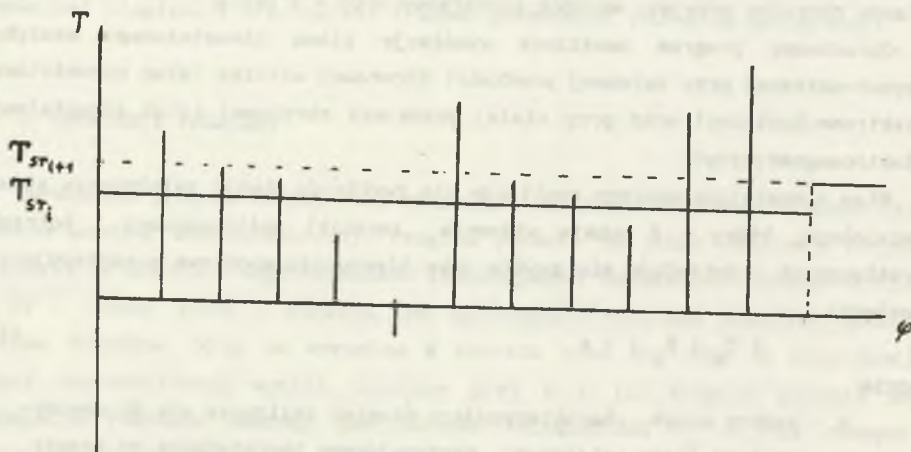
- φ_k - kąt obrotu wirnika, przy którym następuje skokowa zmiana wartości współczynnika indukcyjności wzajemnej,
- $\delta(\varphi - \varphi_k)$ - delta Diraca w punkcie φ_k ,
- $\Delta W_m(\varphi_k)$ - skokowa zmiana energii magnetycznej uzwojeń maszyny przy kącie φ_k .

Aby móc skorzystać z kryterium stanu ustalonego (1), konieczne jest zdefiniowanie średniej wartości momentu elektromagnetycznego. Przyjęto, że za średni moment elektromagnetyczny będzie się uważać moment stały - równoważny pod względem pracy wykonanej w czasie obrotu wirnika o pełny kąt elektryczny - ciągowi impulsów Diraca:

$$T_{e_{sr}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_e(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Delta W_m(\varphi_k) \quad (3)$$

gdzie:

- N - liczba impulsów Diraca występujących w czasie obrotu wirnika o pełny kąt elektryczny (liczba przedziałów stałości współczynników indukcyjności wzajemnych).



Rys.1. Średnia wartość momentu elektromagnetycznego - definicja

Fig.1. Mean value of electromagnetic torque - definition

Graficzną interpretację definicji przedstawia rys.1 (przy założeniu że liczba przedziałów stałości współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik wynosi $N = 12$). Średni moment elektromagnetyczny pozwala na porównanie momentu elektromagnetycznego rozwijanego przez silnik ze stałym momentem elektromagnetycznym obciążenia T_m oraz na zdefiniowanie stanu ustalonego jako:

$$| T_m + T_{e_{sr}} | < \epsilon \quad (4)$$

W przypadku stanu nieustalonego przy stałej prędkości obrotowej ($n = \text{const}$, $J = \infty$) za kryterium stanu ustalonego elektromagnetycznego przyjęto warunek:

$$| T_{e_{sr1}} - T_{e_{sr1+1}} | < \epsilon \quad (5)$$

gdzie:

$T_{e_{sr1,1+1}}$ - średni moment elektromagnetyczny maszyny, przy dwóch kolejnych obrotach wirnika o pełny kąt elektryczny.

3. STAN NIEUSTALONY MASZYNY ASYNCHRONICZNEJ PRZY ZMIENNEJ PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ

Dokonano symulacji rozruchu maszyny asynchronicznej przy zerowym momencie obciążenia ($T_m = 0$) i przy stałym momencie obciążenia ($T = \text{const}$).

Wyniki symulacji nieustalonego stanu rozruchu przy zerowym momencie obciążenia ($T_m = 0$) przedstawione są na rys. 2-7. Rys.2 obrazuje przebieg prędkości obrotowej podczas całego rozruchu, rys. 3 - w przedziale początkowym, zaś rys. 4 - w stanie ustalonym. W rozważanym modelu przebieg prędkości obrotowej w przedziałach stałości współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik jest opisany autonomicznym równaniem różniczkowym:

$$J \frac{d\phi^2}{dt^2} = T_m \quad (6)$$

Ze względu na to, że $T_m = 0$, w przedziałach stałości współczynników indukcyjności prędkość obrotowa zachowuje wartość stałą.

Przebieg momentu elektromagnetycznego przedstawiają rysunki 5, 6, 7. Rys. 5 odnosi się do całego nieustalonego stanu rozruchu, rys. 6 - do przedziału początkowego, zaś rys. 7 - do stanu ustalonego. Jak już wspomniano, moment elektromagnetyczny rozwijany przez maszynę jest ciągiem impulsów Diraca,

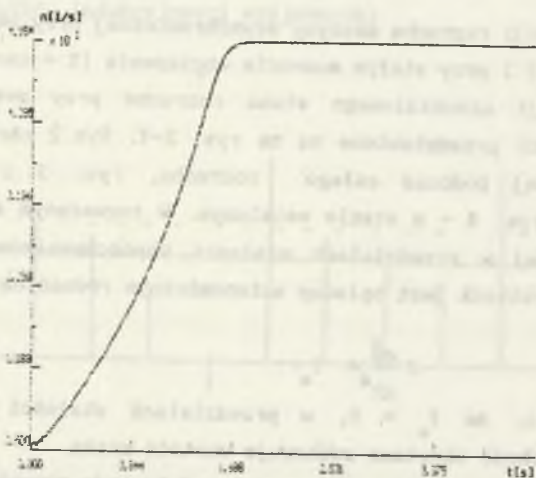
opisanym przez wyrażenie (2). Każdy z impulsów odpowiada przyrostowi bądź ubytkowi energii magnetycznej skojarzonej z uzwojeniami maszyny lub - inaczej - jest równy odpowiednio ubytkowi bądź przyrostowi energii kinetycznej wirnika, zgodnie z równością:

$$\Delta W_k = - \Delta W_m \quad (7)$$

W stanie ustalonym pojawiają się pary impulsów o jednakowych amplitudach i przeciwnych znakach (rys.7). Przebiegi - analogiczne do przebiegów przedstawionych na rys. 2-7, lecz odnoszące się do nieustalonego stanu rozruchu pod obciążeniem (moment obciążenia $T_m = -3 \text{ Nm}$) - przedstawiono na wykresach 8-13.

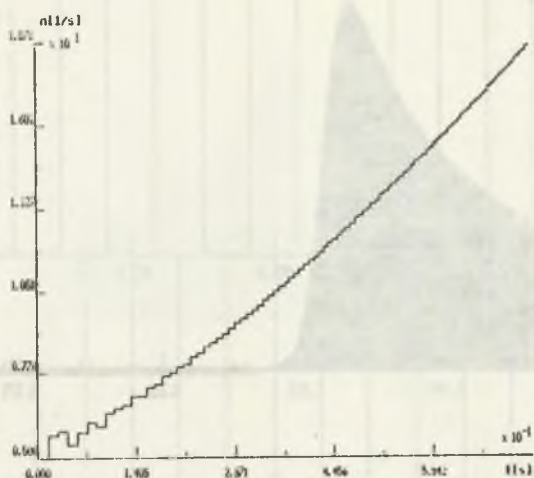
Porównując rys. 8-10 z rys. 2-4 widzimy, że przy obciążeniu przebieg prędkości obrotowej nie jest opisany funkcją przedziałami stałą, lecz funkcją przedziałami liniową. Liniowa zmiana prędkości obrotowej w przedziałach stałości współczynników indukcyjności jest wynikiem hamującego działania momentu obciążenia. Rozwiązanie równania (6) ma przy obciążeniu maszyny stałym momentem T_m postać:

$$\omega(t) = \omega(t_k) + T_m(t - t_k)/J. \quad (8)$$



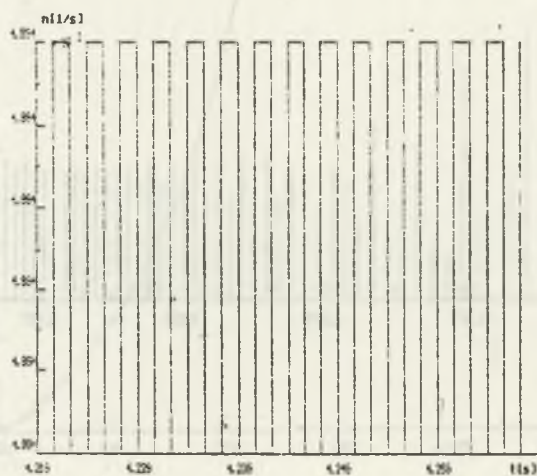
Rys.2. Przebieg czasowy prędkości obrotowej maszyny przy rozruchu maszyny nieobciążonej

Fig.2. Speed vs. time during no-load acceleration



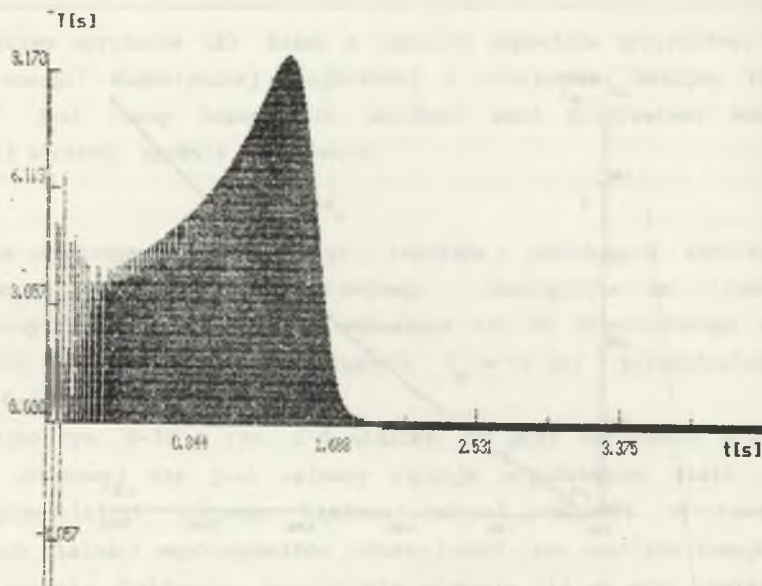
Rys. 3. Przebieg czasowy prędkości obrotowej maszyny przy rozruchu maszyny nieobciążonej - okres początkowy

Fig. 3. Speed vs. time during no-load acceleration - initial period



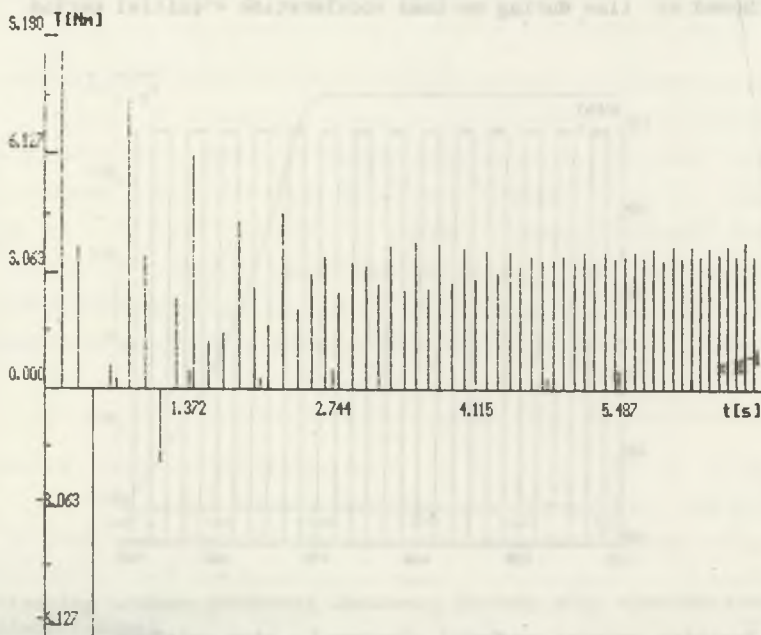
Rys. 4. Przebieg czasowy prędkości obrotowej - stan ustalony

Fig. 4. Speed vs. time during no-load acceleration - at steady state



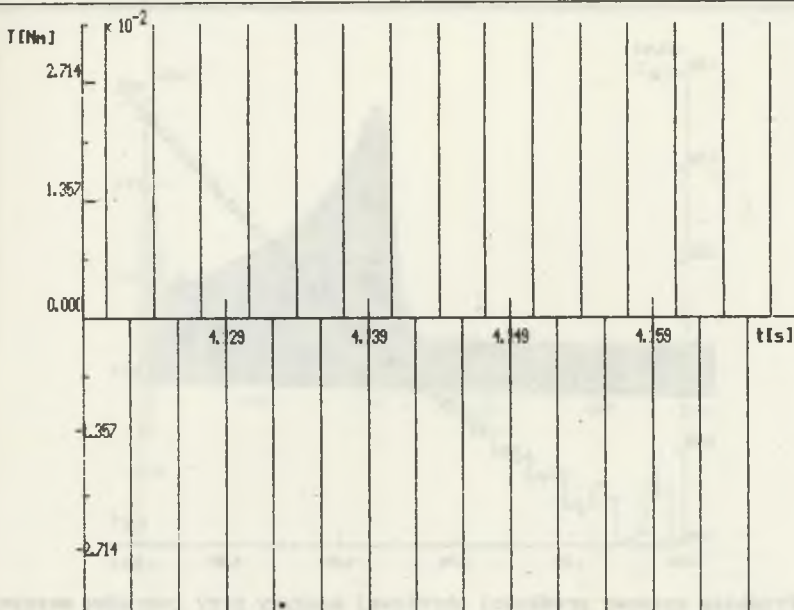
Rys. 5. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny nieobciążonej

Fig. 5. Torque vs. time during no-load acceleration



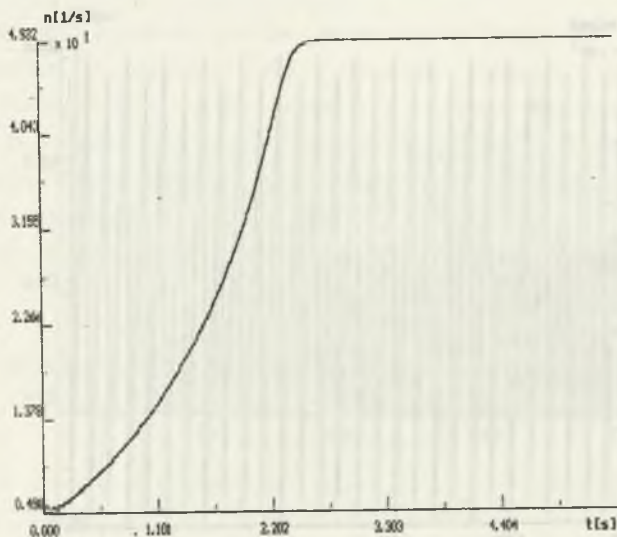
Rys. 6. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny nieobciążonej - okres początkowy

Fig. 6. Torque vs. time during no-load acceleration - initial period



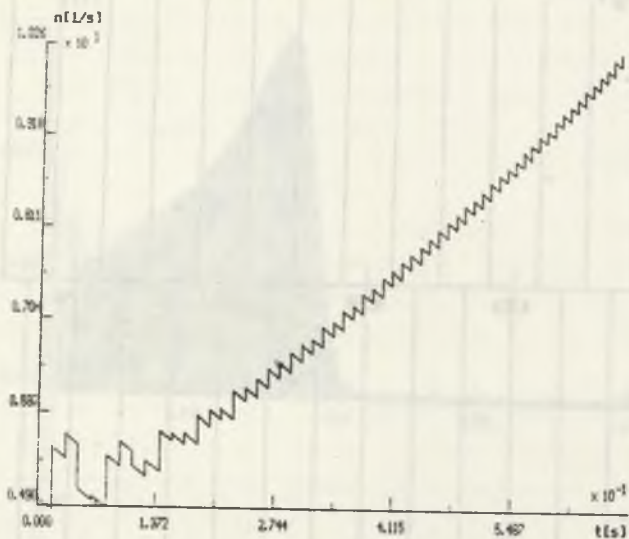
Rys. 7. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny nieobciążonej - stan ustalony

Fig. 7. Torque vs. time during no-load acceleration - at steady state



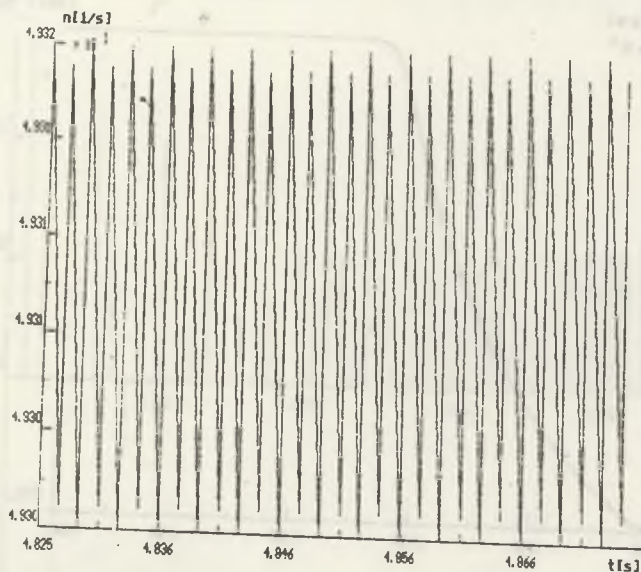
Rys. 8. Przebieg czasowy prędkości obrotowej maszyny przy rozruchu maszyny pod obciążeniem

Fig. 8. Speed vs. time during load acceleration



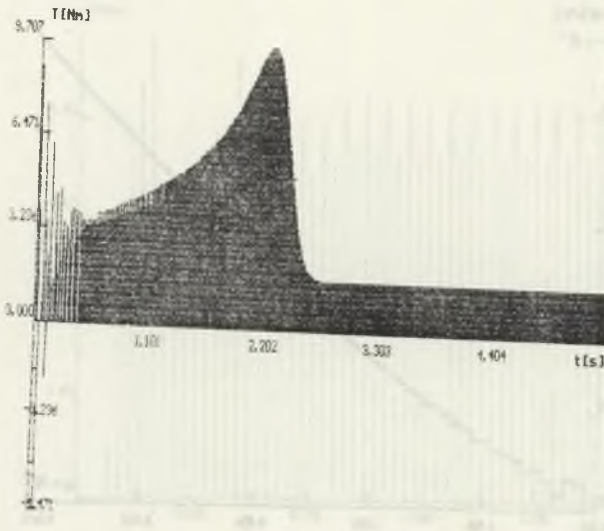
Rys. 9. Przebieg czasowy prędkości obrotowej maszyny przy rozruchu maszyny pod obciążeniem - okres początkowy

Fig. 9. Speed vs. time during load acceleration - initial period



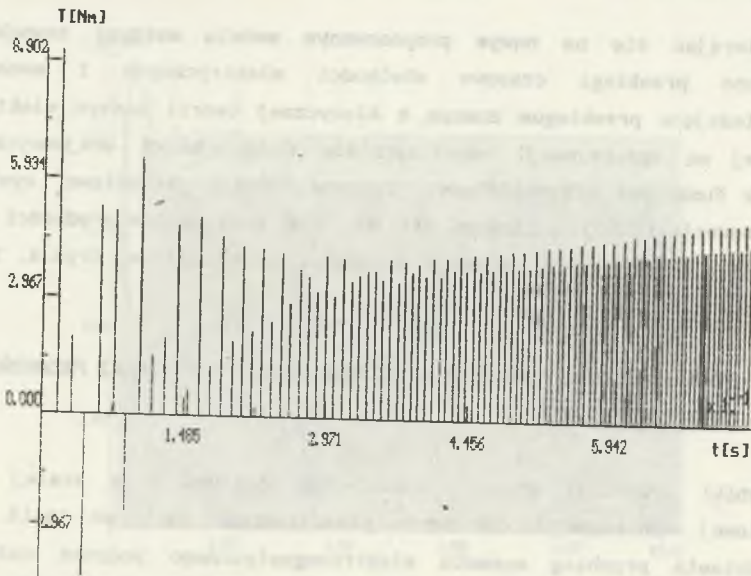
Rys. 10. Przebieg czasowy prędkości obrotowej maszyny przy rozruchu maszyny pod obciążeniem - stan ustalony

Fig. 10. Speed vs. time during load acceleration - at steady state



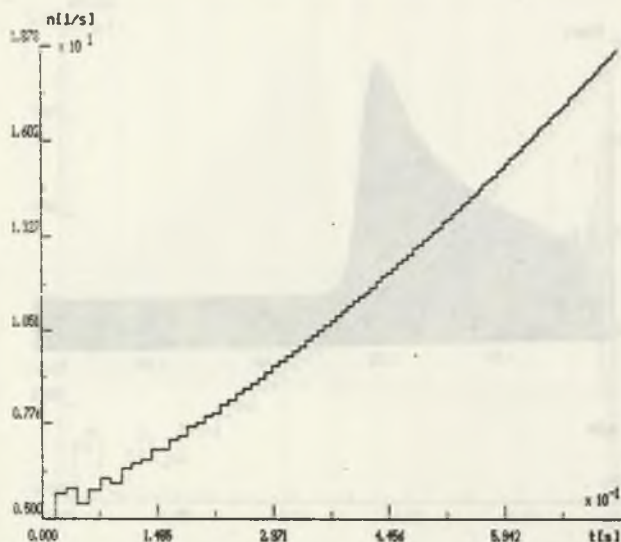
Rys. 11. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny pod obciążeniem

Fig. 11. Torque vs. time during load acceleration



Rys. 12. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny pod obciążeniem - okres początkowy

Fig. 12. Torque vs. time during load acceleration - initial period



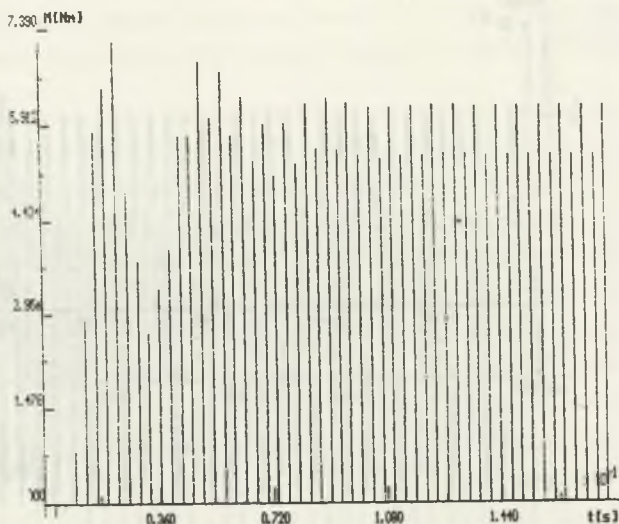
Rys. 13. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy rozruchu maszyny pod obciążeniem - stan ustalony

Fig. 13. Torque vs. time during load acceleration - at steady state

Opierając się na nowym proponowanym modelu maszyny asynchronicznej uzyskano przebiegi czasowe wielkości elektrycznych i mechanicznych odpowiadające przebiegom znanym z klasycznej teorii maszyn elektrycznych, opartej na aproksymacji współczynników indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik funkcjami sinusoidalnymi. Istotną różnicą jakościową, wynikającą z zastosowania funkcji odcinkami stałych, jest oscylowanie prędkości obrotowej wirnika w stanie ustalonym wokół prędkości synchronicznej (rys. 4, 10).

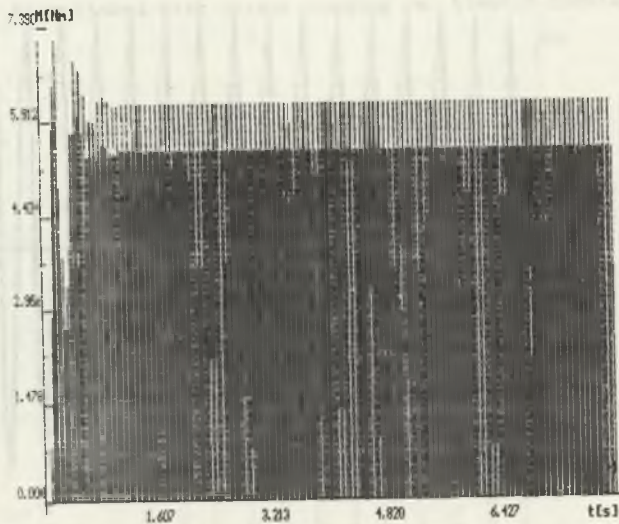
4. STAN NIEUSTALONY MASZINY ASYNCHRONICZNEJ PRZY STAŁEJ PRĘDKOŚCI OBROTOWEJ

Wyniki symulacji stanu nieustalonego maszyny przy stałej prędkości obrotowej wynoszącej $n=25$ obr/s przedstawiono na rys. 14-19. Rys. 14 przedstawia przebieg momentu elektromagnetycznego podczas całego stanu nieustalonego, zaś rys. 15-19 - w jego przedziale początkowym. Na rys. 16-19 uwidoczniło się nieustalone przebiegi prądów stojana i wirnika oraz strumieni magnetycznych skojarzonych ze stojanem i wirnikiem.



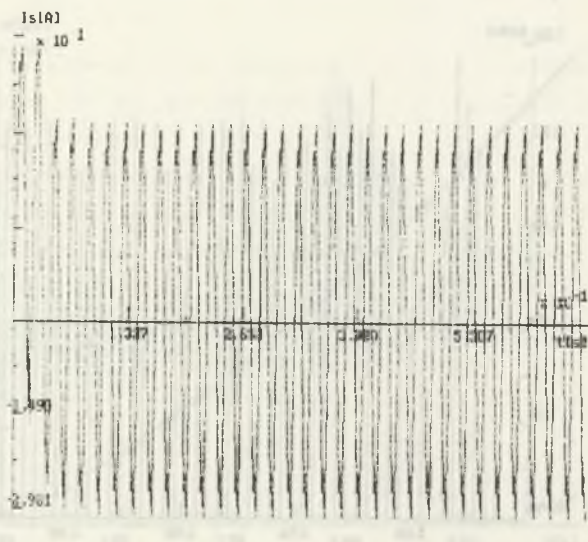
Rys. 14. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy stałej prędkości obrotowej

Fig. 14. Torque vs. time at constant speed



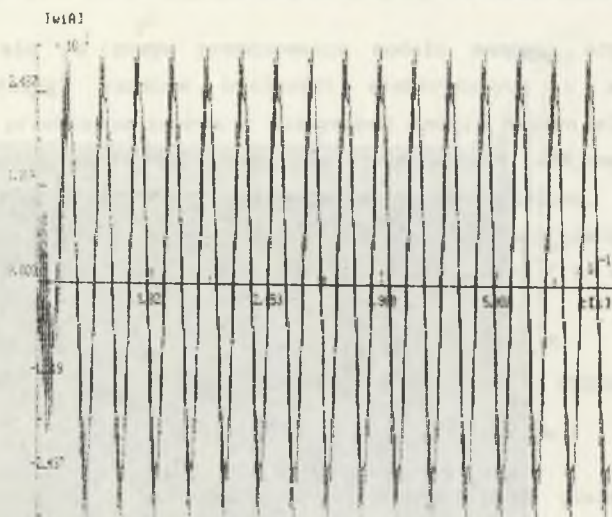
Rys. 15. Przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego przy stałej prędkości obrotowej - okres początkowy

Fig. 15. Torque vs. time at constant speed - initial period of time



Rys.16. Przebieg czasowy prądu stojana przy stałej prędkości obrotowej

Fig.16. Stator current vs. time at constant speed



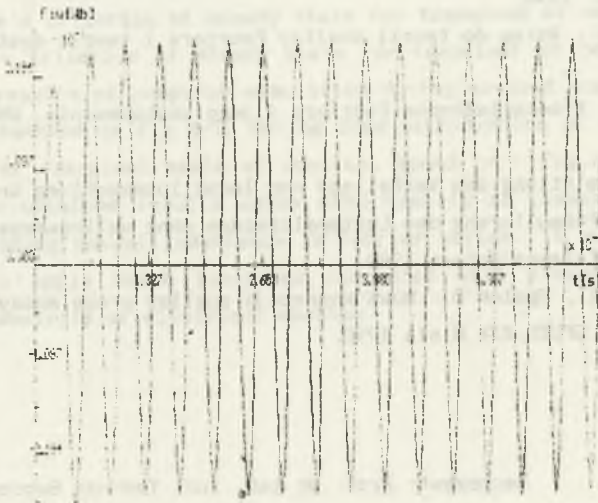
Rys.17. Przebieg czasowy prądu wirnika przy stałej prędkości obrotowej

Fig.17. Rotor current vs. time at constant speed



Rys. 18. Przebieg czasowy strumienia skojarzonego ze stojanem przy stałej prędkości obrotowej

Fig. 18. Magnetic flux linked with stator winding vs. time at constant speed



Rys. 19. Przebieg czasowy strumienia skojarzonego z wirnikiem przy stałej prędkości obrotowej

Fig. 19. Magnetic flux linked with rotor winding vs. time at constant speed

5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona na podstawie proponowanego modelu symulacja komputerowa różnych stanów nieustalonych maszyny asynchronicznej oraz uzyskane w wyniku symulacji przebiegi poszczególnych wielkości elektrycznych, magnetycznych i mechanicznych potwierdzają możliwość oparcia analizy maszyny na modelu ze współczynnikami indukcyjności wzajemnych aproksymowanymi odcinkami stałymi. Uzyskane wyniki są zgodne z wynikami uzyskanymi za pośrednictwem klasycznej analizy harmonicznej, opartej na rozwinięciu współczynników indukcyjności w szereg Fouriera. W rozwiązaniu uwidaczniają się nowe zjawiska wynikające z nieciągłości współczynników indukcyjności wzajemnych. W kontekście prezentowanych wyników celowe wydaje się kontynuowanie prac nad analizą sekwencyjną maszyn elektrycznych, opartą na rozkładach współczynników indukcyjności wzajemnych w szereg Walsh'a.

LITERATURA

1. Drygajło A., Rumatowski K.: Analiza sekwencyjnościowa układów liniowych. PWN, Warszawa 1990.
2. Lighthill M.J.: Wstęp do teorii analizy Fouriera i teorii dystrybucji. PWN 1963.
3. Bracewell R.: Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania. WNT, Warszawa 1965.
4. Rausch H.: Ermittlung des Verhaltens von Induktionmaschinen unter analytischer Formulierung des Luftspaltfeldes ohne wellenmaessige Darstellung. Kaiserslautern 1980.
5. Kluszczyński K., Spałek D.: Nowa koncepcja analizy pracy maszyn elektrycznych SPETO XIV Wisła 1990.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Sobczyk

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 grudnia 1991 r.

**COMPUTER SIMULATION OF STEADY TRANSIENT STATES OF ASYNCHRONOUS MACHINE
ACCORDING TO MODEL WITH PIECEWISE CONSTANT MUTUAL INDUCTANCE COEFFICIENTS****A b s t r a c t**

The results of computer simulation of different transient states of an asynchronous machine according to a new model described in [5] have been presented. A new mathematical model of asynchronous machine is determined under the assumption that time-varying coefficients of mutual inductances between stator and rotor windings can be approximated by piecewise constant functions. The state equations of this model must be considered separately in open intervals in which mutual inductances are constant and at the boundaries of intervals when sudden step changes of their values occur. As a result, mechanical, electrical and magnetic variables are described by Dirac function (electromagnetic torque), by piecewise continuous functions (speed, rotor and stator currents, magnetic energy stored in windings) and by continuous function with non-continuous first derivative (magnetic flux linked with stator and rotor windings). Elaborated computer program allows to simulate various unsteady states at variable or at constant speed. Because of fact that electromagnetic torque has the form of the sum of Dirac impulses (Exp.2.), the mean value of torque is defined (Exp.3.). This enables us to determine a criterion of steady state for transient at variable speed (Exp.4.) and a criterion of steady state for transient at constant speed (Exp.5.). The results of computer simulation during no-load acceleration of a motor are presented in Fig.2-7, during load acceleration of a motor - in Fig.8-13 and for transient state at constant speed in - Fig.14-19. As has been seen, the obtained results agree with results of classical analysis based on developing mutual inductance in Fourier series. It means, that it is possible to apply Walsh functions connected with piecewise constant functions for analysis of electrical machine.