

Zofia CICHOWSKA

Instytut Elektrotechniki

Teoretycznej i Przemysłowej

Politechniki Śląskiej

### MODELE ZE ŹRÓDŁAMI STEROWANYMI CEWEK SPRZĘŻONYCH MAGNETYCZNIE

Streszczenie. Dla układu dwóch cewek sprzężonych magnetycznie dla dwu przypadków położenia jednoimiennych zacisków wyprowadzono po cztery schematy bezpośrednio zawierające po dwa źródła sterowane. Rozważania można uogólnić na większą liczbę cewek sprzężonych.

### MODELS WITH CONTROL SOURCES FOR MAGNETICALLY COUPLED COILS

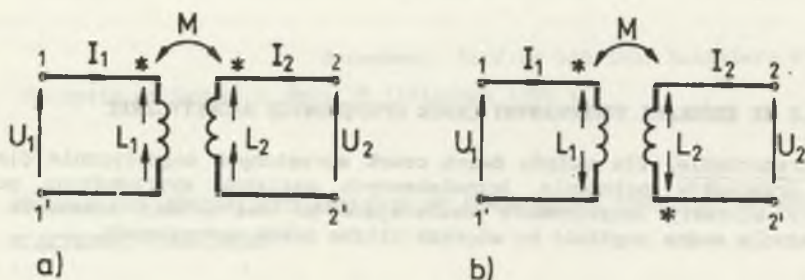
Summary. Four substitutional schemes each of them containing two control sources have been derived for each of two cases of systems with two magnetically coupled coils. The two cases differ in the location of the homopolar terminals. The results could be generalized for the greater number of coupled coils.

### МОДЕЛИ МАГНИТНО СОПРЯЖЕННЫХ КАТУШЕК С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Резюме. Для схемы двух магнитно сопряженных катушек и для двух случаев положения одноименных зажимов, выведены по четыре непосредственные схемы, содержащие по два источника управления. Рассуждения можно обобщить на большее количество сопряженных катушек.

Opis układu dwóch cewek sprzężonych magnetycznie zależy od sposobu ostrzałkowania prądów względem jednoimiennych zacisków. Jeżeli prądy są ostrzałkowane jednakowo względem tych zacisków, a napięcie całkowite każdej cewki jest ostrzałkowane zgodnie z siłą elektromotoryczną indukcji własnej

(czyli przeciwko własnemu prądowi), uzyskuje się opis przez sprzężenie dodatnie (siły elektromotoryczne indukcji własnej i wzajemnej w każdej cewce dodają się<sup>\*)</sup>). Jeżeli prądy są ostrzałkowane niejednakowo względem zacisków jednoimiennych, uzyskuje się opis przez sprzężenie ujemne (siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej odejmuje się od siły elektromotorycznej indukcji własnej).



Rys. 1

Na rys.1 przedstawiono dwie cewki sprzężone magnetycznie przy wymuśleniach sinusoidalnych przy dwóch położeniach zacisków jednoimiennych. Przy traktowaniu tych układów jako czwórnik są one ostrzałkowane symetrycznie.

Napięcia cewek wyrażone przez prądy są następujące

$$U_1 = Z_1 I_1 \pm Z_M I_2, \quad (1)$$

$$U_2 = \pm Z_M I_1 + Z_2 I_2, \quad (2)$$

gdzie:

$$Z_1 = j\omega L_1, \quad Z_2 = j\omega L_2, \quad Z_M = j\omega M.$$

W równaniach (1) i dalszych, w których występują podwójne znaki, znaki górne odnoszą się do układu z rys.1a, znaki dolne do układu z rys.1b.

\*) Siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej w każdej cewce jest ostrzałkowana tak samo względem zacisku jednoimiennego jak siła elektromotoryczna indukcji własnej pochodząca od tego samego prądu. Jest to wynik stosowania lewoskrętnego systemu strzałkowania sił elektromotorycznych względem strumieni magnetycznych.

W ujęciu czwórnikowym wyrażenia (1) są równaniami impedancyjnymi ( $z_{11}=Z_1$ ,  $z_{12}=z_{21}=\pm Z_M$ ,  $z_{22}=Z_2$ ) czwórnika odwracalnego, jakim jest układ cewek sprzężonych. Łatwo wykazać, że układ jest ponadto czwórnikiem pasywnym bezstratnym ( $\operatorname{Re}\{U_1 I_1^* + U_2 I_2^*\} = 0$ ).

Równaniom (1) można przyporządkować czwórnikowe schematy bezpośrednie z dwoma napięciowymi źródłami sterowanymi pokazane na rys.2b i rys.3b różniące się zwrotami napięć źródłowych źródeł sterowanych.

Rozwiązując równania (1) ze względu na prądy, przy spełnieniu warunku  $L_1 L_2 > M^2$  otrzymuje się wyrażenia:

$$I_1 = Y_1 U_1 \mp Y_M U_2, \quad (3)$$

$$I_2 = \mp Y_M U_1 + Y_2 U_2,$$

gdzie:

$$Y_1 = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} = \frac{1}{j\omega L_\alpha}, \quad L_\alpha = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2}, \quad (4)$$

$$Y_2 = \frac{Z_1}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} = \frac{1}{j\omega L_\beta}, \quad L_\beta = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1}, \quad (5)$$

$$Y_M = \frac{Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} = \frac{1}{j\omega L_\gamma}, \quad L_\gamma = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M}. \quad (6)$$

W ujęciu czwórnikowym wyrażenia (3) są równaniami admityncyjnymi i można im przyporządkować schematy bezpośrednie z dwoma prądowymi źródłami sterowanymi. Schematy te pokazane są na rys.2c i rys.3c.

Równania impedancyjne (1) lub admityncyjne (3) można również przekształcić do postaci czwórnikowych równań hybrydowych (postać H i G):

$$U_1 = Z_{h1} I_1 \mp \frac{Z_M}{Z_2} U_2, \quad (7)$$

$$I_2 = \pm \frac{Z_M}{Z_2} I_1 + Y_{h2} U_2,$$

oraz

$$I_1' = Y_{g1} U_1 \pm \frac{Z_M}{Z_1} I_2, \quad (8)$$

$$U_2 = \mp \frac{Z_M}{Z_1} U_1 + Z_{g2} I_2,$$

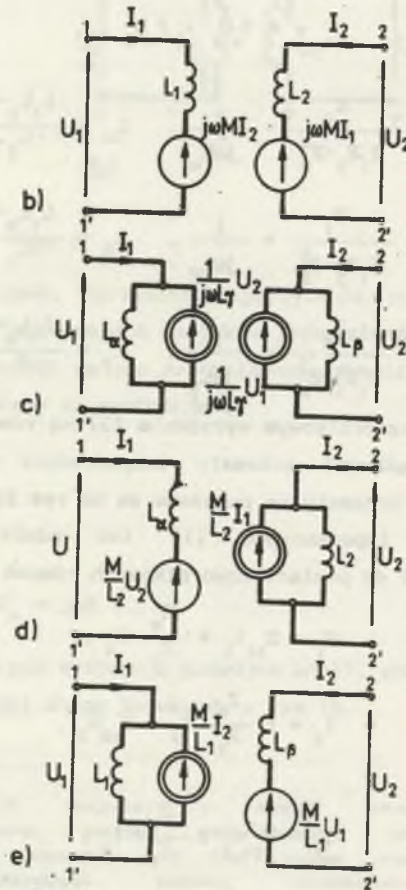
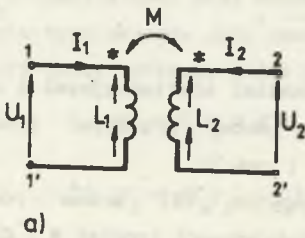
gdzie:

$$Z_{h1} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_2} = \frac{1}{Y_1} = j\omega L_\alpha \quad (9)$$

$$Y_{h2} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{j\omega L_2} \quad (10)$$

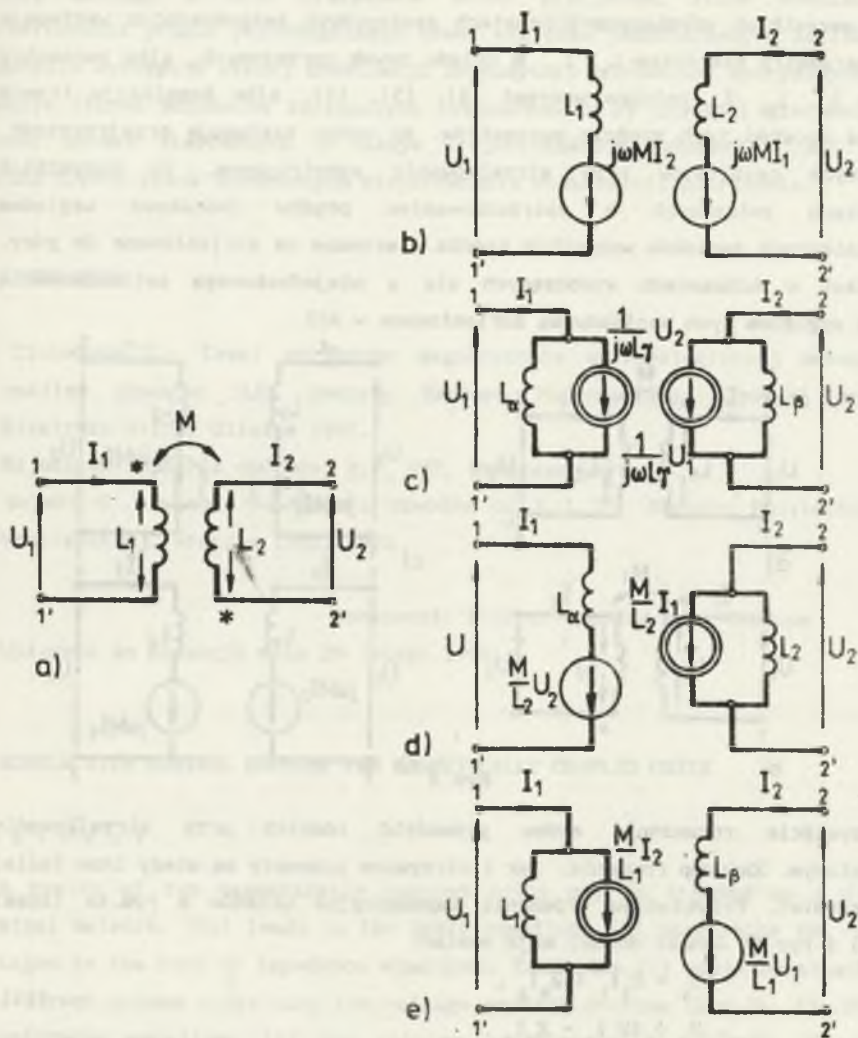
$$Y_{g1} = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{j\omega L_1} \quad (11)$$

$$Z_{g2} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1} = \frac{1}{Y_2} = j\omega L_\beta \quad (12)$$



Rys. 2



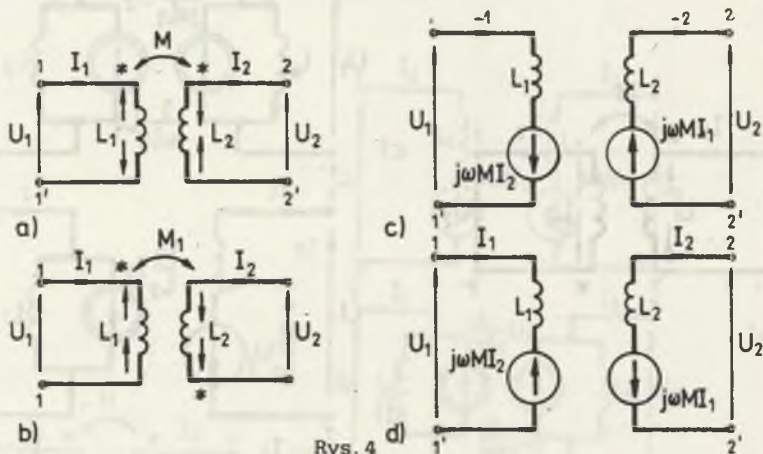


Rys. 3

Równaniom (7) i (8) można również przyporządkować schematy bezpośrednie zawierające po dwa źródła sterowane: jedno prądowe i jedno napięciowe. Schematy te są przedstawione na rys. 2d,e i rys. 3d,e.\*)

\*) Każdą z postaci równań czwórnikowych (Z, Y, H, G) układu cewek sprzężonych można przekształcić do postaci równań łańcuchowych lub łańcuchowych odwrotnych (A lub B). Dla tych postaci równań nie istnieją jednak schematy bezpośrednie. Równania te można jednak wykorzystać do znalezienia parametrów czwórników zastępczych kształtu T lub Π (schematy bez sprzężeń).

We wszystkich uzyskanych schematach zastępczych bezpośrednich występują albo parametry pierwotne  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  układu cewek sprzężonych, albo parametry wtórne  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$  opisane wzorami (4), (5), (6), albo kombinacja trzech wybrana spośród tych sześciu parametrów. Na uwagę zasługuje przejrzystość uzyskanych rezultatów przy strzałkowaniu symetrycznym. We wszystkich schematach związanych z ostrzałkowaniem prądów jednakowo względem jednoimiennych zacisków wszystkie źródła sterowane są zorientowane do góry, natomiast w schematach wywodzących się z niejednakowego ostrzałkowania prądów względem tych zacisków są zorientowane w dół.



Rys. 4

Oczywiście rozważania można prowadzić również przy strzałkowaniu przelotowym. Zarówno równania, jak i otrzymane schematy są wtedy inne (mniej przejrzyste). Przykładowo, równania impedancyjne układów z rys. 4a (znaki górne) i rys. 4b (znaki dolne) mają postać:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_1 I_1 \mp Z_M I_2, \\ U_2 &= \pm Z_M I_1 - Z_2 I_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Schematy bezpośrednie wynikające z równań (13) przedstawiono na rys. 4c, d.

Analogicznie jak dla układu dwóch cewek sprzężonych magnetycznie rozważania można przeprowadzić dla układu o większej liczbie cewek sprzężonych. Na przykład dla przypadku trzech cewek sprzężonych można się ograniczyć do rozpatrzenia dwóch reprezentatywnych przypadków konfiguracji zacisków jednoimiennych pokazanych na rys. 5. W przypadku a) zaciski jednoimienne są położone po dwa przy jednym zacisku każdej cewki, w przypadku b) w dwóch cewkach jak poprzednio, a w trzeciej po jednym zacisku jednoimiennym przy każdym zacisku tej cewki.

Dla każdego z tych przypadków można przyjmować różne kombinacje strzałkowania prądów poszczególnych cewek względem jednoimiennych zacisków, a ponadto występuje więcej kombinacji zmiennych w równaniach hybrydowych. W efekcie liczba schematów zastępczych bezpośrednich ze źródłami sterowanymi (sześć źródeł sterowanych w każdym trójwrotnikowym schemacie) jest dla układu trzech cewek sprzężonych nieporównanie większa niż poprzednio.

## LITERATURA

1. Cichowska Z.: Cewki sprzężone magnetycznie w topologicznej metodzie analizy obwodów SLS. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej serii Elektryka z.122, Gliwice 1991.
2. Rajski Cz.: Teoria obwodów, t.I. WNT, Warszawa 1971.
3. Wolski W., Uruski M.: Teoria obwodów cz I i II. Skrypty Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1982, 1983.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jan Chojcan

Wpłynęło do Redakcji dnia 29 lutego 1992 r.

## MODELS WITH CONTROL SOURCES FOR MAGNETICALLY COUPLED COILS

### Abstract

A system of two magnetically coupled coils may be treated as a four terminal network. That leads to the basic equations (1) describing the coil voltages in the form of impedance equations. Equations (1) could be attached to a direct scheme containing two voltage control sources (fig.2b, fig.3b). Transforming equations (1) one obtains admittance (3), hybrid (7) and inverse hybrid equations (8). Each of two cases of homopolar coil terminal location is endowed with four direct schemes each of them containing two control sources. Symmetric marking of four terminal networks is assumed to enable the use of transparent substitutional schemes. The schemes contain only primary  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  parameters or only secondary parameters  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$  (formulae (4), (5), (6) or at last combination of three among those six parameters.